

УДК 681.5

Управление группой квадрокоптеров методом вариационного аналитического программирования

Дивеев А.И.^{1*}, Конырбаев Н.Б.^{2},**

*¹Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление»
Российской академии наук, ФИЦ ИУ РАН, ул. Вавилова, 44/2, Москва,
119333, Россия*

*²Российский университет дружбы народов,
ул. Миклухо-Маклая, 6, Москва, 117198, Россия*

**e-mail: aidiveev@mail.ru*

***e-mail: n.konyrbaev@mail.ru*

Аннотация

Рассмотрена прикладная задача мониторинга области с помощью группы квадрокоптеров. Задача решается в два этапа. На первом этапе решаем задачу поиска оптимальных маршрутов для каждого квадрокоптера. Задача является разновидностью задачи коммивояжера для группы объектов в трехмерном пространстве и относится к классу NP-трудных вычислительных задач. Для решения задачи применяем вариационный генетический алгоритм. На втором этапе решаем задачу синтеза управления квадрокоптерами для их оптимального движения по найденным маршрутам. Для решения задачи синтеза используем новый метод символьной регрессии, метод вариационного аналитического программирования.

Ключевые слова: синтез системы управления, метод вариационного аналитического программирования, летающий робот, задача маршрутизации группы квадрокоптеров.

Введение

Широкое распространение разнообразных робототехнических устройств требует от разработчиков создания эффективных технологий для проектирования разнообразных систем управления. Поскольку скорость создания робототехнических устройств с использованием технологии 3D-печати все время увеличивается, то процесс разработки систем автоматического управления для таких объектов также должен быть максимально автоматизирован. В настоящий период наиболее популярным методом автоматического построения систем управления является метод аналитического конструирования оптимальных регуляторов [1], который состоит в расчете оптимальных значений по квадратичному критерию коэффициентов усиления в пропорциональном регуляторе обратной связи. Не менее популярным при создании систем управления является использование более сложных пропорционально-интегрально-дифференцирующих (ПИД) регуляторов [2]. Данные методы синтеза хорошо изучены и показали свою работоспособность в основном для линейных стационарных систем управления. В других случаях используется приближенные не оптимальные методы синтеза [3]. Для нелинейных систем управления и произвольных функционалов, описывающих произвольные

цели и критерии качества управления, точные аналитические решения задачи синтеза возможно только для очень несложных математических моделей объектов управления [4]. Дополнительные сложности возникают при разработке систем управления группой объектов, так как здесь помимо возрастания размерности задачи возникает проблема избегания столкновения между объектами [5].

Формально решение задачи синтеза управления состоит в нахождении многомерной, возможно нелинейной функции управления, аргументами которой являются компоненты вектора состояния объекта управления. Нахождение данной функции и ее реализация на бортовом процессоре объекта управления должно обеспечить достижение объектом цели управления с оптимальным значением критерия качества, причем из различных начальных состояний объекта. Возможность построения численного метода для получения структуры и параметров математического выражения сложной функции появилась после создания генетического программирования [6], которое в отличие от генетического алгоритма позволяет находить не только оптимальные числовые векторы, но и оптимальные коды программ или аналитические выражения. Метод генетического программирования открыл возможность с помощью эволюционных алгоритмов искать любые конструкции, структуры, математические выражения и т.п., в соответствие с заданным критерием оптимальности. Данные методы называются методами символьной регрессии. Все методы символьной регрессии кодируют искомую структуру

определенным образом и осуществляют поиск решения эволюционным алгоритмом. На основе методов символьной создано несколько численных алгоритмов для решения задачи синтеза управления [7]. Наиболее эффективный метод символьной регрессии, метод сетевого оператора [8] позволяет кодировать математическое выражение в виде ориентированного графа, а поиск решения осуществляет с помощью вариационного генетического алгоритма, в котором генетические операции выполняются на множествах кодов малых вариаций базисного решения. Недостатком метода сетевого оператора является то, что он может искать математические выражения, построенные только из функций с одним или двумя аргументами. Применение принципа малых вариаций базисного решения в методах символьной регрессии позволяет сократить область поиска и улучшить скорость нахождения оптимального решения за счет построения, возможно из субъективных предположений базисного решения. В задачах синтеза управления базисное решение представляет собой некоторую простую структуру системы управления по обратной связи. Сегодня такие структуры строятся разработчиками на основе опыта и результатов исследования задачи управления. Применение принципа малых вариаций базисного решения к методу символьной регрессии, методу аналитического программирования [9] привело к созданию вариационного аналитического программирования [10] с помощью которого было решено несколько задач синтеза управления [11 - 13]. В отличие от метода сетевого оператора метод вариационного аналитического программирования может находить

математические выражения, содержащие функции с любым числом аргументов. Особенно это важно при поиске математических выражений, содержащих операторы условия, так как оператор условия (if) очевидно представить в виде функций с тремя аргументами: первый аргумент – значение, которое проверяют на удовлетворение условию, второй аргумент – значение функции, если условие выполнено, третий аргумент – значение функции, если условие не выполнено. Проблему возможности представления функции с большим количеством аргументов набором функций только с одним и двумя аргументами, например, замена оператора условия набором функций сложения с функцией Хэвисайда, в данном случае не существенна, так как поиск кода составной функции всегда сложнее поиска кода одной функции. При использовании в методе только функций с одним и двумя аргументами привело к созданию компактного метода бинарного вариационного аналитического программирования [14].

В рассматриваемой задаче мониторинга местности группой квадрокоптеров заданы точки в трехмерном геометрическом пространстве некоторой определенной области. Необходимо с помощью группы квадрокоптеров пройти все заданные точки. Считаем, что все квадрокоптеры стартуют из одной точки. В каждую из заданных точек должен попасть хотя бы один квадрокоптер. Все квадрокоптеры должны вернуться в начальную точку старта.

Задачу решаем в два этапа. На первом этапе разбиваем все множество заданных точек на подмножества. Количество подмножеств равно

количеству квадрокоптеров. Каждое из подмножеств представляет собой набор точек для определенного квадрокоптера. Определяем траектории движения квадрокоптеров с помощью установления порядка прохождения точек каждым квадрокоптером. Упорядочивание точек в подмножествах выполняем по критерию минимальной длины суммарного пути всех квадрокоптеров.

На втором этапе решаем задачу синтеза системы управления квадрокоптером. Система управления включает систему стабилизации квадрокоптера относительно заданной точки в пространстве состояний квадрокоптера. В данном случае считаем, что геометрическое трехмерное пространство является подпространством пространства состояний квадрокоптера, в которое вместе с геометрическими координатами центра масс квадрокоптера входят координаты углов, угловых и линейных скоростей квадрокоптера. Система стабилизации квадрокоптера должна обеспечить устойчивость квадрокоптера относительно заданной точки в пространстве состояний. В систему управления квадрокоптером вместе с системой стабилизации входит блок переключения точек, который осуществляет при достижении квадрокоптером окрестности заданной точки пространства состояний переключение текущей точки на следующую точку геометрического трехмерного подпространства состояний.

Задача нахождения траекторий движения квадрокоптеров, представляет собой расширение известной задачи коммивояжера к задаче поиска путей для группы коммивояжеров. Задача коммивояжера относится к

классу NP-полных задач, для которых не известны алгоритмы решения с полиномиальной скоростью сходимости. Имеется много различных способов нахождения приближенного решения задачи коммивояжера. Точное решение задачи возможно построить методом ветвей и границ [15] для небольшого количества точек. В настоящей работе для решения задачи коммивояжера используем вариационный генетический алгоритм.

При решении задачи второго этапа, задачи синтеза управления используем новый метод символьной регрессии, метод вариационного аналитического программирования [10 - 13]. Метод представляет собой поиск закодированного специальным образом математического выражения, описывающего функциональную зависимость управления от координат пространства состояний, с помощью эволюционного генетического алгоритма. Разработка нового метода для решения задачи синтеза управления является основным теоретическим результатом работы. Задача синтеза управления является существенно более сложной и практически важнее, чем NP-полная задача коммивояжера.

Синтез системы управления летающим роботом

Рассмотрим задачу мониторинга района двумя квадрокоптерами. Для проведения мониторинга были заданы 23 точки в трехмерном пространстве.

Координаты точек имели следующие значения:

$$P_0 = ([8,5 \ 18 \ 3,5]^T, [8,5 \ 15 \ 8,5]^T, [6 \ 11 \ 8,5]^T, [1 \ 12 \ 7]^T, [2 \ 10 \ 4,5]^T, \\ [5,5 \ 12 \ 5,5]^T, [5,5 \ 15 \ 3]^T, [0 \ 18 \ 0]^T, [8 \ 16 \ 4]^T, [16 \ 10 \ 4]^T, [20 \ 10 \ 10]^T,$$

$$[20 \ 10 \ 16]^T, [16 \ 12 \ 12]^T, [12 \ 16 \ 8]^T, [8 \ 18 \ 4]^T, [4 \ 20 \ 0]^T, [8 \ 24 \ -4]^T, \\ [16 \ 30 \ -8]^T, [20 \ 30 \ -10]^T, [16 \ 28 \ -12]^T, [12 \ 26 \ -8]^T, [8 \ 22 \ -4]^T, [4 \ 20 \ 0]^T).$$

Специально для усложнения задачи во множество точек введены две одинаковые точки. На первом этапе решали задачу поиска оптимальных траекторий, т.е. задачу поиска оптимальных путей в трехмерном пространстве для двух квадрокоптеров.

Каждый из квадрокоптеров должен начать движение из начало координат точки $[0 \ 0 \ 0]^T$, пройти половину точек и вернуться обратно в начальную точку. Считаем, что первый квадрокоптер проходит первые 12 точек, а второй квадрокоптер с учетом одной повторяющейся точки, должен пройти остальные 11 точек.

При неоптимальном распределении точек общая длина пути двух квадрокоптеров составила величину 222,9 м. Первый квадрокоптер проходил 114,3 м., второй квадрокоптер 108,6 м.

После применения вариационного генетического алгоритма, которые переставлял точки во множестве, было получено следующее упорядоченное множество точек:

$$\tilde{P}_0 = ([8,5 \ 18 \ 3,5]^T, [8 \ 18 \ 4]^T, [8 \ 16 \ 4]^T, [5,5 \ 15 \ 3]^T, [5,5 \ 12 \ 5]^T, \\ [6 \ 11 \ 8,5]^T, [8,50 \ 15 \ 8,5]^T, [12 \ 16 \ 8]^T, [16 \ 12 \ 12]^T, [20 \ 10 \ 16]^T, [20 \ 10 \ 10]^T, \\ [16 \ 10 \ 4]^T, [2 \ 10 \ 4,5]^T, [1 \ 12 \ 7]^T, [0 \ 18 \ 0]^T, [4 \ 20 \ 0]^T, [4 \ 20 \ 0]^T, \\ [8 \ 22 \ -4]^T, [8 \ 24 \ -4]^T, [12 \ 26 \ -8]^T, [16 \ 30 \ -8]^T, [20 \ 30 \ -10]^T, [16 \ 28 \ -12]^T).$$

Как и следовало ожидать, генетический алгоритм нашел решение, в котором две одинаковые точки расположены рядом, так как между ними нулевое расстояние.

Длина найденного оптимального пути составила 178,4 м. Первые квадрокоптер прошел 11 первых точек из оптимального множества. Длина пути первого квадрокоптера составила 86,7 м. Длина пути второго квадрокоптера составила 91,7 м.

На втором этапе решали задачу синтеза системы управления квадрокоптера разработанным в диссертации методом вариационного аналитического программирования.

Задача синтеза оптимального управления летающим роботом

Модель объекта управления задана в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений [16]

$$\ddot{x} = -\frac{T}{m} \sin \theta, \quad (1)$$

$$\ddot{y} = \frac{T}{m} \cos \gamma \cos \theta - g, \quad (2)$$

$$\ddot{z} = \frac{T}{m} \cos \theta \sin \gamma, \quad (3)$$

$$\ddot{\gamma} = \frac{M_x}{I_x}, \quad (4)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{M_z}{I_z}, \quad (5)$$

где

$$T = |u_1| + |u_2| + |u_3| + |u_4|, \quad (6)$$

$$M_x = (u_1 + u_2 - u_3 - u_4)l, \quad (7)$$

$$M_z = (u_1 - u_2 - u_3 + u_4)l, \quad (8)$$

u_i - величина силы тяги i -го винта, $i=1,2,3,4$, $g = 9,81 \text{ м/с}^2$, I_x -момент инерции вокруг оси OX, $I_x = 0,03 \text{ кгм}^2$, I_z - момент инерции вокруг оси OZ, $I_z = 0,03 \text{ кгм}^2$, m - масса квадрокоптера, $m = 1 \text{ кг}$, l - расстояние между противоположными винтами, $l = 1 \text{ м}$, M_x -момент вокруг оси OX, M_z -момент вокруг оси OZ, T - сила тяги винтов квадрокоптера.

Заданы точки пространственной траектории в виде упорядоченного множества значений векторов из трех компонент

$$P = ([x_1 \ y_1 \ z_1]^T, \dots, [x_M \ y_M \ z_M]^T). \quad (9)$$

Критерием качества управления являлись функционалы

$$J_1 = \sum_{i=1}^M \sqrt{(x(t_i) - x_i)^2 + (y(t_i) - y_i)^2 + (z(t_i) - z_i)^2} \rightarrow \min, \quad (10)$$

$$J_2 = t_M \rightarrow \min, \quad (11)$$

где

$$t_i = \begin{cases} t, & \text{если } \left(\sqrt{(x(t) - x_i)^2 + (y(t) - y_i)^2 + (z(t) - z_i)^2} < \delta \right) \wedge (t - t_{i-1} < \Delta t), \\ t_{i-1} + \Delta t, & \text{если } \Delta t \leq t - t_{i-1} \end{cases},$$

$$i \leftarrow i + 1, \text{ если } (i < M) \wedge \left(\sqrt{(x(t) - x_i)^2 + (y(t) - y_i)^2 + (z(t) - z_i)^2} < \delta \right) \vee (\Delta t \leq t - t_{i-1})$$

,

$$\Delta t = 8 \text{ с.}, \delta = 0,25 \text{ м.}, t_0 = 0.$$

Для системы были заданы следующие начальные значения: $x(0) = \pm 1 \text{ м.},$
 $\dot{x}(0) = 0 \text{ м/с.}, y(0) = 20 \pm 1 \text{ м.}, \dot{y}(0) = 0 \text{ м/с.}, z(0) = 0 \text{ м.}, \dot{z}(0) = 0 \text{ м/с.}, \gamma(0) = 0 \text{ рад.},$
 $\dot{\gamma}(0) = 0 \text{ рад/с.}, \theta(0) = 0 \text{ рад.}, \dot{\theta}(0) = 0 \text{ рад/с.}$

На управление были наложены ограничения

$$T^- \leq T \leq T^+, \quad (12)$$

$$M_x^- \leq M_x \leq M_x^+, \quad (13)$$

$$M_z^- \leq M_z \leq M_z^+, \quad (14)$$

где $T^- = 6 \text{ Н}, T^+ = 16 \text{ Н}, M_x^- = -0,1 \text{ Нм}, M_x^+ = 0,1 \text{ Нм}, M_z^- = -0,1 \text{ Нм},$

$M_z^+ = 0,1 \text{ Нм},$

Для синтеза систем управления использовали объединённое множество переменных, параметров и функций следующего вида:

$$F = \left(f_1 = x_i^f - x, f_2 = y_i^f - y, f_3 = z_i^f - z, f_4 = \dot{x}, f_5 = \dot{y}, f_6 = \dot{z}, f_7 = \gamma, f_8 = \dot{\gamma}, \right.$$

$$f_9 = \theta, f_{10} = \dot{\theta}, f_{11} = q_1, f_{12} = q_2, f_{13} = q_3, f_{14} = q_4, f_{15} = q_5, f_{16} = q_6, f_{17} = q_7,$$

$$f_{18} = q_8, f_{19} = q_9, f_{20} = q_{10}, f_{21} = q_{11},$$

$$f_{22}(a) = \text{sgn}(a)a^2, f_{23}(a) = a^2, f_{24}(a) = -a,$$

$$f_{25}(a) = \text{sgn}(a)\sqrt{|a|}, f_{26}(a) = a^{-1}, f_{27}(a) = e^a, f_{28}(a) = \ln|a|, f_{29}(a) = \frac{1 - e^{-a}}{1 + e^{-a}},$$

$$f_{30}(a) = \begin{cases} 1, & \text{если } a \geq 0 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}, f_{31}(a) = \text{sgn}(a), f_{32}(a) = \cos(a), f_{33}(a) = \sin(a),$$

$$\begin{aligned}
f_{34}(a) &= \arctan(a), f_{35}(a) = a^3, f_{36}(a) = \sqrt[3]{a}, f_{37}(a) = \begin{cases} a, & \text{если } |a| \leq 1 \\ \operatorname{sgn}(a), & \text{иначе} \end{cases}, \\
f_{38}(a) &= \operatorname{sgn}(a) \ln(|a| + 1), f_{39}(a) = \operatorname{sgn}(a) (e^{-|a|} - 1), f_{40}(a) = \operatorname{sgn}(a) (1 - e^{-|a|}), \\
f_{41}(a) &= a/2, f_{22}(a) = 2a, f_{43}(a) = e^{|a|}, f_{44}(a) = a - a^3, \\
f_{45}(a, b) &= a + b, f_{46}(a, b) = ab, f_{47}(a, b) = \max\{a, b\}, f_{48}(a, b) = \min\{a, b\}, \\
f_{49}(a, b) &= a + b - ab, f_{50}(a, b) = \operatorname{sgn}(a + b) \sqrt{a^2 + b^2}, \\
f_{51}(a, b) &= \operatorname{sgn}(a + b) (|a| + |b|), f_{52}(a, b) = \operatorname{sgn}(a + b) \max\{|a|, |b|\}, \\
f_{53}(a, b, c) &= \begin{cases} b, & \text{если } a \leq 0 \\ c, & \text{иначе} \end{cases}, f_{54}(a, b, c) = \begin{cases} c, & \text{если } a \leq b \\ -c, & \text{иначе} \end{cases}, \\
f_{55}(a, b, c) &= \begin{cases} b, & \text{если } a < b \\ c, & \text{если } (a \geq b) \wedge (a > c), \\ a, & \text{если } (a \geq b) \wedge (a \leq c) \end{cases}, \\
f_{56}(a, b, c) &= \begin{cases} b - a, & \text{если } |a - b| < |a - c| \\ c - a, & \text{иначе} \end{cases}, \quad (15)
\end{aligned}$$

При построении объединенного множества учитывались мощности множеств функций с определенным числом аргументов. В объединенном множестве (15) количество функций без аргументов $m_0 = 21$, количество функций с одним аргументом $m_1 = 23$, количество функций с двумя аргументами $m_2 = 8$ и количество функций с тремя аргументами $m_3 = 4$.

Вычислительный эксперимент

При расчете были использованы следующие параметры генетического алгоритма: число элементов для кода одной компоненты управления 32,

число возможных решений в начальном множестве 1024, число поколений 128, число возможных скрещиваемых пар в одном поколении 64, число функционалов 2, число малых вариаций в одном наборе для одного возможного решения 8, число бит для целой части параметра 4, число бит для дробной части параметра 12, число поколений между сменой базисного решения 24, число элитарных возможных решения 8, параметр для скрещивания 0,4, вероятность мутации 0,7.

Рассматривалось движение летающего робота по двум пространственным траекториям. В результате применения вариационного аналитического программирования было выбрано из множества Парето следующее оптимальное управление:

$$T = \begin{cases} T^+, & \text{если } \tilde{T} > T^+ \\ T^-, & \text{если } \tilde{T} < T^-, \\ \tilde{T}, & \text{иначе} \end{cases} \quad (16)$$

$$M_z = \begin{cases} M_z^+, & \text{если } \tilde{M}_z > M_z^+ \\ M_z^-, & \text{если } \tilde{M}_z < M_z^-, \\ \tilde{M}_z, & \text{иначе} \end{cases} \quad (17)$$

$$M_x = \begin{cases} M_x^+, & \text{если } \tilde{M}_x > M_x^+ \\ M_x^-, & \text{если } \tilde{M}_x < M_x^-, \\ \tilde{M}_x, & \text{иначе} \end{cases} \quad (18)$$

где

$$\tilde{T} = \Delta_x + \sqrt[3]{\Delta_y} - \Delta_x \sqrt[3]{\Delta_y}, \quad (19)$$

$$\tilde{M}_z = \operatorname{sgn}(\Delta_y) e^{-|\Delta_y|} \operatorname{sgn}(\mu(2\Delta_x)) \left(\ln(|\mu(2\Delta_x)| + 1) - \ln^3(|\mu(2\Delta_x)| + 1) \right) \quad (20)$$

$$\tilde{M}_x = \frac{1 - e^{-A}}{1 + e^{-A}}, \quad (21)$$

$$\mu(a) = \begin{cases} a, & \text{если } |a| < 1 \\ \text{sgn}(a) & \text{- иначе} \end{cases},$$

$$A = \min \left\{ \text{sgn}(\Delta_z) \ln(|\Delta_z| + 1), \min \left\{ \max \left\{ \text{sgn}(B) \ln(|B|), \Delta_x \right\}, q_{11} \right\} \right\},$$

$$B = f_{3,1}(\ln(q_{12} + 1), \Delta_z, \Delta_z) \ln \left(\left| f_{3,1}(\ln(q_{12} + 1), \Delta_z, \Delta_z) \right| + 1 \right),$$

$$f_{3,1}(a, b, c) = \begin{cases} c, & \text{если } a < b \\ -c & \text{иначе} \end{cases},$$

$$\Delta_y = -q_{10}\dot{y} - q_9(y - y_i) + g + \arctg(\dot{y}) + \sin(\dot{y}) + (q_6\theta)^2 - \text{sgn}(y - y_i) \sqrt{q_9|y - y_i|},$$

$$\Delta_x = -q_5\dot{\theta} - q_6\theta + q_7\dot{x} + q_8(x - x_i),$$

$$\Delta_z = -q_1\dot{\gamma} - q_2\gamma - q_3\dot{z} - q_4(z - z_i),$$

$$q_1 = 1,075, \quad q_2 = 3, \quad q_3 = 0,527, \quad q_4 = 0,324, \quad q_5 = 1,075, \quad q_6 = 3, \quad q_7 = 0,527,$$

$$q_8 = 0,324, \quad q_9 = 15,51, \quad q_{10} = 15,19, \quad q_{11} = 3,234, \quad q_{12} = 1,5625.$$

Сложное математическое выражение (16) – (21) для функции управления, которое было получено с помощью метода вариационного аналитического программирования не представляет существенной проблемы для программной реализации на борту квадрокоптера, так как само выражение в форме кода представляет собой набор целых чисел, описывающих номера элементов из множества (15). Вычисление значения функции по ее коду и значениям аргументов на борту квадрокоптера необходимо осуществлять с помощью тех же функций, которые использовались при вычислении функционала в алгоритме поиска. Заметим,

полученное математическое выражение включает функцию с тремя аргументами, оператор условия, а также функции знака и насыщения, которые не могли быть получены аналитическими методами.

В первом вычислительном эксперименте использовалось $M = 12$ точек пространственной траектории

$$\tilde{P}_0 = ([8,5 \ 18 \ 3,5]^T, [8 \ 18 \ 4]^T, [8 \ 16 \ 4]^T, [5,5 \ 15 \ 3]^T, [5,5 \ 12 \ 5]^T, \\ [6 \ 11 \ 8,5]^T, [8,50 \ 15 \ 8,5]^T, [12 \ 16 \ 8]^T, [16 \ 12 \ 12]^T, [20 \ 10 \ 16]^T, \\ [20 \ 10 \ 10]^T, [16 \ 10 \ 4]^T).$$

Результаты моделирования для четырех начальных условий

1) $x(0) = +1\text{м}, y(0) = 0\text{м};$

2) $x(0) = -1\text{м}, y(0) = 0\text{м};$

3) $x(0) = +1\text{м}, y(0) = 0\text{м};$

4) $x(0) = -1\text{м}, y(0) = 0\text{м};$

представлены на рис. 1 – 9.

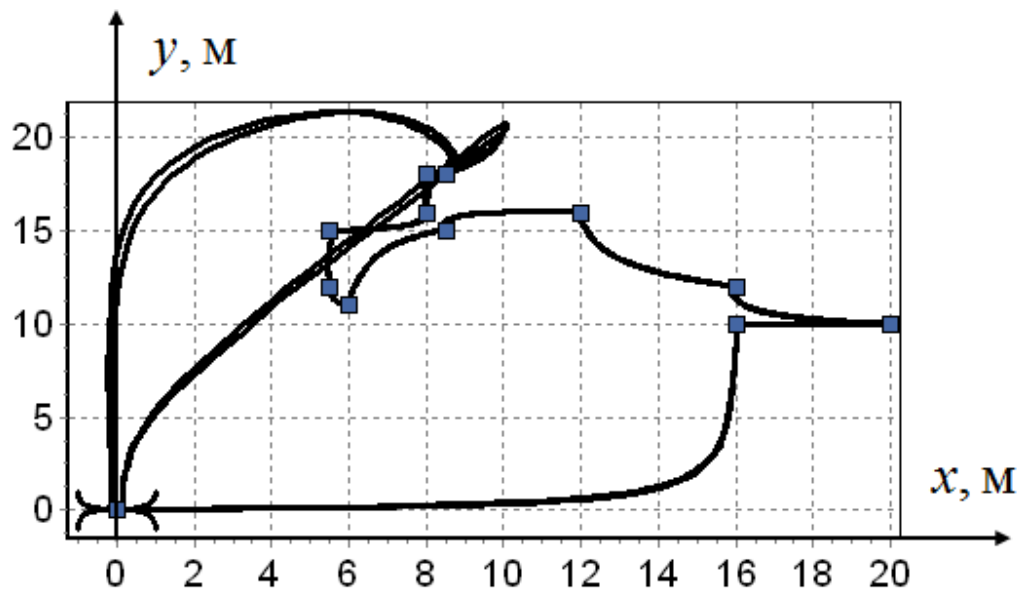


Рис. 1. Траектории движения в вертикальной плоскости $\{y, x\}$
квадрокоптера 1.

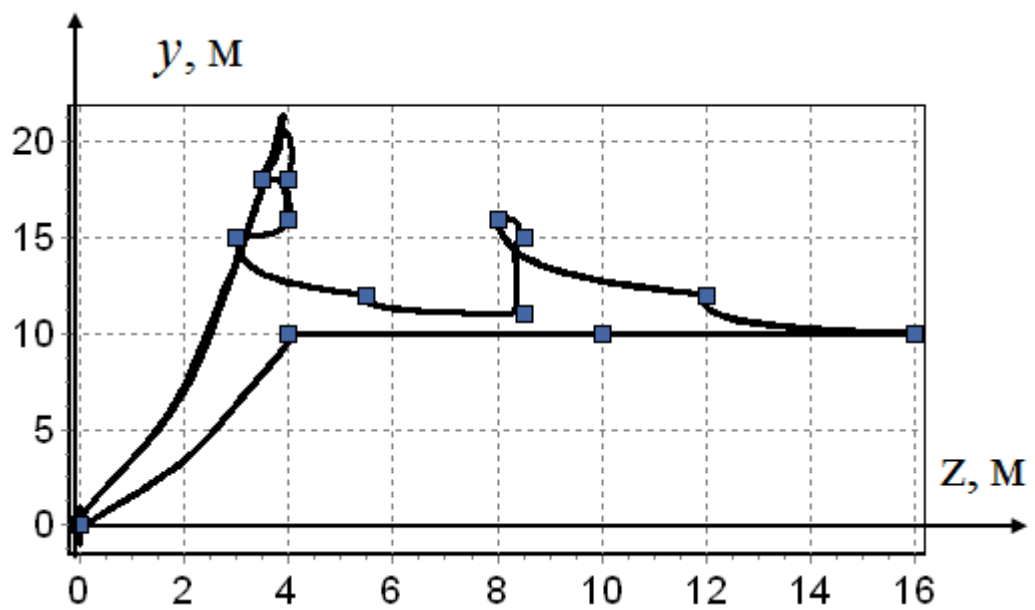


Рис. 2. Траектории движения в вертикальной плоскости $\{y, z\}$
квадрокоптера 1.

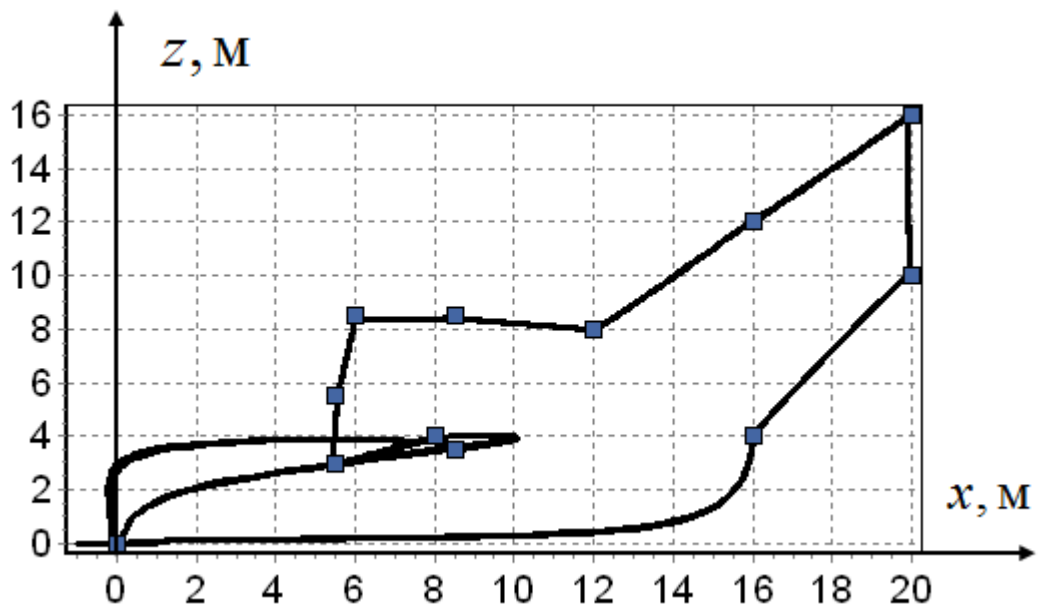


Рис. 3. Траектории движения в горизонтальной плоскости $\{z, x\}$ квадрокоптера 1.

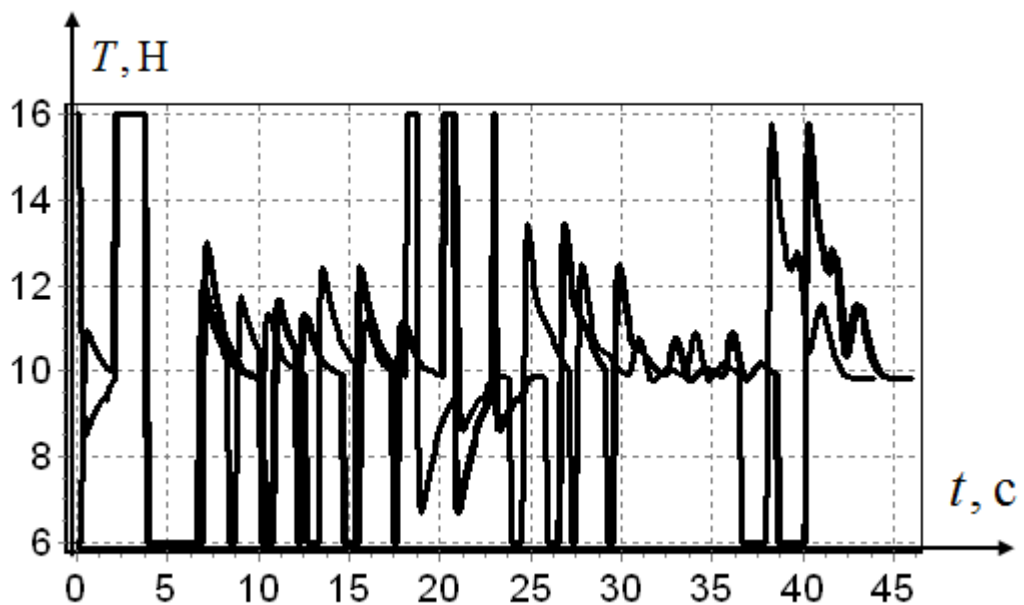


Рис. 4. Управляющая суммарная тяга T квадрокоптера 1.

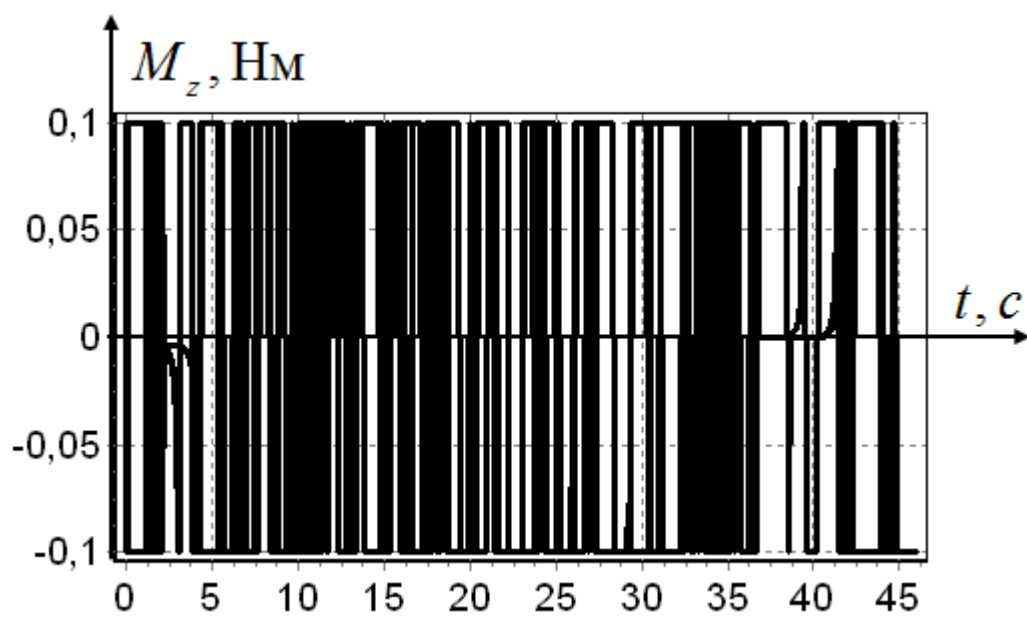


Рис. 5. Управляющий момент M_z квадрокоптера 1.

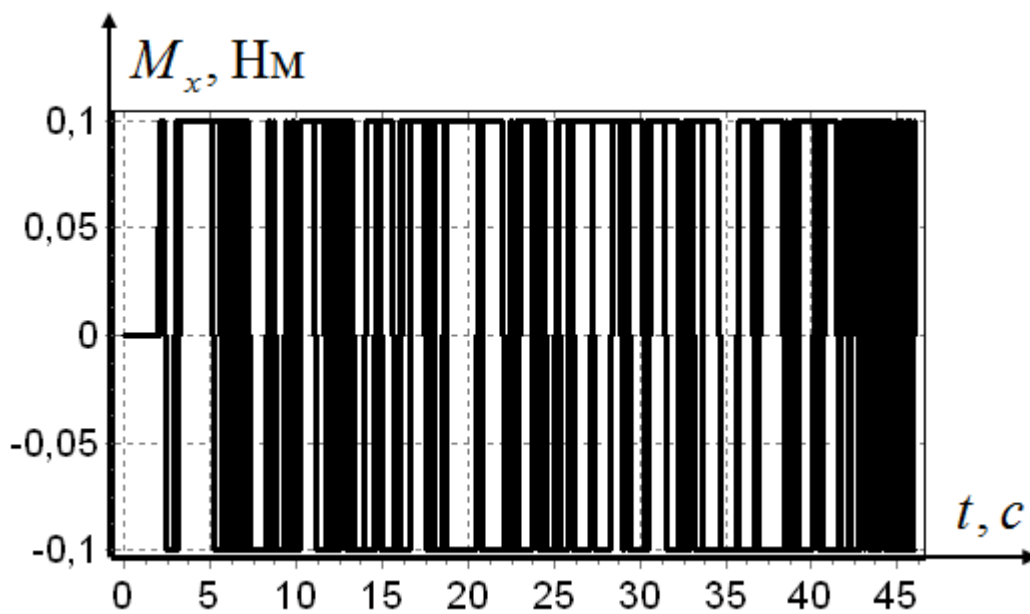


Рис. 6. Управляющий момент M_x квадрокоптера 1.

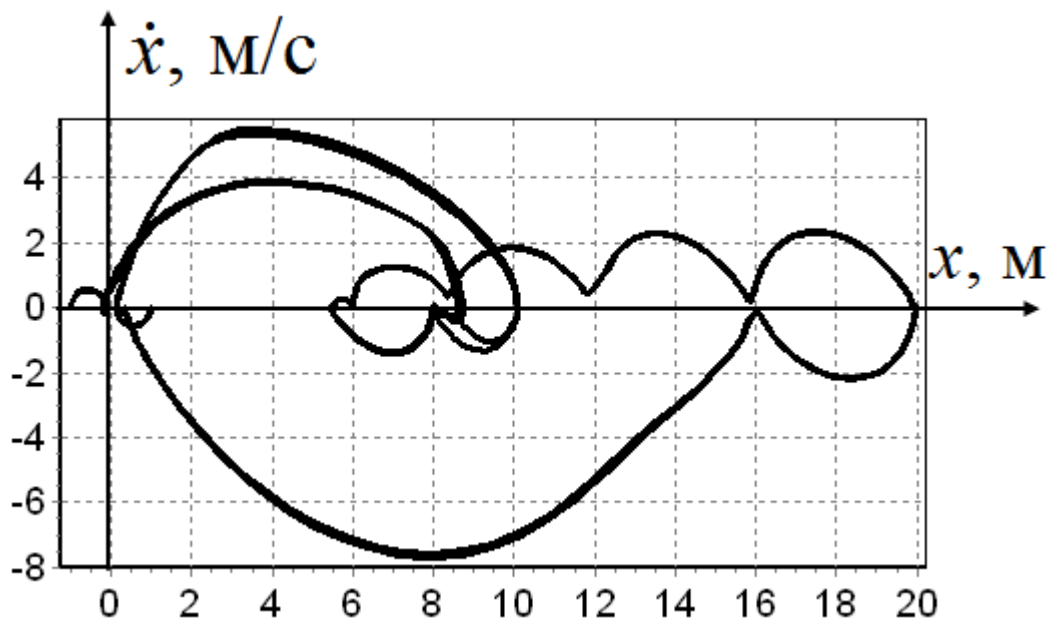


Рис. 7. Фазовый портрет координаты x квадрокоптера 1.

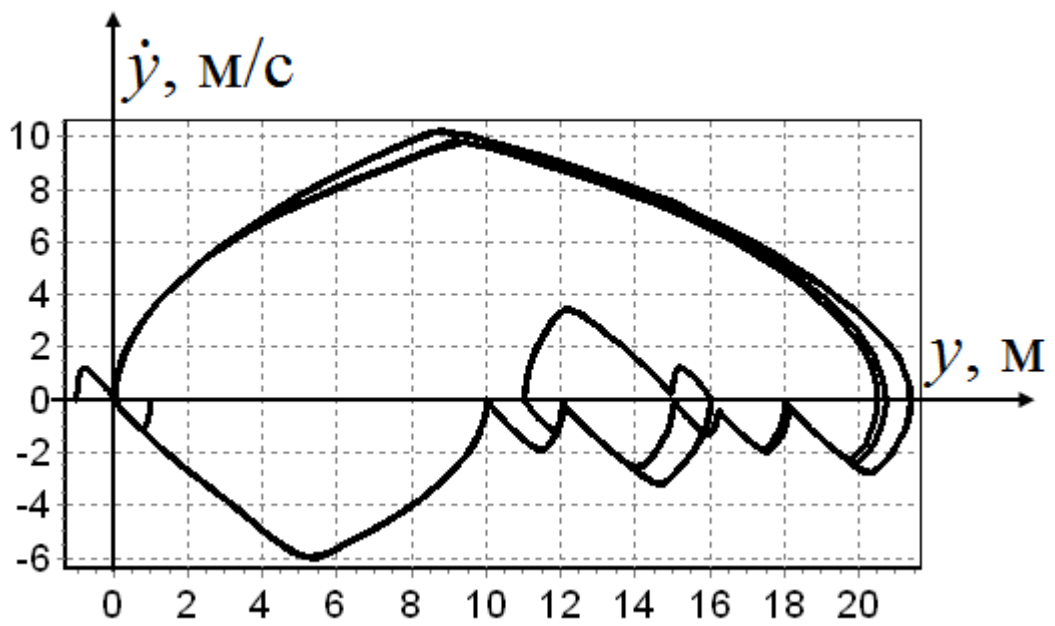


Рис. 8. Фазовый портрет координаты y квадрокоптера 1.

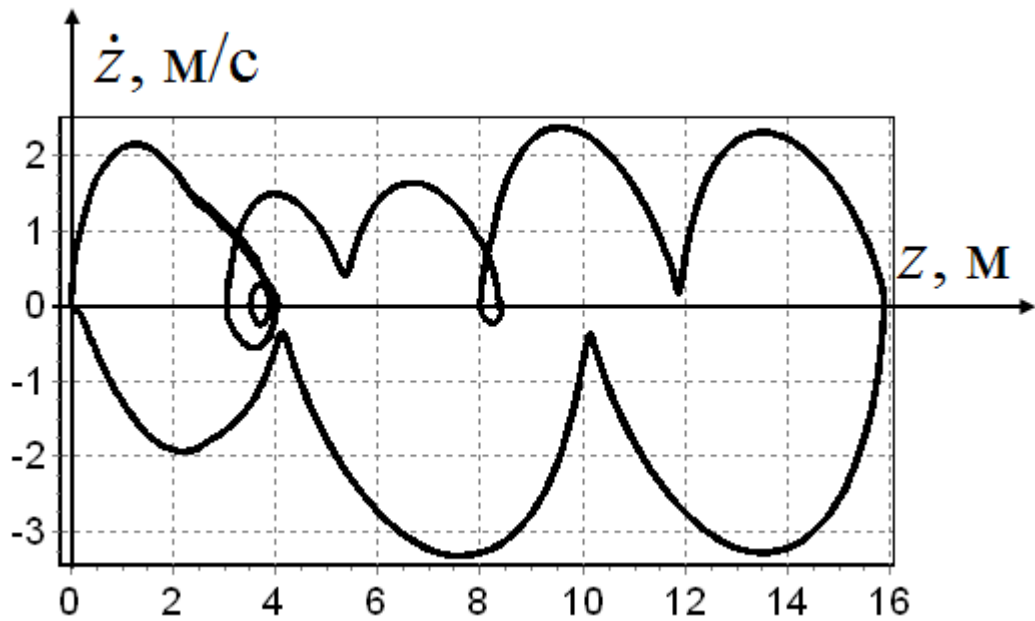


Рис. 9. Фазовый портрет координаты z квадрокоптера 1.

Как видим из рисунков начальные значения влияют только на точность достижения первой точки. Характер управления для всех начальных условий приблизительно одинаковый. Точность движения по траектории достаточно высока и не зависит от начальных условий.

Во втором вычислительном эксперименте рассматривалось движение второго квадрокоптера по остальным $M = 11$ точкам траектории

$$\tilde{P}_0 = ([2 \ 10 \ 4,5]^T, [1 \ 12 \ 7]^T, [0 \ 18 \ 0]^T, [4 \ 20 \ 0]^T, [4 \ 20 \ 0]^T, \\ [8 \ 22 \ -4]^T, [8 \ 24 \ -4]^T, [12 \ 26 \ -8]^T, [16 \ 30 \ -8]^T, [20 \ 30 \ -10]^T, [16 \ 28 \ -12]^T).$$

Результаты моделирования синтезированной системы управления для тех же начальных условий приведены на рис. 10-22.

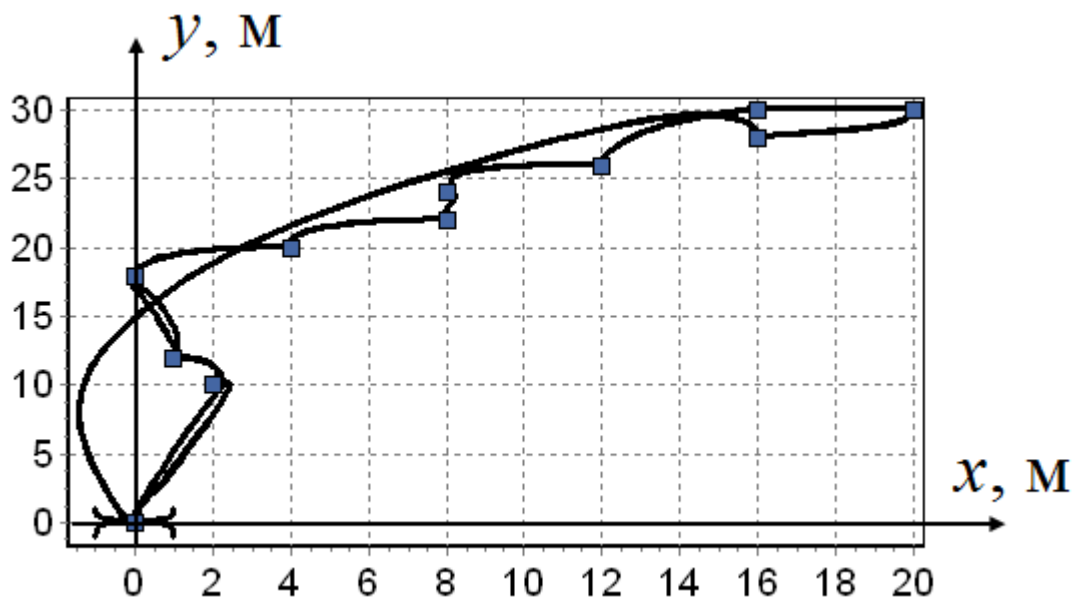


Рис. 10. Движение летающего робота в вертикальной плоскости $\{x, y\}$
квадрокоптера 2.

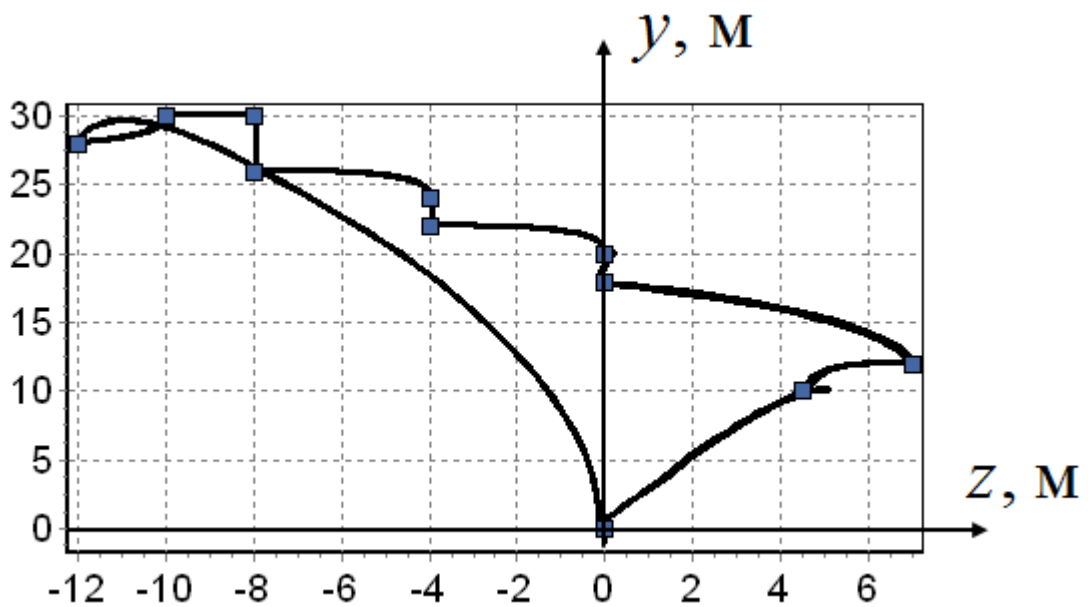


Рис. 11. Движение летающего робота в вертикальной плоскости $\{y, z\}$
квадрокоптера 2.

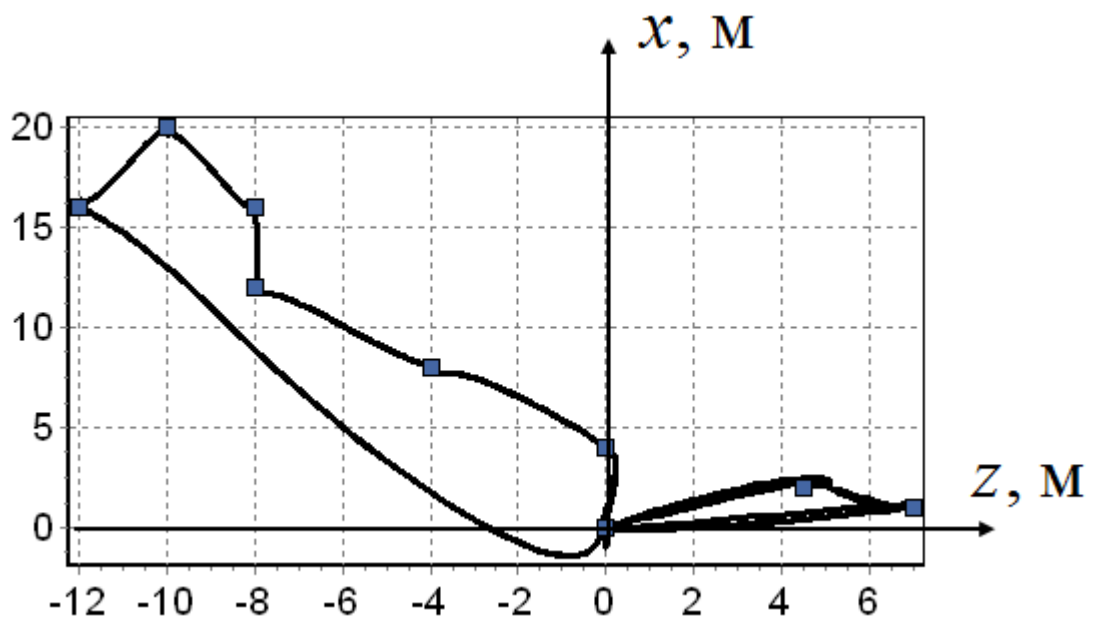


Рис. 12. Движение летающего робота в горизонтальной плоскости $\{x, z\}$ квадрокоптера 2.

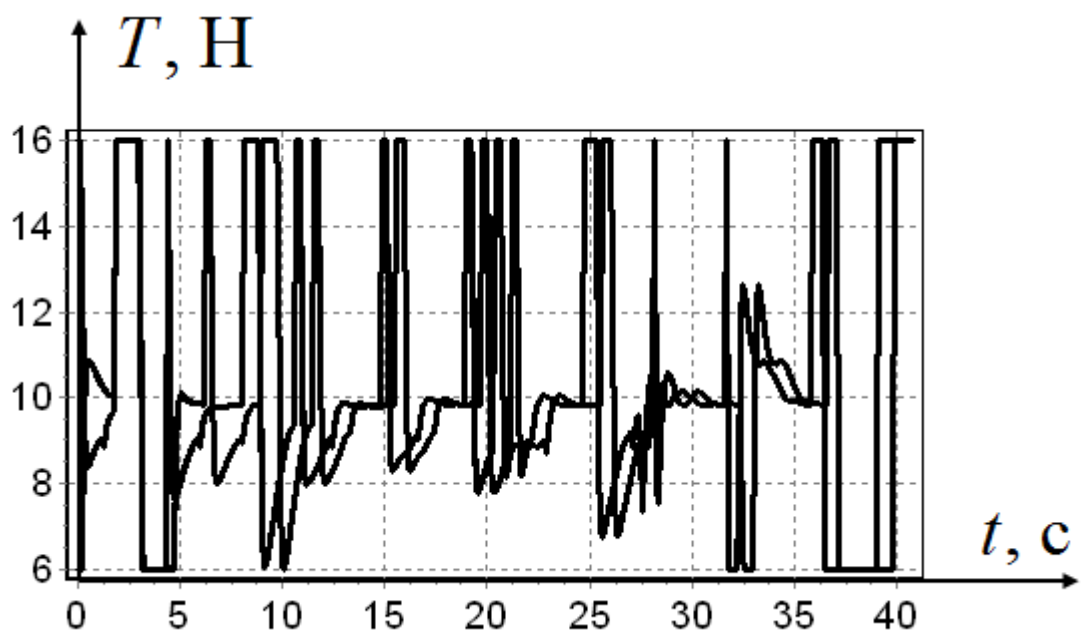


Рис. 13. Управляющая суммарная тяга T квадрокоптера 2.

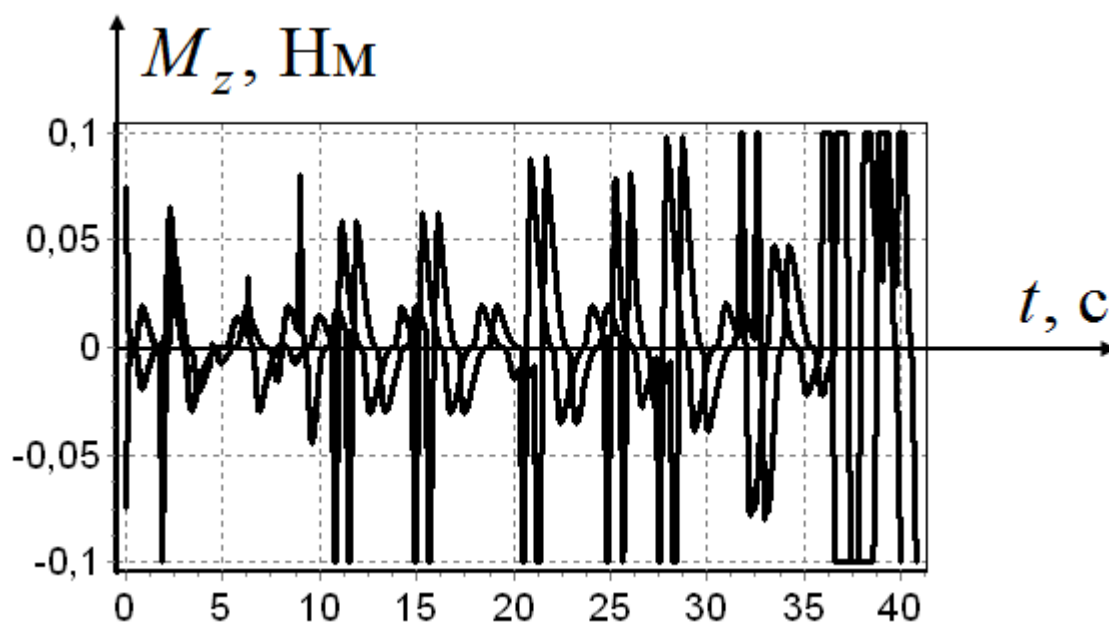


Рис. 14. Управляющий момент M_z квадрокоптера 2.

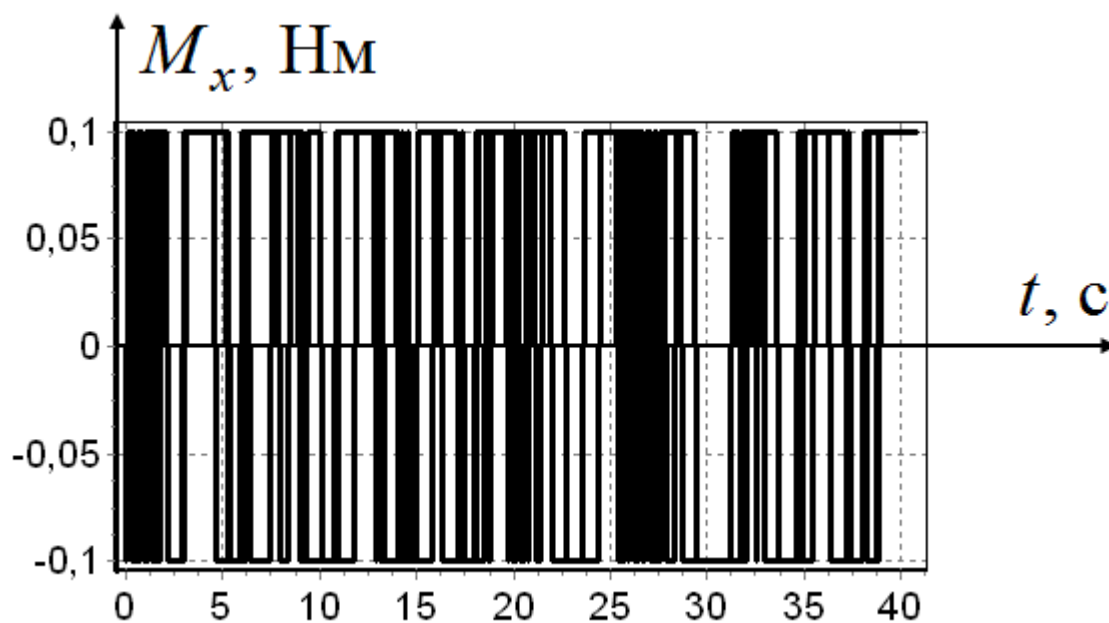


Рис. 15. Управляющий момент M_x квадрокоптера 2.

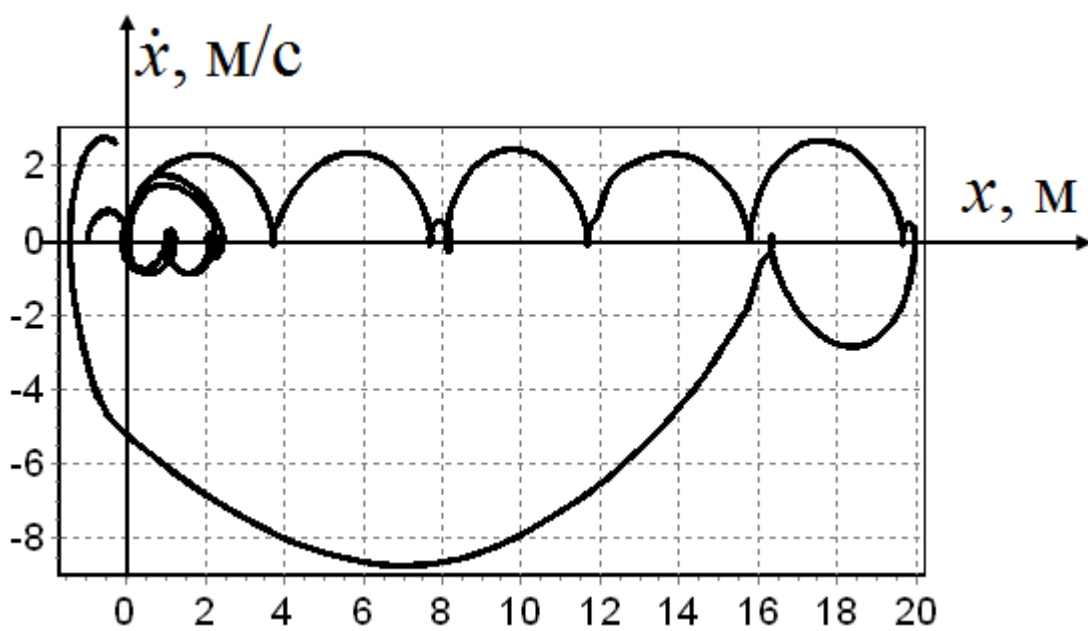


Рис. 16. Фазовый портрет координаты x квадрокоптера 2.

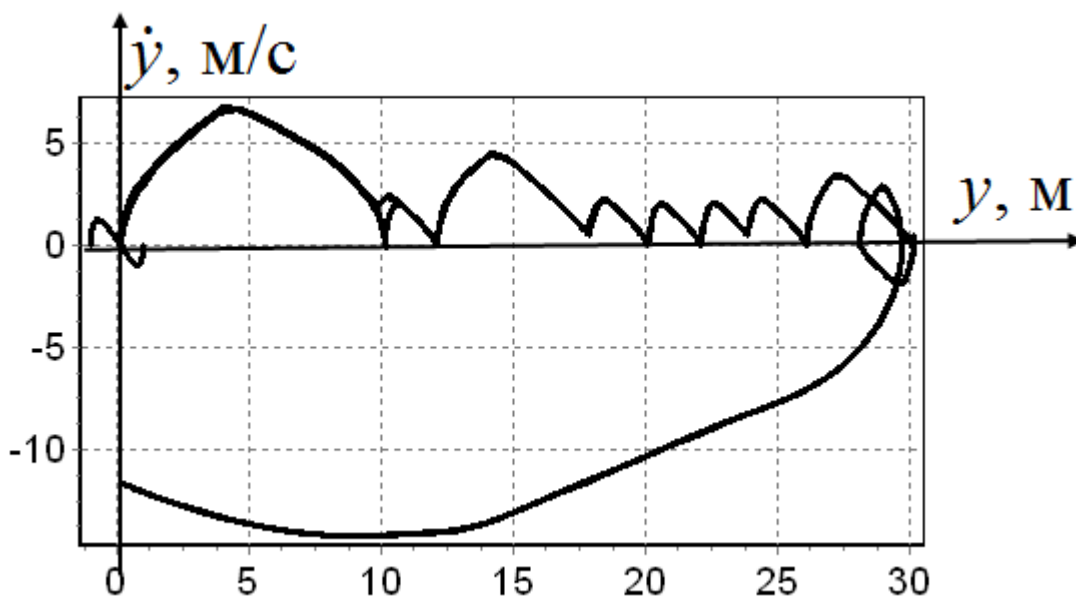


Рис. 17. Фазовый портрет координаты y квадрокоптера 2.

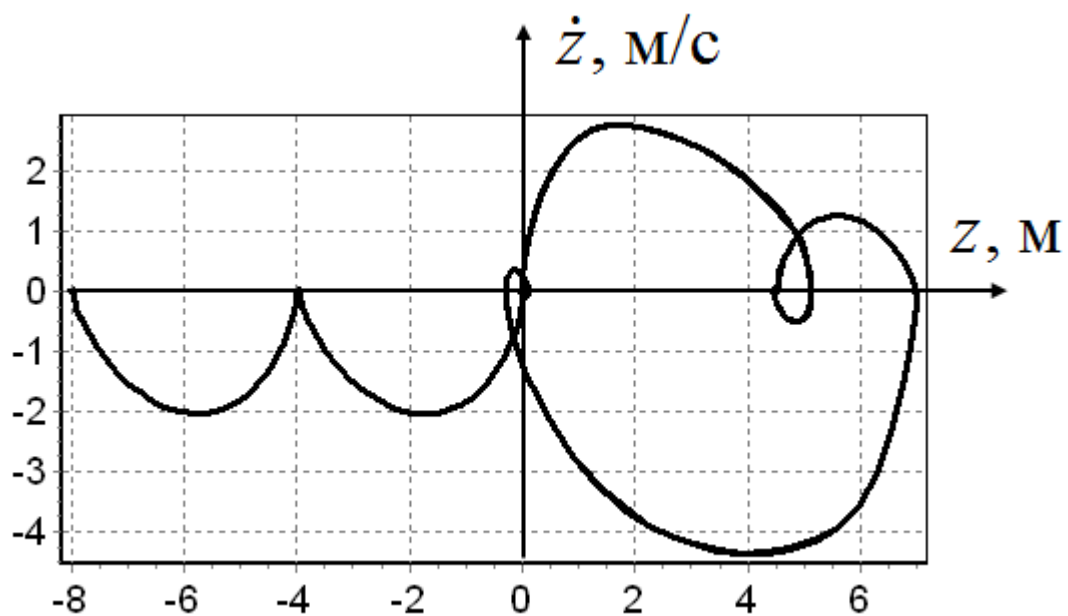


Рис. 18. Фазовый портрет координаты z квадрокоптера 2.

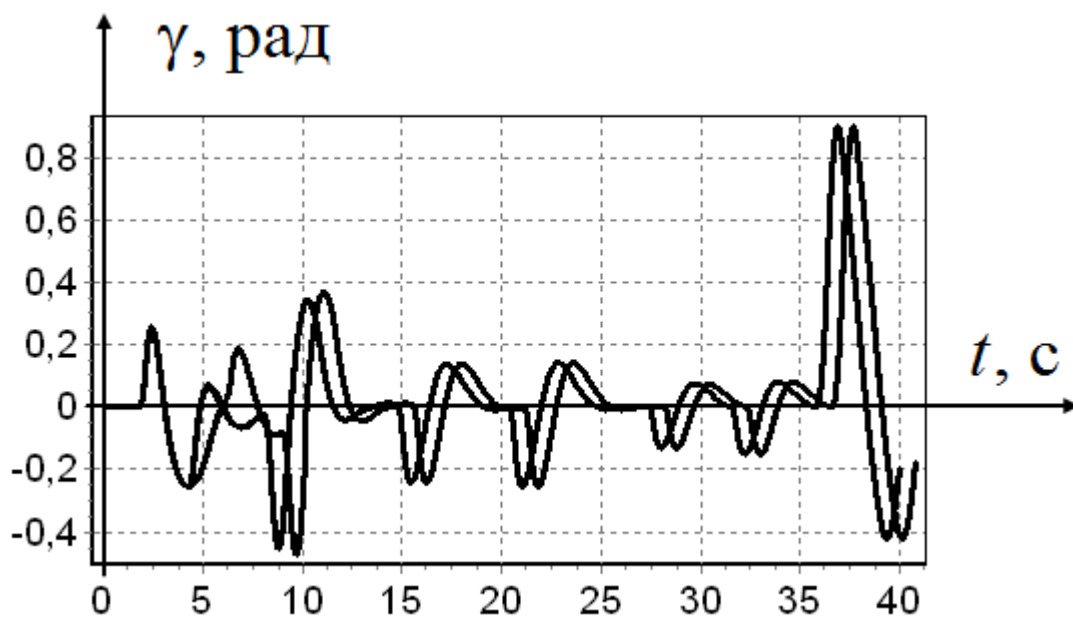


Рис. 19. Угол крена квадрокоптера 2.

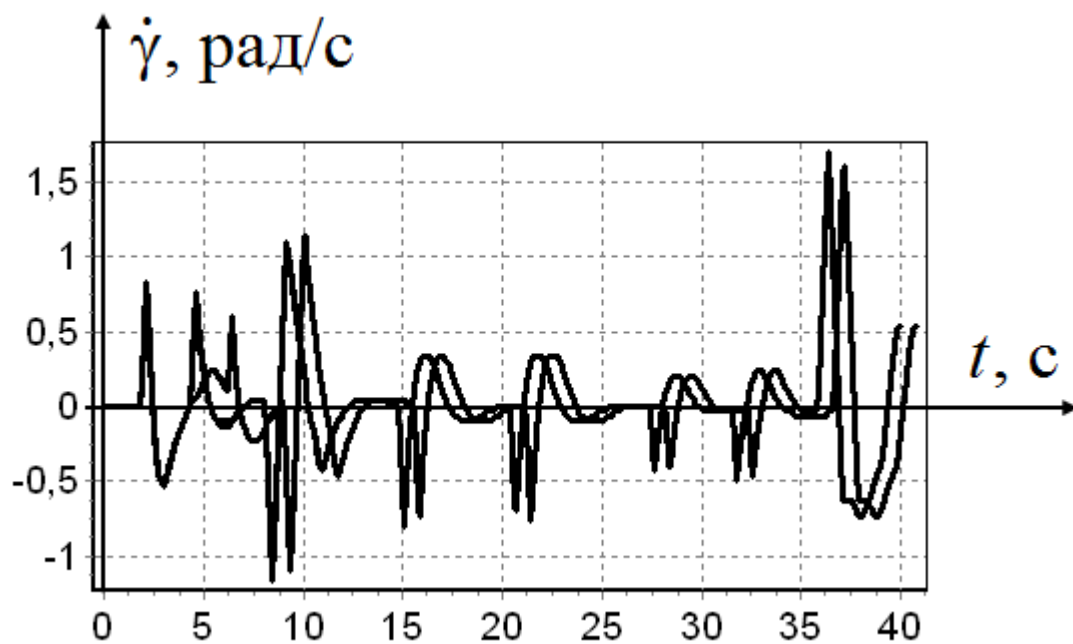


Рис. 20. Скорость изменения угла крена квадрокоптера 2.

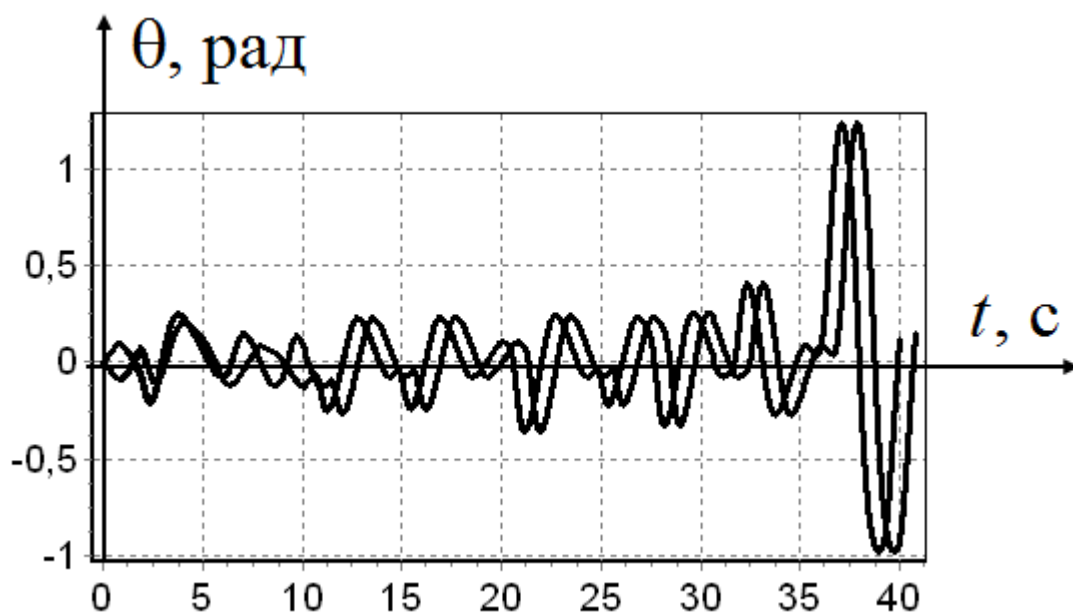


Рис. 21. Угол тангажа квадрокоптера 2.

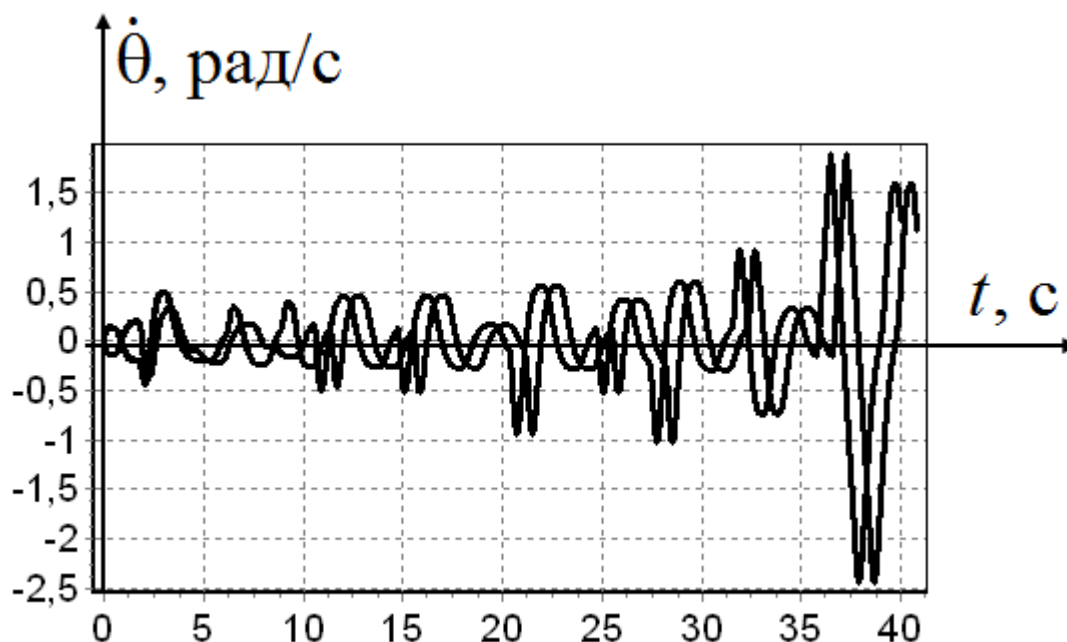


Рис. 22. Скорость угла тангажа квадрокоптера 2.

Результаты моделирования показали, что полученная с помощью автоматического синтеза система управления обеспечивает качественное движение объекта по пространственной траектории, пригодна для использования и не уступает системам управления, полученным вручную специалистами, разработчиками систем управления.

Выводы

С помощью вариационного генетического алгоритма решена задача коммивояжера для поиска оптимальных траекторий для двух квадрокоптеров, в результате заданные точки в трехмерном пространстве были упорядочены так, что суммарная длина путей для двух квадрокоптеров сократилась более, чем на 20 % по сравнению с путем, определяемым первоначальным порядком точек в трехмерном пространстве.

Решена задача синтеза системы управления летающим роботом методом вариационного аналитического программирования. В результате решения задачи получена нелинейная обратная связь по всему вектору состояния объекта управления. В отличие от известных аналитических методов численный метод символьной регрессии метод вариационного аналитического программирования позволил автоматически получить нелинейное математическое выражение, описывающее функциональную зависимость управления от координат состояния квадрокоптера, причем найденная функций включает оператор условия и разрывные функции знака и насыщения, которые не могли быть получены в результате применения аналитических методов. Известный численный метод синтеза на основе метода сетевого оператора не позволяет получить математическое выражение с встроенным в него оператором условия, так как известный метод использует только функции с одним или двумя аргументами.

С помощью моделирования движения объекта управления по двум пространственным траекториям из двенадцати и одиннадцати точек показано, что полученная при синтезе система управления обеспечивает точное движение объекта управления по пространственной траектории. Точность движения не зависит от заданных начальных условий.

Библиографический список

1. Лубенцова Е.В., Лубенцов В.Ф. Аналитическое конструирование оптимальных регуляторов: Учебное пособие. – Ставрополь: Изд-во Северо-Кавказского федерального университета, СКФУ, 2015. -114 с.
2. Помазуева Е.А. Программное обеспечение для решения задачи параметрического синтеза оптимального в среднем обобщенного ПИД-регулятора в задаче управления полетом // Труды МАИ. 2015. № 83. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=62328>
3. Немыченков Г.И. Приближенный синтез оптимальных дискретных систем автоматного типа // Труды МАИ. 2016. № 89. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=73376>
4. Кондратьев Г.В. Геометрическая теория синтеза оптимальных стационарных гладких систем управления. - М.: Наука. Физматлит, 2003. – 144 с.
5. Матюшин М.М., Луценко Ю.С., Гершман К.Э. Синтез структуры органа управления полетом космических группировок // Труды МАИ. 2016. № 89. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=72869>
6. Koza J.R. Genetic Programming: On the Programming of Computers by Means of Natural Selection. Cambridge, Massachusetts, London, MA: MIT Press, 1992. 819 p.
7. Дивеев А.И. Приближенные методы решения задачи синтеза оптимального управления. - М.: Изд-во ВЦ РАН, 2015. - 184 с.

8. Дивеев А.И. Численный метод сетевого оператора для синтеза системы управления с неопределенными начальными значениями// Известия РАН. Теория и системы управления. 2012. № 2. С. 63-78.
9. Zelinka I. Analytic programming by Means of SOMA Algorithm. In Proceedings of 8th International Conference on Soft Computing Mendel'02, Brno, Czech Republic. 2002, pp. 93-101.
10. Дивеев А.И., Конырбаев Н.Б. Вычислительный метод вариационного аналитического программирования для синтеза системы управления // Современные проблемы науки и образования. 2014. № 2. URL: <https://science-education.ru/ru/article/view?id=12401>
11. Дивеев А.И., Конырбаев Н.Б. Применение метода вариационного аналитического программирования для синтеза управления летающим роботом // Фундаментальные исследования. 2015. № 3. С. 51–57.
12. Diveev A.I., Ibadulla S.I., Konyrbaev N.B., Shmalko E.Yu. Variational Analytic Programming for Synthesis of Optimal Control for Flying Robot/ A.I. Diveev, S.I. Ibadulla, N.B. Konyrbaev, E.Yu Shmalko // Preprints of the 11th IFAC Symposium on Robot Control, Salvador, BA, Brazil, August 26-28, 2015, pp. 82-87.
13. Дивеев А.И., Конырбаев Н.Б. Синтез системы управления летающего робота методом вариационного аналитического программирования // Научные технологии. 2015. Т. 16. № 2. С. 47-52.
14. Diveev A.I., Konyrbaev N.B., Sofronova E.A. Method of binary analytic programming to look for optimal mathematical expression // XIIth International

Symposium «Intelligent Systems», INTELS'16, Moscow, 5-7 October 2016, pp. 597 – 604.

15. Моисеев Д.В., Чинь В.М., Мозолев Л.А., Моисеева С.Г., Фам С.К. Маршрутизация полета легкого беспилотного летательного аппарата в поле постоянного ветра на основе решения разновидностей задачи коммивояжера // Труды МАИ. 2015. № 79. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=55782>

16. Guerrero J., Lozano R. Flight Formation Control, London, John Wiley & Sons, 2012, 342 p.