

“УТВЕРЖДАЮ”



Проректор по науке и инновациям  
Пермского национального исследовательского  
политехнического университета

д.т.н., профессор  
В.Н. Коротаев

## ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертационную работу Шрамко Константина

Константиновича на тему «Исследование свойств симметрии и  
регуляризация сингулярностей в градиентной теории упругости»,  
представленную на соискание ученой степени кандидата физико-  
математических наук по специальности 01.02.04 – «Механика  
деформируемого твердого тела»

На отзыв представлены:

диссертационная работа на 112 страницах машинописного текста,  
содержащего 24 иллюстрации и 4 таблицы, список литературы насчитывает  
90 источников;

автореферат на 26 страницах, включая список из 3 основных публикаций  
автора по теме диссертационной работы из списка, рекомендованного ВАК, в  
том числе 1 статьи в издании, входящем в базу цитирования Scopus.

При подготовке отзыва были рассмотрены работы автора, опубликованные в  
открытых научных изданиях. Основное содержание диссертации нашло  
отражение в данных работах.

### Актуальность темы диссертации

В последние 15-20 лет вновь возродился интерес к моделям материалов  
второго и более высоких порядков, позволяющих, по мнению авторов работ  
по данной тематике, рассматривать проблемы с резкими изменениями  
характеристик напряженно-деформированного состояния (НДС) в  
окрестностях различных особенностей (включений вторичных фаз,

геометрических концентраторов напряжений и т.д.). Однако применение указанного класса моделей для решения краевых задач механики деформируемого твердого тела (МДТТ) сопряжено со значительными трудностями математического характера, связанными в первую очередь с установлением симметрийных свойств и граничных условий высокого порядка, что требует детального изучения корректности постановок возникающих задач. В связи с вышесказанным выбранную тему диссертационной работы следует признать вполне актуальной.

### **Структура и содержание диссертации**

Работа состоит из введения, четырех глав, заключения (результатов работы) и списка литературы.

**Введение** содержит обоснование актуальности выбранной темы исследования (в том числе – на основе приведенного обзора литературы), формулировки цели и задач, научной новизны, практической и теоретической значимости диссертационной работы, приведено ее краткое содержание.

**В первой главе** рассматриваются основные положения и соотношения градиентной теории упругости, включая вывод граничных условий. Особое внимание уделено рассмотрению симметрийных свойств определяющих соотношений и входящих в них параметров; сформулированы требования к тензорам (четвертого и шестого порядков) упругих свойств. Получено факторизованное уравнение равновесия градиентной теории упругости.

**Вторая глава** посвящена рассмотрению вопросов корректности математической постановки краевой задачи градиентной теории упругости. С позиций симметрийных свойств обсуждаются различия рассматриваемой вариационной модели и моделей Миндлина I и Миндлина II. Приведены требования к симметрии модулей упругости (компонент тензоров упругих характеристик 6-го порядка), нарушение которых может приводить к погрешностям в задании граничных условий. Сформулирован

конструктивный критерий корректности постановки краевой задачи, сводящийся к необходимости задания граничных условий для моментных составляющих с использование только симметричных (по второму и третьему индексам) тензоров (3-го ранга) моментных напряжений.

**В третьей главе** рассмотрены примеры некоторых задач, решенных с использованием определяющих соотношений градиентной теории упругости. Особое внимание удалено задачам с сингулярностями (например, в окрестности вершины трещины), для решения которых предлагается процедура формальной регуляризации, базирующаяся на теореме о радиальных множителях. Применение данного подхода позволяет устраниить сингулярности в решениях и использовать для анализа поведения трещин понятие концентратора напряжений. Обсуждается понятие масштабного параметра, появляющегося в градиентных моделях; высказывается предположение, что эта величина является характеристикой материала; для ее определения предлагается использовать результаты расчетов в сочетании с экспериментальными данными.

**Четвертая глава** содержит описание и анализ результатов численного решения (с использованием МКЭ) ряда краевых задач градиентной теории упругости (диск с вырезом и пластина с разрезом, подвергаемые различным нагрузлениям). Для оценки параметра масштаба в задачах исследования поведения трещин использованы данные о предельных нагрузках, полученные в соответствующих экспериментах.

В заключение диссертации приведены основные выводы по работе с указанием наиболее значимых результатов.

**Научная новизна:** установлена необходимость учета дополнительного признака симметрии краевых условий для обоснования корректности постановок краевых задач теории упругости, использующих градиентные модели упругости; получены новые регуляризованные решения задач

определения НДС в окрестностях концентраторов напряжений (в том числе – трещин).

**Практическая значимость работы:** разработанная методика решения задач с концентраторами напряжений позволяет повысить точность прогнозирования разрушения ответственных деталей, используемых в высокотехнологичных отраслях промышленности (например, авиастроении).

**Рекомендации по использованию результатов и выводов диссертации:**

Развиваемый в работе подход к решению задач с концентраторами напряжений рекомендуется использовать в расчетной практике проектных и конструкторских организаций различных отраслей, в первую очередь – авиакосмической промышленности. Теоретический материал может быть использован при подготовке специальных разделов курсов по механике деформируемого твердого тела для механических направлений и специальностей.

**Публикации и апробация результатов исследования:** результаты, полученные в работе, опубликованы в трех работах в изданиях, рекомендованных ВАК РФ для публикаций по докторским и кандидатским диссертациям, в том числе – одна работа в журнале, входящем в базу цитирования Scopus. Сведения об апробации работы, к сожалению, не приведены.

**Обоснованность и достоверность:** Используемые подходы и методы базируются на современных и хорошо апробированных положениях механики деформируемого твердого тела и вариационного исчисления. Достоверность полученных теоретических результатов подтверждается их удовлетворительным соответствием экспериментальным данным.

**Соответствие автореферата содержанию работы:** Содержание автореферата соответствует содержанию диссертационной работы, реферат отражает основные результаты и выводы диссертации.

**Соответствие содержания диссертации паспорту специальности:**

Диссертация К.К.Шрамко соответствует паспорту специальности 01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела.

**Замечания и вопросы по содержанию работы:**

1. С.4 диссертации (Д), с.3 автореферата (А): Термин «корректность», часто используемый в естественных науках, имеет множество смыслов. Представляется целесообразным привести точное определение корректности краевой задачи. Ошибки при численном моделировании могут быть обусловлены множеством причин, не обязательно связанным с наличием или отсутствием условий корректности (равно как с их удовлетворением или невыполнением).
2. С.6 (Д), с.4 (А). Не понятно – является ли параметр масштаба постоянной материала или характеристикой образца (конструкции с вырезами)? Если все-таки материала, то каков его физический смысл, с какими микроструктурными характеристиками он связан?
3. К сожалению, ни в автореферате, ни в диссертации автором не указано, докладывалась ли работа на семинарах и конференциях.
4. С.6 (Д), с.6 (А). Представляется неудачной формулировка пункта «Достоверность». Нескромным (по меньшей мере) представляется самостоятельное установление соискателем строгости используемого аппарата, причем само по себе применение математически корректных подходов и методов не гарантирует от ошибочных результатов. Совпадений результатов в строгом смысл этого слова не бывает даже при сопоставлении результатов численных расчетов по разным моделям.
5. Представляется необходимым в самом начале работы рассмотреть некоторые фундаментальные вопросы теории определяющих соотношений.
  - Прежде всего – это определение представительного объема, обоснование этого определения для конкретных материалов, опираясь на физические аргументы.

- Не ясно, каким образом предполагается определять материальные параметры. При построении феноменологических определяющих соотношений (ОС) обычно базируются на экспериментах, последние же должны проводиться в условиях однородного напряженно-деформированного состояния (НДС). Не ясно, что следует понимать под однородным состоянием в случае градиентного материала.
- Не ясно также, можно ли по отдельности рассматривать ОС для напряжений и моментных напряжений (например, с.27, соотношения (52)).
- Представляется целесообразным объяснить физические причины возникновения моментных напряжений; возможно ли их возникновение при центральных межатомных взаимодействиях? Каким образом можно задать и реализовать граничные условия в моментах (см., например, с.47)?

6. Гл.3. Целесообразно для рассматриваемых задач приводить расчетные схемы, пояснить практический смысл исследуемых проблем. Не ясно, какими должны быть размеры представительного объема для получаемых решений, хотя и с устраниенной особенностью, но с весьма значительными градиентами (см., например, рис.1 на стр.68, рис.2 на стр.76).

7. Имеются некоторые вопросы по математическим соотношениям.

- П.1.1.2, с.13. Не ясно, в какой конфигурации записаны соотношения; если использована постановка в актуальной конфигурации, то каким образом удается «пронести» вариацию под интеграл по изменяющейся области? В каком базисе определены компоненты используемых тензоров? Для вариаций компонент перемещений необходимо отметить, что они равны нулю на частях границы области, на которых заданы кинематические граничные условия.

- П.1.1.5, с.18, соотношение (26<sub>2</sub>): из каких физически обоснованных условий можно задать производную вектора перемещений по нормали к поверхности?
8. В ряде фрагментов работы не очень понятна терминология.
- С14 и далее (Д). Представляется неправильным употребление термина «бесконечно малый тензор дисторсии»; в этом случае любые произведения конечных величин на этот тензор также будут бесконечно малыми, а тогда говорить о концентраторах напряжений, сингулярных решениях не имеет смысла.

- Практически повсеместно для компонент тензоров используется термин «тензор».
- Возможно, вместо использования длинных и сложно воспринимаемых соотношений в компонентной форме целесообразно было бы введение специальных тензорных операций (скалярных произведений различного порядка, транспонирования и т.д. для тензоров 3-го и 6-го рангов) и изложение материала в символической форме.

Следует отметить небрежность автора в подготовке текстов автореферата и диссертации, которые изобилуют ошибками и грамматическими ошибками. Не везде введены используемые в тексте аббревиатуры, часть из них приведена только на латинице. Часто вместо тире автор использует дефис.

## Заключение

Диссертационная работа К.К.Шрамко «Исследование свойств симметрии и регуляризация сингулярностей в градиентной теории упругости» является законченной научно-исследовательской работой, имеющей научное и практическое значение. Диссертационная работа соответствует требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней», а её автор, Шрамко Константин Константинович, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела.

Отзыв обсужден и утвержден на расширенном заседании кафедры «Математическое моделирование систем и процессов» ФГАОУ ВО «Пермский национальный исследовательский политехнический университет» от 12 ноября 2021 г., протокол №4.

Зав. кафедрой математического моделирования систем и процессов Пермского национального исследовательского политехнического университета, Заслуженный деятель науки РФ, доктор физико – математических наук, профессор

Пётр Валентинович Трусов

614990, г.Пермь, Комсомольский пр-т, 29, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Пермский национальный исследовательский политехнический университет», тел. +7 342 212 39 27, факс +7 342 219 80 67, e-mail: rector@pstu.ru

Я, Трусов Петр Валентинович, даю согласие на включение своих персональных данных в документы, связанные с защитой диссертации К.К. Шрамко и их дальнейшую обработку.

/П.В.Трусов/

ЗАВЕРЯЮ:

Личный секретарь ПНИПУ

В.И. Макаревич

11 2021 г.



Подпись