

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА АВТОКОЛЕБАНИЙ В ДРОССЕЛИРУЕМЫХ ЖРД

Василий Иванович БИРЮКОВ родился в 1948 г. на хуторе Песковатка Волгоградской области. Докторант МАИ, кандидат технических наук. Основные научные интересы — в области теории колебаний и устойчивости движения, распыливания жидкостей, проектирования устройств для сжигания топлив. Автор более 50 научных работ.

Vassily I. BIRIUKOV, Ph.D., was born in 1948, in the Volgograd Region. He is working now towards his D.Sci. degree at the MAI. His major research interests are in the theory of oscillations and stability of motion, atomization of liquids, designing of devices for burning of fuels. He has published over 50 technical papers.

Геометрическое представление динамики нелинейных систем в фазовом пространстве является одним из наиболее наглядных и значимых методов исследования неустойчивости. В общем случае n -мерная фазовая поверхность является гиперповерхностью, а для систем второго порядка фазовое пространство двухмерное и представляет собой фазовую плоскость. Нелинейная система в каждый момент времени характеризуется точкой, при изменении ее состояния точка описывает фазовую траекторию. В зависимости от величины внешнего возмущения, приложенного к системе, различают устойчивость системы: «в малом», «в большом» и устойчивость системы «в целом». Фазовые траектории, описывающие переходные процессы системы, называются ее фазовым портретом. Фазовый портрет дает полное представление о динамике нелинейной системы второго порядка при детерминированных воздействиях, включая точность, устойчивость и качество процессов.

Изменение режима работы ЖРД путем дросселирования или форсирования расхода эквивалентно наличию постоянного внешнего воздействия на двухзвенную систему, включающую линейное звено и звено с нелинейной характеристикой. Внешнее воздействие при регулировании расхода ЖРД не является постоянным, но изменяется достаточно медленно по сравнению с периодом автоколебаний. Это означает, что максимальная частота внешнего воздействия значительно меньше, чем частота возможных автоколебаний в камере ЖРД. Уравнение фазовых траекторий можно получить из уравнений баланса массы и энергии в камере сгорания в обозначениях, принятых в работах [1, 2, 3], в виде системы нелинейных дифференциальных уравнений:

$$\dot{Y} = \frac{dY}{dt} = Q_{(\dot{Y}, Y)}; \quad \frac{d\dot{Y}}{dY} = \frac{Q_{(\dot{Y}, Y)}}{P_{(\dot{Y}, Y)}} = R_{(\dot{Y}, Y)};$$

$$\frac{Q_{(\dot{Y}, Y)}}{P_{(\dot{Y}, Y)}} = \dot{Y} \left\{ \frac{1}{(Y\mu + 1)^2} - (\alpha_0 + \lambda) + \frac{Y(\alpha_0 + \lambda)}{(Y\mu + 1)^2} + \right. \quad (1)$$

$$\left. + \frac{\beta}{(Y\mu + 1)^2} - \left[\lambda(1 - \varphi_k) + k_a e^{\frac{-1}{(Y\mu + 1)\mu}} \right] \right\} + \frac{\lambda X_0}{\dot{Y}} K^* e^{\frac{-1}{(Y\mu + 1)\mu}} -$$

$$- \left[\lambda(1 - \varphi_k) + k_a e^{\frac{-1}{(Y\mu + 1)\mu}} \right] \frac{Y(\alpha_0 + \lambda) + \beta}{\dot{Y}} = R_{(\dot{Y}, Y)} = \text{const.}$$

Здесь Y — отклонение температуры T газа в камере от стационарного значения \bar{T}_s :

$$Y = \frac{E}{R\bar{T}_s} \frac{T - \bar{T}_s}{\bar{T}_s}; \quad (2)$$

$\dot{Y} = \frac{dY}{dt} = Q_{(\dot{Y}, Y)}$ — нелинейная функция от производной выходной величины;

α_0 — приведенный коэффициент, определяющий скорость теплоотдачи в стенки камеры;

μ — параметр, характеризующий химическую активность топлива:

$$\mu = R\bar{T}_s / E, \quad (3)$$

где E — энергия активации топлива; R — универсальная газовая постоянная; β — параметр, учитывающий подвод энергии в камеру; λ — относительная скорость выноса тепловой энергии и непрореагировавших паров топлива из камеры через со-

пло, величина, обратная времени пребывания газа в камере сгорания:

$$\lambda = \frac{1}{\Theta_k}; \quad (4)$$

k_a — константа лимитирующей химической реакции; Φ_k — коэффициент полноты процессов преобразования; X_0 — отношение расходов на входе в камеру и на выходе из нее:

$$X_0 = \frac{\dot{m}_{впр}}{\dot{m}_c}; \quad (5)$$

K^* — параметр, характеризующий тепловыделение при термическом разложении гидразина:

$$K^* = \frac{kq_{ТВ}}{c_p \mu T_s}; \quad (6)$$

$q_{ТВ}$ — суммарный тепловой эффект химических реакций.

Постоянной $R_{(\dot{Y}, Y)}$ присваиваются значения от $-\infty$ до $+\infty$, которые определяют тангенс угла наклона фазовой траектории относительно оси абсцисс. Каждому значению постоянной соответствует изоклина $R_{(\dot{Y}, Y)} = c$. Горизонтальные изоклины соответствуют $R = 0$. Для остальных изоклин $R = \text{tg} \alpha$. Рассматриваются три состояния системы, соответствующие различным режимам при регулировании расхода ЖРД. Бифуркационный параметр может иметь значение $X_0 < 1$, при которых осуществляется дросселирование расхода, и $X_0 > 1$ — форсирование тяги ЖРД. Расчеты выполнены применительно к модельной камере дросселируемого ЖРД с термическим разложением гидразина, размеры и режимные параметры приведены в работах [1, 2]. Бифуркационное соотношение между параметрами Y_0 и X_0 находится из условия соприкосновения $Y_0 = \text{const}$ с одним из экстремумов бифуркационной функции [3]. При температуре впрыска гидразина $T_0 = 300$ К и при работе камеры на номинальном режиме $X_0 = 1$ бифуркационная кривая, определяемая по зависимости (4.29)[3], и прямая

$Y_0 = \frac{\beta}{\alpha_0 + \lambda}$ пересекаются в одной точке. Заметим, что число различных областей и взаимное расположение граничных кривых на плоскости X_0, Y_0 зависят от значений параметров λ и β . Фазовый портрет системы, изображенный на рис. 1, соответствует значениям бифуркационных параметров: $X_0 = 1,1-1,2$; $Y_0 = 7-9$.

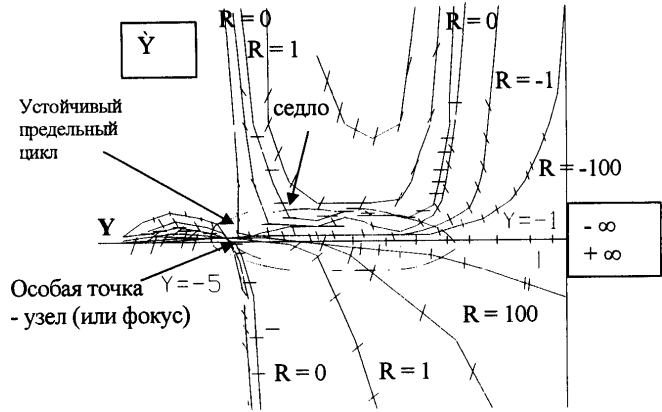


Рис. 1. Фазовый портрет дросселируемого ЖРД с термическим разложением гидразина

На рис. 1 по оси абсцисс отложены относительные отклонения температуры Y , а по оси ординат отложена производная $d\dot{Y}/dY$. На графике изображена левая полуплоскость. Крайняя правая точка абсциссы соответствует значению $Y = -1$. Одно деление по оси абсцисс для Y составляет 0,25, а по оси ординат для $\dot{Y} - 1$.

На портрете изображены изоклины и фазовые траектории, которые закручиваются в предельные циклы. Их два: внешний — устойчивый — и внутренний — неустойчивый. В этом случае система имеет особую точку — узел с координатой $Y = -4,05$. Поскольку на входе нелинейного звена гармонический сигнал имеет постоянную составляющую, то особая точка смещена относительно начала координат. В рассматриваемом случае система находится вблизи границы седла, поэтому на фазовом портрете присутствует также неустойчивая особая точка — седло. Состояние системы определяется величиной возмущения. При малых возмущениях система устойчива. При амплитуде внешнего воздействия, которая больше радиуса неустойчивого предельного цикла, в системе реализуются автоколебания. Их амплитуда определяется размером внешнего устойчивого предельного цикла. Увеличение температуры впрыска топлива до значения $T_0 = 320$ К несколько уменьшает значение

$Y_0 = \frac{\beta}{\alpha_0 + \lambda}$ от величины 4,01 до 3,98, и в этом случае реализуются два пересечения. На рис. 2 изображен фазовый портрет системы при значениях бифуркационных параметров: $X_0 = 1,1-1,2$; $Y_0 = 3,9-6,9$. Система в этом случае имеет особые точки: $Y = -2,5$ и $Y = -4,05$. Начало координат $Y = 0$ является простой точкой. Обе особые точки являются в этом случае неустойчивыми узлами. Они охватываются

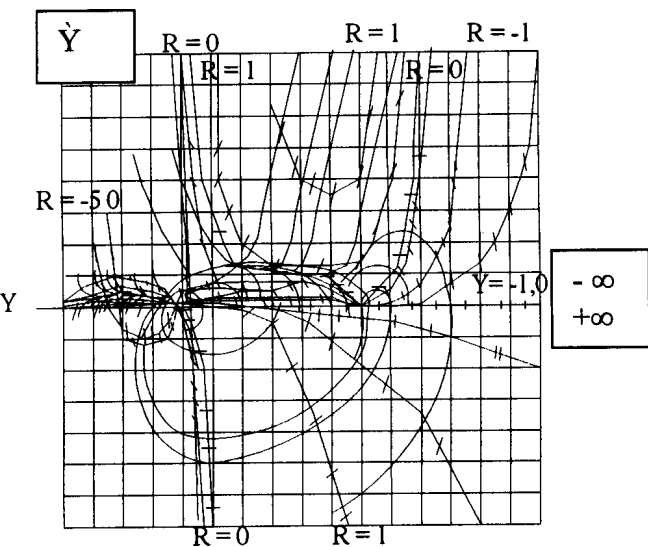


Рис. 2. Фазовый портрет системы. Изображена левая полуплоскость. Крайнее значение оси абсцисс справа равно $Y = -1$

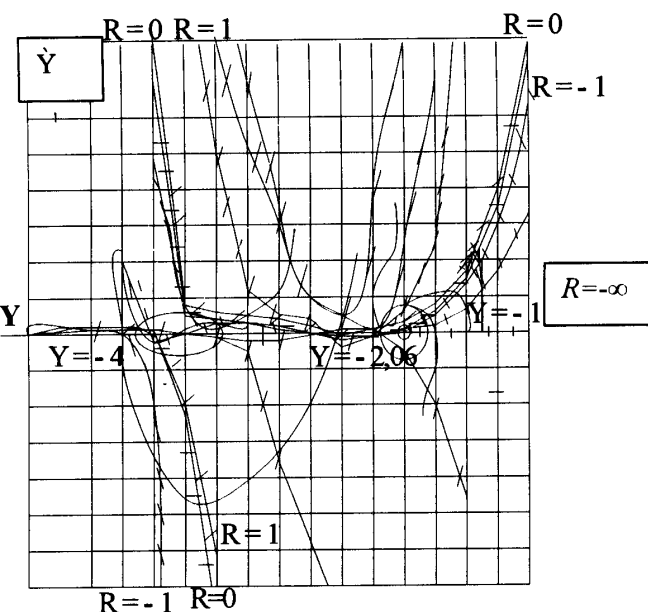


Рис. 3. Левая полуплоскость фазового портрета системы. Пересечение оси абсцисс с осью ординат в точке $Y = -1$. Шаг по оси абсцисс равен $Y = 0,25$, шаг по оси ординат $Ydot = 2$

предельным циклом. В данном случае устанавливается неустойчивый автоколебательный режим с незатухающими колебаниями температуры продуктов горения. При больших внешних возмущениях возможен переход рабочей точки в седло, в этом случае реализуется аperiodическая неустойчивость, приводящая к срыву термического разложения гидразина. При форсировании режима уменьшается

величина $Y_0 = \frac{\beta}{\alpha_0 + \lambda}$. На рис. 3 приведен фазовый

портрет системы для следующего случая, когда бифуркационные параметры равны: $X_0 = 1,18$; $Y_0 = 3,5$. Фазовый портрет изображает три особые точки. Равновесному состоянию системы соответствует особая точка с координатой $Y = -2,7$, которая является устойчивым фокусом. Два предельных цикла окружают особую точку $Y = -4,05$, внешний устойчивый, а внутренний неустойчивый. Система дополнительно имеет одно из неустойчивых состояний — седло.

Выводы

1. В камерах дроселируемых ЖРД с термическим разложением гидразина могут возникать автоколебания температуры, обусловленные нелинейным процессом преобразования.

2. Построение фазового портрета позволяет определить неустойчивые — периодические и апериодические — состояния нелинейной системы.

Summary

A geometric representation of nonlinear system dynamics in phase space is one of the most evident and significant techniques for investigation of system instability. A state of the nonlinear system is represented by point in the phase space at each moment of time. While the state changes the point generates a phase trajectory in the space. The phase trajectories describing transition of the system is named as its phase portrait. The phase portrait provides full and clear view of the nonlinear system dynamics. Basing on these considerations some geometric techniques are discussed to analyze self-oscillations in throttled liquid rocket engines.

Библиографический список

1. Абугов Д. И., Бирюков В.И. Термокинетические автоколебания в камерах гидразиновых РД с глубоким регулированием тяги // Вестник МАИ. 1995. Т. 2. № 1.
2. Бирюков В.И. К расчету амплитуды и частоты термокинетических автоколебаний в камере многорежимного ЖРД на гидразине // Вестник машиностроения. 2007. №10. С. 21-24.
3. Бирюков В.И., Козлов А.А. Внутрикамерная неустойчивость рабочего процесса в дроселируемых ЖРД. — М.: Изд-во МАИ, 2007.

Московский авиационный институт
Статья поступила в редакцию 18.10.2007