СВЕДЕНИЯ О РЕЗУЛЬТАТАХ ПУБЛИЧНОЙ ЗАЩИТЫ

Диссертационный совет: Д 212.125.14

Соискатель: Соколов Сергей Викторович

Тема диссертации: Топологические и качественные методы анализа динамики твердого тела и идеальной жидкости.

Специальность: 01.02.01 “Теоретическая механика”.

Решение диссертационного совета по результатам защиты: На заседании 19 октября 2018 года, протокол № 15, диссертационный совет пришел к выводу о том, что диссертация представляет собой законченную научно-квалификационную работу, которая соответствует критериям, установленным Положением о присуждении ученых степеней, утвержденным постановлением Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 года № 842, и принял решение присудить Соколову Сергею Викторовичу ученую степень доктора физико-математических наук.

Присутствовали: Красильников П.С. – *председатель*, Гидаспов В.Ю. – *ученый секретарь*, а также *члены диссертационного совета*: Холостова О.В., Бардин Б.С., Колесник С.А., Косенко И.И., Котельников М.В., Никитченко Ю.А., Овчинников М.Ю., Ревизников Д.Л., Рябов П.Е., Формалев В.Ф., Ципенко А.В., Шамолин М.В..

Ученый секретарь диссертационного совета Д 212.125.14, к.ф.-м.н., доцент ________________ В.Ю. Гидаспов

И.о. начальника отдела УДС МАИ
Т.А. Аникина

ЗАКЛЮЧЕНИЕ ДИССЕРТАЦИОННОГО СОВЕТА Д 212.125.14,

на базе Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет)» Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (ФГБОУ МАИ)

по диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук

аттестационное дело № ____________________________

решение диссертационного совета от 19.10.2018 № 15

О присуждении Соколову Сергею Викторовичу, гражданину Российской Федерации, ученой степени доктора физико-математических наук.

Диссертация «Топологические и качественные методы анализа динамики твердого тела и идеальной жидкости», представленная к защите по специальности 01.02.01 «Теоретическая механика» принята к защите 12.07.2018 г., протокол № 6, диссертационным советом Д 212.125.14, созданного на базе Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», Министерства науки и высшего образования РФ, 125993, Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, 4, приказ о создании совета № 714/НК от 02.11.2012.

Соискатель Соколов Сергей Викторович, 1972 года рождения, в 1996 году окончил Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова по специальности «Физика» с присвоением квалификации «физик» (диплом ФВ № 071435 от 30 июня 1996 г.). В 2007 г. им была защищена кандидатская диссертация на тему «Модель нелинейного дрейфа ионов в спектрометрии приращения ионной подвижности» в диссертационном совете Д.002.112.01 при Институте энергетических проблем химической физики Российской Академии наук (диплом ДКН № 023473 от 13 апреля 2007 г.).

Диссертация выполнена на кафедре № 802 «Мехатроника и теоретическая механика» факультета «Информационные технологии и прикладная математика» в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» Министерства науки и высшего образования Российской Федерации. В период подготовки диссертации Соколов С. В. обучался в докторантуре Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)»

Научный консультант: заведующий лабораторией мехатроники и робототехники Московского физико-технического института, доктор физико-математических наук, Борисов Алексей Владимирович.

Официальные оппоненты:

1. Кудрявцева Елена Александровна, доктор физико-математических наук, профессор ФГБОУ ВО «Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова»;
2. Кузнецов Сергей Петрович, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией Саратовского филиала ФГБУН «Институт радиотехники и электроники имени В. А. Котельникова» Российской Академии наук;
3. Соколовский Михаил Абрамович, доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник, главный научный сотрудник ФГБУН «Институт водных проблем» Российской Академии наук;.

Все оппоненты дали положительное заключение о диссертации.

Ведущая организация – Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет» (199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., д. 7-9) представило положительный отзыв (протокол № 9 от 11 сентября 2018 г.), который подписан профессором кафедры вычислительной физики СПбГУ, доктором физико-математических наук Цыгановым А.В., заведующим кафедрой вычислительной физики СПбГУ, доктором физико-математических наук, профессором Яковлевым С.Л. и утвержден проектором по научной работе СПбГУ, доктором геолого-минералогических наук, профессором Аплоновым С.В. В отзыве ведущей организации указано, что диссертация выполнена на актуальную тему, представляет собой завершенную и целостную научно-исследовательскую работу, выполненную на высоком научном уровне. Полученные в работе результаты являются новыми и строго обоснованными, представляют как теоретический, так и практический интерес, а диссертация вносит существенный вклад в теорию вихрей и динамику твердого тела.

Замечания по диссертации:

1. В первой главе при построении бифуркационных диаграмм вихрей в классической идеальной жидкости автором не проведено сравнение полученных в диссертации результатов с диаграммами, полученными в работе [142].
2. В тексте диссертации не приведено сравнение аналитических результатов исследования устойчивости с другими общими методами, основанными на вычислении мультипликаторов, нормализующих преобразований Биркгофа и др.
3. В третьей главе автор утверждает, что система, состоящая из кругового цилиндра, взаимодействующего с вихревой нитью, в присутствии поля тяжести, демонстрирует хаотическое поведение. Представляется целесообразным привести строгое доказательство указанного утверждения.
4. Текст диссертации и автореферата содержит значительное число пунктуационных и стилистических ошибок.

Отзыв обсужден и одобрен на научном семинаре кафедры вычислительной физики СПбГУ "11" сентября 2018 г, протокол № 9.

Соискатель имеет 40 печатных работ **по теме диссертации**, из них 17 статей в рецензируемых журналах из перечня рекомендованных ВАК, среди которых 10 публикаций, индексируемых международными базами Scopus и Web of Science.

Статьи в журналах, входящих в перечень ВАК

1. Соколов С. В., Рамоданов С. М. Движение кругового цилиндрического твердого тела, взаимодействующего с точечным вихрем, в поле силы тяжести. Нелинейная динамика. 2012. Т. 8. № 3. С. 617–628.

2. S. V. Sokolov, S. M. Ramodanov. Falling motion of a circular cylinder interacting dynamically with a point vortex. Regular and Chaotic Dynamics. 2013. Vol. 18, no. 1-2. P. 184–193.
3. S. V. Sokolov. Falling motion of a circular cylinder interacting dynamically with N point vortices. Nonlinear Dynamics and Mobile Robotics. 2013. Vol. 1. no.2. P. 193–207.
4. Соколов С. В. Движение кругового цилиндрического твердого тела, взаимодействующего с N точечными вихрями, в поле силы тяжести. Нелинейная динамика. 2014. Т. 10. № 1. С. 59–72.
5. Соколов С. В. Движение кругового цилиндра, взаимодействующего с вихревой парой, в поле силы тяжести в идеальной жидкости. Вестн. Удмуртск. ун-та. Матем. Мех. Компьют. науки. 2014. № 2. С. 86–99.
6. Соколов С. В., Кольцов И. С. Хаотическое рассеяние точечного вихря круговым цилиндром, движущимся в поле силы тяжести. Доклады Академии наук. 2015. Т. 465. № 2. С. 174–177.
7. Соколов С. В., Кольцов И. С. Хаотическое рассеяние точечного вихря круговым цилиндрическим твердым телом, движущимся в поле тяжести. Вестн. Удмуртск. ун-та. Матем. Мех. Компьют. науки. 2015. Т. 25. № 2. С. 184–196.
8. Соколов С. В. К вопросу о движении в идеальной жидкости кругового цилиндра и вихревой пары в поле тяжести. Доклады Академии наук. 2016. Т. 470. № 4. С. 393–396.
9. Борисов А. В., Рябов П. Е. Соколов С. В. Бифуркационный анализ задачи о движении цилиндра и точечного вихря в идеальной жидкости. Математические заметки. 2016. Т. 99. № 6. С. 848–854.
10. P. E. Ryabov, A. A. Oshemkov, S. V. Sokolov. The Integrable Case of Adler – van Moerbeke. Discriminant Set and Bifurcation Diagram. Regular and Chaotic Dynamics. 2016. Vol. 21, no. 5. P. 581–592.
11. Соколов С. В. Интегрируемый случай М. Адлера и П. ван Мёрбеке. Механическая интерпретация. Тр. МАИ. 2017. №95.

12. Соколов С. В. Интегрируемый случай Адлера–ван Мёрбеке. Визуализация бифуркаций торов Лиувилля. Вестн. Удмуртск. ун-та. Матем. Мех. Компьют. науки. 2017. Т. 27. № 3. С. 532–540.
13. Соколов С. В. Новые инвариантные соотношения одной критической подсистемы обобщенного двухполевого гиростата. Доклады Академии наук. 2017. Т. 477. № 6. С. 660–663.
14. S. V. Sokolov, P. E. Ryabov. Bifurcation Analysis of the Dynamics of Two Vortices in a Bose–Einstein Condensate. The Case of Intensities of Opposite Signs. Regular and Chaotic Dynamics. 2017. Vol. 22, no. 8. P. 976–995.
15. A.A. Oshemkov, P. E. Ryabov, S.V. Sokolov. Explicit determination of certain periodic motions of a generalized two-field gyrostat. Russian Journal of Mathematical Physics. 2017. Vol. 24. no. 4. P. 526–534.
16. Соколов С. В. Интегрируемый случай Ковалевской в неевклидовом пространстве: разделение переменных. Тр. МАИ. 2018. №100.
17. Соколов С. В., Рябов П. Е. Бифуркационная диаграмма системы двух вихрей в бозе-эйнштейновском конденсате, имеющих интенсивности одинаковых знаков. Доклады Академии наук. 2018. Т. 480. № 6. С. 652–656.

На диссертацию и автореферат поступили отзывы.

Отзыв на диссертацию официального оппонента, д.ф.-м.н., Кудрявцевой Елены Александровны, заверенный деканом механико-математического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова, доктором физико-математических наук, профессором В.Н. Чубариковым. Отзыв положительный, содержит следующие замечания:

1. В главе 1 неверно указано в (1.1.7) и на с.73 фазовое пространство задачи — следует выкинуть из него множество столкновения вихрей. Множество возможных значений каждой координаты вихря ошибочно указано в (1.1.9) как отрезок [0,1] вместо интервала (—1,1). В теореме 1 утверждается без доказательства, что множество точек ранга 1 является подмногообразием (это можно вывести из формул (1.1.19) и (1.1.21) радиусов $r_i(s)$ и $r_i(t)$ орбит вихрей: из неравенства $r'(s) < 0$ при $s > 1$ следует, что N_1 — гладкое подмногообразие, а из $(r_1^2)'(s) < 0$ при $1 < t <$

$1/|a|$, $a \in (-1,0)$, — что N_2 — гладкое подмногообразие). Критические окружности (относительные равновесия) названы "особыми периодическими движениями" (с.55 и ниже), в то время как угловая скорость λ (с.57) вращения вихрей при относительно стационарном движении может быть равной нулю (а именно, $\lambda = 0$ для относительного равновесия с максимальным уровнем энергии, т.е. отвечающего точке $Q_1 \in \Pi_1$), т.е. указанная критическая окружность (отвечающая точке Q_1) не является "единым периодическим движением", а состоит из бесконечного числа "движений" — положений равновесия.

В первом положении, выносимом на защиту, неточно сказано "приведено полное описание динамики системы в окрестности особых (критических) периодических траекторий". Однако указанная динамика описана недостаточно полно: получены (в теореме 4) лишь формулы для радиусов орбит вихрей при относительно-стационарных вращениях, но не указана формула для угловой скорости этого вращения. Следовало бы указать, что угловая скорость относительно-стационарного вращения вихрей совпадает с коэффициентом λ (в формуле (1.1.32) и следующей формуле, в формуле (1.1.33) и следующей формуле), и поэтому меняет знак в точке Q_1 максимума энергии.

Не обоснована компактность (финитность) движений, т.е. компактность двумерных инвариантных интегральных подмногообразий, а также утверждение о количестве их связных компонент, т.е. необосновано утверждается, что они являются несвязными объединениями торов и чему равно количество этих торов (с.55, 62, 79-80, рис. 1.1, 1.4-1.7, 1.11, 1.12). Впрочем, такое обоснование не представляет труда.

Решения, отвечающие критическим окружностям, ошибочно названы устойчивыми (с.57, строки 11, 13) вместо орбитально устойчивых. Описание результатов раздела 1.1.5 (например, в названии и первой фразе этого раздела) претендует на изучение и решение гораздо более общей задачи, чем сделано в этом разделе, а именно: следует заменить "Изучим классификацию возможных движений точечных вихрей..." на "Изучим динамические свойства относительно-стационарных (т.е. критических) движений точечных вихрей...".

Доказательство пункта 1 теоремы 4 изложено длиннее страницы, но этот пункт очевиден и просто доказывается, а именно: критическое решение (так как оно является относительным равновесием) совпадает (с точностью до масштабной замены времени) с интегральной траекторией гамильтонова потока, отвечающего дополнительному первому интегралу — моменту завихренности; поэтому такое решение является равномерным движением вихрей по круговым орбитам.

На с.62, в первой фразе нижнего абзаца ошибочно говорится, что движение вихрей, отвечающее внутренней точке камеры бифуркационного комплекса, является относительно-стационарным (в то время как таковым являются лишь критические движения, отвечающие граничной точке камеры).

Теорема 7 — это повтор теоремы 1.

2. Всюду в диссертации (введение и главы 1—5) следует заменить "движение цилиндра и точечного вихря" либо на "движение цилиндра и прямолинейной вихревой нити", либо на "движение круга и точечного вихря" (в частности, в названиях разделов 3.1 и 3.2, подписи к рисункам 3.1, 4.2).
3. В главе 2 **неверны формулы** (2.2.6) и (2.2.7) для дополнительных первых интегралов *K* и *F;* видимо в них надо заменить $(1/2)\left((R^2/r_1^2)-1\right)$ на $\lambda_1\left((R^2/r_1^2)-1\right)$, а av^2 на a^2v^2, так как в противном случае неверно соотношение $F= 2\lambda K + P^2 + Q^2 + 2R^2\lambda_1^2$ на с.90.

Во втором положении, выносимом на защиту, говорится "в случае различной **топологии симплектического листа".** Однако пуассонова структура (2.2.5) невырождена, поэтому симплектический лист совпадает со всем фазовым пространством (которое некомпактно), поэтому термин "симплектический лист" (упомянутый также в подписях к рис. 2.2 и 2.3, но нигде больше не упомянутый в данной диссертации) непонятен по отношению к данной задаче.

Также **неверны утверждения о компактности** симплектического листа: в подписи к рис. 2.2, 2.3, 2.4, 2.8 ("в случае компактного симплектического листа" следует заменить на "в случае $\lambda\lambda_1 < 0$", а "в некомпактном случае" — на "в случае $\lambda\lambda_1 > 0$"). На с.91, строки 6-7, ошибочно сказано, что в случае $\lambda\lambda_1 < 0$ симплектический лист (т.е. фазовое пространство, как пояснено выше) редуцированной системы компактен (это неверно и следует, например, из некомпактности бифуркационного комплекса, или из формулы для фазового пространства редуцированной системы, см. ниже). Поэтому непонятно, почему случаи $\lambda\lambda_1 < 0$ и $\lambda\lambda_1 > 0$ названы компактным и некомпактным соответственно (с.94, строка 3 снизу; с.96, строка 3 снизу).

В формуле на с.91 для фазового пространства *M* редуцированной системы (точнее, в формуле для В — прямого произведения плоскости на круг радиуса *R,* ошибочно названного шаром радиуса *P)* надо заменить пару (x_1, y_1) на четверку (x_1, y_1, v_1, v_2).

На с.91, строки 12-15, сказано, что по теореме Нехорошева инвариантному двумерному тору редуцированной системы отвечает двумерный тор в полном фазовом пространстве. На самом деле для применимости теоремы Нехорошева нужно убедиться в компактности соответствующего движения в полном фазовом пространстве. А она следует из того, что ввиду (2.2.6) при $\lambda\neq 0$ координаты x_c, y_c выражаются явно через остальные фазовые переменные (изменяющиеся в компакте) и значения констант движения *Q, P.*

На с.92 "устойчивости интегрируемых гамильтоновых систем" следует заменить на "устойчивости инвариантных (критических) подмногообразий интегрируемых гамильтоновых систем".

Не изучена зависимость бифуркационного комплекса от параметров *R,* a, λ,λ_1. Поэтому в подписях к рис. 2.2, 2.3, 2.4, 2.8 следовало бы заменить "Бифуркационная диаграмма" на "Пример бифуркационной диаграммы". Например, бифуркационная диаграмма на рис. 2.3 отвечает значениям параметров $0 < \lambda/\lambda_1 < 1$, так как при значении $\lambda/\lambda_1 > 1$ пересечение бифуркационного комплекса с вертикальной прямой $h = \text{const}$ является лучом $[f_1,+\infty)$ в этой прямой (а не объединением двух лучей $(-\infty, f_0] \cup [f_1, +\infty)$, как на рисунке).

В теореме 11 **неверна формула** для коэффициента квадратного уравнения при *z*.

Нет аналитического обоснования (для всех значений параметров задачи) вида бифуркационной диаграммы, количества торов в прообразе внутренней точки камеры бифуркационного комплекса (на рис. 2.2, 2.3), невырожденности и типов критических периодических движений (с.96).

4. В главе 3, на с.109, допущена опечатка в формуле (3.1.2) для потенциала течения идеальной жидкости: следует заменить коэффициент λ перед разностью двух арктангенсов на λ_1 (аналогично формулам на с. 138 и 160).

"Классификация возможных движений" (п.3.1.5) необоснована, получена на основе численных экспериментов.

В разделе 3.2.2 и теореме 13 (и в ее повторении — теореме 14) указан гамильтонов вид уравнений движения. Интересно отметить, что рассматриваемая здесь скобка Пуассона приводится к (почти каноническому) виду заменой

$$\tilde{v}_1 = v_1 - \lambda y_c/(2a) - (1/a)\sum_{i=1}^{N} \lambda_i y_i (1 - R^2/(x_i^2 + y_i^2)),$$

$$\tilde{v}_2 = v_2 + \lambda x_c/(2a) + (1/a)\sum_{i=1}^{N} \lambda_i x_i (1 - R^2/(x_i^2 + y_i^2)).$$

А именно: после этой замены ненулевые компоненты скобки Пуассона суть $\{x_i,y_i\}=-1/\lambda_i$, $\{x_c,\tilde{v}_1\}=\{y_c,\tilde{v}_2\}=1/a$.

В разделе 3.3 **нет проверки** того, что указанные в качестве "сечений Пуанкаре" поверхности действительно являются сечениями Пуанкаре: всюду трансверсальны фазовым траекториям системы, и пересекают любую фазовую траекторию.

5. В главе 4 теорема 14 — это повтор теоремы 13 из главы 3.

На с. 142, строка после (4.5.3), следует заменить "Рассмотрим движения системы на инвариантном многообразии" на "Рассмотрим при $\lambda = 0$, $\lambda_2 = -\lambda_1$ движения системы на инвариантном многообразии", и убрать из (4.5.4) соотношения $\lambda = 0$, $\lambda_2 = -\lambda_1$. Аналогично следует изменить формулу (4.6.1) и содержащую ее фразу.

Указаны уравнения движения (4.5.5) на инвариантном подмногообразии. Однако не утверждается и не обсуждается гамильтоновость этих уравнений. Гамильтоновость устанавливается так. В качестве инвариантного многообразия возьмем множество всех неподвижных точек канонической (т.е. сохраняющей скобку Пуассона) инволюции (т.е. отображения, обратного самому себе) вида $(x_1,y_1,x_2,\ y_2,\ v_1,v_2,\ x_c,\ y_c) \to (-x_2,\ y_2,\ -x_1,y_1,\ -v_1,v_2,\ -x_c,\ y_c)$. Тогда оно состоит из точек вида $(x_1,y_1,-x_1,y_1,0,v_2,0,y_c)$ и является 4-мерным симплектическим подмногообразием (можно доказать, что множество неподвижных точек любой канонической инволюции симплектического многообразия является симплектическим подмногообразием, но в данном случае это можно проверить и непосредственно). Это множество инвариантно относительно фазовых потоков систем с гамильтонианами H и Q, так как указанная инволюция сохраняет H,Q, а потому переводит фазовые траектории в фазовые траектории. Отсюда следует, что ограничение системы на данное инвариантное (симплектическое 4-мерное) подмногообразие является интегрируемой гамильтоновой системой с гамильтонианом и дополнительным первым интегралом (4.5.7), и скобкой Пуассона как для $x_1,y_1,\ v_1,v_2$ в (4.3.5). Полученная скобка Пуассона сильно упрощается с помощью указанной выше замены $(x_1,y_1,v_1,v_2)\mapsto(x_1,y_1,\tilde{v}_1,\tilde{v}_2)$.

Опечатка: на с. 143, в формуле (4.5.7) первое слагаемое должно быть $(1/2)av_2^2$ вместо $(1/2)av^2$.

В формулировке теоремы 15 (с. 144) об относительно-стационарных симметричных решениях (типа Феппля) надо вставить «с параметрами $\lambda = 0$, $\lambda_2 = -\lambda_1$» после «вихревой пары».

В доказательстве теоремы 15 есть пробел — не рассмотрен случай $y_1 = 0$. Действительно: в этом случае (4.5.8) и первое уравнение (4.5.10) могут быть выполнены одновременно, так как при v_2 стоит множитель $y_1 = 0$ в первом уравнении (4.5.10), поэтому зависимость v_2 от времени не нарушает (4.5.10). В случае $y_1 = 0$ доказательство проводится так: ввиду $y_1' = 0$ имеем $v_2 = -R^2v_2/x_1^2 +$ +const ввиду $x_1 =$ const (условие относительной стационарности движения — типа Феппля), откуда $v_2 =$ const, что противоречит второму уравнению (4.5.10).

С. 145, строка 8: надо вставить «на инвариантном подмногообразии» после «Рассмотрим подробнее особенности движения системы». С. 148, строка

5 снизу: надо вставить «на инвариантном подмногообразии» после «Сложность системы (4.5.5)».

При определении ограниченной задачи Феппля в поле тяжести на с. 149, строка 1, следует вставить фразу «По-прежнему считаем, что $\lambda = 0$, $\lambda_2 = -\lambda_1$ и рассматриваем систему на инвариантном подмногообразии (4.5.4), описывающую симметричные движения цилиндра и вихревой пары» перед фразой «Таким образом, мы получаем...».

В (4.6.1) не обоснованы соотношения $\mathbf{v}_2 = v_2(0) - gt$, $y_c = y_c(0) + v_2(0)t - (1/2)gt^2$ для «ограниченной» симметричной задачи Феппля в поле тяжести (они видимо взяты из системы (4.5.10) для стационарного решения, которая не имеет решения по доказанному). Таким образом, вид (4.6.2) ограниченной системы не обоснован в диссертации.

Тем не менее, уравнения на $x_1(t)$, $y_1(t)$, $v_2(t)$ (но не на $y_c(t)$) в изучаемой (в качестве «ограниченной» задачи Феппля) системе (4.6.2) качественно совпадают (т.е. переводятся вышеуказанной заменой координат $(x_1, y_1, v_1, v_2) \mapsto (x_1, y_1, \tilde{v}_1, \tilde{v}_2)$ с уравнениями на $x_1(t)$, $y_1(t)$, $v_2(t)$ в исходной (не ограниченной) задаче (4.5.5). А именно: надо заменить символ v_2 на символ $\tilde{v}_2$ в системе (4.6.2) и в первой формуле (4.6.1) (но не в последней формуле (4.6.1)), тогда исправленная система (4.6.2) (качественно совпадающая с самой системой (4.6.2)) эквивалентна исходной (не ограниченной) системе (4.5.5). Итак, с качественной точки зрения предложенные в диссертации уравнения на $x_1(t)$, $y_1(t)$, $v_2(t)$ в (4.6.2) верны (и имеют прямое отношения к исходной задаче (4.5.5), если под v_2 понимать $\tilde{v}_2$. Однако, если их рассматривать вместе с уравнением на $y_c(t)$ в (4.6.1), то уравнение на $y_c(t)$ в (4.6.1) надо исправить, исходя из того, что $\dot{\tilde{v}}_2 = -g$ (а $\dot{v}_2 \neq -g$, вообще говоря).

Таким образом, численно найденные (и указанные на рис. 4.6-4.8) симметричные решения «ограниченной» задачи Феппля (4.6.2) **в действительности совпадают** с симметричными решениями исходной задачи (4.5.5) на рис. 4.3-4.5 кроме зависимости $y_c(t)$, которую следует пересчитать и исправить на рис. 4.6-4.8. Кстати, автор тоже обнаружил указанное совпадение «ограниченной» и исходной задач «кроме движения цилиндра»: на с. 152, строки 3-4 снизу, сказано «То есть ограниченная система демонстрирует поведение подобное исходной системе за исключением движения цилиндра, на движение которого наложено ограничение». На самом деле, как показано выше, «ограниченная» система для $x_1(t)$, $y_1(t)$ даже совпадает с исходной системой (а не только подобна ей), а движения цилиндра $y_c(t)$ совпадет с движением в силу исходной системы, если его исправить на рис. 4.6-4.8 как указано выше.

Отметим, что «ограниченная» система (4.6.2) является гамильтоновой с гамильтонианом в (4.5.7), в котором вместо v_2 надо подставить $v_2 = \tilde{v}_2 - (\lambda_1 x_1 / a)(1 - R^2 / (x_i^2 + y_i^2))$, и симплектической структурой из п.4 выше.

6. В главе 6 (с. 196), **в теореме 16 не обосновано**, что найденные инвариантные соотношения задают 4-мерное подмногообразие M фазового пространства. Более точно, нет обоснования того, что M является подмногообразием в окрестности точек нулевого уровня функции $\Phi_0 : M \longrightarrow$ R. Не найден ранг этих точек.

В формулировке теоремы 17 следует вставить «образованным сингулярными точками для *M,* точками ранга ≤ 1, и точками» после «множеством».

В формулировке теоремы 18 следует заменить «Любой тор, который принадлежит совместной» на «Любой инвариантный двумерный тор, который содержится в M и в совместной», и вставить «сингулярных точек M и» после «кроме».

7. В главе 7, в формулировке теоремы 20 (с.218) нужно добавить предположение о том, что $(a^2 - b^2)(a^2 - 9b^2) \neq 0$ (так как при $(a^2 - b^2)(a^2 - 9b^2) = 0$ система (7.1.11) всегда имеет решение вида $(0, \zeta)$, т.е. теорема 20 неверна без указанного предположения). Также следует заменить «исчерпывается объединением поверхностей кратных корней многочленов *P(t)* и *Q(s)*» на «совпадает с множеством пар (h, k) таких, что дискриминант соответствующего многочлена *P(t)* равен нулю или дискриминант соответствующего многочлена *Q(s)* равен нулю».

В предложении 2 (с.219) нужно исправить «поверхности кратных корней» как указано выше.

Теорема 23 из раздела 7.3 (с.239) — это повтор теоремы 22 из раздела 7.2 (с.233).

8. Опечатки: на с.97, строка 1 снизу (рисунок 2.8 заменить на рисунок 2.9).

9. Допущена неточность: линеаризация гамильтоновой системы в положении равновесия ошибочно названа симплектическим оператором (вместо гамильтонова оператора) на с.198, 199.На с.239 ошибочно сказано, что совместная поверхность уровня первых интегралов системы Адлера-ван Мербеке обладает зеркальной симметрией относительно каждой гиперплоскости $M_i = 0$ и $S_i = 0$ (i = 1, 2,3). На самом деле, эта поверхность симметрична относительно композиции двух указанных зеркальных симметрии, т.е. симметрична относительно плоскости $M_i = S_i = 0$ коразмерности 2.

Отзыв на диссертацию официального оппонента, д.ф.-м.н., Кузнецова Сергея Петровича, заверенный заместителем директора СФИРЭ им. В.А. Котельникова РАН, доктором физико-математических наук, Е.П.Селезневым. Отзыв положительный, содержит следующие замечания:

1. Литературный обзор недостаточно полно отражает современное состояние проблемы топологического и качественного анализа интегрируемой гамильтоновой системы, описывающей динамику волчка Ковалевской в искривленном пространстве.
2. В третьей главе при анализе хаотической динамики системы, описывающей движение в поле силы тяжести цилиндрического твердого тела, взаимодействующего с вихревой нитью, помимо построения сечений Пуанкаре, безусловный интерес представляло бы исследование сценария перехода к хаосу при возмущении интегрируемого случая движения при нулевой плавучести.
3. В задаче о движении обобщенного двухполевого гиростата, рассмотренного в шестой главе, несомненный интерес с механической точки зрения имеет вопрос о характере абсолютной динамики исходной гамильтоновой системы с тремя степенями свободы, а также возможные нетривиальные наблюдаемые динамические эффекты.

Отзыв на диссертацию официального оппонента, д.ф.-м.н., Соколовского Михаила Абрамовича, заверенный заведующей отделом кадров Института водных проблем РАН, Коротаевой Л.В. Отзыв положительный, содержит следующие замечания

1. Представляется неудачным формулировка темы диссертации «Топологические и качественные методы анализа динамики твердого тела и идеальной жидкости». Обозначенная тема предполагает, что диссертация посвящена разработке новых методов анализа, в то время как основное содержание работы состоит в анализе динамики твердого тела и идеальной жидкости с помощью известных методов. Однако это замечание адресовано не сколько диссертанту, как научному консультанту.

2. Во введении, в параграфе «Степень разработанности темы исследования», говорится, что теория топологических инвариантов интегрируемых систем со многими степенями свободы построена в работах А.Т. Фоменко в 1988-1991 гг. Здесь следовало бы дать указание на соответствующие ссылки, имеющиеся в списке литературы. В параграфе «Степень достоверности и апробация результатов» приводится лишь список докладов на семинарах, международных и всероссийских конференциях. но ничего не говорится о степени достоверности полученных результатов.

3. В начале раздела Обзор литературы подробно излагается история проблемы качественного и топологического анализа динамических систем, затем следует параграф «Современные исследования», где автор первоначально действительно обращается к свежим литературным источникам, но затем вновь переходит к анализу классических результатов. Представляется, что выделение этой части обзора в качестве отдельного параграфа является излишним. В обзоре также явно недостает ссылок на имеющие отношение к теме результаты H. Villat (А. Вилля) и В.В. Мелешко, а также на последние работы Л.Г. Куракина с соавторами.

4. В формулировках Предложений 1 и 2 главы 1 о критичности траекторий N_1 и N_2 используется термин «знак квадрата характеристического показателя

μ^2». На наш взгляд, правильнее было бы различать случаи мнимого и действительного значений параметра μ.

5. Замечание, касающееся практически всех рисунков: подрисуночные подписи следовало бы сделать более подробными, т. е. дать полное объяснение обозначений, смысла раскраски и цвета кривых и т. д.

6. Замечание, касающееся общей структуры диссертации: главы 3-5, посвященные взаимодействию бесконечного твердого цилиндра с вихревыми нитями с учетом силы тяжести, вполне могли быть объединены в одну главу.

7. К сожалению, в диссертации и в автореферате содержится достаточно большое количество пунктуационных и стилистических ошибок.

Отзыв на автореферат профессора кафедры "Теоретическая механика и мехатроника" МГУ им. М.В. Ломоносова, д.ф.-м.н., Кугушева Евгения Ивановича. Отзыв положительный. В качестве замечания по автореферату диссертации отмечено отсутствие в тексте автореферата библиографических ссылок на оригинальные работы, содержащие изложение доказательства интегрируемости случая Адлера-ван Мёрбеке.

Отзыв на автореферат профессора кафедры фундаментальной математики НИУ ВШЭ в Нижнем Новгороде, д.ф.-м.н., Гринеса Вячеслава Зигмундовича. Отзыв положительный, замечаний нет.

Отзыв на автореферат главного научного сотрудника Института проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, д.ф.-м.н., Хрусталева Михаила Михайловича. Отзыв положительный. Из замечаний отмечено, что при изучении динамики цилиндра и вихревой нити в поле силы тяжести желательным было бы сформулировать и доказать утверждение о неинтегрируемости соответствующей гамильтоновой системы.

Отзыв на автореферат профессора кафедры "Высшая математика" ИжГТУ им. М.Т. Калашникова, д.ф.-м.н., Тененёва Валентина Алексеевича. Отзыв положительный. Из замечаний отмечено следующее: из текста автореферата остается непонятным как отличаются бифуркационные диаграммы отображения момента системы двух вихревых нитей в цилиндрической области для случаев бозе-эйнштейновского конденсата и классической идеальной жидкости при произвольном знаке отношений интенсивностей вихрей.

Отзыв на автореферат ведущего научного сотрудника Математического института им. В.А. Стеклова РАН, д.ф.-м.н., Зотова Андрея Владимировича. Отзыв положительный. Замечаний нет.

Выбор официальных оппонентов обосновывается наличием публикаций в соответствующей сфере исследования, их компетентностью в области тем, затрагиваемых в диссертационном исследовании.

Диссертационный совет отмечает, что наиболее существенные научные результаты, полученные лично соискателем, могут быть сформулированы следующим образом:

- **получено** однопараметрическое семейство интегрируемых гамильтонианов, которое содержит в виде частных случаев системы в классической идеальной жидкости и в бозе-эйнштейновском конденсате; представлена классификация бифуркаций торов Лиувилля, возникающих в особых периодических движения;
- **найдены** все разделяющие значения отношения интенсивностей вихрей при классификации бифуркационных диаграмм; обоснованы результаты об устойчивости периодических решений;
- **обнаружены** новые динамические эффекты в абсолютной динамике вихрей.
- **построены** бифуркационные диаграммы отображения момента и бифуркационные комплексы в случае компактности интегрального многообразия для системы, состоящей из цилиндра и одной вихревой нити, в отсутствии поля тяжести.
- **получены** в задаче о движении кругового цилиндра, взаимодействующего с N точечными вихрями, в идеальной жидкости с отличной от нуля циркуляцией под действием силы тяжести: уравнения движения в гамильтоновой форме с нелинейной скобкой Пуассона; первые интегралы, с помощью

которых проведена редукция системы; относительные равновесия и исследована их устойчивость;

- **найдены** для обобщенного двухполевого гиростата особые периодические движения, при которых ранг отображения момента равен 1. Для таких движений все фазовые переменные могут быть выражены как алгебраические функции от единственной вспомогательной переменной и набора констант. Для этой вспомогательной переменной получены дифференциальные уравнения, которые могут быть проинтегрированы в эллиптических функциях времени. Для волчка Ковалевской в неевклидовом пространстве найдены уравнения Абеля–Якоби и приведены разделяющиеся переменные на плоскости.
- **получены:** для интегрируемого случая Адлера – ван Мёрбеке на алгебре Ли $so(4)$ в явном виде спектральная кривая; критические точки ранга 0; бифуркационная диаграмма отображения момента
- **построен** алгоритм построения связных компонент инвариантных многообразий системы Адлера–ван Мёрбеке для заданных значений констант первых интегралов и функций Казимира, с помощью которого визуализированы перестройки торов Лиувилля при пересечении ветвей бифуркационной диаграммы.

Теоретическая значимость работы заключается в том, что ее результаты могут быть использованы для

- **нахождения** и **анализа** устойчивости особых невырожденных траекторий динамических систем;

- **построения** бифуркационных диаграмм и комплексов механических систем, а также последующего анализа устойчивости их критических движений.

Практическая значимость работы заключается в

- **исследовании** фазовой топологии задач качения твердых тел, которые приводят к уравнениям движения с наложенными неголономными связями; задач вихревой динамики, как в идеальной жидкости, так и в бозе-эйнштейновском конденсате; задач динамики цилиндрического твердого тела, в присутствии вихревых структур;

- **построении** фазовых портретов и сечений рассеяния, как интегрируемых систем, так и более общих хаотических систем.

Достоверность результатов, полученных в диссертационной работе, подтверждена строгими доказательствами утверждений сформулированных в тексте диссертации.

Личный вклад. Все значимые результаты работы получены автором лично.

Диссертация удовлетворяет пунктам 9-14 постановления Правительства РФ №842 от 24.09.2013 г. «О порядке присуждения ученых степеней», представляет законченную научно-квалификационную работу, которая вносит существенный вклад в теорию вихревого движения идеальной жидкости и динамику твердого тела.

На заседании «19» октября 2018 года протокол № 15 диссертационный совет принял решение присудить Соколову С. В. ученую степень доктора физико-математических наук. При проведении тайного голосования диссертационный совет в количестве 14 человек, из них 7 докторов наук по специальности 01.02.01 «Теоретическая механика», участвовавших в заседании; из 14 человек, входящих в состав совета, проголосовали: за 13, против нет, недействительных бюллетеней 1.

Председатель
Диссертационного совета Д 212.125.14
д.ф.-м.н., профессор П.С. Красильников

Ученый секретарь
Диссертационного совета Д 212.125.14
к. ф.-м.н., доцент В.Ю. Гидаспов

19 октября 2018 г.

И.о. начальника отдела УДС МАИ
Т.А. Аникина