

УДК 530.43.620.178.3

## **Расчеты коэффициентов интенсивности напряжений для типовых авиационных конструкций с трещинами**

В.В.Сысоева

### **Аннотация**

В статье представлены результаты численных экспериментов по определению Коэффициентов интенсивности напряжений (КИН) для типовых авиационных конструкций с трещинами. Полученные результаты были использованы при создании базы данных факторов, влияющих на КИН, для проведения работы по определению ресурса конструкции по условиям живучести. Выполненные в данной работе параметрические исследования позволяют вычислить КИНЫ для типовых авиационных конструкций, имеющих трещину, с любыми параметрами. Использование полученных результатов позволяет ускорить и унифицировать процесс определения скорости роста усталостных трещин, позволяет выполнять расчеты живучести специалистам, не знакомым с методом конечных элементов.

### **Ключевые слова**

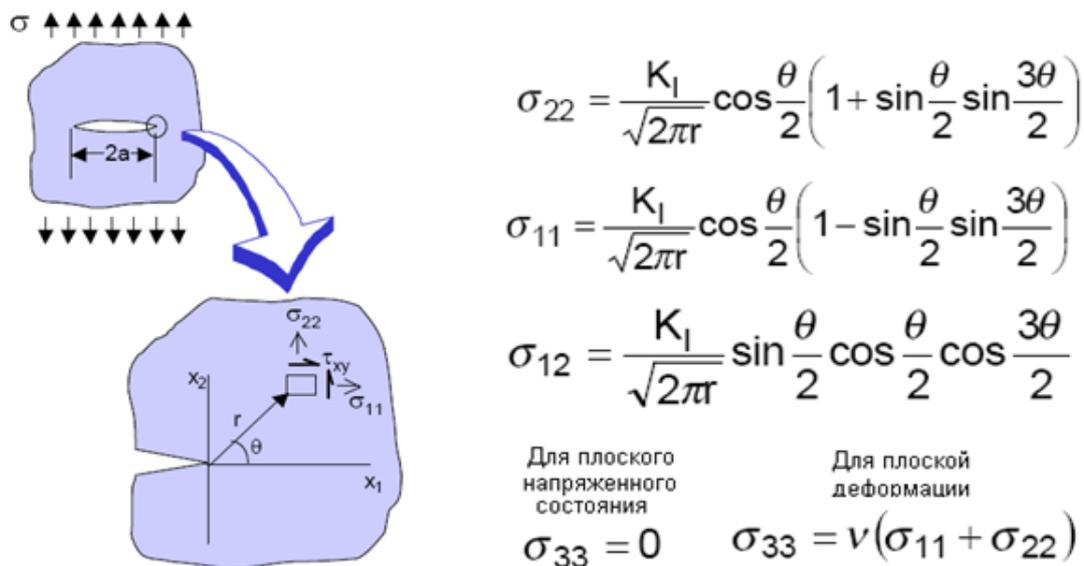
механика разрушения, коэффициент интенсивности напряжений, живучесть, скорость роста трещины

**Введение.** Определение характеристик живучести конструкции при воздействии спектра динамических нагрузок играет важную роль, как при проектировании, так и в процессе эксплуатации авиационных конструкций. Необходимо знать предельные допустимые (критические) размеры повреждений и длительность роста трещины до достижения ею критического размера. Определение времени роста трещины от начальной длины до критического размера является одной из основных задач при анализе ресурса конструкции по условиям живучести, так как именно оно дает возможность назначить необходимую периодичность осмотров конструкции.

Для определения критической длины трещины и для определения скорости роста трещины используется такая характеристика поврежденной нагруженной конструкции как Коэффициент Интенсивности Напряжений (КИН). В механике разрушения КИН является

мерой напряжений и деформаций в окрестности вершины трещины. Решение плоской задачи о напряжениях в районе трещины описывается уравнениями, представленными на рис. 1.

Рис. 1



Параметр  $K_I$  в приведенных уравнениях называется Коэффициентом Интенсивности Напряжений (КИН). Размерность КИН = кг/мм<sup>3/2</sup>. Для бесконечной пластины, изображенной на рис. 1 величина  $K_I = \sigma \sqrt{\pi a}$

Для реальной конструкции определение КИН является довольно трудоемкой задачей. КИН является величиной непрерывно изменяющейся в процессе роста трещины, он зависит от множества параметров таких, как длина трещины, взаимное расположение трещин, геометрия рассматриваемой детали, удаленность трещины от края и др.

Целью данной работы является создание базы данных о КИН для проведения работы по определению ресурса конструкции по условиям живучести. Работа по созданию базы построена на основе так называемого численного эксперимента. Создано большое число относительно простых конечно-элементных моделей, которые представляют собой типовые образцы с трещинами. С помощью программного комплекса MSC.MARC проведено вычисление КИН для каждого из образцов. Построены эмпирические зависимости КИН от различных параметров.

В качестве тестов был проведен сравнительный анализ конечно-элементных результатов, с известными решениями для самых простых случаев. Были получены удовлетворительные результаты, которые позволяют считать конечно-элементную методику и сам программный комплекс MSC. MARC достаточно надежными для решения задач линейной механики разрушения.

**Определение скорости роста трещины.** Для определения скорости роста трещины используются различные выражения - Пэриса, Уолкера, Формана и другие. Наиболее простым является уравнение Пэриса, в котором логарифм скорости роста трещины линейно зависит от логарифма коэффициента интенсивности напряжений.

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^p \qquad \log\left(\frac{da}{dN}\right) = \log(C) + p \log(\Delta K)$$

Из приведенных выше соотношений видно, что для определения скорости роста трещины и времени её роста от начального дефекта до критического размера необходимо знать следующие параметры:

- усталостные характеристики материала (параметры C и p)
- нагружение конструкции
- значения коэффициентов интенсивности (КИН) напряжения для большого числа различных типовых трещин

Определение КИН представляет собой отдельную трудоемкую задачу, которая подробно рассматривается в данной работе. КИН является величиной зависящей от уровня напряжений в конструкции, геометрии трещины и геометрии самой конструкции. Таким образом, КИН является величиной непрерывно изменяющейся в процессе роста трещины и для корректного описания процесса роста трещины необходимо иметь информацию о КИН для большого числа различных типовых трещин. Такая информация может быть получена из анализа испытаний большого числа образцов или из детального конечно-элементного анализа. Для некоторых конфигураций трещин существуют «точные» решения для КИН. Для таких трещин была проведена работа по численному определению КИН (так называемый численный эксперимент). Эти расчеты сделаны в качестве теста для проверки корректности работы программы и правильности конечно-элементного расчета.

КИН для произвольной трещины часто представляется в виде:

$$K = K_{ном} Y$$

В качестве базовой величины в расчетах часто берется коэффициент интенсивности напряжений для трещины в бесконечной пластине, который определяется по формуле:

$$K_{ном} = \sigma \sqrt{\pi a} \quad , \text{ где } \sigma - \text{напряжение в пластине вдали от трещины, } a -$$

полудлина трещины.

$Y$  – поправочная функция или фактор конфигурации. Таким образом, задача сведена к определению фактора конфигурации. Иногда этот фактор можно представить в виде произведения других факторов. Например, параметр  $Y$  для одной из двух трещин у отверстия в бесконечной пластине удобно свести к произведению фактора  $j$  для одиночной трещины у отверстия и дополнительного множителя, который учитывает взаимное влияние трещин.

Численное определение фактора конфигурации  $Y$ , а также факторов, входящих в него, по существу и является целью данной работы.

**Определение КИН с помощью МКЭ.** Как уже было упомянуто выше, составление базы КИН осуществлялось путем проведения численного эксперимента.

Для определения полей напряжений при вершине трещины широко применяется метод конечных элементов (МКЭ). При использовании МКЭ для получения КИН можно применять, по существу, два способа. Один из них является прямым методом, согласно которому величина КИН определяется по полю напряжений или перемещений. Во втором методе величина КИН определяется косвенно – через соотношения с другими величинами, такими, как податливость, упругая энергия или  $J$ -интеграл.

Прямой метод использует результат общего аналитического решения задачи о трещине, распределения напряжения и перемещения задаются формулами:

$$\sigma = \frac{K}{\sqrt{r}} f(\theta) \quad \varepsilon = \frac{K}{\sqrt{r}} g(\theta),$$
 где  $r$  – расстояние от вершины трещины,  $f(\theta)$  и  $g(\theta)$  – известные функции угла.

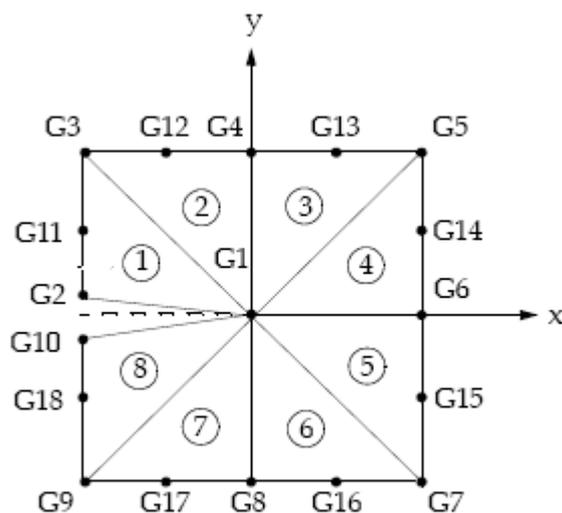
Для определения КИН был использован программный комплекс MSC.MARC. Данное программное обеспечение дает возможность с достаточной степенью точности определять НДС и КИН панелей с трещинами.

Определение КИН состоит из нескольких этапов:

- построение общей конечно-элементной модели
- введение трещин в заготовленную модель
- задание характеристик трещин (координат вершины, длины трещины)
- задание характеристик трещиностойкости материала
- задание граничных условий
- направление задачи на расчет

Возможности решения задач механики разрушения в MSC.MARC охватывают ряд областей: определение энергии, высвобождаемой в процессе роста трещины, определение так называемого  $J$ -интеграла, в том числе и автоматический рост трещины.

Для более точного определения поля напряжения вблизи трещины в MSC.MARC вводится элемент изображенный ниже.



Вершина трещины находится в узле G1. Узлы с G1 по G10 являются обязательными для задания, остальные узлы опционные, их можно задать для повышения точности решения.

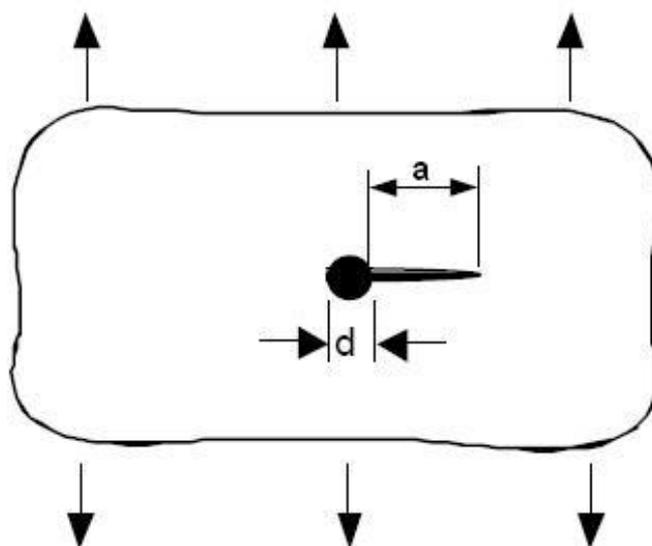
Задача определения КИН, решаемая нами относится к статическим задачам линейной механики разрушения. Эта задача является наиболее простой в своей постановке. Для проверки корректности её решения в программном комплексе MSC.MARC было решено несколько тестовых задач, для которых существуют известные решения.

**Тестовая задача.** Базовой задачей линейной механики разрушений является задача о центральной трещине в бесконечной пластине, нагружаемой по одной оси. Эта модель является основной во всей механике разрушения. Её решение – коэффициент интенсивности напряжения  $K = \sigma \sqrt{\pi a}$ , где  $\sigma$  -  $\sigma = 10 \text{ кгс/см}^2$ . Таким образом, согласно аналитическому решению КИН равен  $K = 17,7245 \text{ кгс/см}^{3/2}$ . В результате расчета был получен  $K = 17,4949 \text{ кгс/см}^{3/2}$ . Получили отклонение от аналитического результата  $e = 1 - \text{Каналит/Ктеор} = 0,01295$  т.е. немногим больше 1 %. Учитывая то, что в нашей модели пластина была не бесконечной (просто её размеры намного больше размера трещины) полученные результаты можно считать удовлетворительными.

Можно констатировать, что программный комплекс MSC.MARC надежен при решении задач линейной механики разрушения.

#### **Определение j – фактора для трещины около отверстия концентратора напряжения)**

Рассматривается задача определения КИН для трещины, распространяющейся от типового концентратора напряжения – свободного отверстия (j-фактора). Трещина считается сквозной.



Было создано 20 моделей с различными параметрами, в которых диаметр отверстия был как минимум в 20 раз меньше ширины пластины (что создавало эффект бесконечной пластины). Примеры КЭ моделей бесконечных пластин с трещинами у типового концентратора представлены в Приложении. Была получена зависимость  $j$  – фактора от отношения длины трещины к диаметру отверстия (см. рис. 2). Численные результаты представлены в таблице 1.

Рис. 2

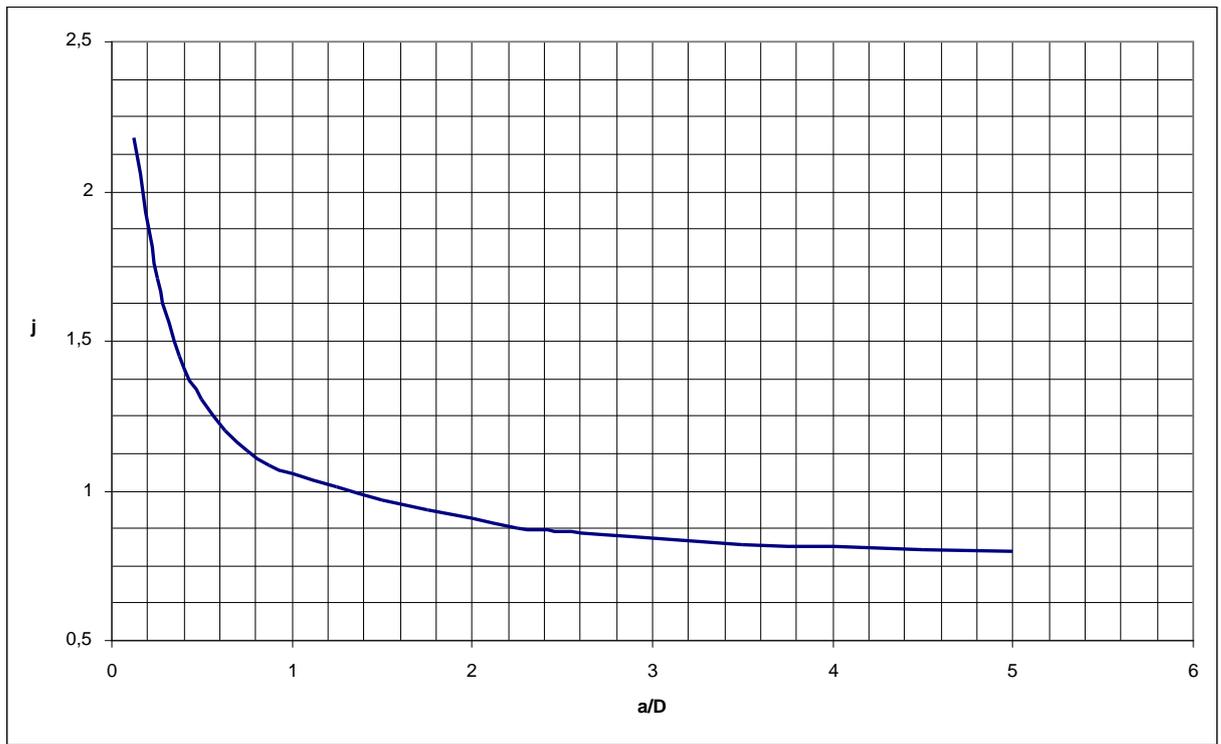
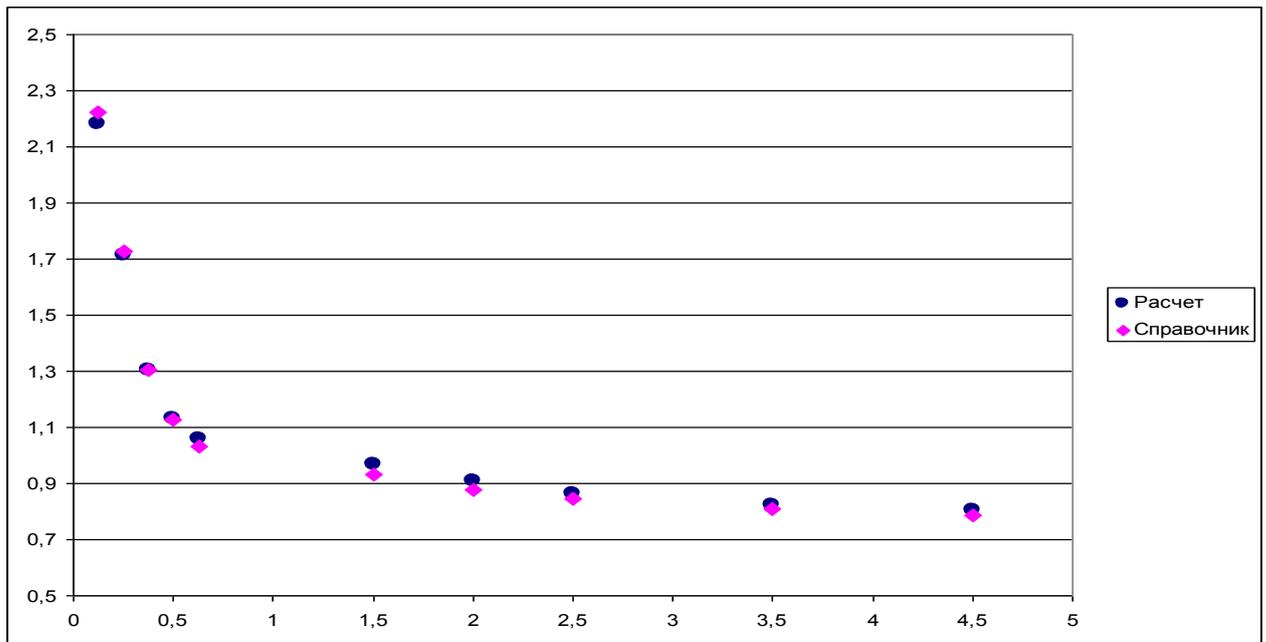


Таблица 1.

a/D	0,125	0,25	0,375	0,5	0,625	0,75	0,875	1	1,25
J	2,1815	1,7116	1,4497	1,3044	1,2001	1,1329	1,0842	1,0586	1,0158
a/D	1,5	1,75	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
J	0,9672	0,9374	0,9076	0,8632	0,8406	0,8230	0,8136	0,8039	0,7981

Экспериментальные данные для этой задачи можно найти в справочнике по КИН под редакцией Мураками. Эти данные также были использованы для верификации метода решения. Результаты сравнения показаны на рис. 3. Данное сравнение показывает, что результаты наших расчетов хорошо согласуются с экспериментальными данными.

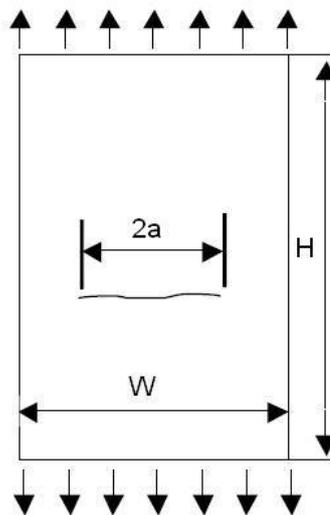
Рис. 3



**Определение  $j$  – фактора для центральной трещины в пластине конечных размеров.**

Рассматривается задача определения КИН для центральной трещины в пластине.

Определяется фактор влияние конечности размеров на КИН.



Было создано 30 различных моделей, по которым определялась зависимость КИН не только от длины трещины, но и от геометрических параметров пластины (отношения  $H/W$ ). Результаты приведены на рис.4 и в таблице 2. Проведенный расчет показал, что КИН существенно зависит от геометрии пластины только в пределах  $H/W < 2$ . В случае  $H/W \geq 2$  при изменении геометрии пластины КИН изменяется несущественно, оценку КИН можно проводить по кривой  $H/W=2$ .

Рис.4

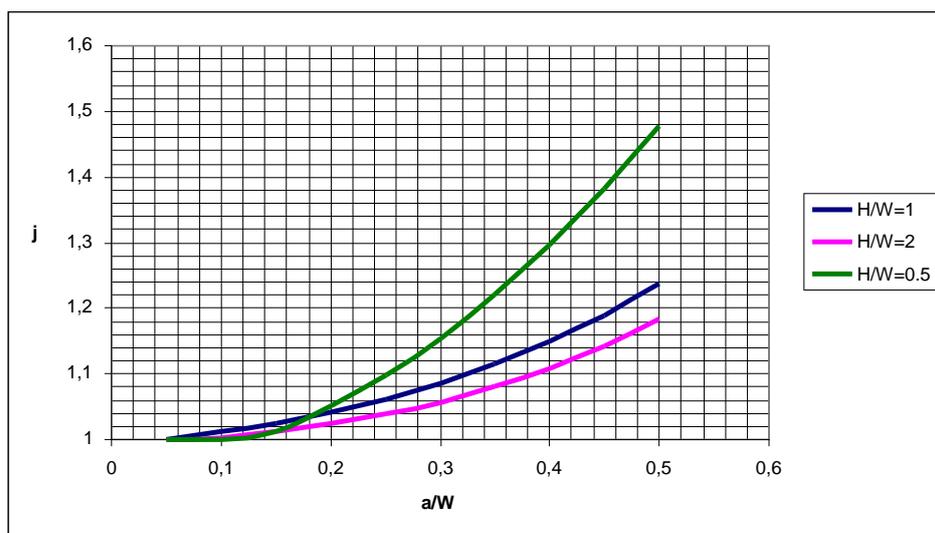
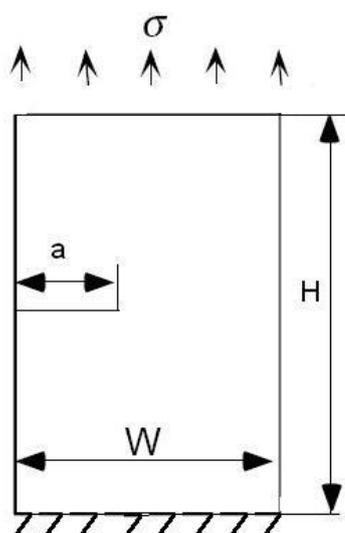


Таблица 2

a/W \ H/W	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
0.5	1	1	1.013	1.051	1.099	1.155	1.221	1.296	1.381	1.478
1	1	1.012	1.025	1.041	1.060	1.085	1.114	1.149	1.189	1.237
2	1	1.003	1.012	1.024	1.038	1.057	1.079	1.108	1.141	1.183

### Определение $j$ – фактора для краевой трещины в пластине конечных размеров.

Рассматривается задача определения КИН для краевой трещины в пластине. Пластина жестко закреплена с одной стороны и нагружается с другой.



Аналогично предыдущей задаче была рассмотрена зависимость КИН как от длины трещины, так и от геометрических параметров пластины. Полученные результаты приведены на рис.5 и в таблице 3.

Рис 5.

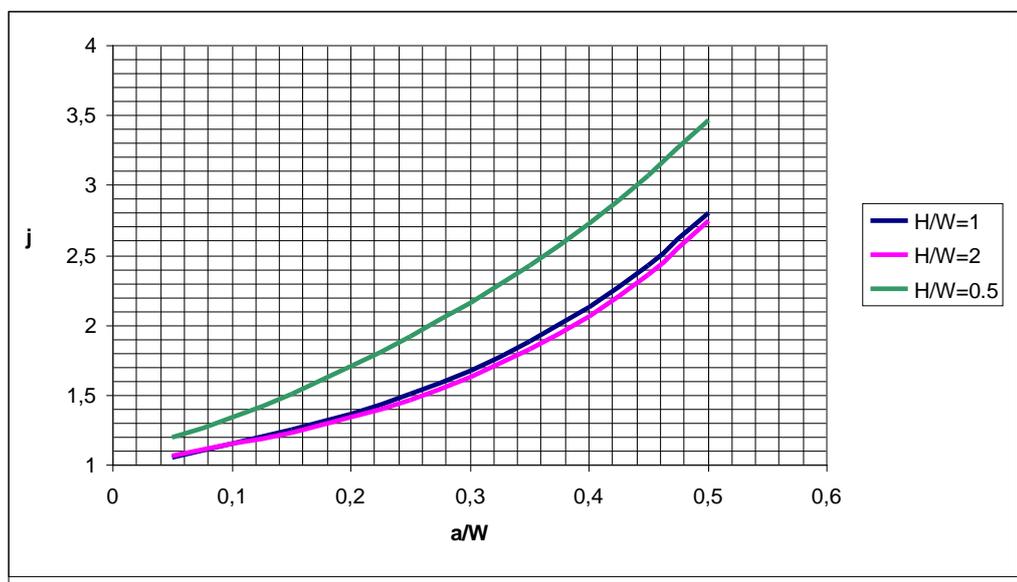
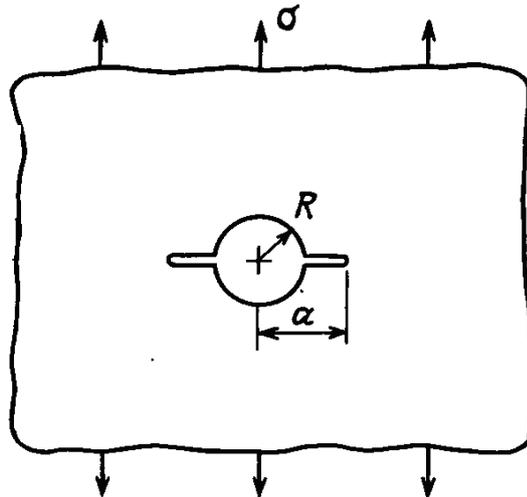


Таблица 3.

a/W \ H/W	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
0.5	1.197	1.343	1.515	1.707	1.922	2.161	2.427	2.726	3.075	3.465
1	1.055	1.160	1.254	1.371	1.511	1.679	1.881	2.126	2.426	2.804
2	1.067	1.158	1.235	1.343	1.466	1.629	1.825	2.061	2.363	2.747

Как и в предыдущей задаче, расчет показал, что в случае, когда геометрия пластины характеризуется отношением  $H/W \geq 2$ , расчет можно вести по кривой  $H/W=2$ , используя значения в нижней строке таблицы 3.

**Определение j – фактора для трещины около отверстия при наличии трещины с противоположной стороны отверстия.** На следующем шаге рассматривается задача об определении КИН для трещины, растущей от концентратора напряжения, при наличии трещины с противоположной стороны концентратора. Для получения КИН в данном случае необходимо знать КИН для трещины вблизи типового концентратора, которой надо умножить на соответствующий j-фактор.



При создании базы данных для этой задачи использовалось два параметра: отношение длины трещины к диаметру отверстия ( $a/D$ ) и отношение длины противоположной трещины к длине рассматриваемой трещины ( $a_0/a$ ).

Для решения этой задачи было создано 49 моделей с различными параметрами, полученные результаты показаны на рис. 6 и в таблице 4. На рис. 3 по оси абсцисс отложено отношение  $a/D$  в логарифмическом масштабе.

Рис. 6

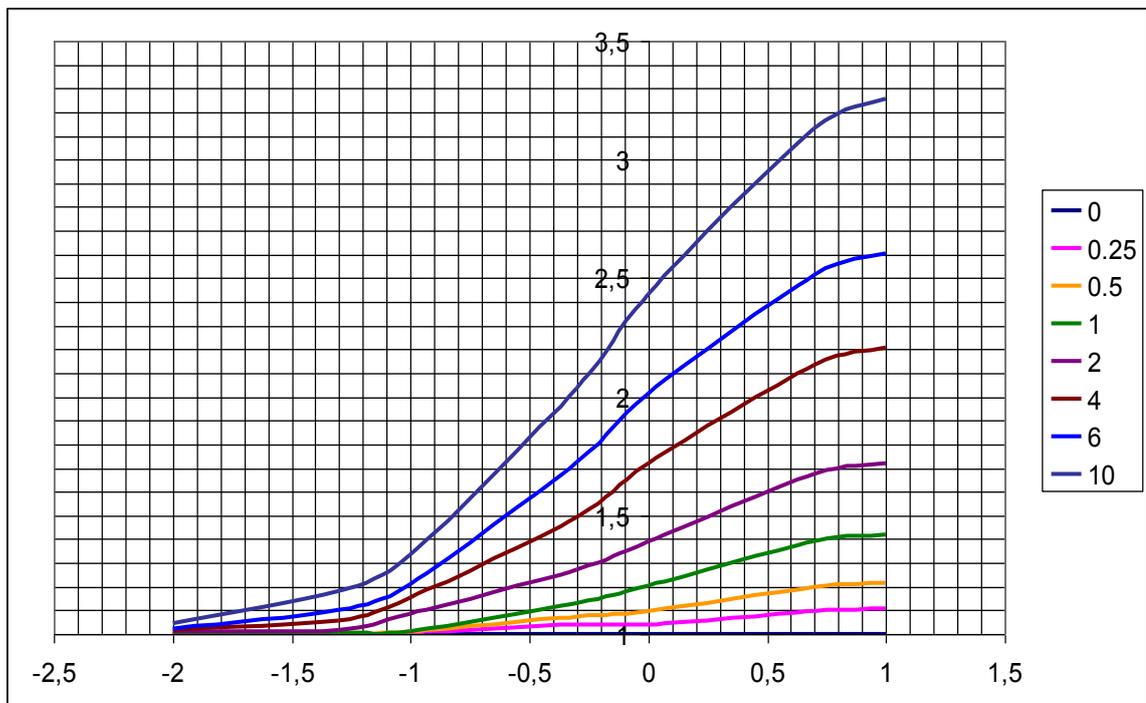
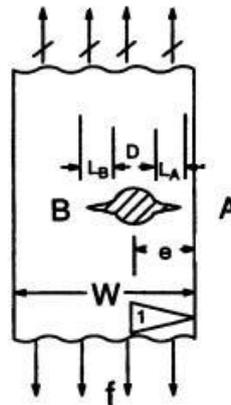


Таблица 4.

	0	0,25	0,5	1	2	4	6	10
--	---	------	-----	---	---	---	---	----

a/a								
a/D								
0,01	1	1,001123	1,001247	1,002494	1,008529	1,016917	1,023975	1,042939
0,05	1	1,001237	1,001493	1,005293	1,019262	1,057467	1,100305	1,178995
0,1	1	1,008026	1,008528	1,011313	1,083719	1,152016	1,208367	1,33194
0,5	1	1,037142	1,072677	1,130458	1,273982	1,495189	1,727471	2,036069
1	1	1,038896	1,095491	1,202422	1,393199	1,71868	2,013144	2,435588
5	1	1,098016	1,200231	1,392389	1,674098	2,134065	2,511147	3,13195
10	1	1,106587	1,216171	1,420866	1,721	2,20742	2,604529	3,256278

**Определение j – фактора влияния края пластины.** Рассмотрим теперь случай конечной пластины. Пусть от концентратора напряжений распространяются две трещины, причем расстояние от центра отверстия до края пластины сравнимо с длиной трещины.



Для получения КИН в данном случае необходимо ввести поправку на влияние близости трещины к краю пластины. Очевидно, что эти поправки для трещин, растущих к краю (назовем её А) и от края (назовем её В) будут различными. Соответственно были получены два различных j-фактора. Эти факторы были получены в зависимости от двух параметров:

(обозначения см. на схеме)  $\frac{2e - L_A + L_B}{2W}$  (назовем его P1) и

$\frac{D + L_A + L_B}{2e - L_A + L_B}$  (назовем его P2). Такая необычная параметризация была введена, так как её

часто можно встретить в зарубежной литературе.

Пример используемой КЭ модели представлен в Приложении. Полученные результаты для трещины А приведены на рис. 7 и в таблице 5, а для трещины В на рис. 8 и в таблице 6. а рисунках по оси абсцисс отложен величина P2, а в качестве параметра был использован P1.

Рис.7

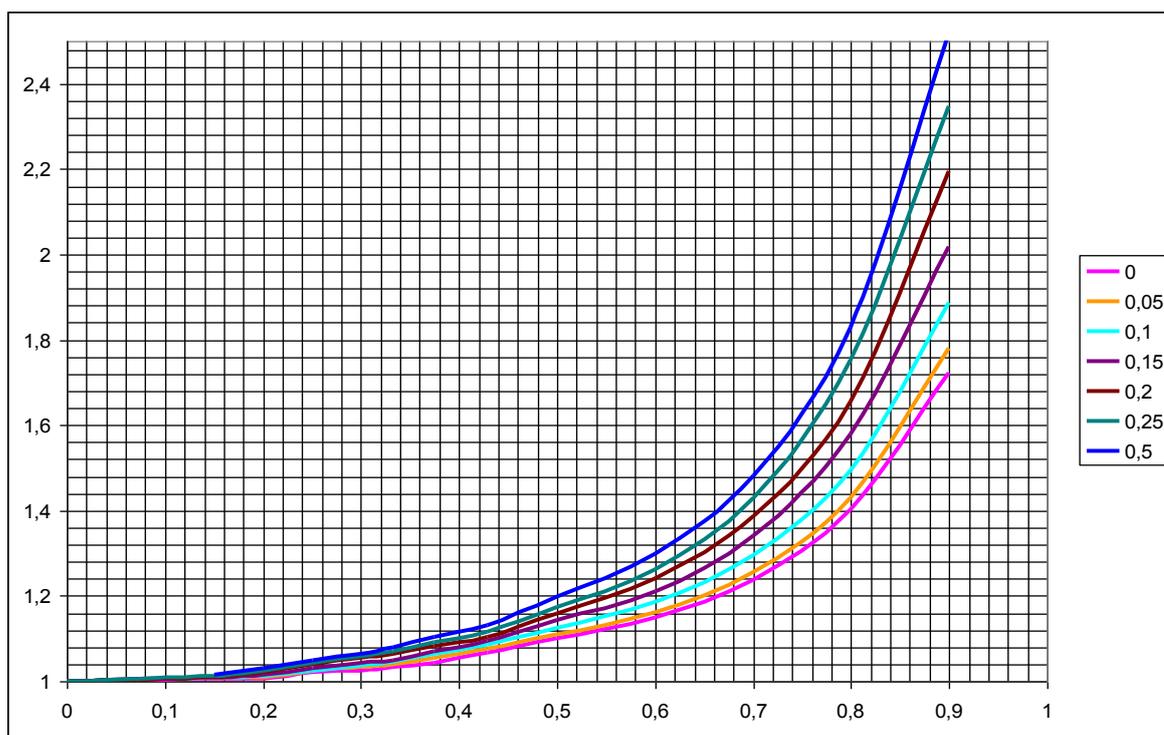


Таблица 5

P1 \ P2	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,5
0	1	1	1	1	1	1	1
0,15	1,006837	1,007843	1,008749	1,009256	1,009737	1,012495	1,014686
0,2	1,007007	1,010119	1,01265	1,015744	1,021977	1,02512	1,029243
0,25	1,020787	1,023646	1,025218	1,030488	1,039178	1,042974	1,048332
0,3	1,023306	1,03342	1,038092	1,043802	1,054768	1,05742	1,064721
0,333	1,034475	1,039697	1,044398	1,050143	1,063796	1,070602	1,079213
0,375	1,043326	1,05544	1,064648	1,071069	1,081349	1,091852	1,102901
0,4286	1,068555	1,07671	1,084049	1,095364	1,105015	1,117	1,132163
0,5	1,10086	1,108418	1,125264	1,14392	1,157709	1,173931	1,198264
0,6	1,149964	1,160907	1,185776	1,21164	1,239494	1,262374	1,300176
0,7	1,236509	1,25541	1,296196	1,340961	1,385726	1,428502	1,483214
0,8	1,402638	1,430491	1,495152	1,578713	1,656306	1,751805	1,828403
0,9	1,723461	1,779514	1,887615	2,0194	2,195476	2,34897	2,516789

Рис.8

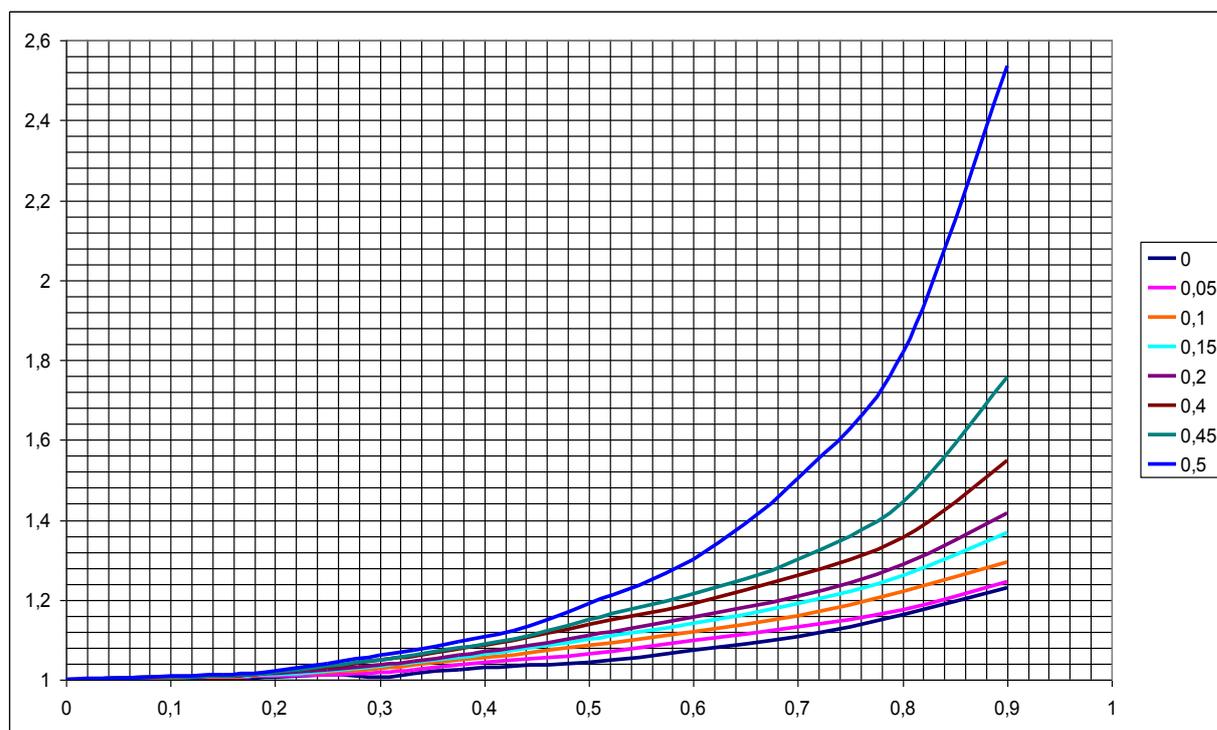


Таблица 6

P1 \ P2	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,4	0,45	0,5
0	1	1	1	1	1	1	1	1
0,15	1,004385	1,006278	1,007467	1,008181	1,008657	1,009848	1,010182	1,011518
0,2	1,006988	1,008432	1,011286	1,013003	1,014148	1,017018	1,017824	1,021049
0,25	1,011682	1,012178	1,018288	1,021976	1,024435	1,030619	1,032362	1,039335
0,3	1,007166	1,019756	1,02894	1,0345	1,038207	1,047557	1,0502	1,06077
0,333333	1,014073	1,024724	1,03591	1,042695	1,047218	1,058649	1,061889	1,074847
0,375	1,024958	1,035745	1,048202	1,056381	1,061834	1,075643	1,079566	1,095256
0,42857	1,033999	1,047937	1,062306	1,072901	1,079964	1,097916	1,101583	1,121977
0,5	1,041923	1,065072	1,085828	1,101028	1,111162	1,137087	1,150928	1,191062
0,6	1,073886	1,097435	1,120921	1,141631	1,155438	1,191018	1,21499	1,300238
0,7	1,10784	1,130658	1,158768	1,18884	1,208962	1,26133	1,29987	1,501583
0,8	1,160981	1,175494	1,219681	1,260331	1,287433	1,355895	1,445798	1,818777
0,9	1,229778	1,245151	1,295334	1,36759	1,415761	1,547384	1,75696	2,536695

**Пример.** Приведем пример использования вышеописанной методики для определения коэффициента интенсивности напряжения. Пусть в пластине шириной 125 см с отверстием диаметром 2 см с центром на расстоянии 12 см от края пластины. От отверстия распространяются две трещины: А – длиной 1см в рассматриваемый момент времени, и В – длиной 2 см в тот же момент. Определим КИН для обеих трещин с учетом того что пластина нагружена  $\sigma=10 \text{ кг/см}^2$ .

Определим базовый КИН для трещина А  $K = \sigma\sqrt{\pi a} = 17.7245 \text{ кгс/см}^{3/2}$ . Поправка на концентратор напряжения, учитывая, что  $a/D=0.5$ , равна 1.3044. Поправка на наличие соседней трещины, учитывая, что  $a_{\text{сосед}}/a=2$ , равна 1.01926. Поправка на конечные размеры пластины и близость трещины к краю, учитывая, что  $P1=0.1$ , а  $P2=0.2$ , равна 1.01265. Таким образом,  $Y = \prod j_{ik} = 1.3044 \cdot 1.01926 \cdot 1.01265 = 1.3457$ . Соответственно КИН  $K = K_{\text{ном}} Y = \sigma\sqrt{\pi a} Y = 17.7245 \cdot 1.3457 = 23.8518 \text{ кгс/см}^{3/2}$ . Именно этот результата и был получен в результате решения данной задачи с помощью метода конечных элементов.

Аналогично для трещины В соответствующие j – факторы равны 1.0585; 1.00149 и 1.01129. Соответственно КИН  $K = K_{\text{ном}} Y = \sigma\sqrt{\pi a} Y = 17.7245 \cdot 1.0585 \cdot 1.00149 \cdot 1.01129 = 19.0015 \text{ кгс/см}^{3/2}$ .

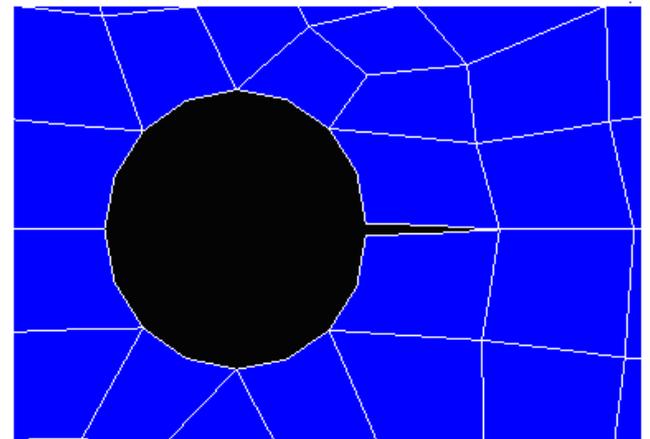
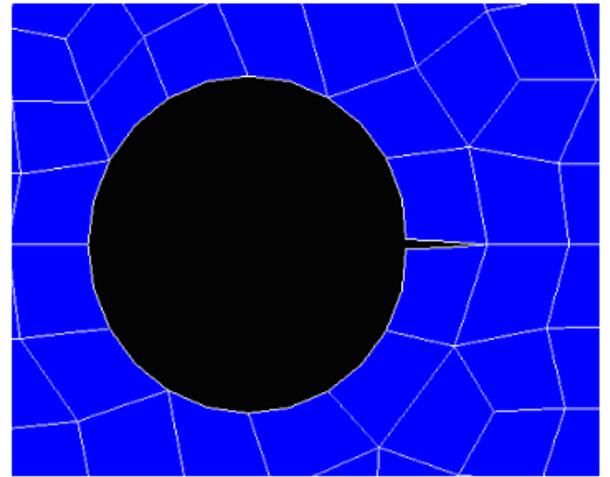
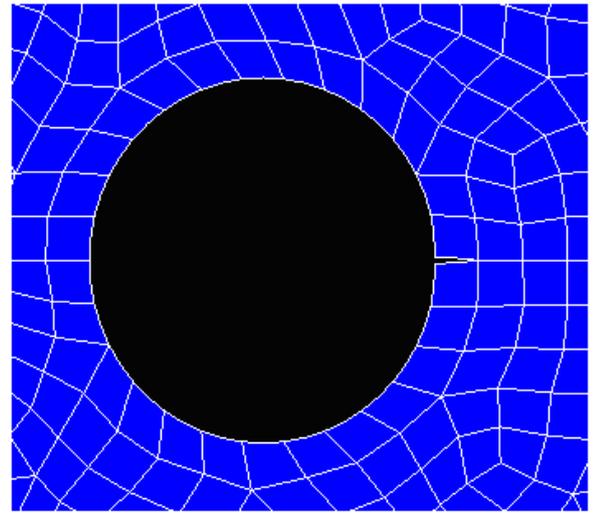
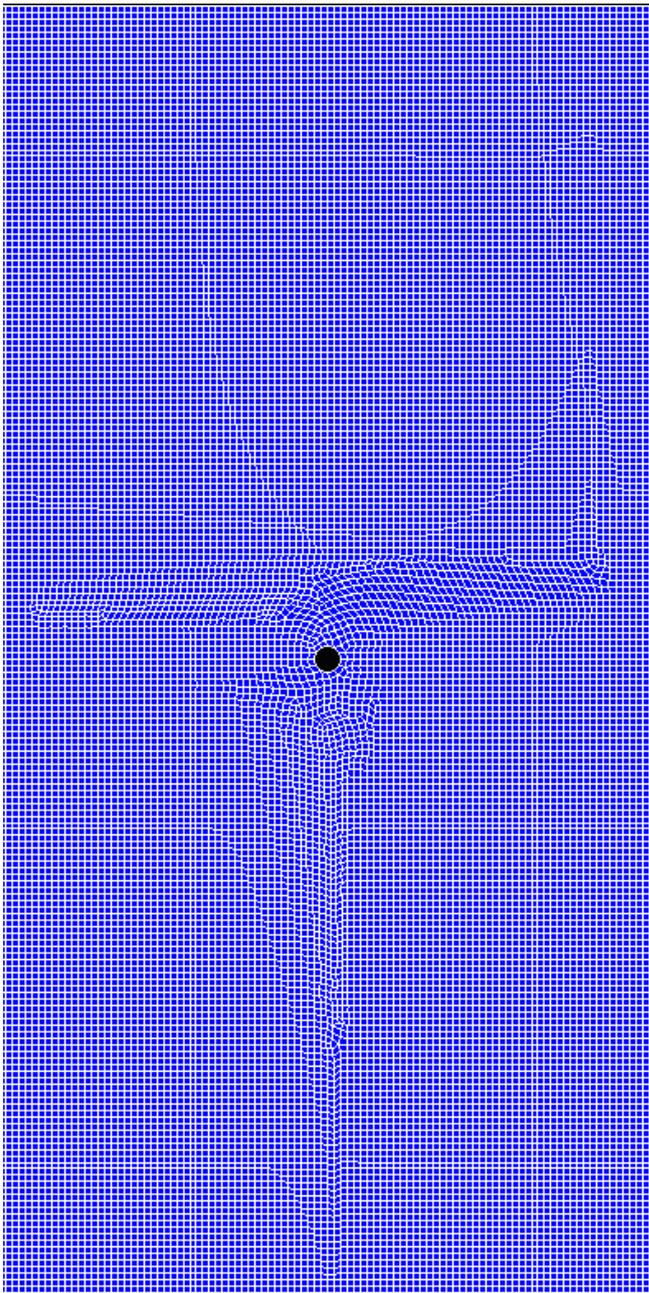
**Выводы.** Проведена работа по созданию базы данных для факторов, влияющих на Коэффициент Интенсивности Напряжения (КИН). Были вычислены некоторые основные факторы для типовых трещин, встречающихся в авиационных конструкциях.

Полученные результаты не являются полной и окончательной базой данных. Они могут и будут дополняться и уточняться в дальнейших работах.

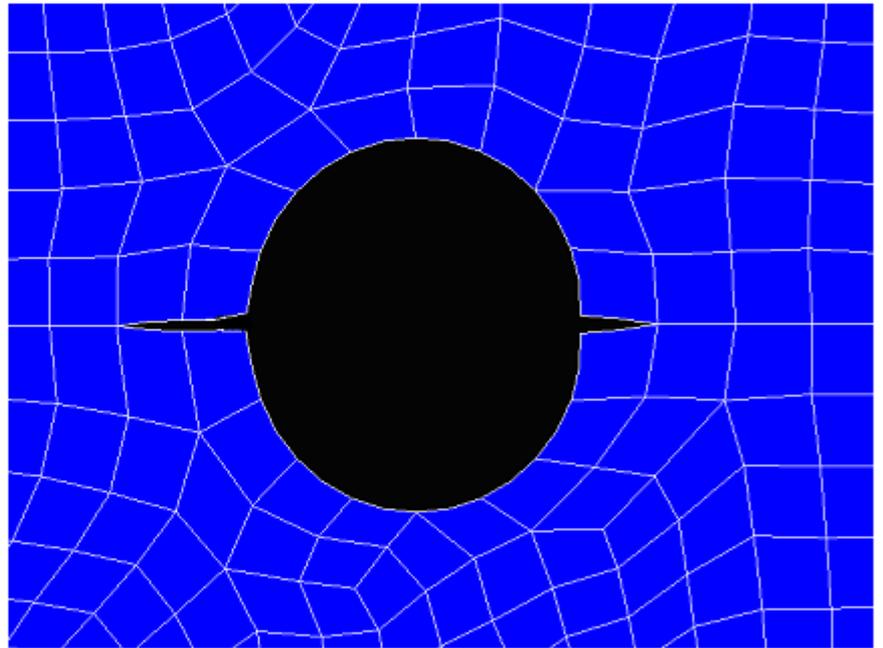
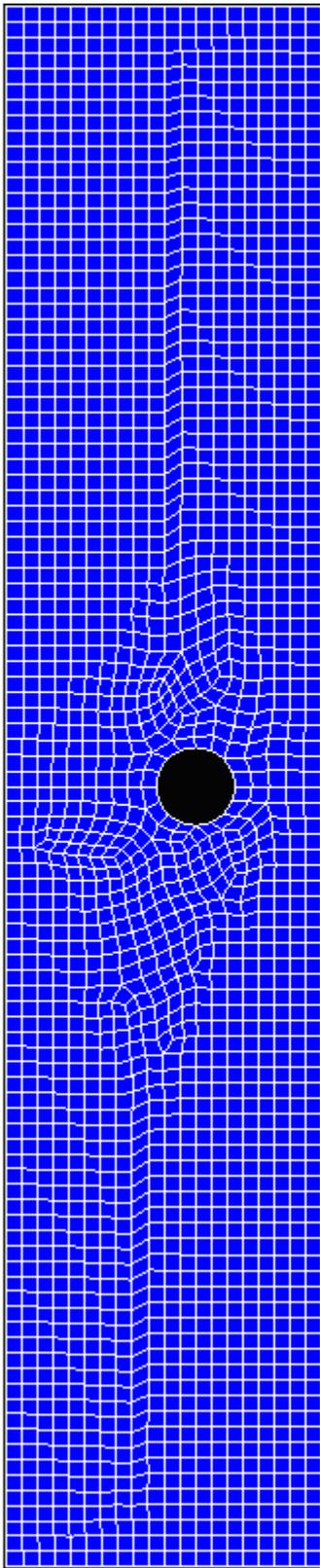
Выполненные в данной работе параметрические исследования позволяют вычислить КИНЫ для любого сочетания ширины панели, диаметра отверстия, эксцентриситета и длины трещины, не прибегая к конечно-элементному анализу.

Использование полученных результатов ускорит и унифицирует процесс определения скорости роста усталостных трещин, позволит выполнять расчеты живучести специалистам, не знакомым с МКЭ.

## Приложение



Пример КЭ модели бесконечной пластины с трещиной у типового концентратора



Пример КЭ модели пластины конечных размеров с двумя трещинами у типового концентратора

### **Сведения об авторах**

Сысоева Вера Владимировна, магистр, инженер-конструктор ОАО «Московский вертолетный завод им. М.Л.Миля», Москва, Россия, e-mail: v\_primavera87@mail.ru