

## ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК МАЛОРАЗМЕРНОГО ЦЕНТРОБЕЖНОГО КОМПРЕССОРА ДИСКОВОГО ТРД С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ САПР SOLIDWORKS И ПАКЕТА МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ COSMOS

---

ЛАПУШКИН Виктор Николаевич – Московский авиационный институт (государственный технический университет), профессор, к.т.н.  
125993, ГСП-3, А-80, Москва, Волоколамское шоссе, 4, МАИ; Тел.: 7-905-751-55-26

Viktor N. LAPUSHKIN – Moscow Aviation Institute (State Technical University), professor, candidate of science  
125993, Moscow, Volokolamskoe shosse, A-80, GSP-3, MAI; phone 7-905-751-55-26

---

НОВИКОВ Александр Викторович – Московский авиационный институт (государственный технический университет), аспирант  
Тел. :7-916-622-19; e-mai: novikov@brainse.ru

Aleksandr V. NOVIKOV – Moscow Aviation Institute (State Technical University), postgraduate  
Phone: 7-916-622-1; e-mail: novikov@brainse.ru

---

РОДЧЕНКО Владимир Викторович – Московский авиационный институт (государственный технический университет), профессор, д.т.н.  
e-mail: dekanat6@cosmos.com.ru

Vladimir V. RODCHENKO – Moscow Aviation Institute (State Technical University), professor, doctor  
e-mail: dekanat6@cosmos.com.ru

---

*В статье рассмотрены возможности применения современных компьютерных технологий при проектировании малоразмерных газотурбинных дисковых мотор-генераторов для анализа термодинамических процессов по тракту двигателя в малом размере на примере моделирования работы центробежного компрессора.*

*Article deals with the possibility of using modern computer technology in the design of small gas turbine disk motor-generators for the analysis of thermodynamic processes on the highway the engine in a small amount, in the example simulation of a centrifugal compressor.*

**Ключевые слова:** математическое моделирование, центробежный компрессор, система автоматизированного проектирования.

**Key words:** mathematical modeling, centrifugal compressor, automated design.

Развитие и широкое внедрение вычислительных систем, наряду с постоянно увеличивающейся скоростью их вычислений, позволяют применять программы компьютерного моделирования CAD (Computer Aided Design, средства автоматизированного проектирования) и CAE (Computer Aided Engineering, средства автоматизированного моделирования) для решения все большего круга задач. Возросшие вычислительные мощности обеспечивают возможность применения детализированных моделей расчета, учитывающих значительное число факторов, что, в свою очередь, повышает точность моделирования.

CAD-системы используются для пространственного моделирования как основной инстру-

мент разработки конструкторской документации и нередко применяются для разработки технологических процессов (например создание программ для УЧПУ станков). Следующим этапом являются CAE-системы, предназначенные для выполнения компьютерного анализа (моделирование различных физических процессов) и проектирования.

Достоинствами применения CAD и CAE являются наглядность процесса проектирования и расчета на любой стадии проекта, возможность ведения истории и просмотра внесенных изменений. Различные варианты представления информации (графики, диаграммы, распределения в плоскости и объеме) способствуют лучшему восприятию результатов расчета, работа с несколь-

кими цепочками целевых параметров ведется параллельно.

Для выполнения расчета физического процесса, т. е. для определения изменения физических параметров в пространстве и времени, его надо сначала математически смоделировать. Наиболее близкие физическим процессам математические модели представляют собой систему дифференциальных и/или интегральных уравнений с введением полуэмпирических и эмпирических констант и зависимостей и заданными граничными и начальными условиями, которые привязывают данную математическую модель к поставленной конкретной физической задаче.

Используемые в математической модели системы дифференциальных и/или интегральных уравнений обычно не имеют аналитического решения, они приводятся к дискретному виду и решаются на некоторой расчетной сетке. Решение математической задачи существенно зависит как от способа дискретизации уравнений, так и от способа решения полученных в результате уравнений. Решение математической задачи будет тем точнее, чем лучше расчетная сетка аппроксимирует области нелинейного поведения искомых величин, что, как правило, достигается использованием более мелкой расчетной сетки в этих областях. Но значительное увеличение количества элементов расчетной сетки приводит, во-первых, к увеличению времени расчета, во-вторых, возможно снижение точности расчета вследствие появления ложных отклонений искомых величин. Поэтому необходимым условием получения достоверного результата моделирования является повторяемость, сходимость решения на разных расчетных сетках. Таким образом, в основе COSMOSFloWorks, как и любой

другой расчетной методики (например, COSMOSWorks), лежит, во-первых, математическая модель рассчитываемых физических процессов и, во-вторых, способ решения поставленной математической задачи [1].

В данной статье рассматривается применение CAD-системы SolidWorks, предназначенной для построения трехмерной модели малоразмерной крыльчатки центробежного компрессора, и САЕ-система Cosmos (CosmosFloWorks) для моделирования аэрогидродинамики и теплопередачи процессов сжатия рабочего тела при работе центробежного компрессора.

Моделирование работы центробежного компрессора проводилось с целью определения рабочих оборотов и габаритных размеров крыльчатки, при которых обеспечивались бы заданные параметры потока газа на выходе из компрессора: расход газа 0,1 – 0,4 кг/с и степень повышения давления 1,4–1,6 при нормальной атмосфере на входе в компрессор. Оптимизировалась геометрия проточной части компрессора для снижения потерь и повышения эффективности его работы. Результаты моделирования послужили основой при проектировании малоразмерной энергетической установки с дисковым газотурбинным двигателем с нижней подвижной стенкой камеры сгорания, в которой в качестве нагнетателя используется моделируемая крыльчатка [3] (рис. 1).

Движение и теплообмен текучей среды моделируется в САЕ-системе Cosmos с помощью уравнений Навье – Стокса, описывающих в нестационарной постановке законы сохранения массы, импульса и энергии этой среды. Кроме того, используются уравнения состояния компонентов текучей среды, а также эмпирические зависимос-

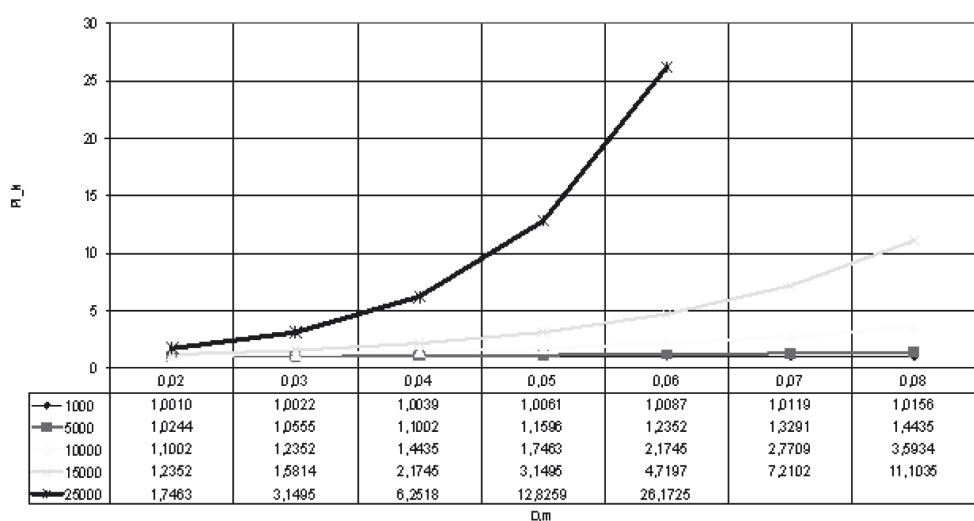


Рис. 1. Зависимость степени повышения давления от диаметра рабочего колеса компрессора и его оборотов

ти вязкости и теплопроводности этих компонентов среды от температуры. Перечисленными уравнениями моделируются турбулентные, ламинарные и переходные (между ламинарными и турбулентными переход определяется критическим значением числа Рейнольдса) течения. В результате уравнения имеют дополнительные члены – напряжения по Рейнольдсу, а для замыкания этой системы уравнений в CosmosFloWorks используются уравнения переноса кинетической энергии турбулентности и ее диссипации в рамках  $\kappa - \varepsilon$  - модели турбулентности[1].

Система уравнений сохранения массы, импульса и энергии нестационарного пространственного течения имеет следующий вид в рамках подхода Эйлера в декартовой системе координат ( $x_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ ), вращающейся с угловой скоростью  $\Omega$  вокруг оси, проходящей через ее начало:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\partial u_k) &= 0, \\ \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho u_i u_k - \tau_{ik}) + \frac{\partial p}{\partial x_i} &= S_i, \\ \frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} ((\rho E + p) u_k + q_k - \tau_{ik} u_i) &= S_k u_k + Q_H, \quad (1) \end{aligned}$$

где  $t$  – время;  $u$  – скорость текучей среды;  $\rho$  – плотность текучей среды;  $p$  – давление текучей среды;  $S_i$  – внешние массовые силы, действующие на единичную массу текучей среды:  $S_{i \text{ porous}}$  – действие сопротивления пористого тела,  $S_{i \text{ gravity}}$  – действие гравитации,  $S_{i \text{ rotation}}$  – действие вращения системы координат, т. е.

$$S_i = S_{i \text{ porous}} + S_{i \text{ gravity}} + S_{i \text{ rotation}};$$

$E$  – полная энергия единичной массы текучей среды;  $Q_H$  – тепло, выделяемое тепловым источником в единичном объеме текучей среды;  $\tau_{ik}$  – тензор вязких сдвиговых напряжений;  $q_i$  – диффузионный тепловой поток; нижние индексы означают суммирование по трем координатным направлениям.

Для ньютоновских текучих сред тензор вязких сдвиговых напряжений определяется следующим образом:

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij},$$

где  $\mu = \mu_i + \mu t \cdot \mu l$  – коэффициент динамической вязкости;  $\mu t$  – коэффициент турбулентной вязкости;  $\delta_{ij}$  – дельта-функция Кронекера ( $\delta_{ij} = 1$

при  $i = j$ ;  $\delta_{ij} = 0$  при  $i \neq j$ );  $k$  – кинетическая энергия турбулентности.

В соответствии с  $\kappa - \varepsilon$  - моделью турбулентности  $\mu t$  определяется через величины кинетической энергии турбулентности  $k$  и диссипации этой энергии  $\varepsilon$ :

$$\begin{aligned} \mu_t &= f_\mu \frac{C_\mu \rho k^2}{\varepsilon}, \\ f_\mu &= \left[ 1 - \exp(-0,25 R_y) \right]^2 \cdot \left( 1 + \frac{20,5}{R_T} \right), \\ R_y &= \frac{\rho \sqrt{k} y}{\mu_l}, \\ R_T &= \frac{\rho k^2}{\mu_l \varepsilon}, \\ C_\mu &= 0,09, \end{aligned} \quad (6)$$

$y$  – расстояние от поверхности стенки.

Кинетическая энергия турбулентности  $k$  и диссипация этой энергии  $\varepsilon$  определяются в результате решения следующих двух уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} (\rho u_k k) &= \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \left( \mu_l + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_k} \right) + S_k, \\ \frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} (\rho u_k \varepsilon) &= \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \left( \mu_l + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} \right) + S_\varepsilon, \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$S_k = \tau_{ij}^R \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \rho \varepsilon + \mu_l P_B,$$

$$\begin{aligned} S_\varepsilon &= C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \left( f_1 \tau_{ij}^R \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \mu_t C_B P_B \right) - C_{\varepsilon 2} f_2 \frac{\rho \varepsilon^2}{k}, \\ \tau_{ij}^R &= \mu_l \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij}, \\ P_B &= -\frac{g_i}{\sigma_B} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x_i}, \end{aligned}$$

$g_i$  – составляющая гравитационного ускорения в координатном направлении  $x_i$ ;  $\sigma_B = 0,9$ ;  $C_B = 1$  при  $P_B > 0$  и  $C_B = 0$  при  $P_B \leq 0$  при

$$\begin{aligned} f_1 &= 1 + \left( \frac{0,05}{f_\mu} \right)^3, f_2 = 1 - \exp(-R_T^2), \\ C_{\varepsilon 1} &= 1,44, C_{\varepsilon 2} = 1,92, \sigma_\varepsilon = 1,3 \sigma_k = 1. \end{aligned} \quad (8)$$

Диффузионный тепловой поток моделируется с помощью уравнения

$$q_k = - \left( \frac{\mu_l}{Pr} + \frac{\mu_t}{\sigma_c} \right) C_p \frac{\partial T}{\partial x_k}, k = 1, 2, 3, \dots, N, \quad (9)$$

где  $\sigma_c = 0,9$ ;  $Pr$  – число Прандтля;  $C_p$  – удельная теплоемкость при постоянном давлении;  $T$  – температура текущей среды.

Для моделирования ламинарных течений данная система уравнений несколько модифицируется, а именно полагается  $\mu t = 0$  и  $k = 0$ . С помощью функции  $f_{\mu}$  моделируется переход ламинарного течения в турбулентное и турбулентного в ламинарное.

Ламинарные и турбулентные пограничные слои течения около поверхностей твердого тела, а также переход ламинарного пограничного слоя в турбулентный и, наоборот – турбулентного в ламинарный, моделируются с высокой точностью с помощью модифицированных универсальных пристеночных функций.

Для сжимаемых текущих сред используется уравнение состояния следующего вида:

$$p = p(P, T, y),$$

где  $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  – вектор концентраций компонентов текущей среды. Для газов используется уравнение состояния идеального газа  $r = P/(RT)$ , где  $R$  – газовая постоянная моделируемого газа, которая для смеси газов определяется как  $R = R_{\text{универс}} \sum (y_i / M_i)$ , где  $M_i$  – молекулярная масса  $i$ -го компонента смеси.

Поскольку в общем случае эти уравнения нелинейные и не имеют аналитического решения, то решать их приходится численно, находя вместо непрерывного решения дискретный набор его значений в определенных точках (или ячейках) пространства и для определенных моментов времени (если решаются нестационарные уравнения). В результате математическая задача решения системы дифференциальных и/или интегральных уравнений сводится к математической задаче решения системы алгебраических уравнений. Соответственно, метод дискретизации непрерывного решения, преобразования уравнений в алгебраические и решения полученной системы алгебраических уравнений является методом решения математической задачи, поставленной в математической модели рассматриваемых физических процессов.

Выделяют три основных подхода для решения этих уравнений:

метод конечных разностей для решения дифференциальных уравнений, являющийся, по суще-

ству, прямым следствием определения производной в используемой системе координат на соответствующей ей координатной расчетной сетке, впервые примененный Эйлером около 240 лет назад и успешно используемый в некоторых приложениях до настоящего времени;

метод конечных элементов, разработанный в 40...60-х годах прошлого века для решения интегрально-дифференциальных уравнений напряженно-деформированного состояния твердых материалов в задачах структурной механики, в частности при определении упругой и пластичной деформации и прочности конструкций;

метод конечных объемов, различные варианты которого были впервые разработаны в России в 50...70-х годах (метод Годунова, интегро-интерполяционные методы) [1].

Для решения представленной системы дифференциальных уравнений в пакете CosmosFloWorks используется метод конечных объемов, являющийся частным случаем метода конечных элементов.

Ключевым элементом работы пакета является использование прямоугольной сетки, пересекающей произвольным образом поверхность модели, созданной в системе графического проектирования[2].

Процесс выполнения расчета (моделирования) формально можно разделить на четыре основных этапа: трехмерная модель, препроцессор, решатель, постпроцессор.

### Трехмерная модель

Создание трехмерной геометрической модели, процессы, протекающие в (или вокруг) которой, необходимо моделировать (рис. 2). Дополнительно для анализа геометрической модели в COSMOSFloWorks ее надо подготовить, т.е. определить расчетную область для расчета внутренней задачи (течения среды внутри профилированных каналов, полостей и т.д.). Обязательным условием является замкнутость расчетного объема. Поэтому, если в модели присутствуют входные и/или выходные отверстия, необходимо создание дополнительных вспомогательных элементов – заглушек (рис. 3).

### Препроцессор

Препроцессор выполняет следующие основные функции: построение геометрической основы задачи – расчетной области, которая формируется мастером проекта или заданием исходных данных. Следует заметить, что COSMOSFloWorks работает только с трехмерной геометрией, поэтому двумерные модели необходимо рассматривать как частный случай трехмерных (рис. 4).

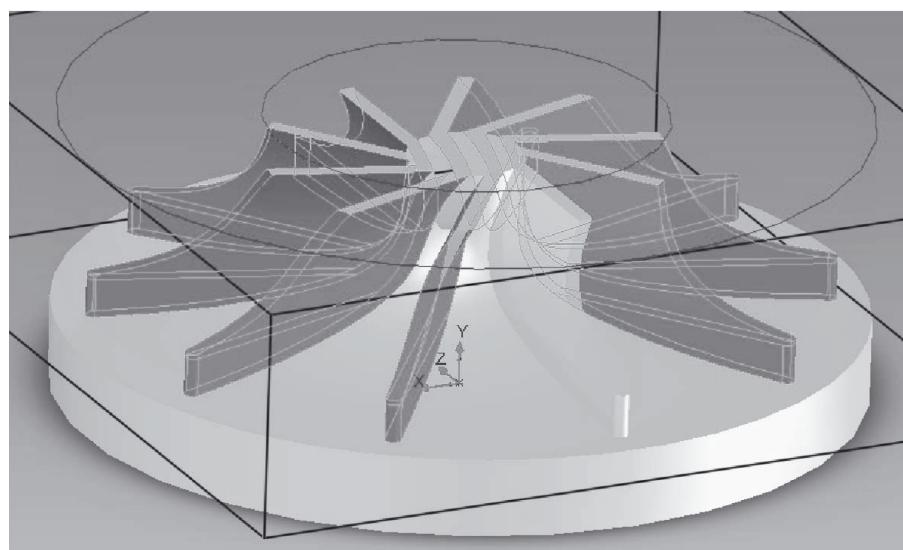


Рис. 2. Трехмерная модель компрессора

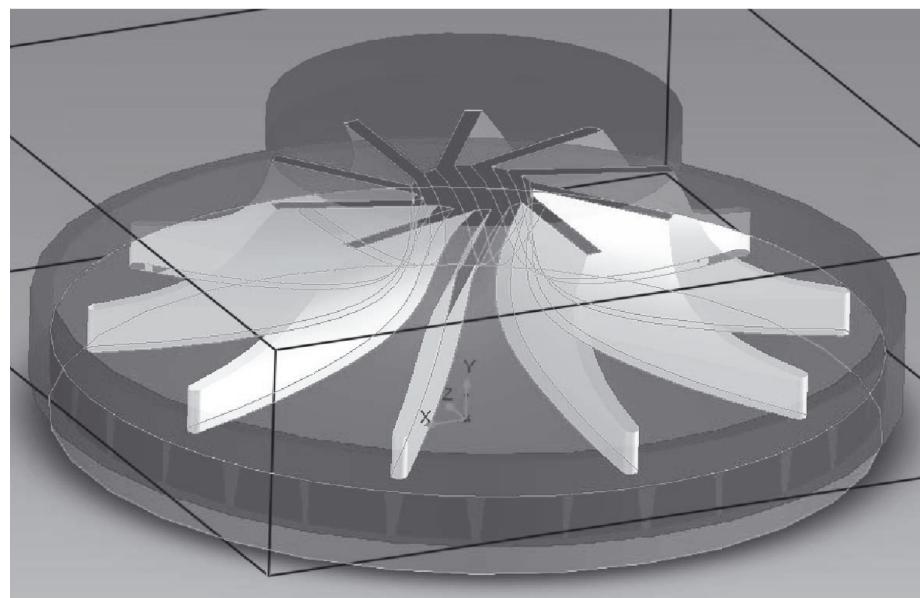


Рис. 3. Вспомогательная геометрия на исследуемой модели

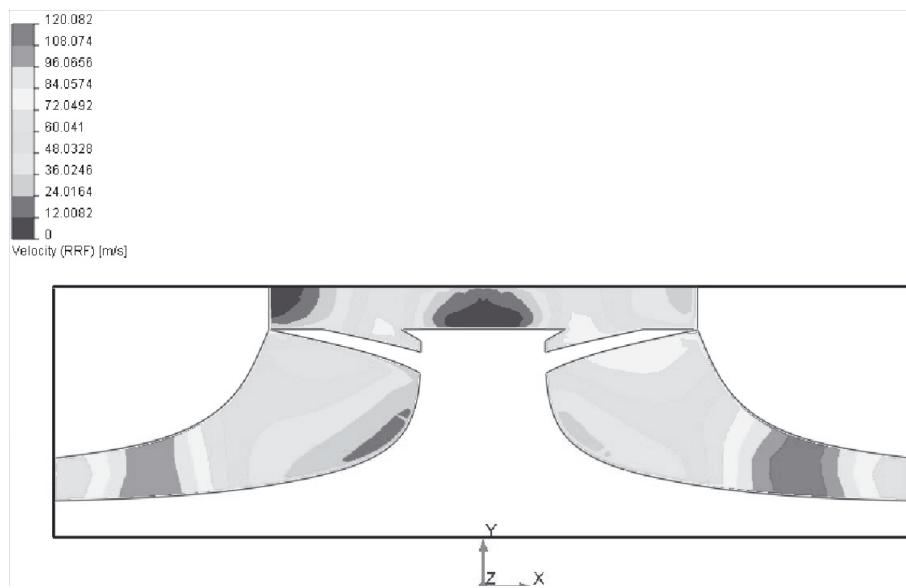


Рис. 4. Распределение скорости по выбранному сечению

## Решатель

Решатель обеспечивает численное решение поставленной задачи и, как таковой, «невидим» для пользователя (хотя многие его параметры задаются в препроцессоре).

## Постпроцессор

Постпроцессор служит для вывода и представления, прежде всего – визуализации полученных в результате расчетов данных. В COSMOSFloWorks используется большой набор методов визуализации, которые классифицируются по типу представляемых математических величин: скалярная величина, скалярное поле, векторное поле (скорости), а также по используемой геометрии (трехмерной или двумерной). Важно, что данные могут выводиться на любом этапе расчета, и это позволяет отслеживать динамику моделируемого процесса[2].

Для построения модели использовались стандартные средства SolidWorks. Основание крыльчатки представляло тело вращения заданного профиля относительно оси вращения компрессора. Профиль задавался двумерным эскизом. Геометрия лопатки задавалась эскизом профиля, вытянутым по определенной траектории. Круговым массивом задавалось необходимое число лопаток. Далее были созданы вспомогательные элементы, закрывающие входное и выходное отверстия компрессора и не-

обходимые для определения расчетного объема и задания граничных условий. На следующем этапе устанавливались глобальные параметры расчета: выбор единиц измерения, задание параметров рабочего тела, задание характера течения (устанавливался смешанный режим), задание вращающейся системы координат и ее угловой скорости (задавалось вращение всей крыльчатки); устанавливалось значение шероховатости поверхности и параметров теплового обмена со стенкой (рис. 5).

Далее запускался процесс расчета. Моделирование проводилось по следующей схеме. Устанавливались определенные размеры крыльчатки, выбирался профиль лопаток, глобальные параметры устанавливались без учета теплового обмена (адиабатическая стенка) и без учета шероховатости. Выполнялся расчет. Успешность моделирования определялась по сходимости решения при 200 итераций. Успешные результаты фиксировались. Далее изменялась геометрия модели, при этом профиль лопатки не менялся и при тех же глобальных параметрах выполнялся новый расчет. После определения границ рабочей области и отбора подходящих моделей выставлялись глобальные параметры с учетом шероховатости и теплообмена. Проводилось моделирование. После чего была отобрана одна модель, моделирование работы которой велось с увеличенной детализацией расчетной сетки. Корректность моделирования про-

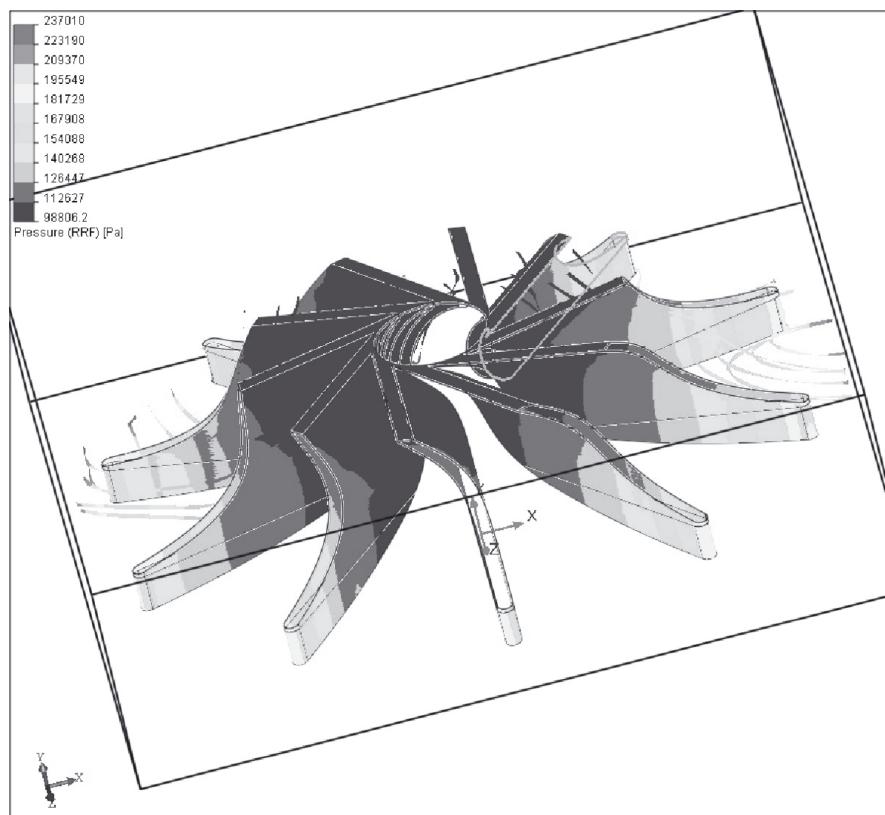


Рис. 5. Токи газа с цветовым распределением давления

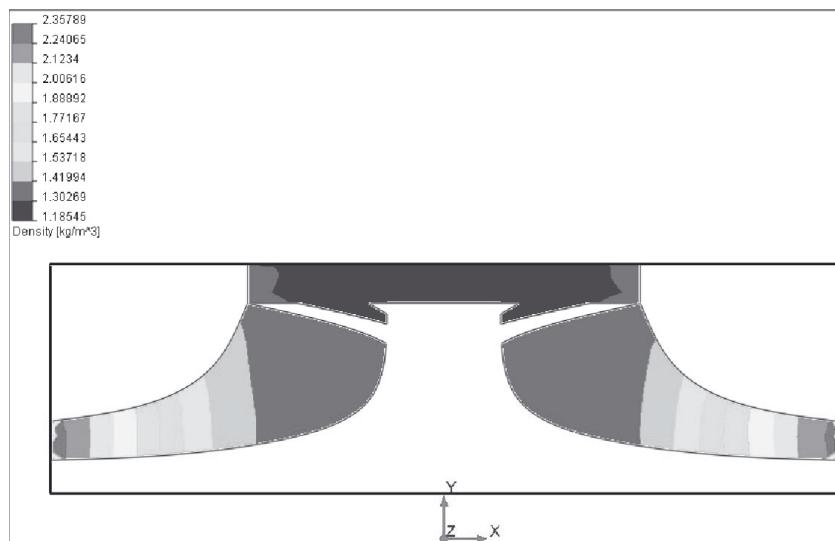


Рис. 6. Распределение плотности по выбранному сечению

верялась по повторяемости результатов с предыдущими данными. Отдельно проводилось моделирование по подбору профиля лопатки компрессора, имеющего максимальную высоту на выходе, необходимую для снижения потерь при движении газа в безлопаточном диффузоре (рис. 6).

При анализе результатов расчетов использовались визуальные средства представления информации, встроенные в пакет COSMOS. Строились распределения скоростей и давлений в различных сечениях и на поверхности расчетной модели. С использованием полученных результатов в процессе исследования были выявлены и устраниены зоны торможения потока, в которых происходили значительные потери энергии, снижающие КПД компрессора.

## Выводы

Моделирование работы крыльчатки компрессора позволило определить габаритные размеры и геометрию ее проточной части при обеспечении требуемой расходно-напорной характеристики при заданных оборотах ротора, спрофилировать лопатки с учетом специфичных требований малого размера. Были установлены зависимости внешнего диаметра крыльчатки, оборотов ротора и степени повышения давления компрессора. Определена зона оптимальных оборотов ротора для серии диаметров.

Применение математического моделирования не дало абсолютно точной картины протекания процессов и не отменило другие методы расчета и натурные испытания, но позволило уменьшить количество итераций при переходе от теоретической модели к созданию опытного образца, проведение испытаний которого позволит уточнить степень

влияния того или иного фактора на работу установки, определить слабые места и предложить методику расчета, учитывающую как особенности конструкции малого размера, так и влияние размера на характер протекания процессов в двигателе.

Основная задача математического моделирования – определить основные тенденции и характер развития процессов для заданного диапазона входных параметров. Это, в свою очередь, дает возможность анализа полученных значений на интересующей исследователя выборке и, главное, возможность получить результаты максимально оперативно (в отличие от натурных испытаний), с минимальными затратами финансовых и трудовых ресурсов.

## Библиографический список

1. SolidWorks. Компьютерное моделирование в инженерной практике / Алямовский А.А., Собачкин А.А., Одинцов Е.В., Харитонович А.И., Пономарев Н.Б. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005.

2. COSMOSFloWorks: моделирование течения жидкостей и газа: Лаб. практикум для студентов технич. специальностей и слушателей факультета повышения квалификации / Сост. Л.А. Бабкина, М.А. Рутковская, Л. В. Шумкова. – Красноярск. Сиб. гос. аэрокосмич. ун-т, 2007.

3. В.Н. Лапушкин, А.В. Новиков. Малоразмерная энергетическая установка с дисковым газотурбинным двигателем с нижней подвижной стенкой камеры сгорания // Новые рубежи авиационной науки. 2007. С. 36.

Московский авиационный институт  
(государственный технический университет)