

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «МОСКОВСКИЙ
АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

На правах рукописи



Маркевич Пшемьслав

**РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ УЛУЧШЕНИЯ ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ
ХАРАКТЕРИСТИК МАГИСТРАЛЬНОГО САМОЛЕТА**

Специальность 2.5.16.

Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов
(технические науки)

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата технических наук

Научный руководитель
доктор технических наук
Масленникова Галина Евгеньевна

Москва – 2023

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
ГЛАВА 1 ОСОБЕННОСТИ ПРОБЛЕМЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ МАГИСТРАЛЬНЫХ САМОЛЕТОВ	11
1.1 Современные методы повышения эксплуатационных характеристик магистральных самолетов	11
1.2 Классификация режимов полета магистральных самолетов.....	14
1.3 Одноцелевая постановка задачи оптимального проектирования в задачах исследования эффективности магистральных самолетов.....	18
1.4 Многоцелевая постановка задачи.....	25
1.5 Разработка метода многокритериальной оптимизации на основе многоцелевой системы.....	30
1.6 Анализ эффективности задачи с двухмерным множеством допустимых решений.....	40
1.7 Эксплуатационная и траекторная задачи исследования эффективности летной операции	48
1.8 Выводы по главе.....	54
ГЛАВА 2 ЭФФЕКТИВНОСТЬ КРЕЙСЕРСКОГО ПОЛЕТА.....	56
2.1 Показатели эффективности крейсерского полета.....	56
2.2 Траекторная постановка задачи оптимизации крейсерского режима	64
2.3 Эксплуатационная постановка задачи оптимизации крейсерского режима.....	68
2.4 Оптимизация крейсерского полета	71
2.5 Исследование эффективности крейсерского полета	77
2.6 Выводы по главе.....	85

ГЛАВА 3 ЭФФЕКТИВНОСТЬ МАНЕВРОВ ИЗМЕНЕНИЯ ВЫСОТЫ	86
3.1 Энергетическая постановка задачи исследования режимов изменения высоты	86
3.2 Оптимизация режимов изменения высоты.....	90
3.3 Компромиссные режимы изменения высоты.....	97
3.4 Траекторный анализ эффективности набора высоты.....	102
3.5 Траекторный анализ эффективности оптимального снижения.....	113
3.6 Показатели эффективности маневров изменения высоты.....	116
3.7 Эксплуатационная задача оптимизации набора высоты и снижения.....	119
3.8 Влияние основных факторов на эффективность оптимальных программ набора высоты и снижения	122
3.9 Выводы по главе.....	126
ГЛАВА 4 ОПТИМИЗАЦИЯ ЛЕТНЫХ ОПЕРАЦИЙ	128
4.1 Построение оптимальных профилей полета	128
4.2 Исследование профилей полета с заданным запасом топлива.....	135
4.3 Исследование профилей полета на заданную дальность.....	137
4.4 Сопоставление оптимальных режимов с типовыми компромиссными режимами	141
4.5 Выводы по главе.....	149
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	150
СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ.....	152
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	153

ВВЕДЕНИЕ

Повышение эффективности воздушного транспорта реализуется в основном по двум направлениям:

– совершенствование аэродинамических характеристик планера, а также расходных и тяговых характеристик авиадвигателей;

– оптимизация траекторий с целью обеспечения выполнения задач полета при минимальных затратах времени или минимальном расходе топлива.

Первый путь требует капитальных затрат и длительного периода их окупаемости, второй может быть реализован на любом летающем самолете, затраты практически нулевые, при этом получение экономического эффекта возможно сразу же после внедрения.

Настоящая работа предполагает разработку методов улучшения эксплуатационных характеристик магистрального самолета посредством системного исследования и оптимизации траекторного движения на основе концепции многоцелевого подхода. Следовательно, она относится ко второму направлению повышения эффективности воздушного транспорта, и именно этим определяется ее **актуальность**.

Объект исследования. Профиль полета магистрального самолета, аэродинамические и летно-технические характеристики которого выбираются в условиях совокупности критериев эффективности.

Степень разработанности темы исследования. Направление диссертационного исследования было выбрано и сформулировано на основе анализа научных и методологических результатов отечественных и зарубежных авторов и научных центров. Опыт и достижения российских ученых в области многоцелевого анализа сложных технических объектов позволили определить круг вопросов, требующих исследования с целью уточнения подходов к решению задач по достижению компромисса и рациональному распределению ресурсов в ходе выполнения летной операции. Задачей оптимизации траекторных параметров движения самолета с целью повышения эффективности эксплуатации в разное

время занимались: С.Ю. Скрипниченко, И.В. Остославский, И.В. Стражева, В.В. Андреевский, Н.М. Гревцов, О.Е. Ефимов, И.О. Мельц, Е.А. Губарева, А. Миеле, N.R. Zagalsky, A.L. Schultz, E.S. Rutowski, H. Erzberger, H. Lee. Разработкой методов многоцелевой оптимизации в условиях неопределенности в авиационной сфере занимались: В.С. Брусков, С.А. Пиявский, Е.А. Хвилон, С.К. Баранов, В.П. Петручик.

Цель работы. Разработка подхода к повышению эффективности эксплуатации путем построения профиля полета магистрального самолета как объекта многоцелевой оптимизации.

Для достижения поставленной цели решаются следующие **задачи**:

– разработаны критерии оценки эффективности эксплуатации воздушного судна;

– адаптирован метод многокритериального анализа в многоцелевой постановке для получения характеристик оптимального профиля в условиях неопределенности целей и задач полета;

– адаптированный метод многокритериального анализа и разработанный критерий эффективности использован для решения задачи получения оптимальных, с точки зрения решаемых целей и задач, параметров полета магистральных самолетов, а также отдельных этапов полета;

– исследована эффективность использования предложенного метода оптимизации режимов полета в летной эксплуатации магистральных самолетов.

Научная новизна работы состоит в:

– разработке метода анализа многоцелевых задач с помощью аналитических весовых коэффициентов;

– разработке метода учета риска многоцелевой системы как средства учета неопределенности внешних факторов;

– применении для исследования эффективности летных операций безразмерных показателей, удобных в постановке задачи улучшения эксплуатационных характеристик магистрального самолета при различных целях полетов магистральных самолетов;

– разработке практических методов анализа эффективности и оптимизации этапов полета в условиях неопределенности.

Теоретическая значимость результатов исследования. Результаты исследований в виде теоретических и методологических основ могут быть полезны при разработке рекомендаций по эксплуатации магистральных самолетов ГА, при постановке задачи улучшения эксплуатационных показателей магистральных самолетов, а также при выработке теоретических основ для разработки системы оптимизации режимов полета СОПП.

Практическая значимость работы состоит в том, что разработанные методы позволяют:

– проводить анализ многокритериальных задач в условиях неопределенности с применением аналитических весовых коэффициентов;

– формировать оптимальные « типовые » профили полета в условиях изменения экономических показателей эксплуатации магистрального самолета ГА;

– разрабатывать практические рекомендации по использованию компромиссных режимов полета;

– разрабатывать практические рекомендации по вертикальному эшелонированию в условиях необходимости использования увеличенной крейсерской скорости для повышения экономичности полета;

– формировать алгоритмы расчетов для автоматизированных систем управления на единой методологической базе;

– использовать результаты исследований для процесса обучения специалистов авиационных вузов.

Методология и методы исследования. Для решения поставленных задач в диссертационной работе были использованы методы математического моделирования эксплуатационных характеристик самолета, многоцелевой подход (в том числе методы, известные из теории оптимальных решений, исследования операций, теории игр и др.), системный анализ, методы математического программирования.

Положения, вносимые на защиту:

– анализ существующих методов повышения летной эффективности магистральных самолетов, направленных на оптимизацию функционирования самолета;

– методика решения многокритериальных задач в многоцелевой постановке, основанная на линейной свертке частных критериев и поиске аналитических весовых коэффициентов;

– методика оптимизации режимов полета и анализа отдельных этапов полета, основанная на исследовании эффективности достижения целей полета;

– понятие и метод определения оптимальной дальности крейсерского полета на заданном эшелоне в условиях неопределенности задач как объективного критерия эшелонирования.

Степень достоверности и апробация результатов

Достоверность результатов подтверждается в первую очередь тем, что оптимальные профили полета, полученные разработанными автором методами, не противоречат рекомендациям по оптимизации режимов полета, основанным на анализе кривых потребных и располагаемых тяг, но при этом расширяют возможности получения оптимальных значений параметров в условиях изменяющейся стоимости авиатоплива, а также целей и задач полета.

Основные положения и результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на:

17-ой Международной конференции «Авиация и космонавтика – 2018» (г. Москва, 2018 г.), доклад: «Постановка задачи совместного выбора параметров аэродинамической компоновки самолета и его АСУ на основе векторного критерия»;

Конференции «Гагаринские чтения – 2019» (г. Москва, 2019 г.), доклад: «Выбор рационального профиля крыла на основе многоцелевого подхода»;

Втором авиационном и космическом конгрессе в Кельце (The 2nd Aviation and Space Congress Kielce-Cedzyna, Poland (г. Кельце, Республика Польша, 2019 г.), доклад: «The multipurpose and multicriteria airfoil selection for light civil aircraft»;

Конференции «Гагаринские чтения – 2020» (г. Москва, 2020 г.), доклад: «Comfort improvement of light aircraft flight in turbulent atmosphere»;

19-ой Международной конференции «Авиация и космонавтика» (г. Москва, 2020 г.), доклад: «Выбор параметров крейсерского режима в полете на дальность легкого гражданского самолета с использованием многоцелевого подхода»;

Конференции «Гагаринские чтения 2021» (г. Москва, 2021 г.), доклад: «Метод решения многокритериальных задач с нелинейными критериями на основе многоцелевого подхода».

По теме диссертации опубликованы четыре научные работы в изданиях, рекомендованных ВАК РФ [35], [36], [37] и [38].

Личный вклад автора. Все представленные в диссертации результаты исследований получены лично автором либо при его непосредственном участии. Автором лично разработаны метод анализа многокритериальных задач с помощью аналитических весовых коэффициентов и метод учета риска многоцелевой системы. Лично разработаны эксплуатационный и траекторный методы анализа эффективности и оптимизации летных операций в условиях неопределенности задач. Автором лично была выявлена оптимальная дальность крейсерского полета.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав и заключения. Работа содержит 162 страниц, 49 иллюстраций и 5 таблиц. Список используемой литературы включает 102 наименований.

Основное содержание работы.

В первой главе проводится обзор современных технических методов улучшения эксплуатационных характеристик самолетов, основанных как на способах улучшения аэродинамических характеристик крыла, так и на методах увеличения топливной эффективности авиадвигателей. Описан многоцелевой подход к исследованию эффективности сложных технических объектов. Предложено использовать многокритериальный метод для исследования и оптимизации летных операций в условиях неопределенности целей и задач, применительно к задачам исследования летной эффективности магистральных самолетов и разработки метода определения компромиссных режимов полета на

основе многоцелевого подхода. Под компромиссным режимом полета понимается полет на скорости в диапазоне между экономической и максимальной скоростью горизонтального полета. Проводится обзор современных методов оптимизации летных операций в полете с компромиссными режимами полета, основанных на траекторных и эксплуатационных показателях полета. Разрабатываются траекторная и эксплуатационная постановки задачи оптимизации компромиссных режимов полета, а также летных операций в полете на данных режимах.

Во второй главе рассматриваются вопросы оптимальности крейсерского режима и крейсерского полета. Показатели крейсерской эффективности разделяются на локальные и интегральные в условиях многообразия критериев оценки эффективности. Разрабатывается алгоритм вычисления компромиссных крейсерских режимов для различных вариантов вычисления крейсерского режима. Разработан траекторный показатель эффективности крейсерского полета, а также обобщенный показатель эффективности крейсерского полета, позволяющий рассматривать изолированный крейсерский полет. В главе был представлен метод вычисления оптимальной крейсерской дальности в полете с компромиссными крейсерскими режимами, являющийся критерием эшелонирования. Проводятся исследования факторов, влияющих на эффективность крейсерского полета.

В третьей главе рассматриваются вопросы эффективности режимов набора высоты и снижения. Проводится анализ современных методов оптимизации данных этапов полета. В главе разработан метод оптимизации компромиссных режимов набора высоты и снижения в траекторной и эксплуатационной постановках задачи. Исследуются вопросы оптимальности вдоль траектории набора высоты и снижения. Вводится траекторный показатель эффективности набора высоты и снижения, а также обобщенный показатель эффективности изолированных набора высоты и снижения. В главе исследуются факторы, влияющие на эффективность набора высоты и снижения в полете на компромиссных режимах.

В четвертой главе рассматриваются вопросы эффективности летных операций в полете с компромиссными режимами полета в качестве профилей

полета с интегрированными отдельными оптимальными этапами полета. Разработан метод оптимизации профиля полета в условиях эшелонирования. Исследуются летные операции с различными дальностями полета и различными значениями коммерческой нагрузки, а также их влияние на эффективность полета с компромиссными режимами. Рассматривается применение предложенного метода оптимизации летной операции в задаче разработки диаграммы транспортных возможностей самолета, а также в разработке общих рекомендаций по эксплуатации магистральных самолетов. В главе приводится пример оптимизации полета на маршруте Москва – Гавана с компромиссными режимами полета в сопоставлении с рекомендациями РЛЭ.

ГЛАВА 1 ОСОБЕННОСТИ ПРОБЛЕМЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ МАГИСТРАЛЬНЫХ САМОЛЕТОВ

1.1 Современные методы повышения эксплуатационных характеристик магистральных самолетов

Эффективность эксплуатации магистральных самолетов является актуальным направлением научных исследований динамики полета последних лет. В XX веке данные исследования были направлены на поиск таких конструкторских решений, которые позволяли достичь наилучших эксплуатационных показателей, под которыми подразумевали такие параметры как максимальная расчетная дальность, максимальная крейсерская скорость, минимальная себестоимость или минимальный расход топлива в полете на расчетную дальность [58]. Однако сам процесс создания нового летательного аппарата (далее по тексту диссертации – ЛА) является процессом дорогостоящим и занимающим много времени, поэтому в XXI веке популярным становится модернизирование ЛА, предполагающее создание нового ЛА на основе уже существующего самолета. В силу ограничения ресурсов и незначительного прогресса в области разработки принципиально новых решений в авиастроении, актуальной стала задача улучшения эксплуатационных характеристик магистрального самолета в качестве задачи улучшения функционирования ЛА, что подразумевает поиск оптимальных программ эксплуатации (режимов полета).

В настоящее время наиболее актуальными направлениями модернизации магистральных самолетов являются:

- ремоторизация самолета – изменение силовой установки самолета, замена устаревших типов двигателей;

- повышение топливной эффективности самолета – уменьшение потерь в полете самолета, вызванных аэродинамическим сопротивлением, а также потерь на балансировку;

– повышение степени автоматизации систем самолета – применение современных электродистанционных систем управления, увеличение числа функций, выполняемых средствами автоматики.

Повышение эффективности магистральных самолетов связано в основном с использованием современных технических решений, к числу которых можно отнести следующие:

Использование сверхкритических профилей. Сверхкритические профили позволяют достичь значительного увеличения критического числа Маха ($M_{\text{крит}}$) по сравнению с классическими профилями. Сверхкритические профили отличаются относительно большим радиусом носка, ограниченной кривизной верхней поверхности и «подрезкой» задней кромки [5], [85], [97]. Подрезка задней кромки позволяет увеличивать подъемную силу без уменьшения значения $M_{\text{крит}}$ посредством формирования зоны высокого давления на нижней поверхности профиля. Появление зоны высокого давления на нижней поверхности приводит к росту значения коэффициента тангажа на пикирование по сравнению с классическими профилями.

Улучшение аэродинамических показателей крыла. Использование крыльев со сверхкритическими профилями позволяет уменьшить угол стреловидности крыла (что улучшает летные характеристики самолета на низких скоростях полета), увеличить относительную толщину крыла (что позволяет увеличить максимальное значение аэродинамического качества и объем топливных баков в крыловых отсеках), а также увеличить относительное удлинение крыла (что позволяет уменьшить индуктивное сопротивление). Существенное улучшение аэродинамических показателей профиля оказывает влияние на аэродинамическую и геометрическую крутки крыла, а также дополняется использованием вертикальных законцовок крыла. Геометрическая крутка способствует уменьшению момента тангажа на пикирование, что позволяет уменьшить потери на балансировку горизонтальным оперением [97]. Законцовки крыла уменьшают вихревой след, что приводит к росту подъемной силы и снижению сопротивления

и положительно сказывается на увеличении крейсерской скорости полета, улучшении топливной эффективности, а также снижает уровень шума на режимах взлета и посадки [89].

В последнее время особо актуальным направлением исследований является перспективная концепция «крыла изменяемой формы» (*morphing wings*), которая предполагает возможность изменения геометрических параметров крыла во время полета (таких как изменение аэродинамической и геометрической кривки, геометрии носка профиля крыла, «складывающиеся» законцовки крыла и др.). Концептуальные исследования эффективности применения крыла изменяемой формы показывают возможность улучшения летных показателей магистральных самолетов и, тем самым, улучшения эксплуатационных показателей [86], [87].

Силовые установки самолетов нового поколения. На магистральных самолетах нового поколения применяются турбореактивные двухконтурные двигатели (ТРДД). Летно-технические характеристики существенно зависят от высотно-скоростных и дроссельных характеристик двигателя самолета. Стремлением к экономическому совершенству в двигателестроении является разработка ТРДД, отличающихся высокой степенью двухконтурности, которая приводит к уменьшению удельного расхода топлива и удельного веса двигателя [5], [31], [102]. Современные ТРДД достигают высокой степени двухконтурности и отличаются высокой степенью повышения давления по сравнению с ТРДД предыдущего века (см. таблицу 1.1).

Перечисленные направления исследований улучшения летно-технических характеристик магистральных самолетов касаются предмета исследований динамики полета. Однако рассмотрение отдельных направлений повышения эффективности магистральных самолетов не описывает, как данные мероприятия влияют на выполнение конкретных летных заданий, для которых создается ЛА. Эффективность выполнения летных заданий зависит от выбранного режима полета и режима эксплуатации.

Таблица 1.1 – Сопоставление показателей ТРДД магистральных самолетов

Название двигателя	PW JT9D	ПС-90А	GEnx-1B70
Год начала эксплуатации	1966	1989	2006
Самолет	Boeing 747-100	Ил-96-300	Boeing 787-8
Взлетная тяга, кН	~200 кН	~157 кН	~296 кН
Степень двухконтурности	5,0	4,5	9,3
Удельный расход топлива, кг/(кгс·ч)	0,646	0,595	0,510
Степень повышения давления	26,7	35	53,3

1.2 Классификация режимов полета магистральных самолетов

Под режимом полета принято считать, в соответствии с определением ГОСТ 27332-87 [22], «совокупность параметров, характеризующих движение летательного аппарата, в зависимости от решаемой задачи». В эксплуатации самолетов гражданской авиации (далее по тексту – ГА) можно выделить две характерные цели решаемых летных задач: обеспечение минимального потребного запаса топлива и обеспечение минимально возможной продолжительности выполняемой задачи. Поэтому с точки зрения целей решаемой задачи режимы можно разделить на [3]:

– Экономические режимы – осуществляются при параметрах движения, минимизирующих километровой расход топлива в задачах, где время полета не ограничено;

– Скоростные режимы – осуществляются с максимально возможной горизонтальной скоростью полета при том предположении, что рейсовый запас топлива не ограничен.

Основная цель полета магистральных самолетов ГА – это полет на заданную дальность, преимущественно во время полета на крейсерском участке. В практике эксплуатации магистральных самолетов выделяют следующие крейсерские режимы:

– Режим максимальной дальности (МД) – используется в полетах на большие дальности (перегонные дальности), где масса коммерческой нагрузки ограничена взлетной массой или необходимым запасом топлива. Параметры режима МД обеспечивают максимальную дальность полета при заданном запасе топлива или минимальный расход топлива при заданной дальности. В зарубежных источниках данный режим называют «the maximum range cruise (MCR)» [90]. Реализация режима МД требует системы стабилизации скорости и автомата тяги, полет на скоростях режима МД может привести к «раскачке» автомата тяги, что также может привести к росту расхода топлива [90],

– Режим максимального крейсерования (МКР) – выполняется на скоростях, близких к максимальным на данном эшелоне, в случае если отсутствуют ограничения на расход топлива, при этом режим работы двигателей близок к максимальному. Данный режим иногда называют режимом максимальной крейсерской скорости [20], в иностранной литературе называют «the high speed cruising (HSC)» [97]. Как правило, режим МКР не находит применения в летной практике коммерческих самолетов гражданской авиации, однако полет на режимах, близких к режиму МКР, иногда выполняют в полетах на малую продолжительность и на небольших высотах [20], [97];

– Режим «0,99 МД», при котором допускается увеличение скорости полета, которое приводит к снижению максимальной дальности (или увеличению расхода топлива) на 1%. В зарубежной практике такой режим называют режимом полетов на большие расстояния («the long-range cruise», LRC). Данный режим построен на предложении достижения компромисса между максимальной скоростью полета (режимом МКР) и скоростью, доставляющей наибольшую дальность полета. Также следует отметить, что определение параметров режима «0,99 МД» не предполагает регулярного метода расчета;

– Компромиссные крейсерские режимы – в современных самолетах, оснащенных системой оптимизации режимов полета (далее по тексту – СОПП), используются алгоритмы, минимизирующие издержки и обеспечивающие достижение компромисса между расходом топлива и временем полета. Как

следствие использования стоимостных показателей в расчетах СОПП в реальном времени, был разработан метод вычисления наиболее эффективной крейсерской скорости («the most efficient cruise speed», ECON) [90]. Применение СОПП в расчетах оптимального режима с применением стоимостных показателей, а также с помощью средств автоматики и стабилизации (автомата тяги и автопилота), позволяет выбрать рациональную скорость в диапазоне скоростей МД и 0,99 МД с целью достижения желаемой экономической эффективности [90].

Режимы МД и МКР являются теоретическими крейсерскими режимами, на которых полет может привести к необоснованным потерям необходимого основного запаса топлива (далее по тексту – ОЗТ). Выбор крейсерского режима обычно производится посредством рассмотрения оптимизационной задачи с привлечением дополнительной информации об условиях эксплуатации. К дополнительной информации можно отнести показатели финансовых издержек (стоимость тонны авиатоплива c_F , стоимость летного часа c_T), прибыли от перевозки тонны коммерческой нагрузки, себестоимость летной эксплуатации [58], [61], [78]. Рассмотрение дополнительной информации в задаче оптимизации режимов полета позволяет назвать такие режимы оптимальными в смысле минимума издержек, себестоимости или максимума прибыли. Таким образом, компромиссные режимы являются оптимальными лишь в случае привлечения дополнительной информации об условиях полета, которые уточняют цели полета.

Выбор режима полета детерминирует три важных целевых показателя полета: дальность, продолжительность и необходимый ОЗТ. В обычной эксплуатации самолета дальность считается заданной (является параметром летного задания), следовательно, выбору подлежит режим полета, который определяет его продолжительность на заданную дальность, и требуемый ОЗТ, необходимый для реализации данного режима. Полет на экономическом режиме позволяет запланировать минимальный ОЗТ, однако требует большего времени. Полет на скоростном режиме, однако, требует значительно большего ОЗТ, но за

минимальное время. Данную проблему представим на Рисунке 1.1 для полета на заданную дальность самолета Ил 96-300.

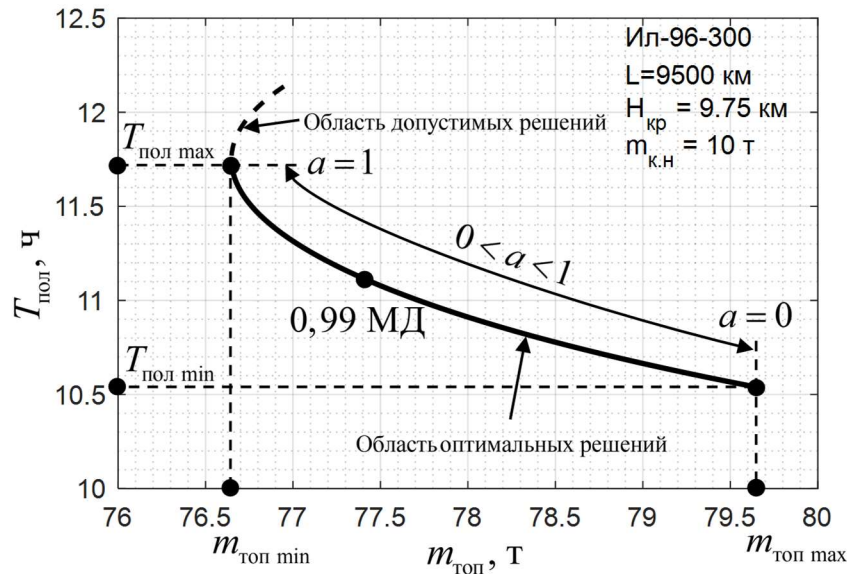


Рисунок 1.1 – Потребный запас топлива и время полета в полете на заданную дальность в зависимости от выбора режима полета [38]

С годами менялось отношение к отдельным целям полета. До нефтяного кризиса 1973 года на режим полета не сильно влиял экономический фактор. В полете допускалось использовать режимы вплоть до МКР в силу неограниченности ценовой доступности авиатоплива. Также при проектировании самолета авиаконструкторы и заказчики не обращали внимания на экономический фактор, что, как следствие, приводило к применению неэкономических двигателей меньшей тяги, обычно в количестве больше двух. С конца 70-х годов XX века экономический фактор в процессе проектирования и эксплуатации ЛА играет все большую роль. Проектируются более экономичные самолеты, с экономными двигателями большой тяги, в количестве не больше двух, предпринимаются различные мероприятия, направленные на повышение оборачиваемости самолетов. Также постепенно снимаются с эксплуатации самолеты 60-70-х годов XX века в силу неэкономичности их эксплуатации.

Наблюдается увеличивающееся стремление к наибольшей экономической эффективности магистральных самолетов, а также к значительному росту авиационного парка. Как следствие, повышение трафика воздушного пространства

привело к проблеме росту погрешности при расчете времени выполнения летных операций. Поэтому стремление к экономичности выполнения полетов в условиях загруженности воздушного пространства привело к финансовым потерям от запаздывания самолетов и неравномерности загрузки аэропортов при выполнении взлетов и посадок. Источником данных потерь являются требования денежной компенсации со стороны представителей авиационной инфраструктуры, а также потребителей услуг авиаперевозок. В результате была предложена концепция четырехмерной навигации, где продолжительность полета является управляемой [80], [94].

В эксплуатационном смысле под режимом будем понимать тройку параметров: скорость полета (число Маха), высота полета и режим работы двигателей (степень дросселирования). Таким образом, режимом полета является вектор-функция этих параметров от дальности:

$$u(L) = \begin{bmatrix} V(L) \\ H(L) \\ R(L) \end{bmatrix}, \begin{matrix} V_{\min}(L) \leq V(L) \leq V_{\max}(L) \\ H_{\min}(L) \leq H(L) \leq H_{\max}(L), \\ R_{\text{м.г}}(L) \leq R(L) \leq R_{\max}(L) \end{matrix}, 0 \leq L \leq L_{\text{к}} \quad (1.1)$$

Данная модель исчерпывает определение режима, данное в ГОСТ [22], где в качестве «решаемой задачи» выступает заданная дальность полета $L_{\text{пол}}$. Однако для решения задачи исследования вопроса эффективности летной операции информации о режиме в виде модели (1.1) недостаточно.

1.3 Одноцелевая постановка задачи оптимального проектирования в задачах исследования эффективности магистральных самолетов

Задача исследования эффективности летной операции предполагает выбор такого режима полета, который позволяет достичь желаемого полезного эффекта. Как правило, представление о полезности летной операции возможно лишь в конкретных (реальных) условиях выполнения поставленной летной задачи. К таким условиям можно отнести условия взлета и посадки (параметры ВПП,

возможности инфраструктуры аэропорта вылета и прилета и др.), реальное состояние атмосферы (отличное от МСА), условия распределения коммерческой нагрузки на борту самолета, риск нештатных ситуаций и др. С целью исследования эффективности летной операции следует обобщить данные условия до некоторых расчетных условий. Существенным условием выполнения полета, детерминирующим полезность летной операции, является экономический полезный эффект, который, как правило, рациональному обобщению не подлежит в силу влияния рыночных факторов.

Как было отмечено, задача исследования эффективности летной операции заключается в выборе некоторого режима полета. Выбор производится в условиях обобщения условий эксплуатации и в условиях неопределенности экономического эффекта. Таким образом, задача выбора режима полета является оптимизационной задачей на области неопределенности. В постановке задачи в условиях неопределенности выбор оптимального решения производит лицо, принимающее решение (ЛПР), которое делает выбор конкретного решения на области неопределенности исходя из собственных суждений, опыта или дополнительной информации, которая явно не входит в постановку задачи.

Постановка задачи исследования эффективности летной операции в условиях определенности целей полета формируется в одноцелевой постановке задачи в терминах системного анализа [30], [32], [33], [68], исследования операций [19], [21], а также теории принятия решений [2], [7], [48], [72], [73].

В задачах оптимизации можно выделить три группы информации, которыми располагает ЛПР в моменте формирования постановки задачи:

– исходные данные – параметры, описывающие требования, предъявляемые к летательному аппарату или летной операции, которые характеризуют заданную цель (задание) оптимизации. В задачах исследования эффективности полета источником исходных данных являются, прежде всего, руководство летной эксплуатации самолета (РЛЭ) [60], а также руководство по технической эксплуатации двигателя (РТХ) [27]. В задачах улучшения ЛТХ самолета источником исходных данных является техническое задание (ТЗ);

– искомые данные – параметры, подлежащие определению в процессе оптимизации, к которым можно отнести параметры облика самолета в задаче оптимального проектирования или параметры движения в задаче оптимизации летной операции;

– математическая модель объекта исследования – это набор параметров, описывающих свойства объекта, и формальных связей, описывающих математические отношения между этими параметрами, которые позволяют прогнозировать способность объекта выполнять поставленные перед ним задачи. Математическая модель самолета состоит из формул аэродинамического, весового, балансировочного расчета, модели силовой установки (высотно-скоростные и дроссельные характеристики) и модели среды функционирования (модель атмосферы). В задачах исследования летно-технических характеристик самолета источником эмпирических данных являются данные, полученные посредством моделирования в аэродинамических трубах, летных исследований или математического моделирования. В свободном доступе [4], [90], [92] существует большое количество обобщенных эмпирических характеристик, которые позволяют синтезировать математическую модель почти любого магистрального самолета. Связи между отдельными факторами описаны в большом количестве книг, монографий и учебных пособий, посвященных динамике полета и аэродинамике [28], [46], [47], [56], [76].

Возможные значения каждой искомой величины ограничены возможностями текущего технического развития. В свою очередь каждая искомая величина ограничена директивными требованиями, установленными нормами летной годности (НЛГ), и подлежит определению путем сопоставления возможных значений искомых величин с исходными величинами в математической модели объекта. Если возможные значения искомых величин соответствуют НЛГ, тогда данные значения называют допустимыми значениями искомых величин. Каждому допустимому значению искомых величин соответствует конкретный облик ЛА в задаче оптимального проектирования или конкретная программа полета в задаче планирования оптимальной летной операции. В одноцелевой постановке задачи

исходные данные отображают единственную цель, то есть один элемент пространства параметров.

Основной целью оптимизации в задачах динамики полета является выбор такого набора искомого параметров, которые определяют конкретный облик ЛА или конкретную программу полета, которые будут считаться оптимальными в смысле принятого критерия (показателя) эффективности. Иными словами, которые лучшим образом соответствуют требованиям, предъявляемым к ЛА, или лучшим образом выполняют полетное задание. Главным понятием постановки задачи принятия оптимальных решений и, тем самым, задачи оптимизации, является критерий эффективности. Целью критерия эффективности является сопоставление значения искомого параметра с заданными известными требованиями. Математическая модель критерия эффективности [21]:

$$f = f(y, \eta) \quad (1.2)$$

где: η – неконтролируемый ЛПР параметр, являющийся исходной информацией, описывает объект исследования, y – контролируемый ЛПР параметр, являющийся искомой информацией, отображает конкретную цель (задачу), $f(y, \eta)$ – функция, определяющая взаимосвязь между неконтролируемыми и контролируемыми параметрами, f – значение критерия эффективности, то есть оценка эффекта контролируемого параметра.

Применительно к задаче исследования эффективности магистральных самолетов в группу контролируемых параметров включены три вектора параметров [14]:

– **Вектор проектных параметров** y_p – набор параметров, однозначно определяющих облик ЛА из допустимого множества $y_p \in Y_x$:

$$y_p = [y_{p1}, y_{p2}, \dots, y_p]^T, \quad y_p \in Y_x \subset R_p \quad (1.3)$$

Допустимое множество Y_x является множеством параметров, которое позволяет выполнить некоторое, «расчетное» задание x (что здесь и дальше

обозначается индексом « x »). Множество Y_x является подмножеством допустимых параметров ЛА R_p . К элементам данного вектора параметров можно отнести геометрические параметры облика, аэродинамические профили несущих поверхностей, а также эксплуатационные показатели отдельных агрегатов ЛА.

– **Вектор-функция управления** $u_x(t)$, $t \in T_x$ – управление описывает изменение эксплуатационных показателей во время выполнения летной операции (выполнения задания « x ») за время T_x :

$$u_x(t) = [u_x^1(t), u_x^2(t), \dots, u_x^r(t)]^T, \quad t \in T_x, \quad u_x(t) \in U(t) \subset R_r \quad (1.4)$$

К управлениям можно отнести программы управления скоростью полета $V(t)$, высотой $H(t)$, режимом работы двигателей $R(t)$, а также изменения массы $m(t)$ или центровки $\bar{x}_T(t)$. Множество $U(t)$ является допустимым множеством управлений, зависящим от проектных параметров $y_p \in Y_x$. В прикладных задачах исследования эффективности полета в полете на заданную дальность удобно использовать дальность в качестве независимой переменной вместо времени.

– **Вектор параметров настройки** y_x – эксплуатационные параметры самолета, которые определяются до начала летной операции:

$$y_x = [y_x^1, y_x^2, \dots, y_x^k], \quad y_x \in \Delta Y(y_p) \in R_k \quad (1.5)$$

Параметрами настройки магистрального самолета являются, прежде всего, коммерческая нагрузка $m_{к.н}$, центровка во время взлета \bar{x}_{T_0} , а также основной запас топлива $m_{топ}$, необходимый на выполнение летной операции x . Множество $\Delta Y(y_p)$ является множеством допустимых параметров настройки, которое зависит от проектных параметров y_p .

Тройка векторов $\{y_p, u_x(t), y_x\}$ определяет конкретную летную операцию x (летное задание). Допустимые множества Y_x , $U(t)$ и $\Delta Y(y_p)$, обусловленные эксплуатационными ограничениями, являются подмножествами пространства

параметров R_p , R_r и R_k . В летной операции вектор-функция управления зависит от выбранного режима полета и вектора настройки $\{u_x(t), y_x\}$. Данную пару параметров назовем **режимом эксплуатации**.

Математическую модель летной операции, как выполнение задачи x самолетом при заданных параметрах y_p , можно записать в виде обыкновенных дифференциальных уравнений с граничными условиями:

$$\begin{aligned} \dot{z} &= \varphi(z, y_p, y_x, u_x(t), t) \\ z(t_0) &\in Z_0(y_p), z(t_k) \in Z_k(y_p), u_x(t) \in U(y_p), y_x \in \Delta Y(y_p), z \in Z(y_p) \end{aligned} \quad (1.6)$$

где: t – время, z – вектор фазовых координат, $Z(y_p)$ – допустимое множество фазовых координат, $Z_0(y_p)$, $Z_k(y_p)$ – соответственно начальные и конечные условия.

Траектория $z(t)$, $0 \leq t \leq T_x$ описывает летную операцию в одноцелевой постановке задачи при заданных проектных параметрах y_p , параметрах настройки y_x и управлении $u_x(t)$, реализующих летное задание T_x .

Сформулируем постановку задачи поиска проектных параметров и параметров управления, обеспечивающих минимум принятому критерию оптимальности (задача оптимального проектирования [14]):

$$f(x, \tilde{y}_p, \tilde{u}_x(t), \tilde{y}_x) = \min_{\substack{y_p \in Y_x \\ y_x \in \Delta Y(y_p) \\ u(t) \in U(y_p)}} f(x, y_p, u_x(t), y_x) \quad (1.7)$$

Как правило, оптимальное управление зависит, прежде всего, от проектных параметров, что значительно усложняет практическую реализацию исследования в рамках постановки задачи (1.7). Поэтому на практике принято разделять данную задачу на две подзадачи – параметрическую и динамическую.

Параметрическая задача – проводится поиск такого вектора проектных параметров, который при фиксированном задании и известном режиме эксплуатации $\{u_x(t), y_x\}$ обеспечивает минимум показателю эффективности:

$$f(x, \tilde{y}_p, u_x(t), y_x) = \min_{\substack{y_p \in Y_x \\ \{u_x(t), y_x\} - \text{fix}}} f(x, y_p, u_x(t), y_x) \quad (1.8)$$

Постановка задачи при фиксированном режиме эксплуатации $\{u_x(t), y_x\} = \text{fix}$ трансформирует функционал (1.8) в функцию многих переменных, что позволяет решить данную задачу с помощью классических методов математического программирования.

Динамическая задача – проводится поиск таких векторов режима эксплуатации, которые при фиксированном задании и векторе проектных параметров обеспечивают минимум показателю эффективности:

$$f(x, y_p, \tilde{u}_x(t), \tilde{y}_x) = \min_{\substack{y_p = \text{const} \\ u_x(t) \in U(y_p) \\ y_x \in \Delta Y(y_p)}} f(x, y_p, u_x(t), y_x) \quad (1.9)$$

Задача в постановке (1.9) является задачей вариационного анализа.

В одноцелевой постановке задачи основные параметры, детерминирующие целевое предназначение разрабатываемого самолета, заданы в качестве исходных параметров, таких как расчетная дальность $L_{\text{расч}}$, расчетная коммерческая нагрузка $m_{\text{к.н}}^{\text{расч}}$, расчетная крейсерская скорость $V_{\text{кр}}^{\text{расч}}$, а также предельные характеристики условий эксплуатации (максимальная высота полета, параметры ВПП и др.). Как правило, расчетные параметры не охватывают весь спектр всевозможных задач. Данный спектр задач является областью неопределенности задач, какие самолет может выполнять в процессе эксплуатации. Однако может оказаться, что принятые расчетные условия могут быть далеко не самыми оптимальными на области неопределенности. Поэтому целесообразно рассмотреть постановки задач (1.8) – (1.9) на всей области неопределенности, что становится возможным благодаря многоцелевой постановке задачи.

1.4 Многоцелевая постановка задачи

Многоцелевой подход является методом исследования сложных технических объектов в условиях многообразия целей и задач, которые способен выполнять исследуемый объект. Многообразие целей и задач порождает состояние их неопределенности. Неопределенностью целей в основном является вопрос о том, какими свойствами должен отличаться рассматриваемый объект. Исходя из анализа режимов полета можно констатировать, что целью магистральных самолетов является эффективное выполнение задач, то есть реализация полета с таким режимом, который обеспечивает минимально возможный расход топлива за минимально возможное время. Устранение неопределенности целей в аналитических задачах проводится посредством векторной постановки задачи с несколькими частными критериями, где каждый частный критерий оценивает отдельный аспект общей эффективности рассматриваемого объекта.

Неопределенность в рассматриваемом вопросе обусловлена также многообразием всевозможных задач, которые способен выполнить исследуемый самолет. Множеством задач может являться, например, диапазон дальностей, на которые самолет способен выполнить полет при фиксированном запасе топлива, или диапазон запаса топлива, который необходим для выполнения полета на заданную дальность. В обоих примерах множества задач каждой из них в рассматриваемом диапазоне и при фиксированном параметре соответствует уникальный вектор управления (то есть режим полета), который способен выполнить поставленную транспортную задачу $x = \{m_{к.н}, L_x\}$.

В многоцелевой постановке задачи исходные данные содержат множество заданий, отражающих совокупность всевозможных целей и условий функционирования ЛА. Множество исходных данных (неконтролируемых параметров) в многоцелевом подходе принято называть внешним множеством X , в которое входят задания $x \in X$. Совокупность задач отображает все цели ЛА и является «объединенной целью». Множество системных условий

функционирования является общим для каждого из параметров, определяющих возможности выполнения каждой из этих задач. Элементами множества системных условий функционирования являются заданные условия и ограничения, обусловленные характеристиками ЛА и параметрами внешней среды, например, аэродинамические характеристики, характеристики силовой установки, параметры настройки. Многоцелевой подход к решению задач в аэрокосмической сфере был предложен В.С. Брусовым и С.А. Пиявским [55]. Дальнейшие исследования многоцелевого подхода были предприняты в других работах [14],[74]. Рассмотрим отдельные положения многоцелевой постановки задачи.

В постановку многоцелевой задачи в теоретико-множественной форме входит внешнее множество X и множество стратегий Y . Стратегия A содержит m элементов $A = \{y_j\} \in Y$, $j = 1, \dots, m$. На внешнем множестве X определена целочисленная распределительная функция $E(x)$, $1, 2, \dots, m$, которая сопоставляет каждому элементу стратегии область Дирихле D_j на внешнем множестве X :

$$D_j = \{x \in X / E(x) = j\} \quad (1.10)$$

Простой многоцелевой системой МЦС назовем тройку $\{X, A, E(x)\}$. Введем понятие векторного показателя эффективности многоцелевой системы решений, определенных на внешнем множестве $x \in X$ и множестве допустимых $y \in Y$:

$$f = f(x, y), \quad f = (f_1, f_2, \dots, f_n) \quad (1.11)$$

где: f_1, f_2, \dots, f_n – показатели эффективности.

Как правило, векторы (1.11) определены на всех элементах стратегии $\{y_j\}$, но не всегда для всех заданий из внешнего множества $x \in X$. Поэтому на внешнем множестве можно выделить область определения (1.11) $J(y)$, которую назовем областью достижимых заданий:

$$D_j \subset J(y_j) \quad \forall j = 1, \dots, m \quad y_j \in Y \quad (1.12)$$

Таким образом, при заданной стратегии $A \subset Y$ и распределительной функции $E(x)$ определен вектор эффективности МЦС на внешнем множестве $X_\alpha \subset X$:

$$F = F(X_\alpha, A, E(x)), \quad F = (f_1, f_2, \dots, f_n) \quad (1.13)$$

В прикладных задачах можно выделить следующие постановки задачи оптимизации МЦС:

1. Задача оптимального распределения – внешнее множество X и стратегия A заданы, требуется сопоставить каждому заданию $x \in X$ его оптимальное решение $y \in Y$:

$$F[X, A, \tilde{E}(x)] = \min_{E(x)} F[X, A, E(x)] \quad (1.14)$$

2. Задача оптимизации стратегии – внешнее множество X и число центров стратегии m заданы, требуется найти оптимальную стратегию \tilde{A} :

$$F[X, \tilde{A}, \tilde{E}(x)] = \min_{\substack{E(x) \\ A \subset Y \\ m = \text{const}}} F[X, A, E(x)] \quad (1.15)$$

3. Задача общей оптимизации – внешнее множество X задано, требуется найти оптимальную стратегию \tilde{A} :

$$F[X, \tilde{A}, \tilde{E}(x)] = \min_{\substack{E(x) \\ A \subset Y}} F[X, A, E(x)] \quad (1.16)$$

Как было отмечено, представленный многоцелевой подход отличается от одноцелевого подхода наличием внешнего множества, отображающего многообразие задач, которые способен выполнить рассматриваемый объект. Данное множество может быть дискретным или континуальным. Дискретное внешнее множество состоит из конечного количества заданий, например, расчетных дальностей. Континуальное внешнее множество задано предельными значениями эксплуатационных показателей.

В рассуждениях об улучшении эксплуатационных показателей магистральных самолетов будем рассматривать континуальные внешние множества в двух разновидностях в зависимости от постановки задачи. В практике

исследования эксплуатационных показателей магистральных самолетов чаще всего выделяется два случая: полет на заданную дальность $L_{\text{пол}} = L_x$ при свободном запасе топлива $m_{\text{топ}} = \text{var}$ и полет при фиксированном запасе топлива $m_{\text{топ}} = m_{\text{топ}x}$ на свободную дальность $L_{\text{пол}} = \text{var}$. Первая задача служит выработке рекомендаций, касающихся эксплуатации ЛА, а также помогает в разработке РЛЭ самолета. Вторая задача позволяет разработать диаграмму транспортных возможностей самолета, которая показывает его предельные эксплуатационные возможности. Ключевой информацией, включенной в данную диаграмму, является так называемая расчетная дальность, которая является критерием оптимальности при проектировании ЛА [58]. В каждой из представленных задач внешнее множество можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} X &= \{L_x, m_{\text{топ}} : m_{\text{топ} \min} \leq m_{\text{топ}} \leq m_{\text{топ} \max}\} \\ X &= \{m_{\text{топ}x}, L : L_{\min} \leq L \leq L_{\max}\} \end{aligned} \quad (1.17)$$

В рамках введения внешнего множества в постановку задачи оптимального проектирования (1.7), а также проведения декомпозиции по принципу решения задачи, выделим следующие постановки задачи [14]:

Задача оптимизации функционирования самолета. Полагается, что параметры исследуемого самолета заданы, $y_p = \text{const}$ (стратегия задана), известны также всевозможные задания, которые способен выполнить самолет, X (внешнее множество известно), оптимизации подлежат параметры режима функционирования самолета $y_x, u_x(t)$:

$$F(X, y_p, \tilde{y}_x, \tilde{u}_x(t)) = \min_{\substack{y_p = \text{const} \\ y_x \in \Delta Y(y_p) \\ u_x(L) \in U(y_p)}} F(X, y_p, y_x, u_x(t)) \quad (1.18)$$

Данная задача отличается от динамической задачи в одноцелевой постановке (1.9) тем, что в многоцелевой постановке параметры настройки и управление заданы в функции от элементов внешнего множества.

Задача оптимизации облика самолета. Предполагается, что режим функционирования самолета известен $y_x = \text{const}$, $u_x(t) = \text{const}$, оптимизации подлежат параметры исследуемого самолета \tilde{y}_p :

$$F(X, \tilde{y}_p) = \min_{y_p \in Y} F(X, y_p) \quad (1.19)$$

В обеих задачах источником неопределенности, заданным в виде внешнего множества X , является режим эксплуатации $\{y_x, u_x(t)\}$. В простых задачах, где множество задач и условия выполнения этих задач легко прогнозируемы, устранение неопределенности не представляет сложности, и поэтому они могут решаться с помощью известных методов.

Существенный вклад в исследование и разработку методов принятия решений в условиях неопределенности внес С.А. Пиявский [50], [52], [53], [56], который, в частности, разработал метод ПРИНН (совместно с В.С. Брусовым) [49], [55], а также метод универсальных коэффициентов важности [51], [54]. С помощью данных методов было решено много прикладных задач, касающихся оптимизации авиационного комплекса, выбора параметров отдельных агрегатов летательных аппаратов и др. [12], [15], [37].

В работах [16], [17] рассматриваются вопросы оптимального выбора в условиях многообразия критериев оценки и отношения ЛПР к важности отдельных целей данного выбора. В рамках диссертации данное направление было расширено для случая континуального множества допустимых решений. Кроме того, был разработан метод аналитического решения многокритериальных задач в условиях неопределенности.

1.5 Разработка метода многокритериальной оптимизации на основе многоцелевой системы

Общая постановка задачи выбора оптимального решения в условиях векторного показателя (критерия) эффективности в одноцелевой постановке выглядит следующим образом:

$$F(\tilde{y}) = \min_{y \in Y_{\text{доп}}} F(y) \quad (1.20)$$

где: $Y_{\text{доп}} = \{y : y_{\min} \leq y \leq y_{\max}\}$ – множество допустимых решений (альтернатив), в МЦС множество допустимых решений принято называть множеством стратегий, $F = [f_1, f_2, \dots, f_n]$ – вектор показателей эффективности, содержащий n – частных критериев.

Пусть задачу определяет n – частных критериев, заданных в форме функций локальной эффективности $f_i(y)$, $i = 1, \dots, n$, каждый из которых формально описывает отдельные цели операций. Все частные критерии определены на множестве допустимых решений $Y_{\text{доп}}$, представляющем собой континуальное множество, ограниченное минимальным и максимальным значениями $y \in Y_{\text{доп}} = [y_{\min}; y_{\max}]$. Предположим, что каждый частный критерий является непрерывным и дважды дифференцируемым на множестве допустимых решений (области определения частных критериев), а также строго выпуклым вниз.

Каждый частный критерий описывает отдельную цель операции, которая может быть субъективной или объективной. Под объективной целью будем понимать такую точку множества допустимых решений $\tilde{y}_i \in Y$, в которой частный критерий $f_i(y)$ принимает минимальное значение:

$$f_i(\tilde{y}_i) = \min_{y \in Y_{\text{доп}}} f_i(y) \quad (1.21)$$

Под субъективной целью будем понимать произвольную точку множества допустимых решений $\tilde{y}_i \in Y_{\text{доп}}$, в которой первая производная частного критерия отличается от нуля, $\text{sgn } f'_i(\tilde{y}_i) \neq 0$. Объективный характер цели указывает на

желание достижения возможно наилучшего результата. Субъективный характер цели может быть следствием либо ограничений множества допустимых решений, напрямую не входящих в постановку задачи, либо результатом (субъективных) суждений ЛПР о требованиях к качеству решения. В дальнейшем будем полагать, что субъективный характер цели возникает исключительно в результате ограничений множества допустимых решений.

С учетом вышеуказанных особенностей векторной оптимизации, представим условие постановки многокритериальной задачи, а также гипотезу о множестве оптимальных решений многокритериальной задачи.

Условие постановки многокритериальной задачи. Если каждая из целей установленных частных критериев является уникальной точкой множества допустимых решений $(\tilde{y}_1 \neq \tilde{y}_2 \neq \dots \neq \tilde{y}_n)$, тогда наступает предпосылка для постановки n -критериальной задачи поиска компромиссного решения, в которой областью компромисса является область, ограниченная целями отдельных частных критериев.

Гипотеза о множестве оптимальных решений. Пусть в n -критериальной постановке задачи задан вектор точек целей $\tilde{y}_i = [\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \dots, \tilde{y}_n]$, множество оптимальных решений $Y_{\text{опт}}$ является континуальным множеством, ограниченным наименьшей и наибольшей точками цели и являющимся подмножеством множества допустимых решений $Y_{\text{доп}}$:

$$y \in Y_{\text{опт}} = \left[\min_{0 \leq i \leq n} \tilde{y}_i; \max_{0 \leq i \leq n} \tilde{y}_i \right], \quad Y_{\text{опт}} \subseteq Y_{\text{доп}} \quad (1.22)$$

Предположим, что все цели задачи одинаково важны и изначально не отдаем предпочтения отдельной цели. Для справедливого сравнения частных целей задачи проведем нормирование частных критериев, то есть приведем все частные критерии в скалярную форму [73]:

$$\bar{f}_i(y) = \frac{|f_i(y) - f_i(\tilde{y}_i)|}{f_i(\bar{y}_i) - f_i(\tilde{y}_i)}, \quad y, \bar{y}_i, \tilde{y}_i \in Y_{\text{опт}} \quad (1.23)$$

где: \bar{y}_i – точка множества оптимальных решений, в которой i -й частный критерий принимает максимальное значение:

$$f_i(\bar{y}_i) = \max_{y \in Y_{\text{опт}}} f_i(y) \quad (1.24)$$

Данный метод нормирования относится к абсолютному нормированию, относительно максимально возможного проигрыша.

Использование нормированных (скалярных) частных критериев позволяет представить систему (1.20) в виде средневзвешенной свертки частных критериев (комплексного критерия) [21]:

$$F(a, y) = \sum_{i=1}^n a_i \bar{f}_i(y) \quad (1.25)$$

где: $a = [a_1, a_2, \dots, a_n]$ – множество весовых коэффициентов, весовой коэффициент a_i определяет долю участия i -го частного критерия в формировании комплексного критерия.

Представим множество весовых коэффициентов как симплекс, то есть множество точек, которые являются положительными, нормированными, барицентрическими координатами пространства [18]:

$$\sum_{i=1}^n a_i = 1, \quad \forall i = 1, \dots, n \exists a_i \geq 0 \quad (1.26)$$

Выбор весовых коэффициентов a определяет конкретное задание, входящее во внешнее множество. Предположим, что в трехкритериальной задаче выбраны следующие весовые коэффициенты $a_1 = 1$, $a_2 = 0$ и $a_3 = 0$. Это означает, что эффективность рассматриваемой задачи определяет первый частный критерий, значит решением является точка цели этого частного критерия. Однако если ни один весовой коэффициент не равен единице, тогда можно предполагать, что решением будет являться точка, которая не является ни одной точкой цели, а значит данное решение является компромиссным. Данное свойство указывает, что вектор весовых коэффициентов является частным случаем внешнего множества – выбор значений весовых коэффициентов детерминирует отдельное задание:

$$a = [a_1, a_2, \dots, a_i] \in X \quad (1.27)$$

Весовые коэффициенты также определяют сравнительную важность частных критериев в свертке, которые принято определять с помощью бинарных отношений предпочтения между частными критериями. В прикладных задачах многокритериального анализа применяется следующая система предпочтения:

$$\begin{aligned} a_i < a_j, & \quad f_i \succ f_j \\ a_i > a_j, & \quad f_i \prec f_j \\ a_i = a_j, & \quad f_i \sim f_j \end{aligned} \quad (1.28)$$

В системе предпочтений (1.28) два первые отношения являются отношениями строго предпочтения, третье является отношением безразличия.

Рассмотрим условия минимума комплексного критерия (1.25) в каждой точке множества оптимальных решений.

Гипотеза о существовании стационарной точки. Пусть для каждого элемента множества оптимальных решений $y \in Y_{\text{опт}}$ условием обеспечения минимума комплексного критерия является условие существования стационарной точки:

$$\frac{dF(a, y)}{dy} = 0 \quad (1.29)$$

Рассмотрим гипотезу (1.29) для двухкритериальной задачи:

$$\begin{aligned} a \bar{f}'_1(y) + (1-a) \bar{f}'_2(y) &= 0 \\ a(y) &= \frac{\bar{f}'_2(y)}{\bar{f}'_2(y) - \bar{f}'_1(y)} \end{aligned} \quad (1.30)$$

Смысл выражения (1.30) заключается в постановке вопроса о том, каково должно быть значение весового коэффициента $a(y)$, чтобы в результате минимизации комплексного критерия решением оказалась точка решения y . Соответственно, значение весового коэффициента (1.30) устанавливает сравнительную важность между критериями f_1 и f_2 в точке $y \in Y_{\text{опт}}$, а также

выполняет роль распределительной функции $E(x)$ в МЦС, сопоставляя каждому элементу множества оптимальных решений его оптимальное задание.

Подставляя выражение (1.30) в формулу комплексного критерия (1.25), получим формулу, которую назовем функцией эффективности множества оптимальных решений:

$$F_Y(y) = a \bar{f}_1 + (1-a) \bar{f}_2, \quad y \in Y_{\text{опт}} \quad (1.31)$$

Функция эффективности множества оптимальных решений «соединяет» внешнее множество и множество оптимальных решений, тем самым трансформирует функцию двух аргументов в функцию одного аргумента. Соответственно, функция эффективности уменьшает порядок неопределенности системы.

Проиллюстрируем предложенный метод на примере анализа комплексного критерия многоцелевой системы двух частных критериев:

$$f_1(y) = (y-1)^2, \quad f_2(y) = \frac{1}{y^3} \quad (1.32)$$

Проводя нормирование частных критериев (1.32) методом (1.23), строится функция комплексного критерия многоцелевой системы (1.25) (см. Рисунок 1.2).

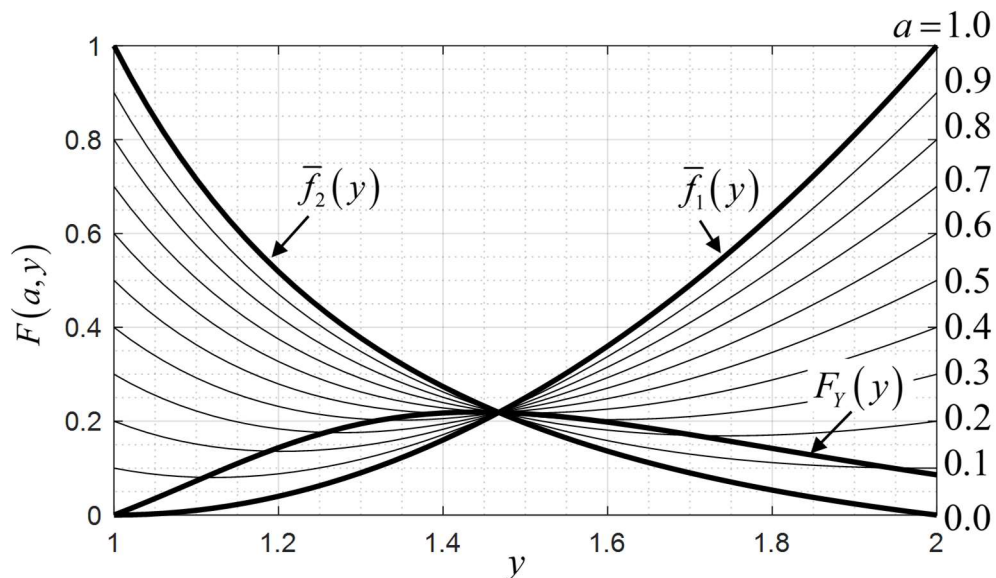


Рисунок 1.2 – Функция комплексного критерия $F(a, y)$ и функция эффективности множества оптимальных решений $F_Y(y)$

На Рисунке 1.2 видно, что для весовых коэффициентов из диапазона $1 \leq a \leq 0,1$ функции локальной эффективности имеют стационарный минимум на множестве оптимальных решений $y \in Y_{\text{опт}}$. Для весовых коэффициентов из диапазона $0,1 \leq a \leq 0$ стационарный минимум находится на границе этого множества, соответственно, решения минимизации комплексного критерия находятся на границе множества оптимальных решений.

Дифференцируя нормированные частные критерии по множеству оптимальных решений, проводим расчет весовых коэффициентов $a(y)$ (1.30) (см. Рисунок 1.3 – а). На Рисунке 1.3 – б показана функция эффективности множества оптимальных решений. На Рисунке 1.3 – а можем заметить, что значения весового коэффициента меняются в пределах $a_{\min} \leq a \leq a_{\max}$, при том, что на множестве оптимальных решений $a_{\min} \neq 0$, $a_{\max} = 1$. Соответственно, метод вычисления аналитических весовых коэффициентов учитывает также область достижимых заданий МЦС (1.12) [55].

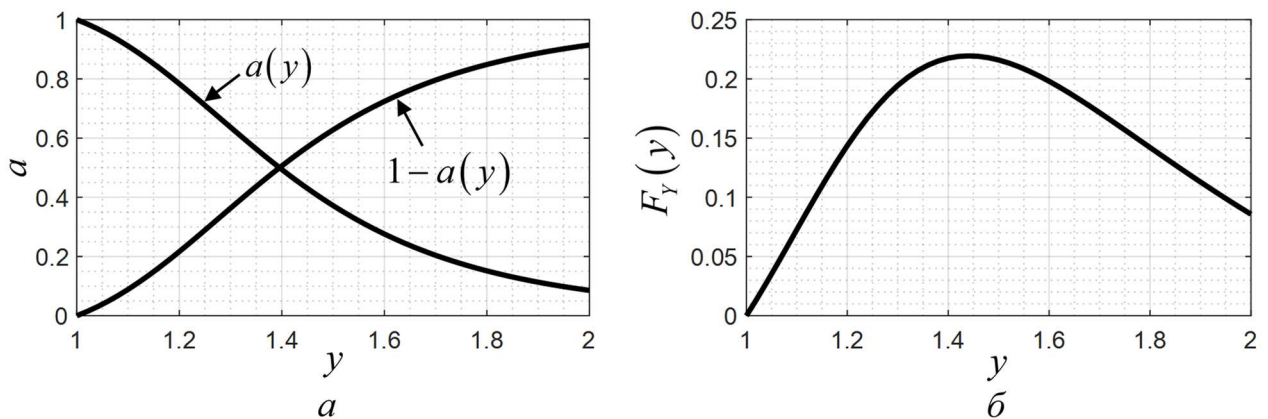


Рисунок 1.3 – Показатели функции эффективности множества оптимальных решений: а – Весовые коэффициенты системы частных критериев, б – Функция эффективности множества оптимальных решений

Рассмотрим также классическую постановку задачи поиска функции эффективности внешнего множества как минимизацию комплексного критерия для каждого значения элемента внешнего множества $a \in X = [0; 1]$:

$$F_X(a, \tilde{y}) = \min_{y \in Y_{\text{опт}}} [a \bar{f}_1(y) + (1-a) \bar{f}_2(y)] \quad (1.33)$$

Как правило, метод (1.33) не имеет аналитического решения, поэтому свойства проиллюстрируем численным анализом. На Рисунке 1.4 – а представлена функция эффективности внешнего множества $F_X(a)$, на Рисунке 1.4 – б показано сопоставление оптимальных решений элементам внешнего множества $\tilde{y}(a)$.

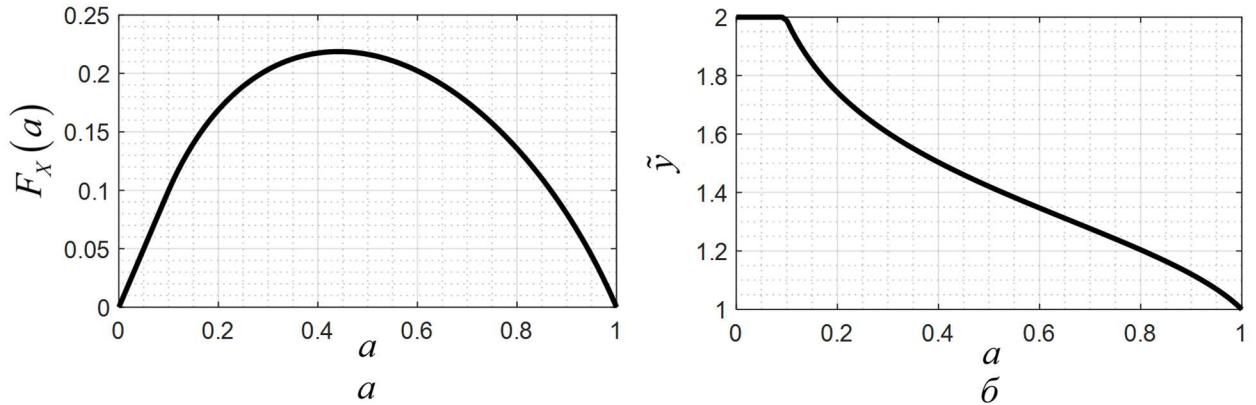


Рисунок 1.4 – Показатели функции эффективности внешнего множества: а – функция эффективности внешнего множества, б – сопоставление оптимальных решений каждому элементу внешнего множества

Функция эффективности множества оптимальных решений позволяет решить задачу поиска компромиссного решения в двух традиционных постановках задачи целевой функции (**методы учета неопределенности**):

1. Показатель гарантирующей многоцелевой системы (ГМС) – показатель характеризует «гарантированный» проигрыш, то есть при заданном элементе решения указывает максимально возможные потери на множестве задач:

$$\begin{aligned} F_G(y) &= \max_{0 \leq a \leq 1} F(a, y) \\ F(\tilde{y}_G) &= \min_{y \in Y_{\text{опт}}} F_G(y) \end{aligned} \quad (1.34)$$

Показатель ГМС указывает на мажоранту для каждой точки $y \in Y_{\text{опт}}$. В двухкритериальной задаче существуют две мажоранты, что можно продемонстрировать на примере Рисунка 1.2:

$$F_G(y) = \begin{cases} \bar{f}_2(y) & , F(1, y) & , \tilde{y}_1 \leq y < y_* \\ \bar{f}_1(y) = \bar{f}_2(y) & , F(a_*, y) & , y = y_* \\ \bar{f}_1(y) & , F(0, y) & , y_* < y \leq \tilde{y}_2 \end{cases} \quad (1.35)$$

Решением многокритериальной задачи в гарантирующей постановке является точка, при которой показатель ГМС достигает минимального значения. В двухкритериальной задаче с частными критериями, нормированными по правилу (1.23), точкой решения \tilde{y}_G в гарантирующей постановке является точка пересечения функций этих частных критериев, при том, что значение весового коэффициента не подлежит определению в этой точке.

Рассмотрим условия оптимальности функции эффективности множества оптимальных решений двухкритериальной задачи (1.31). Подставим выражение аналитических весовых коэффициентов (1.30) в комплексный критерий (1.25):

$$F_Y(y) = \frac{\bar{f}'_2(y)\bar{f}_1(y) - \bar{f}'_1(y)\bar{f}_2(y)}{\bar{f}'_2(y) - \bar{f}'_1(y)} \quad (1.36)$$

Найдем экстремум данной функции по множеству допустимых решений:

$$\frac{dF_Y(y)}{dy} = 0 \quad (1.37)$$

Решением уравнения (1.37) является аргумент, для которого:

$$\bar{f}'_1(y) = \bar{f}'_2(y) \quad (1.38)$$

Это позволяет сделать вывод, что оптимум (максимум) функции эффективности множества оптимальных решений является точкой решения ГМС:

$$F_G(\tilde{y}_G) \equiv F_Y(\tilde{y}_G) = \max_{y \in Y_{\text{опт}}} F_Y(y) \quad (1.39)$$

Точка \tilde{y}_G , являющаяся точкой максимума функции эффективности множества оптимальных решений является также седловой точкой комплексного критерия $F(a, y)$ (см. Рисунок 1.5). В теории игр седловая точка является точкой равновесия, которая в двухкритериальной задаче обеспечивает наиболее устраивающее решение, относительно целей задачи [66], [67].

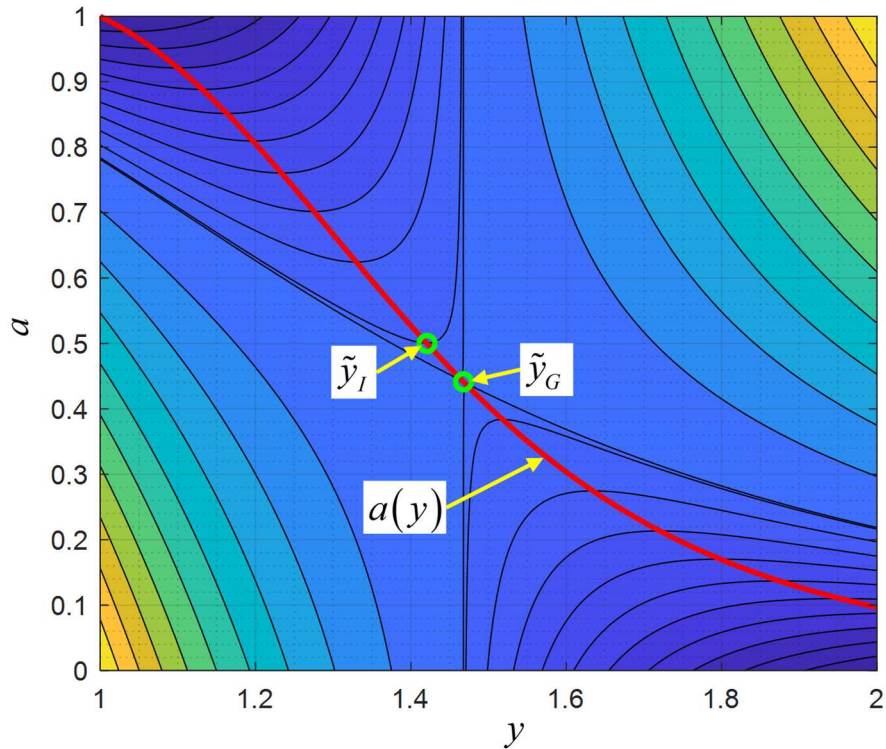


Рисунок 1.5 – Линии уровня функции комплексного критерия с частными критериями задачи (1.32)

2. Показатель интегральной многоцелевой системы (ИМС) – показатель характеризует средний проигрыш при заданном решении:

$$F_I(y) = \int_0^1 F(a, y) da \quad (1.40)$$

$$F(\tilde{y}_I) = \min_{y \in Y_{\text{опт}}} F_I(y)$$

Рассмотрим показатель ИМС в двухкритериальной задаче с частными критериями, нормированными по правилу (1.23):

$$F_I(y) = \int_0^1 F(a, y) da = \int_0^1 [a \bar{f}_1(y) + (1-a) \bar{f}_2(y)] da \quad (1.41)$$

$$= \left[\frac{a^2}{2} \bar{f}_1(y) - \frac{a^2}{2} \bar{f}_2(y) + a \bar{f}_2(y) \right]_0^1 = \frac{\bar{f}_1(y) + \bar{f}_2(y)}{2}$$

Обратим внимание, что показатель ИМС соответствует комплексному критерию с весовым коэффициентом $a = 0,5$. Точкой решения ИМС является точка, в которой производная показателя ИМС равна нулю:

$$\frac{dF_I(y)}{dy} = 0 \quad (1.42)$$

В двухкритериальной задаче с частными критериями, нормированными по правилу (1.23), точкой решения в интегральной постановке является точка, в которой производные этих критериев равны по модулю:

$$\begin{aligned} 0,5\bar{f}'_1(y) + 0,5\bar{f}'_2(y) &= 0 \\ \bar{f}'_1(y) &= -\bar{f}'_2(y) \end{aligned} \quad (1.43)$$

Сопоставим показатель ИМС и функцию эффективности множества оптимальных решений (см. Рисунок 1.6).

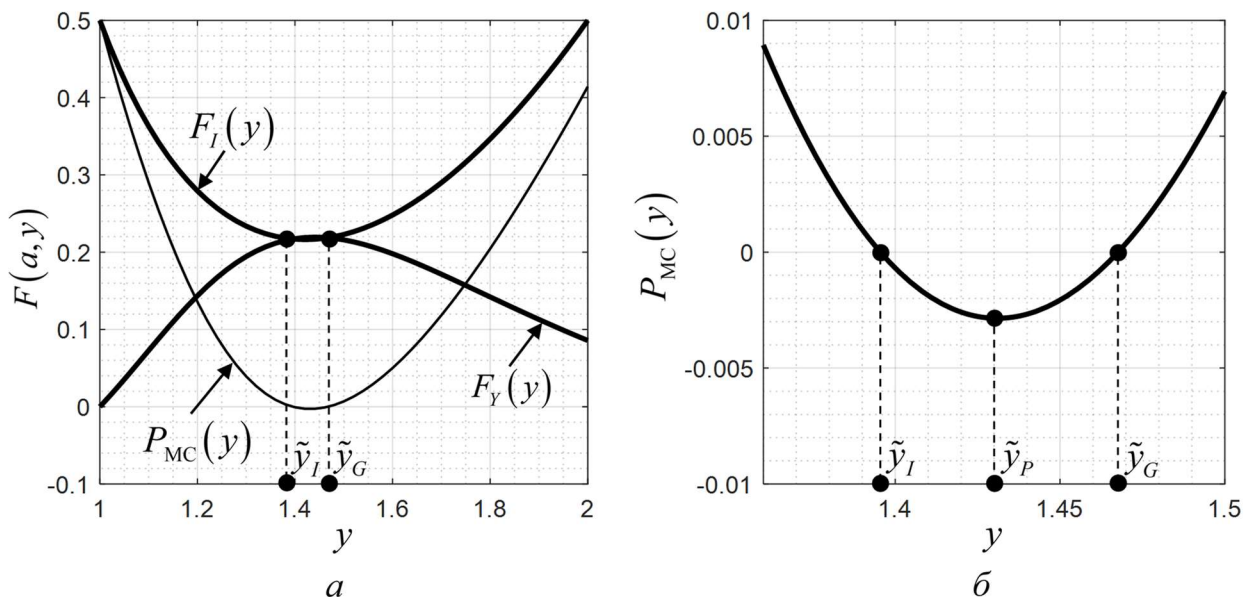


Рисунок 1.6 – а – Сопоставление показателя интегральной многоцелевой системы и функции эффективности множества оптимальных решений, б – Риск многоцелевой системы

Решения задачи, полученные методами ГМС и ИМС, отличаются, если конечно, частные критерии являются нелинейными функциями. Предложим метод учета неопределенности, предполагающий поиск компромиссного решения между традиционными постановками задачи ГМС (1.34) и ИМС (1.40). С этой целью введем понятие риска многоцелевой системы. Под риском выбора метода учета неопределенности, сокращенно риском многоцелевой системы (РМС), будем

подразумевать абсолютную разницу между средними и оптимальными потерями при выборе некоторого решения:

$$P_{\text{мс}}(y) = F_I(y) - F_Y(y) \quad (1.44)$$

В рассматриваемой задаче (1.32) риск многоцелевой системы представлен на Рисунке 1.6 – б. Данный показатель имеет ряд интересных свойств:

$$\begin{cases} P_{\text{мс}}(y) > 0 & , \quad y \notin (\tilde{y}_I, \tilde{y}_G) \\ P_{\text{мс}}(y) = 0 & , \quad y = \tilde{y}_I, y = \tilde{y}_G \\ P_{\text{мс}}(y) < 0 & , \quad y \in (\tilde{y}_I, \tilde{y}_G) \end{cases} \quad (1.45)$$

В диапазоне решений между решением ИМС и решением ГМС риск принимает отрицательное значение. Точка, в которой риск принимает минимальное значение, является решением поставленной задачи РМС:

$$\tilde{y}_P = \arg \min_{y \in Y_{\text{онт}}} P_{\text{мс}}(y) \quad (1.46)$$

1.6 Анализ эффективности задачи с двумерным множеством допустимых решений

До сих пор мы рассматривали вопрос эффективности достижения компромисса на одномерном множестве допустимых решений. Решение задач с многомерными множествами допустимых решений удобнее вычислять численно. В данном разделе рассмотрим влияние увеличения размерности стратегии на конкретном примере анализа двухкритериальной задачи с двумерной стратегией.

В качестве примера рассмотрим задачу с двумя частными критериями:

$$\begin{aligned} f_1(y_1, y_2) &= 2y_1^2 + 3y_2^2 + 4y_1y_2 - 8y_1 - 10y_2 + 9, \\ f_2(y_1, y_2) &= \frac{3}{y_1} + \frac{4}{y_2^2} + \frac{5}{y_1y_2} \end{aligned} \quad (1.47)$$

Требуется найти оптимальное компромиссное решение, при том, что целью первого частного критерия является точка $\tilde{y}_1 = \{\tilde{y}_1^1, \tilde{y}_1^2\} = \{1, 1\}$, второго частного критерия – точка $\tilde{y}_2 = \{\tilde{y}_2^1, \tilde{y}_2^2\} = \{2, 2\}$. Множество оптимальных решений, таким

образом, представляет собой двухмерную область $Y_{\text{опт}} = \left\{ \begin{array}{l} y_1 : \tilde{y}_1^1 \leq y_1 \leq \tilde{y}_2^1 \\ y_2 : \tilde{y}_1^2 \leq y_2 \leq \tilde{y}_2^2 \end{array} \right\}$. На

Рисунке 1.7 представлены нормированные частные критерии, построенные на двухмерной области оптимальных решений.

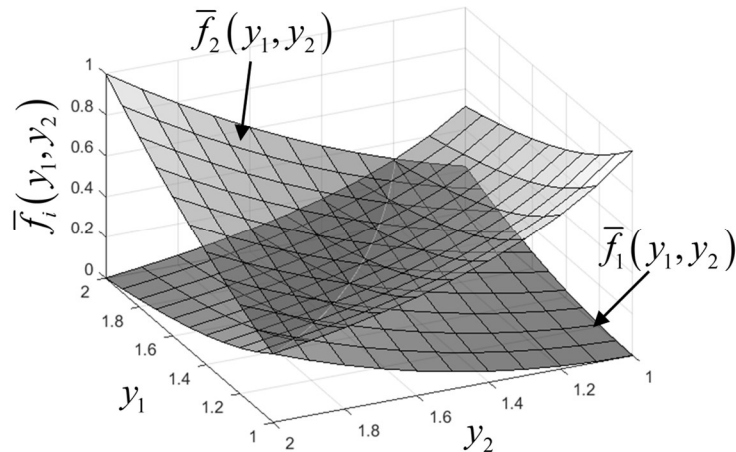


Рисунок 1.7 – Система нормированных частных критериев задачи (1.47)

В каждой точке множества оптимальных решений можно записать условие существования стационарной точки:

$$\begin{cases} \frac{dF(a, y_1, y_2)}{dy_1} = 0 \\ \frac{dF(a, y_1, y_2)}{dy_2} = 0 \end{cases} \quad (1.48)$$

Запишем уравнения для весовых коэффициентов для системы (1.48) в двухкритериальной задаче:

$$\begin{cases} a_{y_1}(y_1, y_2) = \frac{\frac{df_2}{dy_1}(y_1, y_2)}{\frac{df_2}{dy_1}(y_1, y_2) - \frac{df_1}{dy_1}(y_1, y_2)} \\ a_{y_2}(y_1, y_2) = \frac{\frac{df_2}{dy_2}(y_1, y_2)}{\frac{df_2}{dy_2}(y_1, y_2) - \frac{df_1}{dy_2}(y_1, y_2)} \end{cases} \quad (1.49)$$

Таким образом, весовые коэффициенты $a_{y_1}(y_1, y_2)$ и $a_{y_2}(y_1, y_2)$ образуют две плоскости. С целью отыскания весового коэффициента, однако, необходимо добавить дополнительное условие существования стационарной точки:

$$a(\tilde{y}_1, \tilde{y}_2) = a_{y_1}(y_1, y_2) = a_{y_2}(y_1, y_2) \quad (1.50)$$

Соответственно, аналитическое решение задачи с двухэлементной стратегией требует анализа относительно одного фиксированного элемента из элементов множества оптимальных решений. Например, для фиксированной точки $y_2^* : \tilde{y}_1^2 \leq y_2^* \leq \tilde{y}_2^2$ можно построить две функции частных весовых коэффициентов в этой точке $a_{y_1}(y_1) = a_{y_1}(y_1, y_2^*)$ и $a_{y_2}(y_1) = a_{y_2}(y_1, y_2^*)$.

Исследуем условие существования стационарной точки в рассматриваемой задаче (1.47) посредством анализа задачи при фиксированном значении y_2^* и свободном y_1 (см. Рисунок 1.8). Зафиксируем восемь значений y_2^* , в том числе в граничных точках \tilde{y}_1^2 и \tilde{y}_2^2 а также в точках решения задачи (\tilde{y}_I^2 , \tilde{y}_P^2 и \tilde{y}_G^2). Представим значения весовых коэффициентов $a_{y_1}(y_1, y_2^*)$ и $a_{y_2}(y_1, y_2^*)$, значения нормированных частных критериев $\bar{f}_1(y_1, y_2^*)$ и $\bar{f}_2(y_1, y_2^*)$ (штриховая линия), а также значения аналитических функций эффективности элементов множества оптимальных решений y_1, y_2 , соответственно $F_{Y_1}(y_1, y_2^*)$ и $F_{Y_2}(y_1, y_2^*)$ (сплошная линия) при фиксированных значениях $y_2^* = \text{fix}$:

$$\begin{aligned} F_{Y_1}(y_1, y_2^*) &= a_{y_1}(y_1, y_2^*) \bar{f}_1(y_1, y_2^*) + [1 - a_{y_1}(y_1, y_2^*)] \bar{f}_2(y_1, y_2^*) \\ F_{Y_2}(y_1, y_2^*) &= a_{y_2}(y_1, y_2^*) \bar{f}_1(y_1, y_2^*) + [1 - a_{y_2}(y_1, y_2^*)] \bar{f}_2(y_1, y_2^*) \end{aligned} \quad (1.51)$$

Соответственно, весовой коэффициент в стационарной точке $a(\tilde{y}_1, \tilde{y}_2)$, удовлетворяющий условию (1.50), позволяет определить функцию эффективности множества оптимальных решений:

$$F_Y(\tilde{y}_1, \tilde{y}_2) = a(\tilde{y}_1, \tilde{y}_2) \bar{f}_1(\tilde{y}_1, \tilde{y}_2) + [1 - a(\tilde{y}_1, \tilde{y}_2)] \bar{f}_2(\tilde{y}_1, \tilde{y}_2) \quad (1.52)$$

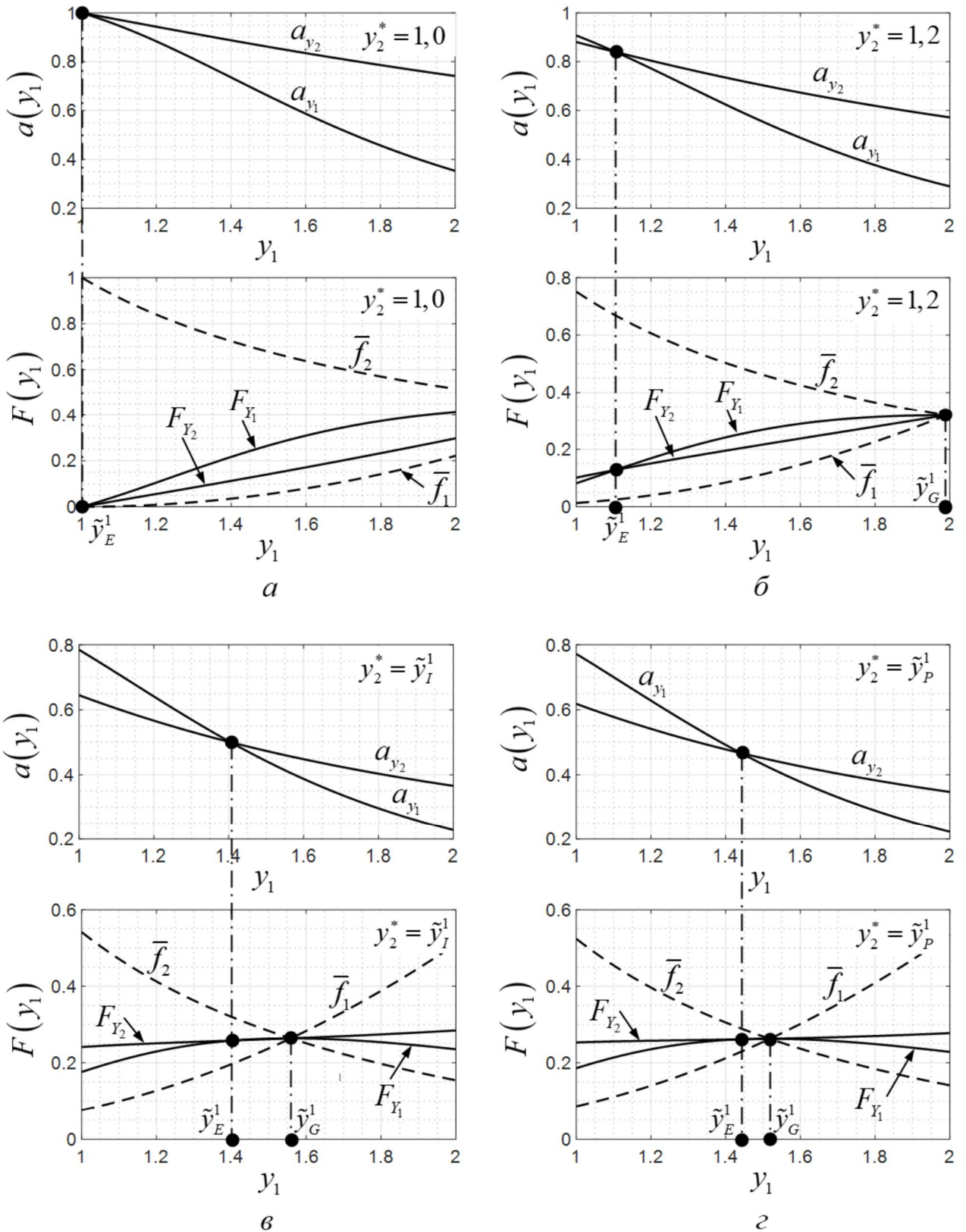


Рисунок 1.8 – Результаты анализа выбора решения задачи в двухмерном множестве допустимых решений

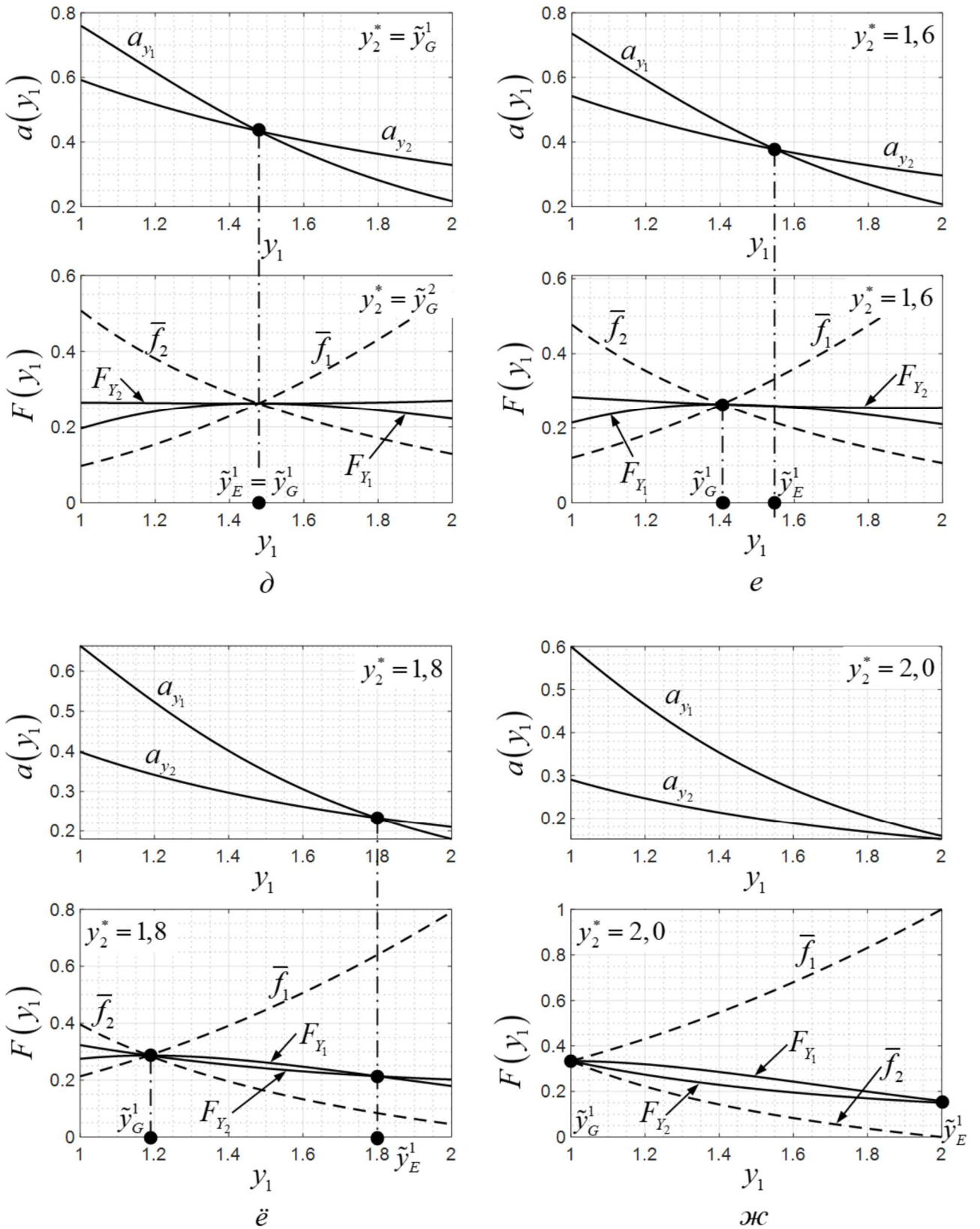


Рисунок 1.8 (продолжение)

В результате анализа, представленного на Рисунке 1.8, можно заметить, что для каждой фиксированной точки y_2^* существует одно значение y_1 , которое удовлетворяет дополнительному условию (1.50) (точка в которой кривые $a_{y_1}(y_1)$ и $a_{y_2}(y_1)$ пересекаются), данную точку обозначим как \tilde{y}_E^1 . Однако кривые $F_{Y_1}(y_1)$ и $F_{Y_2}(y_1)$ пересекаются в двух точках: в точке \tilde{y}_E^1 и в точке пересечения нормированных частных критериев $\bar{f}_1(y_1)$ и $\bar{f}_2(y_1)$, которая соответствует решению в гарантирующей постановке задачи \tilde{y}_G^1 при фиксированном значении y_2^* . Как видно на примерах, представленных на Рисунке 1.8, для каждого значения $y_2^* : \tilde{y}_1^2 \leq y_2^* \leq \tilde{y}_2^2$ значение функции $F_{Y_1}(y_1, y_2^*)$ в точке \tilde{y}_G^1 достигает максимального значения. Точка, в которой \tilde{y}_E^1 и \tilde{y}_G^1 сходятся ($\tilde{y}_E^1 = \tilde{y}_G^1$), является точкой решения в гарантирующей постановке задачи на всем множестве допустимых решений (см. Рисунок 1.8 – д). Точку \tilde{y}_G^1 нельзя считать оптимальной, потому что она не соответствует условию (1.50), если, конечно, одновременно не является точкой \tilde{y}_E^1 . Решением задачи в интегральной постановке задачи является такая пара точек $\{\tilde{y}_E^1, y_2^*\}$, при которой кривые $a_{y_1}(y_1)$ и $a_{y_2}(y_1)$ пересекаются при значении 0,5, $a_{y_1}(y_1) = a_{y_2}(y_1) = 0,5$.

На Рисунке – 1.9 видны представленные выше точки. Оптимальное решение, являющееся стационарной точкой, вычисляется в точке пересечения $a_{y_1}(y_1, y_2^*) = a_{y_2}(y_1, y_2^*)$. Оптимальное решение, являющееся решением ГМС, является точкой пересечения нормированных частных критериев $\bar{f}_1(y_1, y_2^*) = \bar{f}_2(y_1, y_2^*)$. Следует обратить внимание, что в фиксированной точке $y_2 = fix$, не являющейся решением ГМС, $y_2 \neq \tilde{y}_G^2$, значение показателя ГМС в точке \tilde{y}_G^1 больше, чем значение функций эффективности элементов множества оптимальных решений в точке \tilde{y}_E^1 :

$$F_G(\tilde{y}_G^1, y_2^*) > F_{Y_1}(\tilde{y}_E^1, y_2^*) = F_{Y_2}(\tilde{y}_E^1, y_2^*), \quad y_2 \neq \tilde{y}_G^2 \quad (1.53)$$

В фиксированной точке $y_2 = fix$, являющейся решением ГМС, $y_2 = \tilde{y}_G^2$, решение задачи ГМС методом функции эффективности множества оптимальных решений тождественно по величине показателю оптимальности и находится в одной точке множества оптимальных решений:

$$F_G(\tilde{y}_G^1, \tilde{y}_G^2) \equiv F_{Y_1}(\tilde{y}_E^1, \tilde{y}_G^2) = F_{Y_2}(\tilde{y}_E^1, \tilde{y}_G^2) \quad (1.54)$$

$$\tilde{y}_G^1 \equiv \tilde{y}_E^1$$

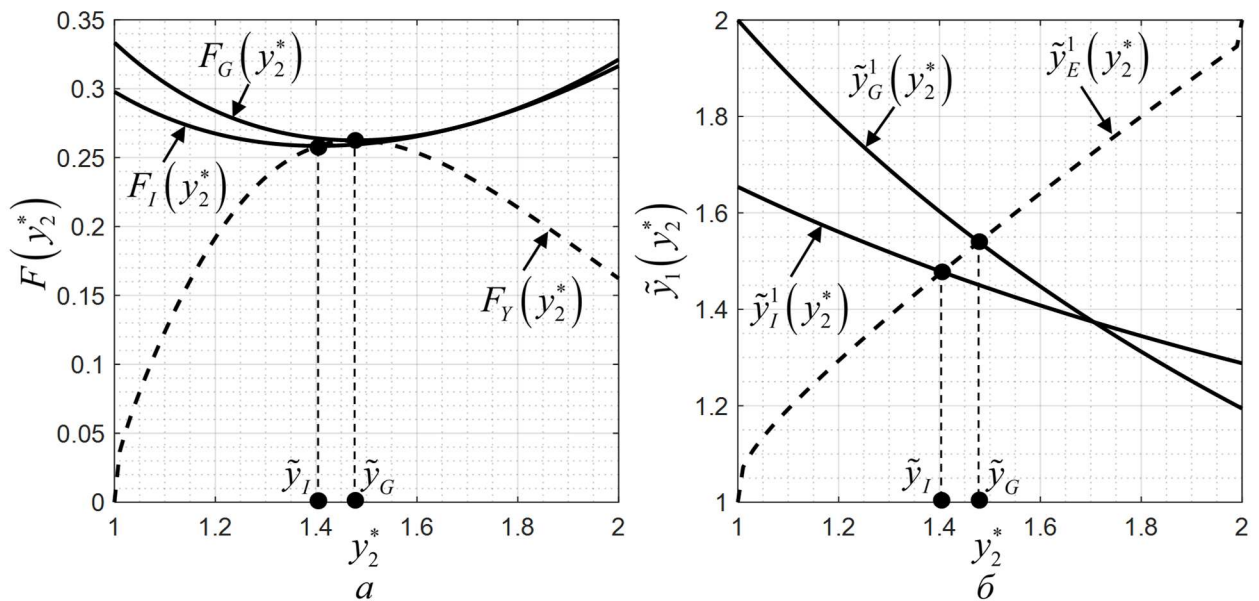


Рисунок 1.9 – Показатели эффективности задачи относительно зафиксированного аргумента y_2^*

Аналитический метод поиска оптимальных решений применим в исследованиях структуры проблемы, в которой необходимо принятие оптимальных решений, однако является достаточно сложным и трудоемким. В прикладных задачах рекомендовано установление эффективности внешнего множества (1.33):

$$F_X(a, \tilde{y}) = \min_{y \in Y_{\text{opt}}} [a \bar{f}_1(y) + (1-a) \bar{f}_2(y)] \quad (1.55)$$

$$\tilde{y} = \{\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \dots, \tilde{y}_k\}$$

Функция эффективности внешнего множества сопоставляет каждому заданию $a \in X = [0; 1]$ его оптимальное решение $\tilde{y} = \{\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \dots, \tilde{y}_k\} \in Y$. Решение, доставляющие минимум интегральному показателю ИМС, которому соответствует

задание $a = 0,5$, является оптимальным в интегральной постановке задачи, а решение, при котором функция эффективности достигает максимального значения, является оптимальным в постановке задачи ГМС:

$$\tilde{F}(\tilde{a}, \tilde{y}_G) = \max_{0 \leq a \leq 1} F_X(a, \tilde{y}) \quad (1.56)$$

Как было упомянуто, функция эффективности внешнего множества сопоставляет каждому заданию его оптимальное решение, являющееся стационарной точкой системы. Таким образом, можно сделать вывод, что любое решение можно считать оптимальными тогда и только тогда, когда оно включено в функцию эффективности внешнего множества $F_X(a, \tilde{y})$, независимо от метода учета неопределенности. Следовательно, показатель ИМС необходимо определять на функции $\tilde{y}(a)$:

$$F_I(a) = 0,5 \bar{f}_1(\tilde{y}(a)) + 0,5 \bar{f}_2(\tilde{y}(a)) \quad (1.57)$$

На Рисунке 1.10 показан график определения риска МЦС в качестве решения задачи в условиях компромисса между интегральной и гарантирующей постановками задачи.

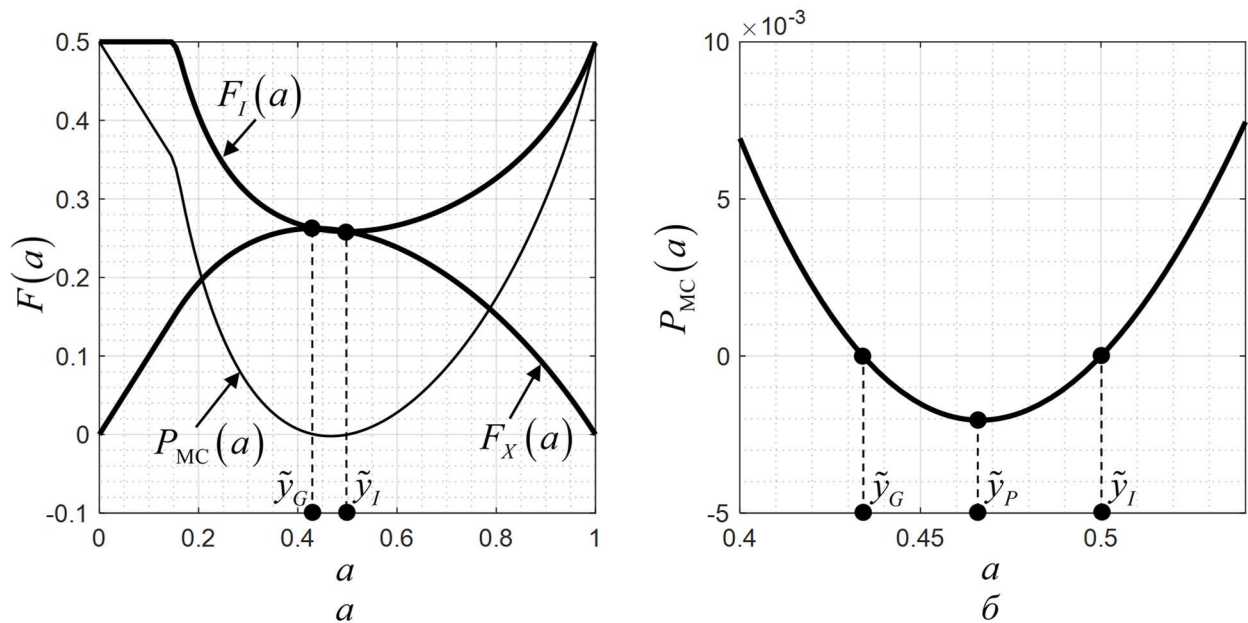


Рисунок 1.10 – Показатели эффективности задачи на внешнем множестве

1.7 Эксплуатационная и траекторная задачи исследования эффективности летной операции

В 60-70-х годах XX века в США начали широко использоваться показатели эффективности, построенные на анализе экономических моделей эксплуатации самолетов. В работе [100] представлен показатель эффективности полета, полученный на основе экономического анализа эксплуатационных расходов полета. Целью авиакомпании является минимизация прямых эксплуатационных расходов – ПЭР («direct operating cost», DOC) на протяжении всего полета. В состав ПЭР входят:

- фиксированные расходы c_0 – расходы, связанные с техническим обслуживанием самолета, страхованием, налогами, а также с организацией транспортной операции, c_0 , руб;

- расходы во время полета c_T – расходы, зависящие от продолжительности полета, к которым относят расходы на летный состав, почасовое техническое обслуживание, амортизацию воздушного судна, а также затраты, связанные с задержками полета, c_T , руб/мин;

- расходы на потребный запас топлива c_F – расходы, связанные с необходимостью обеспечения рейсового запаса топлива, потребного для полета на заданную дальность, c_F , руб/мин.

С целью управления финансовыми издержками авиакомпании был введен показатель стоимости (cost index) c_I [91]:

$$c_I = \frac{c_T}{c_F} \quad (1.58)$$

Единицей измерения показателя стоимости является килограмм на минуту полета. Сущность данного показателя заключается в том, что, например, значение показателя $c_I = 30$ кг/мин означает, что стоимость 30 килограммов топлива эквивалентно стоимости 1 минуты полета. Показатель стоимости c_I обычно варьируется в пределах от 0 до 999, причем данный диапазон устанавливается

производителем самолета. Показатель стоимости является параметром в показателе эффективности, который используется при определении компромиссных режимов полета, особенно в концепции наиболее эффективной крейсерской скорости (ECON). Значение $c_I = 0$ указывает на экономический режим полета ($c_T \ll c_F$), в то время как $c_I = c_{I_{\max}}$ – на скоростной режим полета ($c_T \gg c_F$).

В любой летной операции полные прямые эксплуатационные расходы можно представить как:

$$DOC = c_0 + c_F m_{\text{топ}} + c_T T \quad (1.59)$$

В выражении (1.59) фиксированные расходы c_0 не зависят от дальности полета, поэтому запишем показатель эффективности в следующем виде:

$$F = \int_0^L \left[c_F q_{\text{км}} + c_T \frac{1}{V} \right] dL \quad (1.60)$$

Показатель в виде (1.60) является эксплуатационным показателем эффективности летной операции. В работах [78] и [100] представлена аналитическая форма показателя (1.60):

$$F = \int_0^L \left[\sigma q_{\text{км}} + (1 - \sigma) \frac{1}{V} \right] dL, \quad 0 < \sigma < 1 \quad (1.61)$$

где: σ – топливный коэффициент компромисса (fuel trade-off coefficient) [78], который связан с показателем стоимости следующей зависимостью:

$$\sigma = \frac{1}{c_I + 1} \quad (1.62)$$

Следует обратить внимание, что показатель в форме (1.61) нельзя признать корректным, так как масса, выраженная в килограммах, и время, выраженное в секундах, не подлежат математическому сложению. Аналогичные сомнения вызывает форма топливного коэффициента компромисса (1.62). Поэтому рассмотрим данный показатель в аналитической форме для конкретного самолета, $y_p = \text{const}$.

Выражение прямых эксплуатационных расходов (1.59) является двухкритериальным показателем эффективности, где первым частным критерием является масса топлива $F_1 = m_{\text{топ}}$, вторым – время полета $F_2 = T_{\text{пол}}$. Данные частные критерии являются интегральными величинами:

$$F_1(x, u_x(L), y_x) = \int_0^{L_k} f_1 dL, \quad F_2(x, u_x(L), y_x) = \int_0^{L_k} f_2 dL \quad (1.63)$$

где: f_1, f_2 – локальные частные критерии, соответственно, расход топлива и величина обратно пропорциональная скорости в функции от дальности и управления:

$$f_1(L, u(L)) = q_{\text{км}}, \quad f_2(L, u(L)) = \frac{1}{V}, \quad 0 \leq L \leq L_k \quad (1.64)$$

где: $u(L)$ – вектор-функция управления вдоль траектории полета, в состав которого входит:

$$u(L) = [H(L), V(L), R(L), m(L), \bar{x}_T(L)], \quad 0 \leq L \leq L_k \quad (1.65)$$

Частные критерии в функции от дальности L и управления $u(L)$ можно представить в более удобном виде:

$$f_1(m, \bar{x}_T, y) = q_{\text{км}}, \quad f_2(m, \bar{x}_T, y) = \frac{1}{V} \quad (1.66)$$

где: m – локальная масса самолета, \bar{x}_T – локальное положение центровки самолета, y – элементы управления, подлежащие определению при массе m :

$$y = [H, V, R] \quad (1.67)$$

Выделение массы и центровки из управления справедливо лишь в случае, если в ходе полета масса самолета уменьшается лишь за счет выработки топлива а также если центровка меняется за счет изменения массы самолета. Таким образом, высота, скорость и режим работы двигателей являются параметрами управления, которые в достаточной степени соответствуют понятию режима полета (1.1). Частные критерии (1.66) определены на диапазоне масс самолета, ограниченном массой снаряженного самолета $m_{\text{снр}}$ снизу и максимально

допустимой взлетной массой m_0 сверху, а также на диапазоне допустимых центровок в зависимости от массы, ограниченном предельно передней центровкой $\bar{x}_{т.п.п}(m)$ снизу и предельно задней центровкой $\bar{x}_{т.п.з}(m)$ сверху.

В свою очередь параметры режима могут принимать значения из допустимых множеств $Y_{\text{доп}} = \{H_{\text{доп}}, V_{\text{доп}}, R_{\text{доп}}\}$:

$$\begin{aligned} H \in H_{\text{доп}} : H_{\min}(m) &\leq H \leq H_{\max}(m) \\ V \in V_{\text{доп}} : V_{\min}(m, H) &\leq V \leq V_{\max}(m, H) \\ R \in R_{\text{доп}} : R_{\text{м.г}} &\leq R \leq 1 \end{aligned} \quad (1.68)$$

На практике можно выделить две задачи исследования эффективности полета: полет на заданную дальность или полет с заданным запасом топлива. Задание x и параметры настройки y_x детерминируют предельные значения массы самолета при интегрировании по дальности частных критериев (1.66).

В постановке задачи (1.60) неуправляемыми параметрами являются показатели стоимости c_F и c_T . В полете на дальность параметрами задания являются дальность полета $x = L_k$, показатель стоимости c_I и стоимость единицы топлива c_F . Решением данной задачи являются такие вектор-функции управления $u_x(L)$ и параметры настройки y_x (сюда входит основной запас топлива) в полете на заданную дальность L_k , при заданных c_I и c_F , которые минимизируют показатель:

$$F(x, \tilde{u}_x(L), \tilde{y}_x) = \min_{\substack{x=\{L_k, c_F, c_I\} \\ y_x \in \Delta Y \\ u_x(t) \in U}} c_F (F_1 + c_I F_2) \quad (1.69)$$

Задача в постановке (1.69) является примером одноцелевой постановки задачи (показатели c_I и c_F однозначно определяют ОЗТ). Рассмотрение диапазона возможных значений показателя стоимости $0 \leq c_I \leq c_{I_{\max}}$, как раз, создает предпосылки для многоцелевого исследования данной задачи.

С целью рационального оценивания эффективности для каждого из всевозможных значений показателя стоимости проведем нормирование локальных частных критериев (1.66) по принципу (1.23):

$$\begin{aligned} \bar{f}_1(m, \bar{x}_T, y) &= \frac{f_1(m, \bar{x}_T, y) - \bar{f}_{1\min}}{\bar{f}_{1\max} - \bar{f}_{1\min}}, \\ \bar{f}_2(m, \bar{x}_T, y) &= \frac{f_2(m, \bar{x}_T, y) - \bar{f}_{2\min}}{\bar{f}_{2\max} - \bar{f}_{2\min}}, \end{aligned} \quad y \in Y_{\text{опт}} \subset Y_{\text{доп}} \quad (1.70)$$

При каждом значении массы самолета m , и значении центровки \bar{x}_T можно определить параметры экономического ($c_I = 0$) и скоростного режимов полета ($c_I = c_{I\max}$), соответственно $y_{\text{эк}}$ и $y_{\text{ск}}$, которым соответствуют значения частных критериев:

$$\begin{aligned} f_{1\min} &= f_1(m, \bar{x}_T, y_{\text{эк}}) & f_{1\max} &= f_1(m, \bar{x}_T, y_{\text{ск}}) \\ f_{2\min} &= f_2(m, \bar{x}_T, y_{\text{ск}}) & f_{2\max} &= f_2(m, \bar{x}_T, y_{\text{эк}}) \end{aligned} \quad (1.71)$$

Нормированные частные критерии определены на множестве оптимальных решений (области компромисса) $y \in Y_{\text{опт}}$. В данной задаче область оптимальных решений означает, что при выборе любого показателя стоимости $0 \leq c_I \leq c_{I\max}$ оптимальный режим полета будет являться элементом данного множества:

$$Y_{\text{опт}} = \{y : y_{\text{эк}} \leq y \leq y_{\text{ск}}\} \quad (1.72)$$

Также можно сказать, что не существует такого значения показателя стоимости, при котором оптимальный режим полета являлся бы элементом дополнения оптимального множества $Y_{\text{опт}}$ до допустимого множества $Y_{\text{доп}}$. Соответственно, значения нормированных частных критериев (1.70) принимают значения от 0 до 1 на множестве оптимальных решений.

Представление частных критериев системы (1.70) в нормированном виде и выделение оптимального множества (1.72) позволяют также нормировать показатель стоимости и, таким образом, представить его в качестве весового коэффициента (1.26):

$$a(c_I) = \frac{c_I}{c_{I\max}}, \quad 0 \leq c_I \leq c_{I\max} \quad (1.73)$$

Значения весовых коэффициентов принимают значения при экономическом режиме $a = 1$ при $c_I = 0$, при скоростном режиме – $a = 0$ при $c_I = c_{I\max}$.

Устраняя все вопросы, касающиеся правильности формальных аспектов топливного коэффициента компромисса (1.62) показателя в форме (1.61), запишем данный показатель с нормированными частными критериями и параметром – весовым коэффициентом:

$$F = \int_0^L [af_1 + (1-a)f_2] dL, \quad 0 \leq a \leq 1 \quad (1.74)$$

Весовой коэффициент в выражении (1.74) можно толковать двояко. С одной стороны, весовой коэффициент является нормированным показателем стоимости c_I , с другой – выступает как коэффициент сравнительной важности свертки линейных критериев. Следует понимать, что весовой коэффициент, как нормированный показатель стоимости, не может меняться вдоль траектории полета $a(L)$, в то время как в противном случае данный коэффициент может меняться в полете от начальной L_0 до конечной точки L_k , $a(L)$ в зависимости от внутренней структуры частных критериев. То, что значение весового коэффициента может меняться вдоль траектории, означает, что в полете изменяется отношение к важности отдельных целей операции, то есть к расходу топлива и времени полета. Как следствие двойного характера свойств весового коэффициента показателя (1.74), выделим две постановки задачи оптимизации режимов полета: эксплуатационную и траекторную [35]. С целью дальнейшего исследования обеих постановок задачи примем гарантирующий метод учета неопределенности (1.39).

Эксплуатационная постановка задачи. Требуется определить оптимальный режим эксплуатации в полете на заданную дальность или с заданным запасом топлива при фиксированном значении весового коэффициента:

$$F(\tilde{a}, \tilde{u}_x(L), \tilde{y}_x) = \max_{\substack{0 \leq a \leq 1 \\ y_x \in \Delta Y \\ u_x(L) \in U}} F(a, u_x(L), y_x) \quad (1.75)$$

Данная постановка задачи отражает тот факт, что в процессе полета показатель стоимости полета не изменяется.

Траекторная постановка задачи. Требуется определить оптимальный режим эксплуатации, а также программу изменения весового коэффициента:

$$F(\tilde{a}(L), \tilde{u}_x(L), \tilde{y}_x) = \max_{\substack{a(L) \in X \\ y_x \in \Delta Y \\ u_x(L) \in U}} F(a(L), u_x(L), y_x) \quad (1.76)$$

Решением эксплуатационной и траекторной задач является оптимальный режим эксплуатации $\{\tilde{y}_x, \tilde{u}_x(L)\}$, где оптимальное задание x получаем путем максимизации показателя эффективности (гарантирующий метод учета неопределенности). В эксплуатационной постановке задачи максимум определяется для фиксированного значения весового коэффициента \tilde{a} , в траекторной – для программы изменения весового коэффициента на траектории полета $\tilde{a}(L)$, $0 \leq L \leq L_k$.

Поиск решения в обеих задачах в постановках (1.75) и (1.76) является процессом достаточно сложным в силу большого количества оптимизируемых переменных, поэтому целесообразным представляется провести декомпозицию задачи исследования эффективности на типовые этапы полета: набор высоты (в том числе и эшелонирование), крейсерский полет и снижение. Во второй главе рассматриваются вопросы оптимальности крейсерского полета. В третьей главе рассматриваются вопросы оптимальности набора высоты и снижения. В четвертой главе рассматриваются вопросы интеграции профиля полета в качестве решения поставленной задачи.

1.8 Выводы по главе

1. Решение задачи повышения эффективности эксплуатации магистральных самолетов может обеспечить как новые конструкторские решения в области аэродинамики и совершенствования силовой установки (параметрическая часть задачи), так и оптимизацию параметров летных операций, которая может быть

выполнена при условии наличия заданного облика ВС исключительно путем корректировки траекторий полета (динамическая задача).

2. Поскольку задачи выполнения летных операций обладают большой степенью неопределенности и могут изменяться как от полета к полету, так и по мере выполнения каждого конкретного полета, для оптимизации параметров траекторий предлагается использовать двухкритериальный метод оптимизации на основе исследования характеристик самолета как многоцелевой системы.

3. Разработан алгоритм поиска компромиссных решений для оптимальных значений параметров траекторий в условиях неопределенности целей летных операций. Для решения задачи исследования эффективности летной операции предложено использовать два подхода – эксплуатационный и траекторный.

ГЛАВА 2 ЭФФЕКТИВНОСТЬ КРЕЙСЕРСКОГО ПОЛЕТА

2.1 Показатели эффективности крейсерского полета

Крейсерский полет является основным этапом полета, целью которого является полет на дальность. В практике воздухоплавания ГА с целью обеспечения безопасного полета всех самолетов в воздушном пространстве требуется, чтобы самолеты ГА выполняли крейсерский полет на согласованной с УВД высоте полета (эшелоне) и с постоянной скоростью движения. Допустимые эшелоны крейсерского полета строго нормированы законами воздушного движения и зависят от угла курса. Выбор эшелона крейсерского полета осуществляется совместно с УВД и зависит от загруженности воздушного пространства. В условиях уменьшения массы самолета вследствие выработки топлива постоянство высоты и скорости полета обеспечивается изменением (уменьшением) режима работы двигателей вдоль траектории полета. Режимом полета таким образом является крейсерская высота и скорость а также программа изменения режима работы двигателей (степень дросселирования).

Эффективность крейсерского режима принято оценивать в интегральных показателях вдоль траектории крейсерского полета на фиксированной высоте $H_{кр}$, скорости $V_{кр}$ и дальности $L_{кр}$. Целью исследования эффективности крейсерского режима является определение оптимальной крейсерской скорости и соответствующих ей программы управления работой двигателей $R(L)$, запаса топлива, необходимого для полета на крейсерскую дальность $m_{топ}^{кр}(V_{кр})$, а также потребной продолжительности $T_{кр}(V_{кр})$. Интегральный характер исследования крейсерского режима вынуждает рассматривать эффективность в локальных ($L_{кр} \rightarrow 0$) и интегральных ($L_{кр}$) показателях эффективности. Показатели эффективности крейсерского режима существенно зависят от температуры наружного воздуха, которая на практике может отличаться от условий МСА,

поэтому исследование эффективности крейсерского полета удобнее проводить относительно числа Маха M .

В крейсерском полете на фиксированной высоте (эшелоне полета) локальную эффективность принято оценивать с помощью характеристики километровой расхода топлива $q_{\text{км}}$ и скорости полета V (числа Маха M). Крейсерский полет самолетов ГА является установившимся горизонтальным полетом. Условиями выполнения такого полета является требование обеспечения равновесия всех сил и моментов, действующих на самолет:

$$\vec{F} = 0 \quad \vec{M} = 0 \quad \vec{\omega} = 0 \quad (2.1)$$

Уравновешение результирующего момента тангажа предполагает рассмотрение условий продольной балансировки. Управление тангажом в крейсерском полете в спокойной атмосфере обеспечивается отклонением стабилизатора или руля высоты на балансировочный угол $\varphi_{\text{бал}}$, что приводит к уменьшению максимального значения аэродинамического качества. Для каждой точки траектории крейсерского полета режимом полета является вектор параметров:

$$y = [H_{\text{кр}}, V_{\text{кр}}, R(V_{\text{кр}})] \quad (2.2)$$

где: $R(V_{\text{кр}})$ – режим работы двигателей, для текущего значения массы самолета и заданных скорости $V_{\text{кр}}$ и высоте полета $H_{\text{кр}}$.

Анализ локальной эффективности крейсерского полета выполняется на фиксированных высоте, конфигурации и с заданной массой на допустимом диапазоне скоростей (чисел Маха) $M_{\text{доп}} \in [M_{\text{min}}; M_{\text{max}}]$. Минимальное и максимальное значение данного диапазона обусловлено возможностью выполнения безопасного полета. Показателями локальной эффективности крейсерского полета являются километровой расход топлива $q_{\text{км}}(M)$ и истинная скорость $V(M)$. Данные показатели, определены на диапазоне допустимых чисел Маха и являются частными критериями (1.66). Расход топлива в крейсерском

полете является унимодальной функцией (выпуклой вниз), определенной на диапазоне допустимых чисел Маха в условиях установившегося горизонтального полета:

$$q_{\text{км}}(M) = C_e \frac{mg}{K}, \quad M \in M_{\text{доп}} \quad (2.3)$$

Минимум расхода топлива (2.3) на фиксированной высоте и при текущих значениях массы и центровки самолета достигается при локальной крейсерской скорости (числе Маха) $M_{\text{кс}}$:

$$M_{\text{кс}} = \arg \min_{M \in M_{\text{доп}}} q_{\text{км}}(M) \quad (2.4)$$

Локальная крейсерская скорость – это локальная скорость горизонтального полета, обеспечивающая наибольшую дальность при заданном запасе топлива [28]. Второй частный критерий является гиперболой и достигает минимального значения при максимальной крейсерской скорости полета. Таким образом, диапазон скоростей, ограниченный локальной крейсерской и максимальной скоростями, $M_{\text{опт}} = \{M : M_{\text{кс}} \leq M \leq M_{\text{мах}}\}$, $M_{\text{опт}} \subset M_{\text{доп}}$, является диапазоном оптимальных решений. Следовательно, систему нормированных частных критериев можем записать в следующем виде:

$$\bar{f}_1(M) = \frac{q_{\text{км}}(M) - q_{\text{км}}(M_{\text{кс}})}{q_{\text{км}}(M_{\text{мах}}) - q_{\text{км}}(M_{\text{кс}})}, \quad \bar{f}_2(M) = \frac{(M_{\text{мах}} - M)M_{\text{кс}}}{(M_{\text{мах}} - M_{\text{кс}})M}, \quad M \in M_{\text{опт}} \quad (2.5)$$

Замена скорости на число Маха в выражении нормированного второго частного критерия возможна лишь при анализе крейсерского полета на фиксированной высоте в полете в условиях МСА. Примерный вид нормированных частных критериев \bar{f}_1 и \bar{f}_2 представлен на Рисунке 2.1 – б.

В двухкритериальной системе частных критериев с одномерным множеством оптимальных решений локальную эффективность можно представить с помощью функции эффективности множества оптимальных решений (1.31):

$$F_Y(M) = a \bar{f}_1 + (1 - a) \bar{f}_2, \quad M \in M_{\text{опт}} \quad (2.6)$$

где: a – весовой коэффициент, вычисляется по формуле (1.30); примерный вид $a(M)$ показано на Рисунке 2.1 – а.

Весовой коэффициент в данной постановке задачи является коэффициентом сравнительной важности. Выбор решения, которому соответствует значение $a = 1$, означает, что данное решение было принято при безусловной (бескомпромиссной) важности экономичности полета. При уменьшении значения весового коэффициента сокращение продолжительности полета становится более важным, что приводит к ухудшению топливной эффективности.

Функцию (2.6) назовем функцией локальной эффективности крейсерского полета, примерный вид которой представлен на Рисунке 2.1 – б. В условиях неопределенности целей локальную оптимальную скорость $M_{кр}^*$ можно определить в точке максимума функции $F_Y(M)$:

$$F_Y(M_{кр}^*) = \max_{M_{кс} \leq M \leq M_{max}} F_Y(M) \quad (2.7)$$

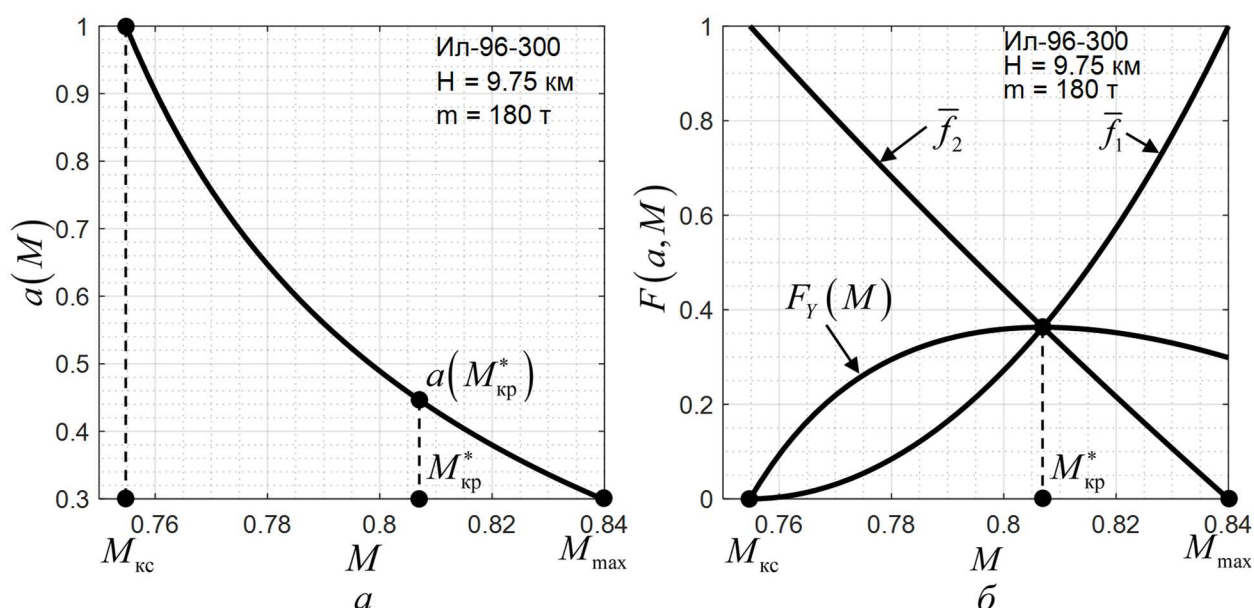


Рисунок 2.1 – Локальные показатели эффективности крейсерского полета:
 а – Функция весовых коэффициентов на диапазоне оптимальных чисел Маха,
 б – Функция локальной эффективности крейсерского полета

Как правило диапазон оптимальных скоростей $M_{опт}$ зависит от текущей массы самолета и меняется по мере выработки топлива. Диапазон допустимых масс самолета на рассматриваемом эшелоне $m_{доп}^H$ ограничен минимальной m_{min} и

максимальной $m_{\max}(H)$ массами самолета. Минимальная масса m_{\min} является минимальной массой самолета, при которой возможен безопасный полет. Максимальная масса $m_{\max}(H)$ обусловлена минимальным градиентом набора самолетом высоты на уровне H :

$$m_{\text{доп}}^H = \{m : m_{\min} \leq m \leq m_{\max}(H)\} \quad (2.8)$$

Допустимые значения чисел Маха крейсерского полета на рассматриваемом эшелоне $M_{\text{доп}}^H$ ограничены максимальным значением минимально допустимого числа Маха M_{\min}^{\max} и минимальным значением максимально допустимого числа Маха M_{\max}^{\min} . Однако в задачах исследования эффективности компромиссных крейсерских режимов целесообразно рассматривать допустимое множество $M_{\text{доп}}$ как подмножество $M_{\text{доп}}^H$, ограниченное максимальным значением локального крейсерского числа Маха $M_{\text{кc}}(m_{\min})$ и минимальным значением максимально допустимого числа Маха M_{\max}^{\min} , которое для трансзвуковых магистральных самолетов не зависит от массы самолета на типовых крейсерских эшелонах полета, $M_{\max} = M_{\max}^{\min}$:

$$M \in M_{\text{доп}} = [M : M_{\text{кc}}(m_{\min}) \leq M \leq M_{\max}] \subseteq M_{\text{доп}}^H \quad (2.9)$$

На диапазоне допустимых масс самолета можно определить функцию локальных крейсерских скоростей $M_{\text{кc}}(m)$ путем вычисления (2.4) для каждого значения массы $m \in m_{\text{доп}}^H$. Таким образом, выделим множество оптимальных чисел Маха $M_{\text{опт}}$ из множества допустимых $M_{\text{доп}}$:

$$M_{\text{опт}} = [M : M_{\text{кc}}(m) \leq M \leq M_{\max}^{\min}], \quad m \in m_{\text{доп}}^H, \quad M_{\text{опт}} \subset M_{\text{доп}} \quad (2.10)$$

Множество оптимальных чисел Маха $M_{\text{опт}}$ является областью определения функции локальной эффективности крейсерского полета для каждого возможного значения массы самолета на рассматриваемом эшелоне. Функцию локальной эффективности крейсерского полета, определенной для каждого допустимого значения массы самолета $m \in m_{\text{доп}}^H$ на множестве оптимальных чисел Маха

$M \in M_{\text{опт}}$ и заданном эшелоне полета $H_{\text{кр}}$, назовем **характеристикой локальной эффективности крейсерского полета**:

$$F_Y^H(H_{\text{кр}}, M, m) = F_Y(H_{\text{кр}}, M, m), \quad M \in M_{\text{опт}}, m \in m_{\text{доп}}^H \quad (2.11)$$

В точках множества оптимальных чисел Маха $M_{\text{опт}}$ характеристика локальной эффективности отлична от нуля:

$$F_Y^H = \begin{cases} F_Y^H(H_{\text{кр}}, M, m) \geq 0, & M \in M_{\text{опт}} \\ F_Y^H(H_{\text{кр}}, M, m) = 0, & M \in M_{\text{доп}}, M \notin M_{\text{опт}} \end{cases} \quad (2.12)$$

На Рисунке 2.2 представлено множество оптимальных чисел Маха для эшелона $H_{\text{кр}} = 9,75$ км.

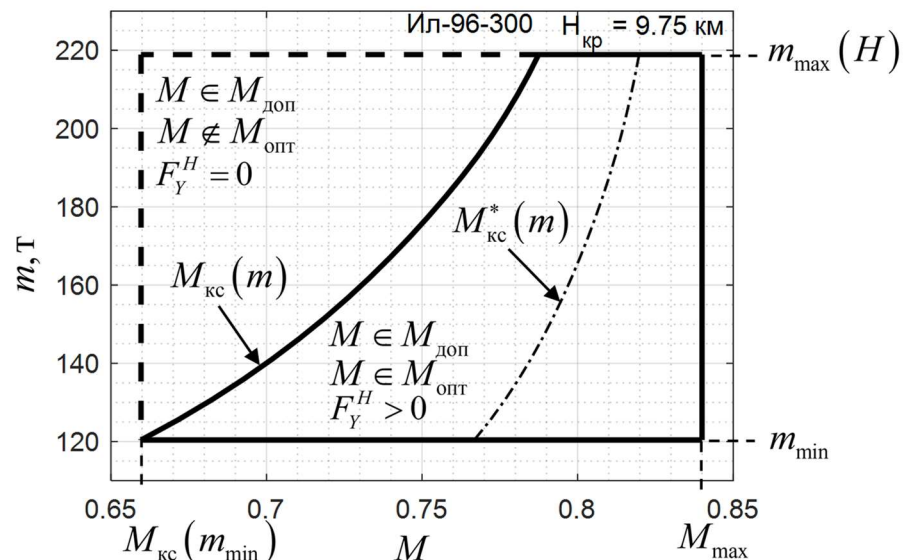


Рисунок 2.2 – Выделение оптимальной области чисел Маха из диапазона допустимых чисел Маха

На множестве оптимальных чисел Маха $M_{\text{опт}}$ значения весовых коэффициентов, определяющих значения функции локальной эффективности при данном числе Маха, отличаются для каждого значения массы самолета (см. Рисунок 2.3). Данное наблюдение указывает на то, что для различных значений массы самолета сравнительная важность расхода топлива меняется. Для фиксированного значения крейсерской скорости характерно, что при уменьшении массы самолета ухудшается топливная эффективность, что в свою очередь сопровождается уменьшением значения весового коэффициента.

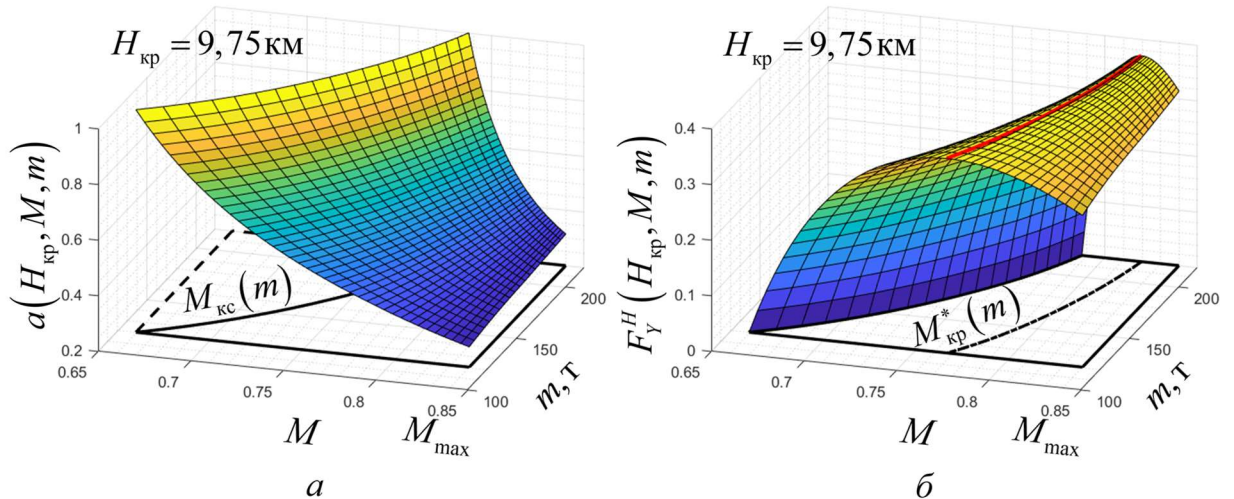


Рисунок 2.3 – Показатели локальной эффективности крейсерского полета на заданном эшелоне и допустимых значениях массы: а – характеристика весовых коэффициентов, б – характеристика локальной эффективности

Интегральные показатели эффективности позволяют судить об эффективности крейсерского режима ($L_{кр} = fix$). На практике основной характеристикой, необходимой для вычисления интегральных показателей эффективности, является характеристика расхода топлива (см. Рисунок 2.4 – а) или характеристика удельной дальности в функции от массы самолета и числа Маха самолета для рассматриваемого эшелона. Классическими показателями эффективности крейсерского режима, которые задаются в функции от числа Маха, являются:

– запас топлива $m_{топ}^{кр}(M)$:

$$m_{топ}^{кр}(M) = m_n - m_k \quad (2.13)$$

где: m_n, m_k – соответственно масса в начале и конце крейсерского полета,

– дальность крейсерского полета $L_{кр}(M)$:

$$L_{кр}(M) = \int_{m_k}^{m_n} \frac{1}{q_{км}(H, M, m)} dm \quad (2.14)$$

– продолжительность крейсерского полета $T_{кр}(M)$:

$$T_{кр}(M) = \frac{1}{Ma_H} \int_{m_k}^{m_n} \frac{1}{q_{км}(H, M, m)} dm \quad (2.15)$$

В качестве дополнительных показателей эффективности также рассматривают удельные дальность $L_{уд}(M)$ и продолжительность $T_{уд}(M)$:

$$L_{уд}(M) = \frac{L_{кр}(M)}{m_{топ}^{кр}(M)}, \quad T_{уд}(M) = \frac{T_{кр}(M)}{m_{топ}^{кр}(M)} \quad (2.16)$$

В зависимости от принципа расчета полета и наличия информации о взлетной или посадочной массе, а также от целей отдельного участка крейсерского полета, можно выделить следующие варианты анализа крейсерского режима:

– **полет на фиксированную дальность** – крейсерская дальность заданная $L_{кр}$, запас топлива $m_{топ}^{кр}(M)$ и продолжительность полета $T_{кр}(M)$ подлежат определению в зависимости от наличия информации о заданных начальных или конечных условиях;

– **полет на свободную дальность с фиксированным запасом топлива** – масса самолета в начале и конце полета заданы, запас топлива известен $m_{топ}^{кр}$, определению подлежат дальность $L_{кр}(M)$ и продолжительность $T_{кр}(M)$.

В крейсерском полете можно выделить следующие типовые крейсерские режимы. **Режим максимальной дальности (МД)** является экономическим крейсерским режимом. В задаче с фиксированной дальностью режим МД является числом Маха $M_{мд}$, при котором запас топлива минимален (2.13), а в задаче с фиксированным запасом топлива – число Маха $M_{мд}$, при котором дальность полета максимальна (2.14):

$$M_{мд} = \arg \min_{M \in M_{доп}} m_{топ}^{кр}(M), \quad M_{мд} = \arg \max_{M \in M_{доп}} L_{кр}(M) \quad (2.17)$$

Режим максимального крейсерования (МКР) является скоростным крейсерским режимом. Независимо от варианта расчета крейсерского полета, он определяется при максимально допустимом числе Маха $M_{мкр} = M_{max}$.

Поиск компромиссного крейсерского режима $M_{кр}$ посредством метода, предложенного в настоящей работе, проводится на множестве оптимальных режимов, ограниченных режимами МД и МКР, $M_{мд} \leq M_{кр} \leq M_{мкр}$. Запишем

выражение показателя эффективности компромиссных режимов, справедливое для траекторной и эксплуатационной постановок задачи:

$$F(x, u_x(L), y_x) = \int_0^{L_{кр}} [a\bar{f}_1 + (1-a)\bar{f}_2] dL \quad (2.18)$$

где: x – цель крейсерского полета, при этом в соответствии с обозначенными вариантами анализа крейсерского режима целями могут быть крейсерская дальность $x = L_{кр}$ или запас топлива $x = m_{топ}^{кр}$; $u_x(L)$ – вектор-функция управления, при этом в крейсерском полете данный параметр можно отождествлять с крейсерским режимом $M_{кр}$; y_x – параметры настройки, к которым в крейсерском полете можно отнести массу в конце крейсерского полета m_k (в состав которой входят массы снаряженного самолета, коммерческой нагрузки, а также запас топлива, предназначенный на другие этапы полета), а также значение центровки \bar{x}_T (в наших рассуждениях будем полагать, что центровка не меняется вследствие выработки топлива, что может иметь место в случае расположения топливных баков в центре тяжести самолета). К параметрам настройки также относим запас топлива $m_{топ}^{кр}$ в варианте задачи с $x = L_{кр}$, а также крейсерскую дальность $L_{кр}$ в варианте задачи $x = m_{топ}^{кр}$.

Анализ эффективности существенно отличается в траекторной и эксплуатационной постановках задачи, поэтому рассмотрим эти ситуации отдельно. Вследствие отсутствия информации о целях рассматриваемых задач в обеих ситуациях будем использовать гарантирующий метод учета неопределенности в поиске оптимальных режимов.

2.2 Траекторная постановка задачи оптимизации крейсерского режима

Основным принципом исследования эффективности в траекторной постановке задачи является предположение о том, что значение весового коэффициента может меняться вдоль траектории полета, вследствие того, что

весовой коэффициент является коэффициентом сравнительной важности. Как показано на Рисунке 2.2 – а для фиксированного значения числа Маха весовой коэффициент уменьшается в полете на крейсерскую дальность $L_{кр} > 0$ при выработывании топлива, что является следствием уменьшения массы самолета. Представленная характеристика локальной эффективности крейсерского полета (2.11) позволяет определить значение показателя эффективности (2.18) для каждого значения числа Маха (крейсерского режима) посредством интегрирования данной характеристики вдоль траектории $0 \rightarrow L_{кр}$ (измеряется в километрах):

$$\Delta F_{кр}^T(M, L_{кр}, y_x) = \int_0^{L_{кр}} F_Y^H(M, m) dL \quad (2.19)$$

Поиск интегральной оценки эффективности по формуле (2.19) является достаточно трудоемким, поскольку характеристика локальной эффективности крейсерского полета задана в виде функции от дальности. Поэтому в целях анализа эффективности крейсерского режима заменим переменную интегрирования $dL = dm/q_{км}$ (2.19). Таким образом, формулу интегрального показателя эффективности крейсерского режима, где в качестве переменной интегрирования выступает масса самолета, можно представить следующим образом:

$$\Delta F_{кр}^T(M, L_{кр}, y_x) = \int_{m_k}^{m_n} F_H(H_{кр}, M, m) dm, M \in M_{доп} \quad (2.20)$$

где: $F_H(H_{кр}, M, m)$ – характеристика эффективности крейсерского полета:

$$F_H(H_{кр}, M, m) = \frac{F_Y^H(H_{кр}, M, m)}{q_{км}(H_{кр}, M, m)} \quad (2.21)$$

Пример построения характеристики эффективности крейсерского полета при известной характеристике расхода топлива представлен на Рисунке 2.4.

Показатель (2.20) назовем **траекторным показателем эффективности крейсерского режима**.

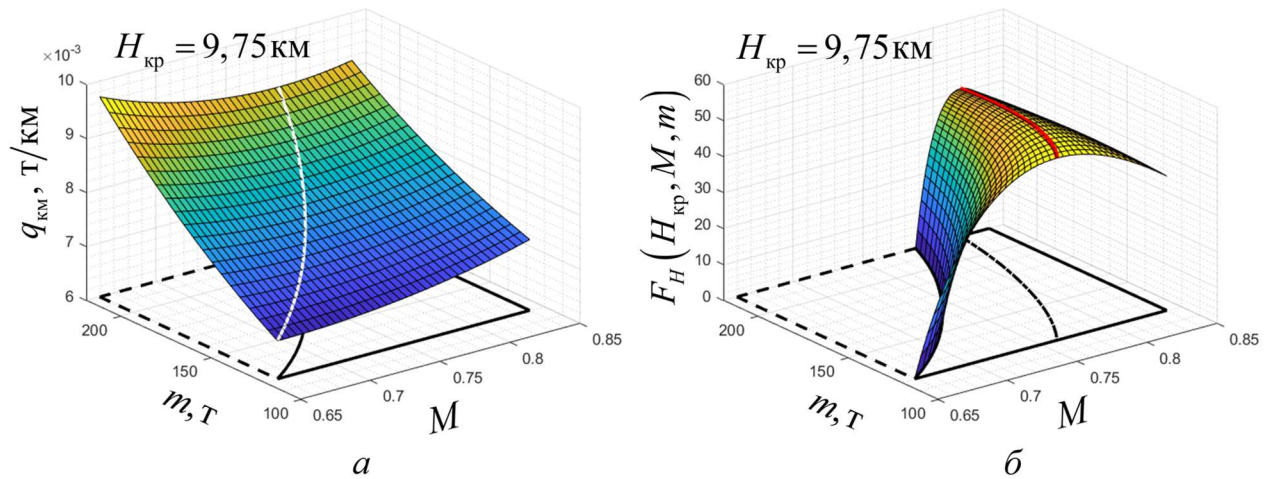


Рисунок 2.4 – Характеристики эффективности крейсерского полета на рассматриваемом эшелоне: а – характеристика расхода топлива, б – характеристика эффективности крейсерского полета

Сопоставление эффективности различных траекторий, $L_{кр}$, и крейсерских режимов, реализуемых на данных траекториях при различных параметрах настройки y_x , с помощью траекторного показателя эффективности крейсерского режима не представляется возможным. Для устранения данной проблемы введем понятие **обобщенного показателя эффективности крейсерского полета**:

$$F_{кр}^T(M, y_x) = \frac{\Delta F_{кр}^T(M, L_{кр}, y_x)}{L_{кр}(M, y_x)} \quad (2.22)$$

Обобщенный показатель эффективности крейсерского полета является безразмерным и позволяет сопоставлять эффективность крейсерского полета независимо от крейсерской дальности и условий полета (в том числе на различных эшелонах полета). С помощью обобщенного показателя (2.22) можно определить оптимальный (компромиссный) крейсерский режим изолированного этапа полета в гарантирующей постановке задачи (с целью дальнейших исследований индексом «Т» будем обозначать траекторный метод оптимизации):

$$F_{кр}^T(M_{кр}^T, y_x) = \max_{M \in M_{опт}} F_{кр}^T(M, y_x) \quad (2.23)$$

Метод поиска оптимального крейсерского режима проиллюстрируем на примерах задач с фиксированным запасом топлива и фиксированной дальностью.

В задаче с фиксированной дальностью $L_{кр} = 4000$ км и заданным $m_k = 150$ т строится функция обобщенного показателя эффективности крейсерского полета, показанная на Рисунке 2.5 – б. Максимум этой функции определяет оптимальную крейсерскую скорость $M_{кр}^T = 0,8173$. Выбор данной крейсерской скорости приводит к росту потребного запаса топлива на 0,5363% по сравнению с полетом в режиме максимальной дальности (см. Рисунок 2.5 – а), но сокращает продолжительность полета на 4,7412% по сравнению с тем же режимом.

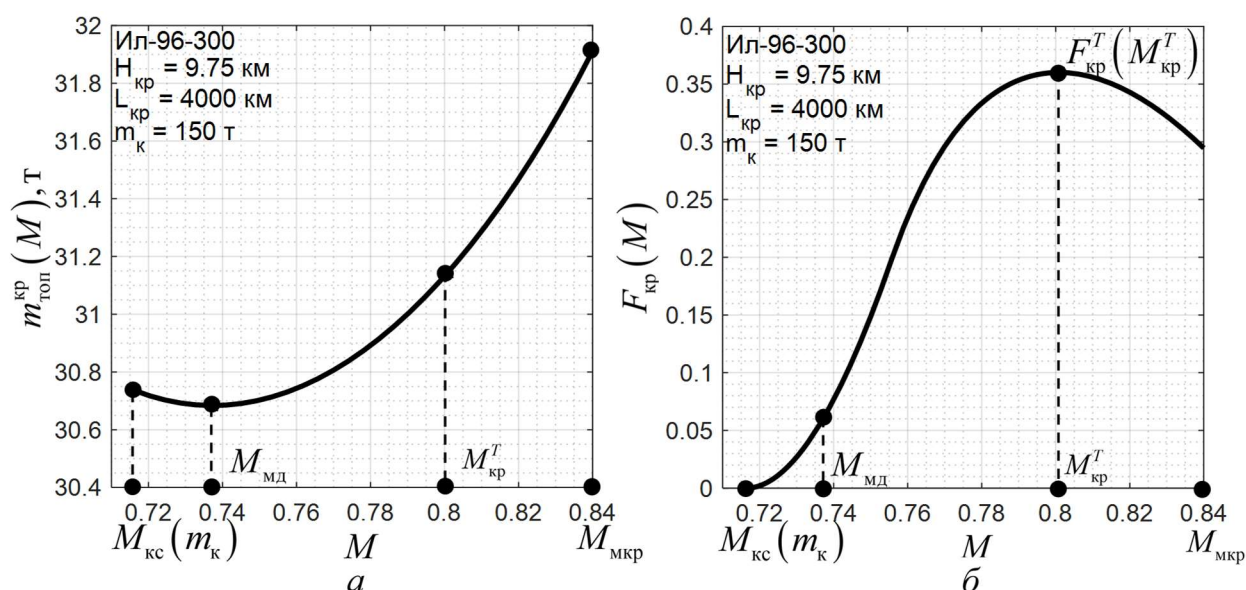


Рисунок 2.5 – Эксплуатационные характеристики в задаче оптимизации крейсерской скорости с полетом на фиксированную дальность при заданной массе самолета в конце полета

Рассмотрим задачу с фиксированным запасом топлива $m_{топ}^{кр} = 30$ т, где масса самолета в конце крейсерского полета составляет $m_k = 150$ тонн (см. Рисунок 2.6). Как правило, реализация полета для каждой скорости из области допустимых приводит к полету с различной дальностью $L_{кр} (M)$. Соответственно, чтобы найти оптимальную крейсерскую скорость, следует вычислить функцию траекторного показателя эффективности крейсерских режимов, а также $L_{кр} (M)$ (см. Рисунок 2.6 – а), что позволит получить функцию обобщенного показателя эффективности крейсерского полета (2.22). Максимум данной функции указывает на оптимальный

крейсерский режим в задаче с фиксированным запасом топлива (см. Рисунок 2.6 – б), а также на крейсерскую дальность (см. Рисунок 2.6 – а).

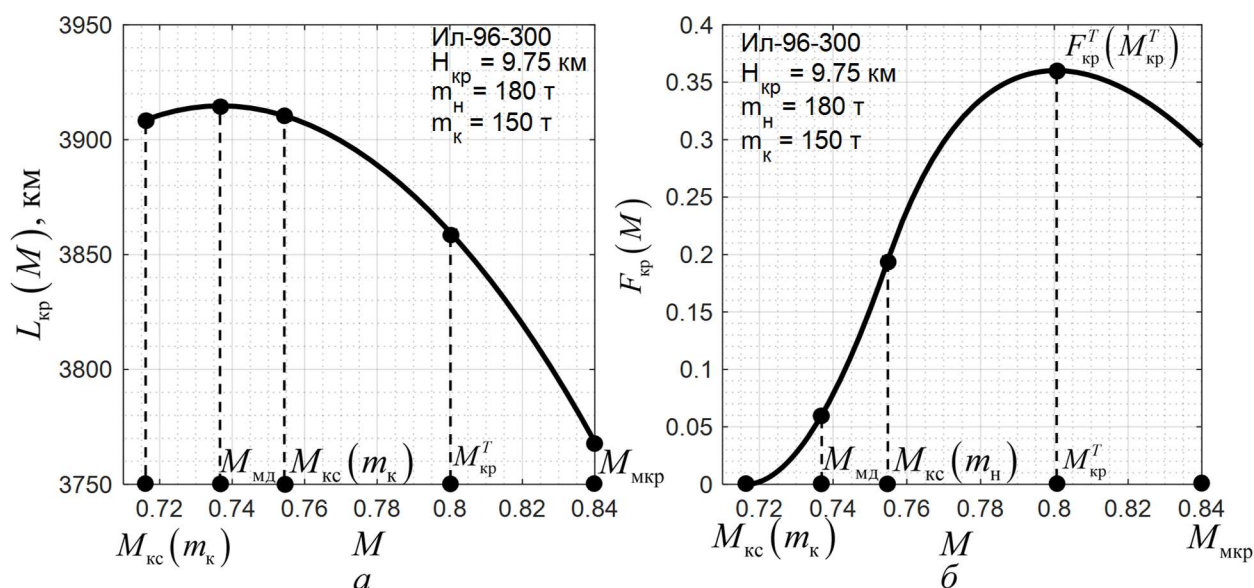


Рисунок 2.6 – Эксплуатационные характеристики оптимизации крейсерской скорости в задаче выполнения полета с фиксированным запасом топлива

2.3 Эксплуатационная постановка задачи оптимизации крейсерского режима

При эксплуатационной постановке задачи полагается, что весовой коэффициент не меняется вдоль траектории полета. В таком случае весовой коэффициент является нормированным показателем стоимости, а сам показатель эффективности (2.18) является аналитической формой показателя прямых эксплуатационных издержек в функции от выбранного режима. Также следует отметить, что такой постановке задачи вычисление траекторного показателя эффективности крейсерского полета путем интегрирования характеристики эффективности не представляется возможным, поскольку значение весового коэффициента данной характеристики меняется вдоль траектории. Таким образом, необходимо выделить весовой коэффициент в качестве параметра задачи:

$$F(x, a, u_x(L), y_x) = \int_0^{L_{кр}} [af_1 + (1-a)f_2] dL \quad (2.24)$$

Таким образом, в эксплуатационной постановке задачи оптимизации крейсерского режима полагается, что первым и вторым частным критерием являются соответственно запас топлива и продолжительность полета в функции от числа Маха $f_1 = m_{\text{топ}}^{\text{кр}}(M)$, $f_2 = T_{\text{кр}}(M)$. В соответствии с разработанным методом, представленным в разделе 1.5, проведем нормирование этих частных критериев в эксплуатационной постановке задачи на множестве оптимальных режимов $M_{\text{опт}} = \{M : M_{\text{мд}} \leq M \leq M_{\text{мкр}}\}$:

$$\begin{aligned} \bar{f}_1(M) &= \frac{m_{\text{топ}}^{\text{кр}}(M) - m_{\text{топ}}^{\text{кр}}(M_{\text{мд}})}{m_{\text{топ}}^{\text{кр}}(M_{\text{мкр}}) - m_{\text{топ}}^{\text{кр}}(M_{\text{мд}})}, \\ \bar{f}_2(M) &= \frac{T_{\text{кр}}(M) - T_{\text{кр}}(M_{\text{мкр}})}{T_{\text{кр}}(M_{\text{мд}}) - T_{\text{кр}}(M_{\text{мкр}})}, \end{aligned} \quad M \in M_{\text{опт}} \quad (2.25)$$

Запишем функцию эффективности множества оптимальных решений (оптимальных режимов) в эксплуатационной постановке задачи (1.31):

$$F_{\text{кр}}^{\vartheta}(M, y_x) = a \bar{f}_1 + (1-a) \bar{f}_2, \quad M \in M_{\text{опт}} \quad (2.26)$$

где: a – весовой коэффициент, вычисляется по формуле (1.30).

Показатель эффективности в форме (2.26) является обобщенным показателем эффективности крейсерского полета в эксплуатационной постановке задачи. Значение траекторного показателя эффективности крейсерского полета в эксплуатационной постановке $\Delta F_{\text{кр}}^{\vartheta}$ задачи можно получить посредством умножения обобщенного показателя (2.26) на значение крейсерской дальности.

Оптимальным крейсерским режимом в эксплуатационной постановке задачи является такой режим, который, в соответствии с ГМС, доставляет максимум выражению (2.26):

$$F_{\text{кр}}^{\vartheta}(M_{\text{кр}}^{\vartheta}, y_x) = \max_{M_{\text{мд}} \leq M \leq M_{\text{мкр}}} F_{\text{кр}}^{\vartheta}(M, y_x) \quad (2.27)$$

Поиск оптимального крейсерского режима полета $M_{\text{кр}}^{\vartheta}$ методом (2.25) – (2.27) возможен лишь в задаче с фиксированной дальностью полета и свободным запасом топлива.

Сопоставим результаты расчетов траекторным методом $F_{кр}^T(M)$, в соответствии с постановкой (2.20), и результатов расчетов эксплуатационным методом $F_{кр}^Э(M)$ на Рисунке 2.7.

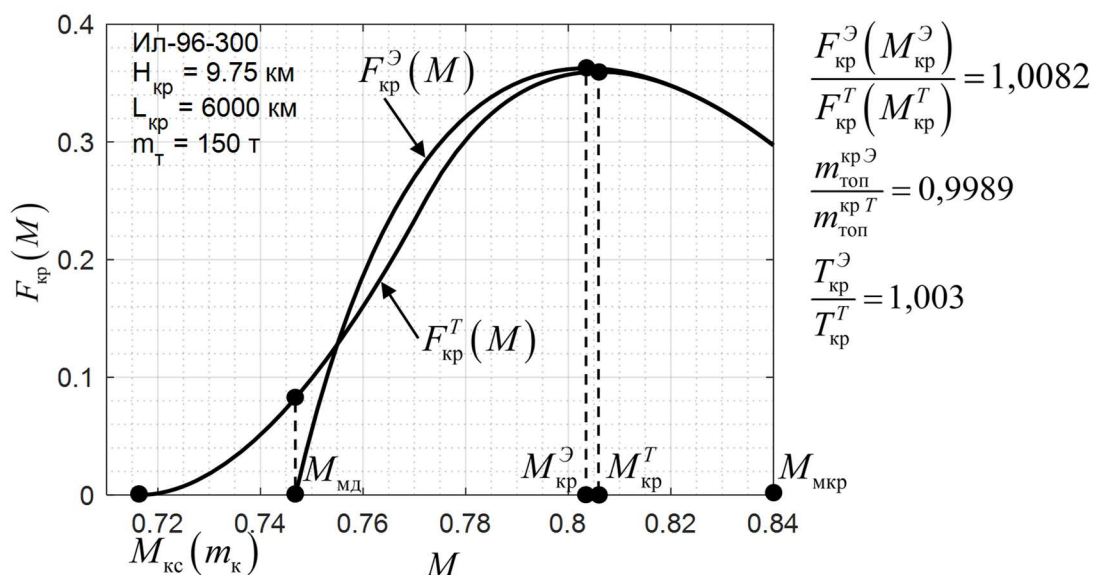


Рисунок 2.7 – Сопоставление расчетов эффективности крейсерского режима траекторным и эксплуатационным методами

В результате сопоставления можно заметить, что результат расчета оптимальной (компромиссной) крейсерской скорости отличается в траекторной $M_{кр}^T$ и эксплуатационной $M_{кр}^Э$ постановках, притом, что $M_{кр}^T > M_{кр}^Э$. В таком случае, как правило, эксплуатационные показатели крейсерского режима, полученные методами траекторного и эксплуатационного расчета для $L_{кр} = fix$, подчиняются следующим зависимостям:

$$\begin{aligned} m_{топ}^{кр} (M_{кр}^Э) &< m_{топ}^{кр} (M_{кр}^T) \\ T_{кр} (M_{кр}^Э) &> T_{кр} (M_{кр}^T) \end{aligned} \quad (2.28)$$

Значение обобщенного показателя эффективности крейсерского полета в эксплуатационной постановке задачи всегда больше, чем в траекторной:

$$F_{кр}^Э(M_{кр}^Э) > F_{кр}^T(M_{кр}^T) \quad (2.29)$$

Если при заданных условиях выполнения задачи (полет на заданную дальность, $L_{кр} = fix$, при заданной массе в конце крейсерского полета $m_k = fix$) и

заданном правиле учета неопределенности (в данном случае гарантирующий метод) значение обобщенного показателя эффективности оптимального решения при эксплуатационном методе всегда больше, чем при траекторном, то это значит, что достижение компромисса в эксплуатационной постановке задачи приводит к большим потерям по сравнению с траекторным методом. Из этого приходим к выводу, что эксплуатационный метод является менее эффективным в задаче поиска компромиссного крейсерского режима в условиях неопределенности, чем траекторный.

Следует также обратить внимание, что в режиме МД значение показателя эффективности крейсерского полета в эксплуатационной постановке задачи равно нулю $F_{кр}^{\exists}(M_{мд}) = 0$, при том, что в траекторной постановке он, напротив, отличен от нуля $F_{кр}^T(M_{мд}) \neq 0$.

2.4 Оптимизация крейсерского полета

В разделе 2.3 было установлено, что траекторный метод оптимизации крейсерского режима является более эффективным, чем эксплуатационный метод. Как правило, крейсерский режим принято определять в условиях фиксированной дальности. Исследование эффективности крейсерского полета предполагает анализ обобщенного показателя эффективности крейсерского режима в функции от крейсерской дальности при заданном режиме полета $F_{кр}(L_{кр}, M_{кр})$. Рассмотрим пример исследования эффективности крейсерского полета в задаче с фиксированной массой в конце полета $m_k = 150$ т для крейсерских режимов, полученных траекторным $M_{кр}^T$ и эксплуатационным $M_{кр}^{\exists}$ методами на крейсерской высоте $H_{кр} = 9,75$ км, при запасе топлива, позволяющем достичь максимальной крейсерской дальности $L_{кр\max} = 8000$ км. Результаты построения функции обобщенных показателей эффективности крейсерского полета в функции от крейсерской дальности показаны на Рисунке 2.8 – а.

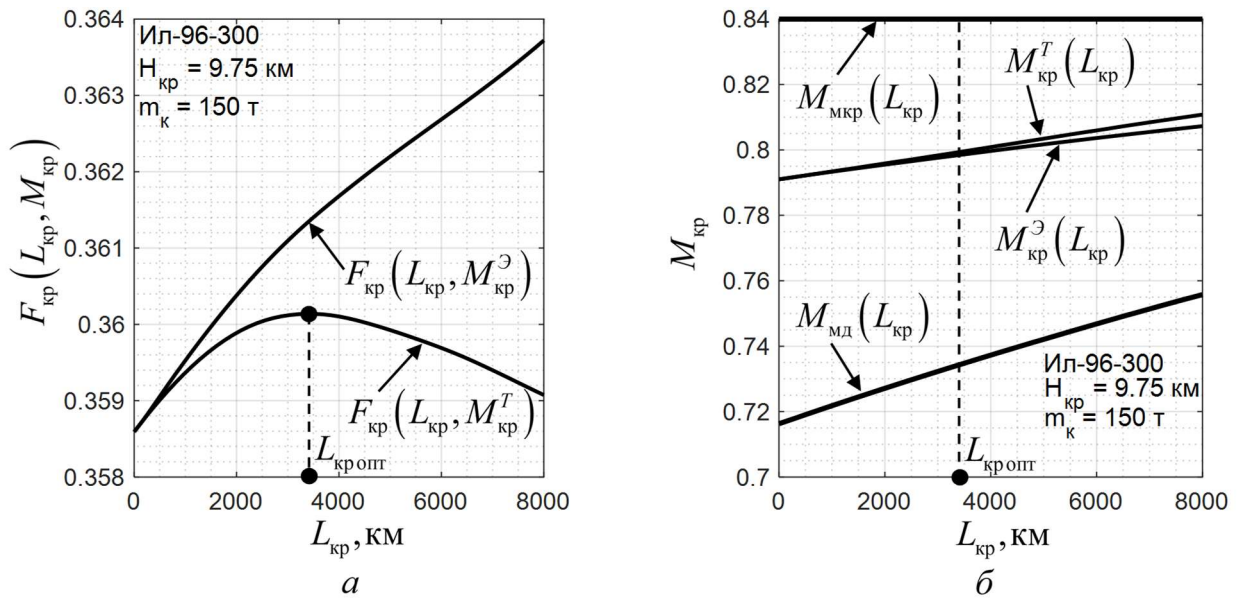


Рисунок 2.8 – Сопоставление результатов расчета крейсерского полета траекторным и эксплуатационным методами в функции от крейсерской дальности: а – обобщенный показатель эффективности крейсерского полета, б – оптимальные режимы крейсерского полета

На представленном примере видно, что наиболее эффективной дальностью крейсерского полета на режиме $M_{кр}^E$ является максимальная дальность. Полет в режиме $M_{кр}^T$ является оптимальным в полете на дальность, при которой значение обобщенного показателя эффективности крейсерского полета достигает максимального. Назовем ее оптимальной дальностью $L_{кр\text{ опт}}$:

$$L_{кр\text{ опт}} = \arg \max_{0 < L \leq L_{кр\text{ max}}} F_{кр}(L_{кр}, M_{кр}^T) \quad (2.30)$$

$$L_{кр\text{ max}} = \int_{m_k}^{m_{\text{max}}(H_{кр})} \frac{1}{q_{км}(H_{кр}, M_{кр}^T, m)} dm$$

где: $L_{кр\text{ max}}$ – максимальная дальность полета на эшелоне полета $H_{кр}$ в полете с траекторным режимом полета, при ограничении на максимальную массу самолета $m_{\text{max}}(H)$ и с фиксированной массой в конце крейсерского полета m_k .

Оптимальная дальность крейсерского полета в полете с траекторным режимом и фиксированной массой в конце полета разделяет множество дальностей на два подмножества:

Допустимые дальности $0 \leq L_{\text{кр}} \leq L_{\text{кр опт}}$ – с ростом дальности полета растет значение эффективности крейсерского полета:

$$\frac{dF_{\text{кр}}}{dL_{\text{кр}}} \geq 0 \quad \forall \quad 0 \leq L_{\text{кр}} \leq L_{\text{кр опт}} \quad (2.31)$$

Полеты на дальности вплоть до оптимальной крейсерской являются однозначными, то есть для каждой дальности вплоть до оптимальной значение эффективности крейсерского полета монотонно растет.

Недопустимые дальности $L_{\text{кр опт}} < L_{\text{кр}}^* \leq L_{\text{кр max}}$ – с ростом дальности полета уменьшается значение эффективности крейсерского полета:

$$\frac{dF_{\text{кр}}}{dL_{\text{кр}}} < 0 \quad \forall \quad L_{\text{кр опт}} < L_{\text{кр}}^* \leq L_{\text{кр max}} \quad (2.32)$$

В полете на дальности большие, чем оптимальная крейсерская дальность, можно сопоставить дальность из множества допустимых, для которой значение эффективности крейсерского полета будет равно по величине:

$$F_{\text{кр}}(L_{\text{кр}}^*) = F_{\text{кр}}(L_{\text{кр}}) \quad (2.33)$$

Таким образом, эффективность полета на дальности больше оптимальной крейсерской является неоднозначной. Например, на Рисунке 2.9 – а полет на дальность $L_{\text{кр}}^* = 6000$ км равен по эффективности полету на дальность $L_{\text{кр}} = 1554$ км, так как при этих дальностях значение эффективности крейсерской скорости равно $F_{\text{кр}} = 0,3597$. Выявленная допустимость оптимальной дальности, полученной траекторным методом, как следствие необходимости обеспечения однозначности, позволяет полагать, что оптимальная дальность является **траекторным критерием вертикального эшелонирования**.

Рассмотрим, как влияет крейсерская дальность на удельные дальность и продолжительность крейсерского полета для режимов МД, МКР и оптимального режима $M_{\text{кр}}$ (см. Рисунок 2.9), с целью установления для них критерия эшелонирования.

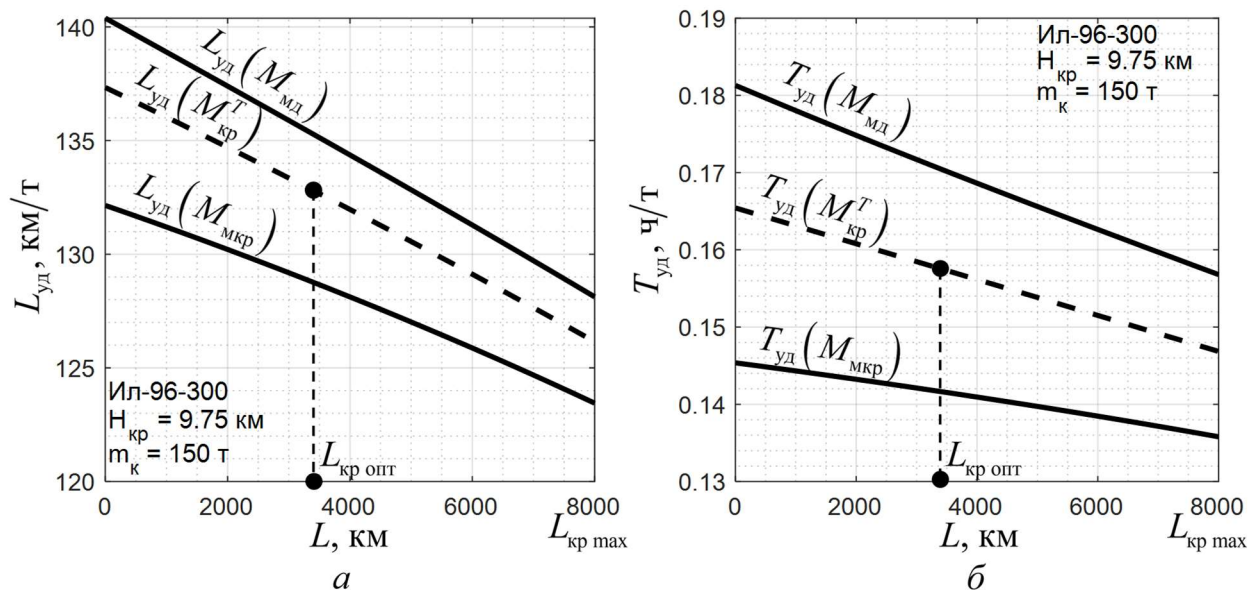


Рисунок 2.9 – Влияние выбора крейсерского режима в функции от крейсерской дальности на: а – удельную дальность в функции, б – удельную продолжительность

Критерием эшелонирования режима МД является дальность, при которой крейсерский полет отличается максимально возможной удельной дальностью. На Рисунке 2.9 – а видно, что для режима максимальной дальности максимальная удельная дальность достигается при $L_{кр} = 0$. Режим максимальной дальности, являющийся экономическим режимом полета, является оптимальным лишь в полете по потолкам, с постоянной скоростью и при постоянном увеличении высоты полета. Режим МКР является оптимальным в крейсерском полете с минимально возможной удельной продолжительностью, что достигается при полете на максимальную крейсерскую дальность $L_{кр} = L_{кр\text{ max}}$ (см. Рисунок 2.9 – б). Максимальная крейсерская дальность является оптимальной также для оптимального крейсерского режима $M_{кр}^Э$, полученного эксплуатационным методом. Таким образом, можно сделать вывод, что траекторный метод анализа эффективности крейсерского полета позволяет не только определить компромиссный режим при фиксированной крейсерской дальности, но и оптимальную дальность, которая позволяет достичь компромисс между критериями эшелонирования режимов МД и МКР.

Оптимальная дальность крейсерского полета является траекторным критерием эшелонирования. В анализе полета с фиксированной конечной массой самолета определение оптимальной дальности является вычислением предельной дальности, на которую сможет пролететь самолет на данном эшелоне. Полету на оптимальную дальность предшествует эшелонирование. На практике, однако, не существует строгого метода определения дальности в полете с компромиссными режимами, при котором следует выполнять смену эшелона. Приблизительным критерием эшелонирования является метод вычисления массы перехода в качестве точки пересечения параметра дальности $\varphi(m, H, V)$ на разных эшелонах полета $H_{кр1}$ и $H_{кр2}$ [5]:

$$\varphi(m, H, V) = \frac{KV}{C_e} \quad (2.34)$$

$$\varphi(m, H_{кр1}, V_{кр}) = \varphi(m, H_{кр2}, V_{кр})$$

На практике эшелонирование осуществляется совместно с УВД с учетом фактической загруженности воздушного пространства. Таким образом, на практике решение о выполнении эшелонирования является субъективным. Оптимальная дальность, как критерий эшелонирования, является объективным критерием, который определяется расчетным путем на основе концепции поиска компромисса между расходом топлива и полетного времени.

Подводя итоги исследования возможностей оптимизации крейсерского полета в траекторной и эксплуатационной постановках задачи, можно сделать вывод, что оптимальные (компромиссные) режимы $M_{кр}^T$ и $M_{кр}^Э$ в полете на заданную крейсерскую дальность позволяют определить компромиссный крейсерский режим, незначительно отличающийся по значениям крейсерской скорости (Рисунок 2.8 – б) и по интегральным эксплуатационным показателям (см. Рисунок 2.7). Однако при анализе крейсерского полета со свободной крейсерской дальностью указанные показатели существенно отличаются (см. Рисунок 2.8 – а). Поэтому в дальнейшем под оптимальным крейсерским режимом будем

рассматривать оптимальный крейсерский режим, полученный траекторным методом, а индекс «т» будем опускать $M_{кр}$.

Рассмотрим особенности расчета крейсерского режима с фиксированной начальной массой в сопоставлении с методом расчета крейсерского режима с фиксированной массой в конце полета (см. Рисунок 2.10).

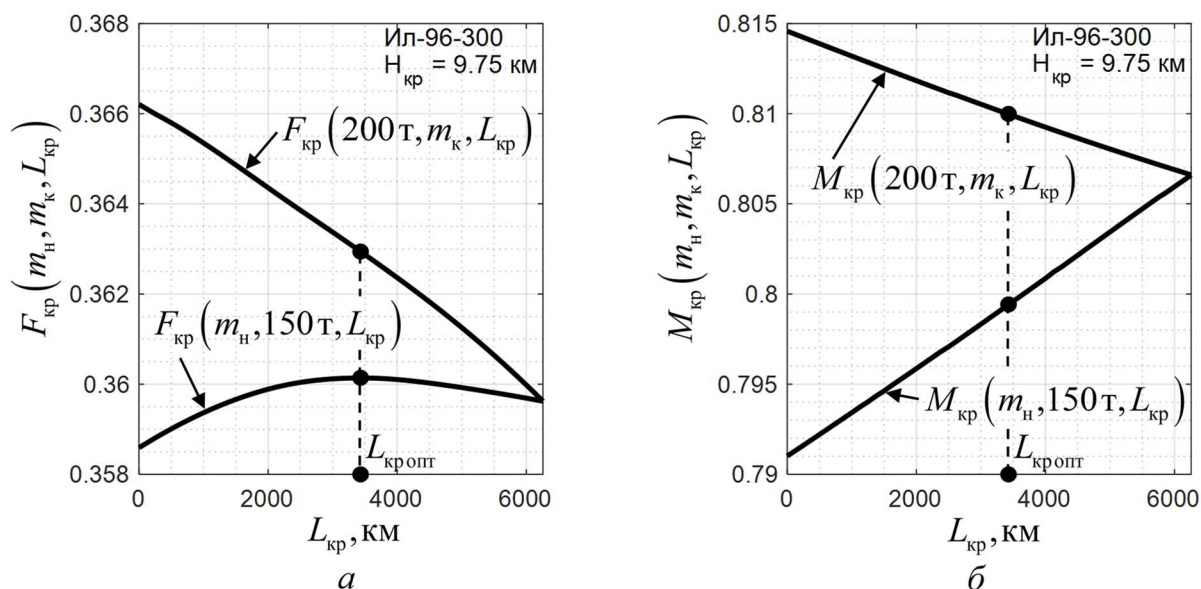


Рисунок 2.10 – Сопоставление задач расчета крейсерского полета в постановках с фиксированными начальной массой и конечной массой

Пусть запас топлива $m_{\text{топ}}^{\text{кр}} = 50$ т в полете с начальной массой $m_n = 200$ т и конечной массой $m_k = 150$ т позволяет преодолеть дальность $L_{кр} = 6260$ км. Заметим, что эффективность крейсерского полета с заданной массой в конце полета растет вплоть до оптимальной крейсерской дальности, затем падает, в то время как эффективность крейсерского полета с заданной массой в начале полета монотонно падает. С точки зрения эффективности крейсерского полета с фиксированной начальной массой, оптимальная дальность не существует, так как максимум характеристики эффективности крейсерского полета в функции от крейсерской дальности достигается при дальности $L_{кр} = 0$. С другой стороны, однако, задача с фиксированной массой в начале полета предполагает, что масса коммерческой нагрузки в конце полета детерминирована рассматриваемым крейсерским полетом и режимом полета. Это означает, что с ростом дальности полета масса коммерческой нагрузки уменьшается, следовательно, уменьшение эффективности

крейсерского полета является результатом уменьшения коммерческой нагрузки (изменения параметров настройки). Как правило, оценивание оптимальности крейсерского полета возможно лишь при постоянстве параметров настройки (в данном случае – массы коммерческой нагрузки), поэтому в задачах исследования эффективности крейсерского полета следует рассматривать только задачу с фиксированной массой в конце крейсерского полета.

Однако исследование задачи с фиксированной массой в начале полета дает представление о влиянии уменьшения целевой нагрузки на эффективность крейсерского полета. Увеличение дальности полета, как следствие уменьшения коммерческой нагрузки, приводит к уменьшению крейсерской скорости полета (см. Рисунок 2.10 – б). На представленном примере в полете на дальность $L_{кр} = 3430$ км (оптимальная дальность в задаче $m_k = fix$) коммерческая нагрузка в задаче с $m_k = fix$ на 21,81 тонн меньше, чем в задаче с $m_n = fix$. Как следствие, при крейсерской скорости $M_{кр} = 0,80$ ($m_k = fix$) и $M_{кр} = 0,81$ ($m_n = fix$) необходимый запас топлива равен соответственно $m_{топ}^{кр} = 26,53$ т и $m_{топ}^{кр} = 28,18$ т, а потребная продолжительность полета равна соответственно $T_{кр} = 3,96$ ч и $T_{кр} = 3,91$ ч. Это означает, что уменьшение массы коммерческой нагрузки приводит к улучшению экономичности полета, но увеличивает потребное время полета.

2.5 Исследование эффективности крейсерского полета

На эффективность полета существенно влияют параметры настройки, то есть такие, на которые можно влиять лишь до начала полета. В разделе 1.3 были перечислены основные параметры настройки, такие как взлетное значение центровки, основной запас топлива, масса коммерческой загрузки и др. Применительно к целям данного раздела сделаем допущение, что под целевой нагрузкой будем понимать не только перевозимый груз, но и запас топлива на этапы полета, предшествующие крейсерскому полету. Определение запаса топлива на крейсерский полет является одной из целей расчета. Также допустим, что

центровка не меняется вдоль траектории полета. Указанные допущения позволяют исследовать крейсерский полет как изолированный этап летной операции.

В исследованиях эффективности крейсерского полета существенным является вопрос о том, как параметры настройки влияют на его эффективность. Рассмотрим влияние массы коммерческой нагрузки (то есть массы самолета в конце крейсерского полета), высоты полета, центровки и эшелонирования на эффективность крейсерского полета. Под эффективностью крейсерского полета будем понимать значение обобщенного показателя эффективности крейсерского полета $F_{кр}(y_x, L)$, а также значение оптимальной дальности $L_{кр\text{ опт}}$ в сопоставлении с максимально допустимой дальностью $L_{кр\text{ max}}$.

Введем правила отношений предпочтения для факторов, влияющих на эффективность крейсерского полета:

– система предпочтения между эшелонами полета – если значение обобщенного показателя эффективности крейсерского полета на эшелоне $H_{кр}^1$ **больше**, чем на эшелоне $H_{кр}^2$ при одинаковых параметрах настройки $y_x = fix$, тогда эшелон $H_{кр}^1$ будем считать более предпочтительным, чем эшелон $H_{кр}^2$:

$$\begin{aligned} H_{кр}^1 &\succ H_{кр}^2 \\ F_{кр}(y_x, H_{кр}^1) &> F_{кр}(y_x, H_{кр}^2) \end{aligned} \quad (2.35)$$

– система предпочтения между параметрами настройки – если значение обобщенного показателя эффективности крейсерского полета при одном векторе параметров настройки y_x^1 **меньше**, чем при другом векторе параметров настройки y_x^2 на фиксированном эшелоне полета $H_{кр} = fix$, тогда вектор параметров настройки y_x^1 является более предпочтительным, чем y_x^2 :

$$\begin{aligned} y_x^1 &\succ y_x^2 \\ F_{кр}(y_x^1, H_{кр}) &< F_{кр}(y_x^2, H_{кр}) \end{aligned} \quad (2.36)$$

Влияние массы коммерческой нагрузки. Как правило, максимальную коммерческую нагрузку можно перевозить на среднее и ближнее расстояния в силу

ограничений по максимальной взлетной массе. Полет на большие дальности требует уменьшения коммерческой нагрузки с целью заправки большим запасом топлива. Как было установлено в разделе 2.4, исследование эффективности крейсерского полета возможно лишь при фиксированной массе самолета в конце крейсерского полета. Рассмотрим, как влияет масса самолета в конце крейсерского полета, которая является параметром настройки и, обусловлена массой коммерческой нагрузки, на оптимальную (траекторный критерий эшелонирования) и максимальную дальности, а также значения обобщенного показателя крейсерского полета (см. Рисунок 2.11) на фиксированной высоте $H_{кр} = 9,75$ км. В данном примере было принято в качестве условия, что максимальное значение массы самолета равно $m_n = 220$ т, соответственно, максимально допустимая крейсерская дальность $L_{кр\max}$ достигается при запасе топлива $m_{\text{топ}}^{кр}(m_k) = m_n - m_k$.

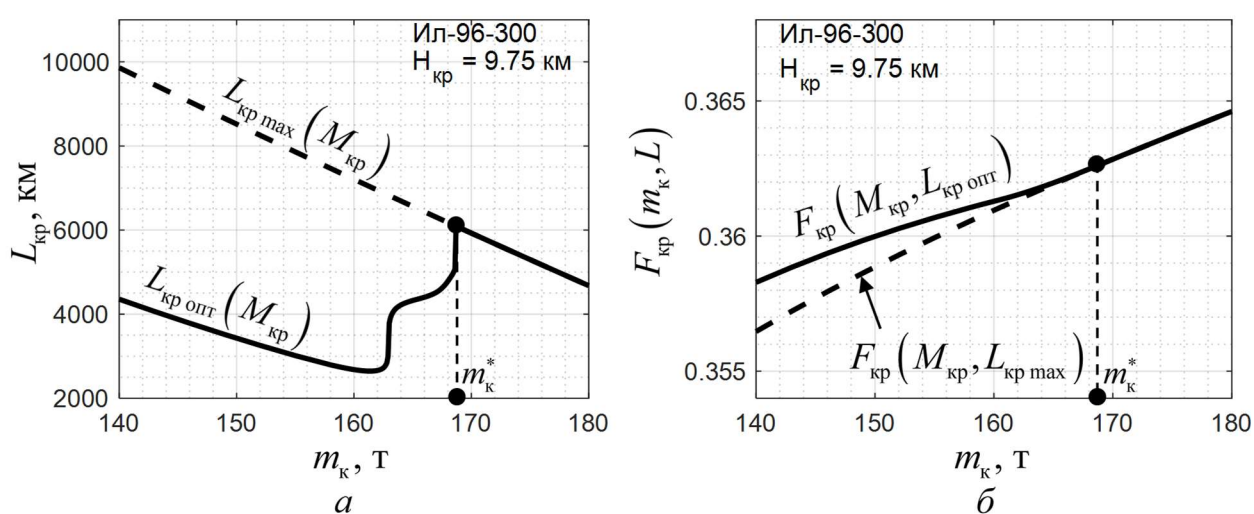


Рисунок 2.11 – Влияние массы самолета в конце крейсерского полета на эффективность крейсерского полета: а – зависимость оптимальной дальности от массы в конце полета в сопоставлении с максимально допустимой дальностью, б – зависимость обобщенного показателя эффективности крейсерского полета от массы в конце полета

На Рисунке 2.11 – а видно, что при фиксированном эшелоне полета оптимальная дальность сначала падает с ростом массы m_k (вплоть до $m_k = 161$ т), затем стремительно увеличивается вплоть до точки m_k^* . При значениях массы в конце крейсерского полета больше, чем значения m_k^* , оптимальная и максимальная

крейсерские дальности равны. Если принять в качестве признака характера полета массу коммерческой нагрузки, тогда можно сделать вывод, что дальнемагистральные полеты на компромиссных крейсерских режимах (с уменьшенной коммерческой нагрузкой) требуют активного эшелонирования, притом что ближнемагистральные полеты (с максимальной коммерческой нагрузкой) могут выполняться на максимальной дальности на рассматриваемом эшелоне. Если для заданных m_k и $H_{кр}$ траектория крейсерского полета имеет оптимальную дальность, отличную от максимально допустимой $L_{кр\text{ опт}}(m_k, H_{кр}) \neq L_{кр\text{ max}}(m_k, H_{кр})$, тогда это указывает на необходимость повышения экономичности полета путем эшелонирования. Значение показателя эффективности растет со значением m_k (см. Рисунок 2.11 – б).

Целесообразно исследовать эффект от полета на оптимальной крейсерской дальности $L_{кр\text{ опт}}$ в сопоставлении с полетом на максимальную крейсерскую дальность с помощью удельных дальности $L_{уд}$ и продолжительности $T_{уд}$ в функции от m_k . В крейсерском полете оптимальным режимом, с точки зрения экономичности, считается режим с максимальной удельной дальностью, а с точки зрения времени полета – с минимальной удельной продолжительностью. На Рисунке 2.12 показаны зависимости $L_{уд}$ и $T_{уд}$ от массы самолета m_k в полете на оптимальную крейсерскую дальность $L_{кр\text{ опт}}$ и максимальную крейсерскую дальность $L_{кр\text{ max}}$. Как видно на Рисунке 2.12 – а, экономический крейсерский полет (с режимом МД) на фиксированном эшелоне достигается при минимальном значении m_k для $L_{кр\text{ max}}$. На Рисунке 2.12 – б видно, что скоростной полет (с режимом МКР) на фиксированном эшелоне считается оптимальным при максимальном значении m_k для $L_{кр\text{ max}}$. Эффективность оптимальных крейсерских режимов в полете на оптимальную дальность $L_{кр\text{ опт}}$, представленных в функции от

m_k в терминах удельной дальности $L_{уд}(m_k, L_{кр\text{ опт}})$ и удельной продолжительности $T_{уд}(m_k, L_{кр\text{ опт}})$, показана на Рисунке 2.12.

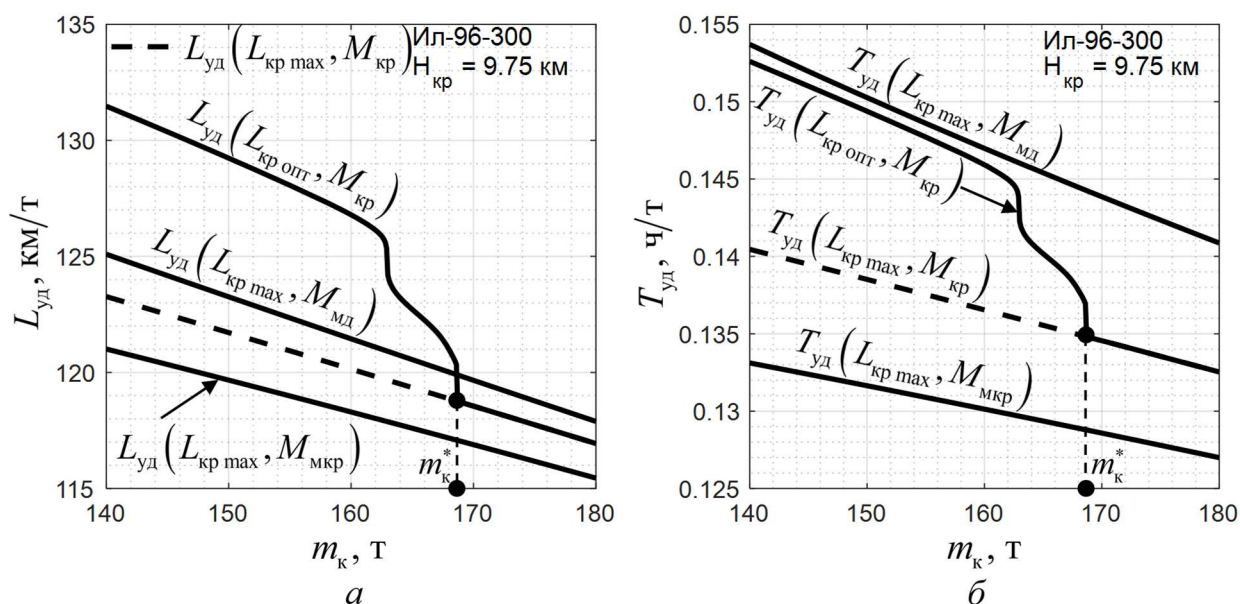


Рисунок 2.12 – Показатели эффективности крейсерского полета в полете на максимальную допустимую и оптимальную дальности: а – удельная дальность, б – удельная продолжительность

На Рисунке 2.12 – а видно, что на диапазоне $140\text{т} < m_k < m_k^*$ полет на рассматриваемом эшелоне на оптимальную крейсерскую дальность более экономичен, $L_{уд}(L_{кр\text{ опт}}, M_{кр}) > L_{уд}(L_{кр\text{ макс}}, M_{мд})$, чем полет в режиме МД на максимальную крейсерскую дальность на заданном эшелоне полета. На Рисунке 2.12 – б видно, что, с точки зрения скоростной эффективности, полет на оптимальных режимах считается наиболее эффективным на диапазоне $m_k^* < m_k < 180\text{т}$. Это свойство хорошо согласовывается с практикой эксплуатации самолетов ГА, в которой допускается полет на повышенных скоростях лишь на короткие расстояния, при полной загрузке [39]. Однако, что касается полета на большие дальности, можно сделать вывод, что повышение скорости полета на дальние маршруты можно считать оптимальным лишь при эшелонировании, которое детерминировано оптимальными крейсерскими дальностями.

Влияние высоты полета. До сих пор мы рассматривали вопросы оптимальности крейсерского полета при фиксированной высоте. Как правило,

показатель эффективности крейсерского полета и оптимальная дальность зависят от высоты полета, что показано на Рисунке 2.13. На представленном примере показаны результаты расчетов на различных эшелонах полета, где максимальная масса самолета в начале крейсерского полета детерминирована ограничением массы на потолке $m_H = m_{\max}(H_{\text{кр}})$, а минимальный запас топлива – не меньше 20 ТОНН.

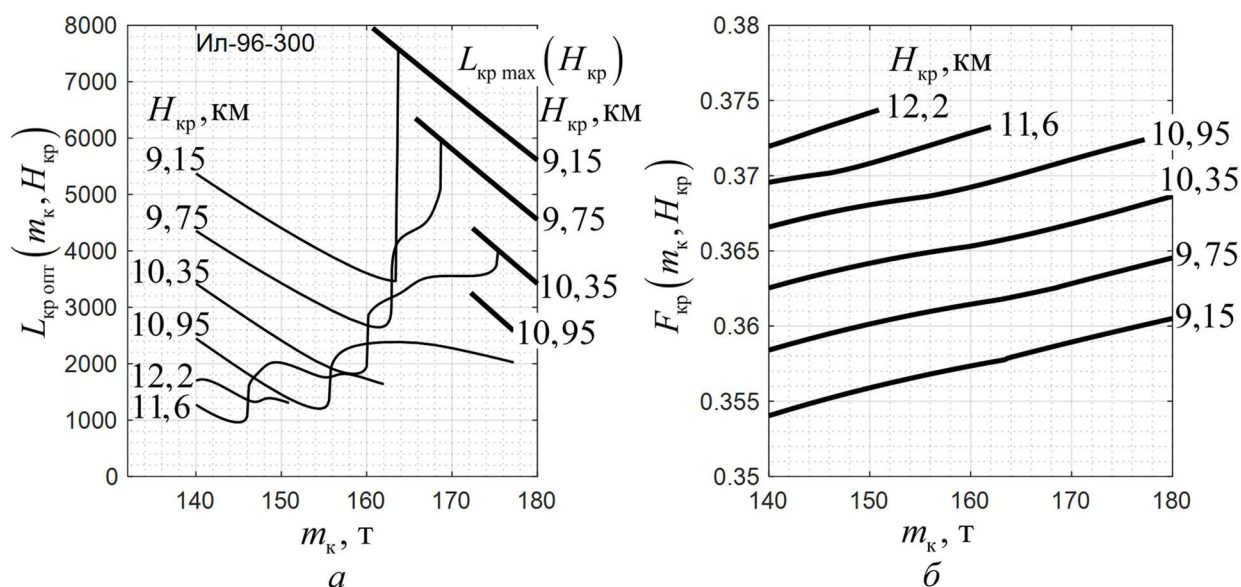


Рисунок 2.13 – Влияние высоты на эффективность оптимального крейсерского полета

На Рисунке 2.13 – а видно, что разделение на экономические и скоростные полеты по признаку коммерческой нагрузки m_k^* справедливо лишь до высоты около 11 км (границы тропосферы). Кроме того, это разделение m_k^* смещается в сторону больших масс m_k с ростом высоты эшелонов. Также следует отметить, что полеты выше высоты 11 км сопровождаются наличием оптимальной дальности на всем диапазоне масс m_k .

На Рисунке 2.13 – б видно, что для равных значений массы m_k значение обобщенного показателя эффективности крейсерского полета растет с высотой полета, что свидетельствует о том, что эффективность использования компромиссных режимов растет с высотой полета.

Влияние центровки. Предыдущие примеры были построены для постоянного значения положения центра масс ($\bar{x}_T = 26,5\%$) в полете под условием предположения, что центровка не меняется в полете. На примере, представленном на Рисунке 2.14, показано влияние центровки на значение обобщенного показателя эффективности крейсерского полета, а также то, как при этом меняется значение оптимальной дальности.

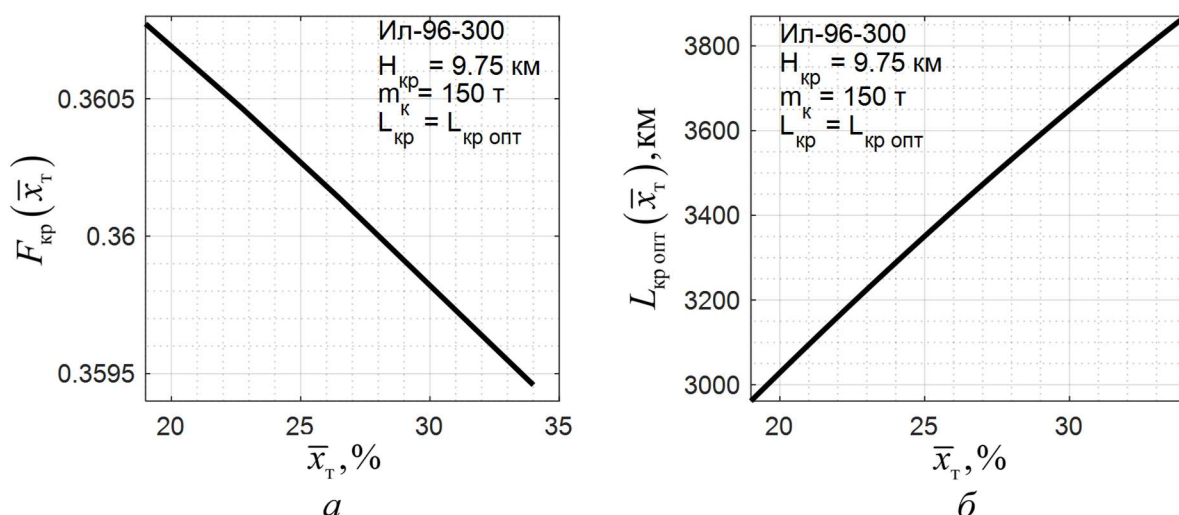


Рисунок 2.14 – Влияние центровки на эффективность крейсерского полета: а – влияние центровки на значение показателя эффективности крейсерского полета в полете на оптимальную дальность, б – влияние центровки на значение оптимальной дальности

В представленном примере видно, что полет на предельно-передней центровке ($\bar{x}_{T.п.п}$), по сравнению с предельно-задней центровкой ($\bar{x}_{T.п.з}$), сокращает почти на 900 км оптимальную дальность (см. Рисунок 2.14 – б), что сопровождается незначительным уменьшением показателя эффективности крейсерского полета (см. Рисунок 2.14 – а). Представленные особенности объясняются потерями на балансировку, которые больше в полете с $\bar{x}_{T.п.п}$, чем $\bar{x}_{T.п.з}$.

Влияние эшелонирования. В предыдущих рассуждениях мы рассматривали эффективность в понятиях показателей эффективности крейсерского полета и оптимальной крейсерской дальности. Теперь рассмотрим конкретный полет на фиксированную дальность в условиях эшелонирования в расчете «от посадки до взлета», без учета режимов изменения высоты, на трех эшелонах полета

$H_{кр1} = 9,15$ км, $H_{кр2} = 10,35$ км и $H_{кр3} = 11,6$ км, для двух масс в конце полета $m_k = 140$ т и $m_k = 180$ т. В качестве информации об эффективности данных полетов будем использовать характеристики изменения весового коэффициента в функции от дальности $a(L)$ и показателя локальной эффективности $F_Y(L)$ (см. Рисунок 2.15).

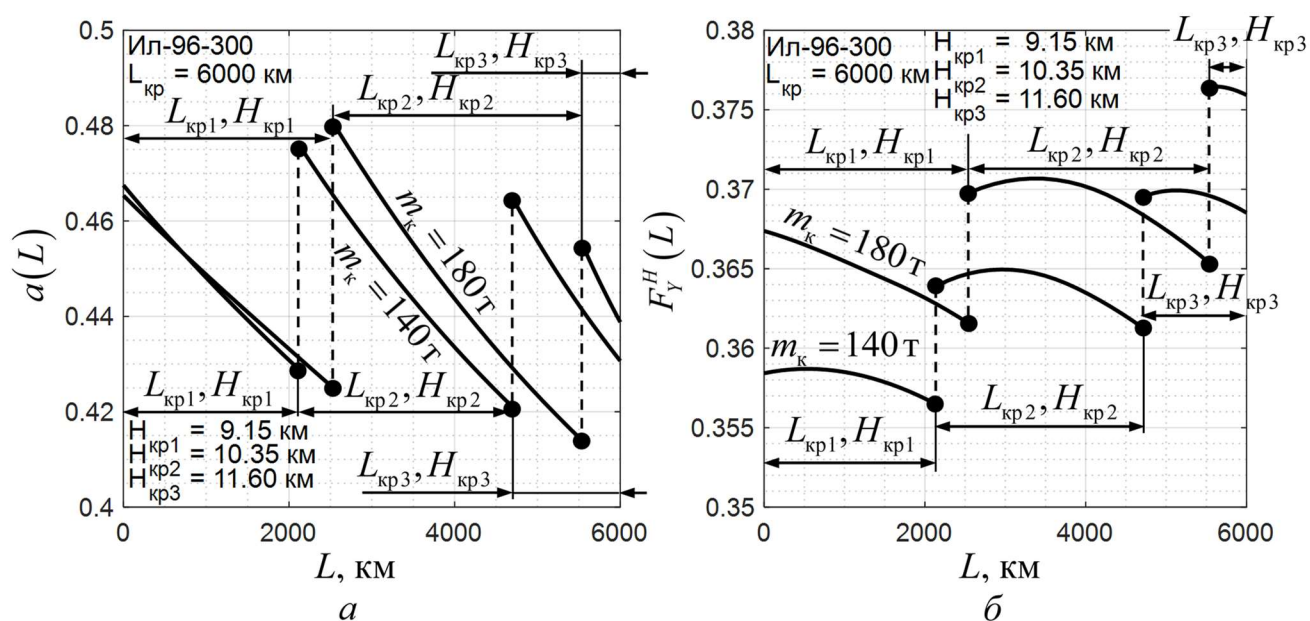


Рисунок 2.15 – Траекторные показатели эффективности в задаче полета на заданную дальность в условиях эшелонирования: а – характеристика изменения значения весового коэффициента, б – характеристика изменения локальной эффективности

На Рисунке 2.15 – а видно, что эшелонирование является средством повышения эффективности полета. Как следствие уменьшения массы самолета, на рассматриваемом эшелоне значение весового коэффициента падает монотонно от максимального значения $a_{\max} = a(0)$ до минимального $a_{\min} = a(L_{кр\text{ опт}})$. Достижение оптимальной дальности крейсерского полета является средством ограничения дальнейшего уменьшения значения весового коэффициента посредством эшелонирования и, тем самым, повышения экономической эффективности полета. Увеличение высоты полета (эшелонирование) приводит к повышению локальной эффективности крейсерского режима (см. Рисунок 2.15 – б).

2.6 Выводы по главе

1. В главе рассмотрены вопросы эффективности крейсерского полета при использовании не только типовых режимов крейсерского полета (максимальной дальности и максимальной крейсерской скорости), но и компромиссного режима полета. Решаются задачи поиска оптимальных крейсерских режимов полета как компромиссных режимов с учетом предложенных ранее траекторной и эксплуатационной постановок задачи. Проведены исследования эффективности крейсерского режима и крейсерского полета отдельно в обеих указанных постановках задачи.

2. В результате выполненного анализа крейсерского полета было установлено, что оптимальная крейсерская скорость, полученная эксплуатационным методом, считается менее эффективной, чем полученная траекторным методом, так как приводит к большим потерям от достижения компромисса между расходом топлива и полетного времени. Также было выявлено, что анализ эффективности крейсерского полета траекторным методом позволяет включить крейсерскую дальность в постановку задачи оптимизации крейсерского полета, что в свою очередь дает возможность определить оптимальную крейсерскую дальность, которая является траекторным критерием эшелонирования.

3. Исследование параметров настройки крейсерского полета позволило установить, что основными факторами, влияющими на эффективность крейсерского полета, являются масса самолета в конце полета, высота эшелона полета и значение центровки. Результаты исследования показали, что оптимальная дальность является достигаемая вследствие ухудшения топливной эффективности полета в компромиссном режиме. Знание оптимальной дальности позволяет более рационально планировать полет магистральных самолетов на большие дальности.

ГЛАВА 3 ЭФФЕКТИВНОСТЬ МАНЕВРОВ ИЗМЕНЕНИЯ ВЫСОТЫ

3.1 Энергетическая постановка задачи исследования режимов изменения высоты

Направление исследования эффективности режимов изменения высоты в квазиустановившейся постановке (так называемый «энергетический метод») впервые было предложено в работе Ф. Филлипсона «A Kinetic Energy Correction to Predicted Rate of Climb», опубликованной в 1942 году. В СССР данное направление было введено в область научных исследований В.И. Остославским в работе «О расчете подъема скоростного самолета», опубликованной в 1946 году [64]. С тех пор исследованию эффективности маневров изменения высоты посвящено большое количество работ. В США современное направление исследования режимов изменения высоты в энергетической постановке задачи начато с работы Рутковского [93] с использованием принципа максимума Понтрягина [57]. Работа Рутковского породила всплеск интереса среди ученых США, к основным результатам которых можно отнести представленные в следующих трудах [78], [84], [100], [101]. В СССР и Российской Федерации исследование данного направления представлено в работах С.Ю. Скрипниченко [62], [63], [64], [65] (в них рассмотрены вопросы оптимальности в практической эксплуатации самолетов ГА), коллектива ученых ЦАГИ [23], [24], [25], [69] коллектива ученых МГТУ им. Н.Э. Баумана [26] и др.

Набор высоты и снижение являются маневрами, необходимыми для выполнения безопасного крейсерского полета. Вдоль траектории набора высоты и снижения режимы меняются стремительно, и полагается задавать их в виде программ. Программы – это вектор-функции от независимой переменной (такой как время, высота, дальность, энергетическая высота). Задача исследования эффективности маневров изменения высоты особенно важна на этапе

предварительного проектирования самолета, поскольку необходимо оценить энергетические затраты на осуществление крейсерского полета, а также уточнить ЛТХ. Исследования эффективности режимов набора высоты и снижения направлены на поиск таких программ изменения режима, которые можно считать оптимальными в смысле принятого показателя эффективности. В задачах исследования эффективности данных маневров для уточнения ЛТХ достаточно определить программы изменения скорости, высоты и режима работы двигателей.

Траектории набора высоты магистральных самолетов сравнительно пологие ($\theta \approx 0$), что обусловлено ограниченной тяговооруженностью данного класса самолетов. С целью упрощения задачи представляется необходимым рассматривать программы управления относительно энергетической высоты, предполагая, что скорость и высота полета могут «переходить» друг в друга при сохранении энергии самолета за пренебрежимо малое время [100]:

$$E = H + \frac{V_k^2}{2g} \quad (3.1)$$

где: H – высота полета, V_k – земная скорость, которая при отсутствии ветренного возмущения атмосферы ($\vec{W} = 0$) обращается в воздушную скорость V .

Если предположить, что скорость изменения угла наклона траектории не изменяется вдоль траектории полета, $\dot{\theta} = 0$, тогда можно записать уравнения движения маневра изменения высоты в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= g(n_{xa} - \sin \theta) \\ \frac{dH}{dt} &= V \sin \theta \end{aligned} \quad (3.2)$$

Подставляя уравнения (3.2) в уравнение полной производной энергетической высоты, с учетом допущения о пологости траектории и отсутствии ветра, получим характеристику изменения потребного времени полета по энергетической высоте:

$$\frac{dt}{dE} = \frac{1}{Vn_{xa}} \quad (3.3)$$

С целью получения эксплуатационных характеристик дальности и расхода топлива, необходимых для выполнения маневра, рассмотрим дополнительно следующие уравнения:

$$\begin{cases} \frac{dL}{dt} = V \\ \frac{dm}{dL} = \frac{PC_e}{V} \end{cases} \quad (3.4)$$

Характеристику изменения дальности по энергетической высоте получаем путем вставления первого уравнения (3.4) в (3.3):

$$\frac{dL}{dE} = \frac{1}{n_{xa}} \quad (3.5)$$

Характеристику изменения массы самолета по энергетической высоте получаем путем вставления второго уравнения (3.4) в (3.5):

$$\frac{dm}{dE} = \frac{PC_e}{Vn_{xa}} = \frac{q_{км}}{n_{xa}} \quad (3.6)$$

Маневр набора крейсерской высоты начинается с точки конца взлета, в которой самолет достигает высоты $H_0 = 400$ м и скорости V_4 (скорость начала набора высоты, нормируется АП [1] и содержится в РЛЭ самолета в функции от массы самолета). Положение самолета в начале набора высоты определяет минимальное значение энергетической высоты $E_0 = E(H_0, V_4)$. Набор высоты заканчивается достижением крейсерской высоты $H_{кр}$ и скорости $V_{кр}$ в точке $E_k = E(H_{кр}, V_{кр})$, в дальнейшем полет выполняется с постоянной энергетической высотой. Снижение на посадку является маневром, при котором самолет заканчивает полет с постоянной энергетической высотой $E_0 = E(H_{кр}, V_{кр})$ и начинает ее уменьшать за счет уменьшения высоты и скорости движения вплоть до высоты $H_0 = 400$ м и скорости захода на посадку $V_{з.п}$ (нормируется АП [1] и содержится в РЛЭ самолета в функции от массы самолета), до точки $E_k = E(H_0, V_{з.п})$. В наборе крейсерской высоты энергетическая высота

увеличивается вдоль траектории $E_0 \leq E \leq E_k$, при том, что тангенциальная перегрузка положительная и в конечном положении E_k равна нулю (выход на крейсерский режим). В снижении на посадку энергетическая высота уменьшается вдоль траектории полета $E_0 \geq E \geq E_k$, при том, что тангенциальная перегрузка отрицательная и в начальном положении E_0 равна нулю.

В условиях эксплуатации магистральных самолетов режимы набора высоты и снижения обычно выполняются при постоянном режиме работы двигателей и постоянной приборной скоростью, оптимальные значения которых определяют путем аэродинамического расчета, уточняют в ходе летных испытаний и заносят в РЛЭ самолета [29]. Оптимальным режимом набора высоты является такой постоянный режим, при котором время набора (и соответственно расход топлива) является минимальным. Допускается увеличение режима работы двигателей до максимального (нефорсированного) в случае, если вертикальная скорость является ниже, чем рекомендованная РЛЭ минимальная скороподъемность в наборе высоты. Снижение является оптимальным с точки зрения расхода топлива, если оно выполняется с выключенными двигателями (планирование), однако по соображениям безопасности снижение выполняется на режиме «малого газа» (расход топлива минимален независимо от скорости и высоты полета).

Анализ эффективности набора высоты предполагает поиск программ управления скоростью $V(E)$ и режимом работы двигателей $R(E)$, которые доставляют оптимум принятому показателю оптимальности. Анализ эффективности снижения ограничен лишь поиском оптимальной программы управления скоростью при условии, что снижение выполняется на режиме малого газа $R_{м.г}$.

3.2 Оптимизация режимов изменения высоты

Маневры набора высоты и снижения магистральных самолетов неразрывно связаны с крейсерским этапом полета. Исследуя вопросы эффективности данного рода маневров, следует учитывать две особенности. Во-первых, набор высоты и снижение являются необходимыми маневрами для выполнения крейсерского полета, в ходе которого реализуется основная цель летной операции – полет на дальность. Таким образом, набор высоты и снижение не являются самоцелью, но лишь выступают вспомогательными этапами крейсерского полета. Исключением считаются ближнемагистральные летные операции, в ходе которых дальность набора высоты и снижения составляют значительную долю дальности всего полета. Однако в ходе анализа ближнемагистральных летных операций может возникнуть вопрос о целесообразности использования магистральных самолетов для достижения поставленных целей. Во-вторых, особенностью маневров набора высоты и снижения является проблема учета граничных условий в задаче оптимизации. Если параметры начальной точки набора высоты и конечной точки снижения нормируются директивными документами, то, следовательно, конечная точка набора высоты и начальная точка снижения должны соответствовать параметрам крейсерского полета. Таким образом, в задачах оптимизации отдельных этапов летной операции следует учитывать требования сопряжения граничных параметров этапов полета.

В практике оптимизации режимов набора высоты и снижения в целях проектирования и исследования магистральных самолетов широкое применение нашла концепция «потерянной и приобретенной дальности». Пусть дальность полета описывается уравнением дальности при заданном запасе топлива $m_{\text{топ}}$:

$$L(m_{\text{топ}}) = L_{\text{н.в}} + L_{\text{кр}} + L_{\text{сн}} \quad (3.7)$$

Запишем уравнение дальности полета с потерянной дальностью набора высоты $\Delta S_{\text{н.в}}$ и приобретенной дальностью снижения $\Delta S_{\text{сн}}$:

$$L(m_{\text{топ}}) = L'_{\text{кр}}(m_{\text{топ}}) + \Delta S_{\text{н.в}} + \Delta S_{\text{сн}} \quad (3.8)$$

где: $L'_{кр}(m_{топ})$ – фиктивная дальность полета, которую можно было получить, если весь запас топлива $m_{топ}$ израсходовать на крейсерском этапе.

В свою очередь фиктивную дальность полета можно разложить на следующие составляющие:

$$L'_{кр}(m_{топ}) = L_{кр} + L'_{н.в} + L'_{сн} \quad (3.9)$$

где: $L'_{н.в}$ – фиктивное увеличение дальности, если предположить, что запас топлива, предназначенный на набор высоты $L_{н.в}$ (3.7), израсходовать в крейсерском полете, $L'_{сн}$ – фиктивное увеличение дальности, если предположить, что запас топлива, предназначенный на снижение $L_{сн}$ (3.7), израсходовать в крейсерском полете.

Таким образом, потерянную дальность набора высоты и снижения можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \Delta L_{н.в} &= L_{н.в} - L'_{н.в} \\ \Delta L_{сн} &= L_{сн} - L'_{сн} \end{aligned} \quad (3.10)$$

Потерянная дальность набора высоты $\Delta S_{н.в}$ всегда положительная, потерянная дальность снижения $\Delta S_{сн}$ – отрицательная (приобретенная дальность). На Рисунке 3.1 представлена геометрическая интерпретация концепции потерянной дальности.

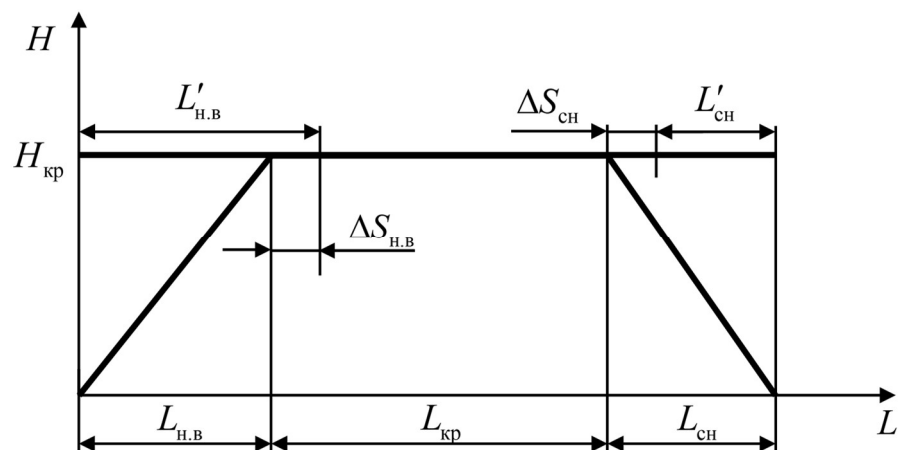


Рисунок 3.1 – Геометрическая интерпретация концепции потерянной дальности

Запишем математическую модель потерянной дальности:

$$\Delta S_{\text{н.в}} = \int_{m_{\text{к}}^{\text{н.в}}}^{m_{\text{н}}^{\text{н.в}}} \left(\frac{1}{q_{\text{км}}(H, V)} - \frac{1}{q_{\text{км}}(H_{\text{кр}}, V_{\text{кр}})} \right) dm \quad (3.11)$$

где: $m_{\text{н}}^{\text{н.в}}$, $m_{\text{к}}^{\text{н.в}}$ – масса самолета соответственно в начале и в конце набора высоты; $q_{\text{км}}(H, V)$ – километровый расход топлива в наборе высоты, $q_{\text{км}}(H_{\text{кр}}, V_{\text{кр}})$ – километровый расход топлива в крейсерском полете, при скорости и высоте крейсерского полета, в рамках которого выполняется набор высоты.

Предположим, что изменение массы самолета в диапазоне $m_{\text{к}}^{\text{н.в}} \leq m \leq m_{\text{н}}^{\text{н.в}}$ незначительно влияет на характеристику $q_{\text{км кр}}(m)$ и, следовательно, данная величина является константой $q_{\text{км кр}} = q_{\text{км}}(H_{\text{кр}}, V_{\text{кр}}, R_{\text{г.п}}, m_{\text{к}}^{\text{н.в}})$.

На основе концепции потерянной дальности запишем математическую модель локального показателя эффективности набора высоты в траекторной постановке задачи $dF_{\text{н.в}}/dL$, $dF_{\text{сн}}/dL$. Показатель эффективности состоит из двух частных критериев: df_1/dL – расход топлива и df_2/dL – время полета на единицу воздушного пути. Расход топлива в маневре изменения высоты можно представить как расход топлива при изменении высоты («прямой» расход) df_1/dL и фиктивный расход топлива в крейсерском полете $df_{1\text{кр}}/dL$:

$$\frac{dF_1}{dL} = \frac{df_1}{dL} - \frac{df_{1\text{кр}}}{dL} \quad (3.12)$$

Учитывая, что $df_1 = q_{\text{км}} dL$ и $df_{1\text{кр}} = q_{\text{км кр}} dL$, а также с учетом (3.5), запишем (3.12) в следующем виде:

$$\frac{dF_1}{dE} = \frac{q_{\text{км}} - q_{\text{км кр}}}{n_{\text{ха}}} \quad (3.13)$$

Таким же образом можно записать показатель времени полета в маневре изменения высоты, при том, что df_2/dL – показатель времени изменения высоты на единицу пути («прямой» показатель времени), $df_{2\text{кр}}/dL$ – фиктивный показатель времени полета на единицу пути:

$$\frac{dF_2}{dL} = \frac{df_2}{dL} - \frac{df_{2\text{кр}}}{dL} \quad (3.14)$$

Учитывая, что $df_2 = dL/V$ и $df_{2\text{кр}} = dL/V_{\text{кр}}$, а также с учетом (3.5), запишем (3.14) в следующем виде:

$$\frac{dF_2}{dE} = \frac{1}{n_{\text{ха}}} \frac{V_{\text{кр}} - V}{V_{\text{кр}} V} \quad (3.15)$$

Как правило, использование показателей (3.13) и (3.15) в качестве показателей оптимальности режимов изменения высоты справедливо лишь в сопряжении с крейсерским полетом. Целью оптимизации в концепции потерянной дальности является минимизация проигрыша в эксплуатационных показателях от необходимости выполнения маневров изменения высоты. Следует понимать, что показатели эффективности (3.13) и (3.15) не указывают на абсолютно возможный минимум потребной массы топлива и потребного полетного времени для изменения высоты. Такой абсолютный минимум можно найти при рассмотрении «изолированного» маневра изменения высоты (анализируя показатели (3.3) и (3.6)), в котором отсутствуют граничные условия в виде заданного крейсерского режима.

Рассмотрим область определения показателей (3.13) и (3.15). Использование в качестве независимой переменной энергетической высоты создает необходимость рассмотрения ограничений на скорость в следующей форме:

$$\begin{aligned} V_{\min}(E) \leq V \leq V_{\max}(E) \\ V \in V_{\text{доп}} = [V_{\min}(E), V_{\max}(E)] \end{aligned} \quad (3.16)$$

Необходимо также ввести ограничение на допустимую высоту:

$$H_0 \leq H \leq H_{\text{кр}} \quad (3.17)$$

С учетом введенных ограничений (3.16) и (3.17), а также формулы энергетической высоты (3.1), можно записать формулы расчета граничных значений скорости при заданной величине энергетической высоты E :

$$\begin{aligned}
V_{\min}(E) &= \max\{V_{\min \text{ г.п.}}(E), V_{\min E}(E), V_0\} \\
V_{\max}(E) &= \min\{V_{\max \text{ г.п.}}(E), V_{\max E}(E), V_{\text{кр}}\} \\
V_{\min E}(E) &= \begin{cases} \sqrt{2g(E - H_{\text{кр}})}, & E > H_{\text{кр}} \\ 0, & E < H_{\text{кр}} \end{cases} \\
V_{\max E}(E) &= \sqrt{2g(E - H_0)}
\end{aligned} \tag{3.18}$$

где: $V_{\min \text{ г.п.}}(E)$, $V_{\max \text{ г.п.}}(E)$ – характеристика ограничения соответственно минимально и максимально допустимой скорости горизонтального полета в функции от энергетической высоты, $V_{\min E}(E)$, $V_{\max E}(E)$ – характеристика ограничения соответственно минимально и максимально допустимой скорости, обусловленной энергетической высотой, V_0 – скорость начала набора высоты V_4 или захода на посадку $V_{3.п}$ на минимальной высоте H_0 .

В ограничения (3.18) введено также ограничение $V_0 \leq V \leq V_{\text{кр}}$ с целью недопущения излишнего торможения в наборе высоты и ускорения в снижении вдоль соответствующей траектории. Каждому значению скорости из диапазона (3.16) соответствует значение высоты, которое вычисляется из (3.1):

$$H = E - \frac{V^2}{2g} \tag{3.19}$$

Значение высоты H с учетом введенных ограничений (3.18) соответствует ограничениям (3.17).

Показатели (3.13) и (3.15) определены на множестве режимов работы двигателей, при том, что в диапазоне $R_{\text{м.г}} \leq R < R_{\text{г.п}}$ рассматривается снижение и $R_{\text{г.п}} < R \leq 1$ – набор высоты. Множество допустимых режимов работы двигателей разделено режимом работы двигателей, соответствующим горизонтальному полету $R_{\text{г.п}}$, при котором тангенциальная перегрузка равна нулю (см. Рисунок 3.2).

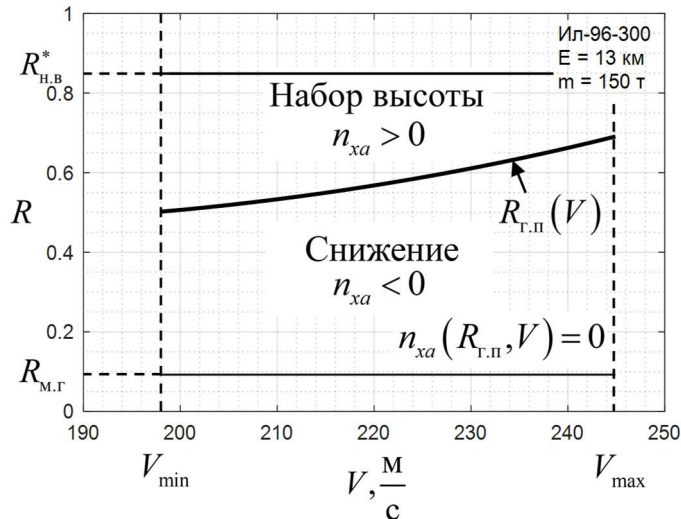


Рисунок 3.2 – Область допустимых режимов работы двигателей при наборе высоты и снижении на посадку

На Рисунке 3.2 представлены области допустимых режимов работы двигателей для режимов набора высоты и снижения для самолета при массе $m = 150$ т и энергетической высоте $E = 13$ км в предположении, что отсутствуют ограничения на градиент набора высоты и снижения. Отмечена функция режимов работы двигателей при горизонтальном полете $R_{г.п}(V)$, а также рекомендованный в РЛЭ режим работы двигателей в наборе высоты ($R_{н.в}^* = 0,85$, крейсерский режим – $0,85$ номинального). При отсутствии ограничений на градиент снижения анализ эффективности снижения высоты можно проводить при постоянном режиме работы двигателей (режиме «малого газа», $R_{м.г}$). Однако в анализе эффективности набора высоты допущение о постоянном режиме работы двигателей может привести к неверным выводам. В анализе эффективности набора высоты можно ограничить область допустимых значений R до диапазона оптимальных режимов работы $R_{опт}$ для каждого значения энергетической высоты:

$$R \in R_{опт} = [1, R_{кр}]$$

$$R_{опт} \subset R_{доп} = [1, R_{г.п}(E)] \quad (3.20)$$

Как показывает опыт, значение режима работы двигателей в точке начала крейсерского полета $R_{кр} = R_{г.п}(H_{кр}, V_{кр})$ является минимальным значением режима работы двигателей на всей траектории набора высоты, доставляющим оптимум

принятым показателям эффективности. Таким образом, можно составить вектор-функцию управления:

$$u(E) = [V(E) \quad R(E)]^T, \quad R \in R_{\text{опт}}, \quad V \in V_{\text{доп}} \quad (3.21)$$

С помощью каждого из частных критериев (3.13) и (3.15) можно определить оптимальный режим изменения высоты – экономичный и скоростной режимы соответственно. Оптимум интегральных эксплуатационных показателей маневров определяется экстремумом соответствующих частных показателей для каждого значения энергетической высоты. Условия решения данной вариационной задачи рассмотрим отдельно для набора высоты и снижения.

В наборе высоты для каждого значения энергетической высоты E на траектории полета $E_0 < E < E_k$, $E_0 < E_k$ значение тангенциальной перегрузки строго положительное $n_{xa} > 0$. Экономический режим набора крейсерской высоты достигается при такой программе набора высоты, которая для каждого значения энергетической высоты E доставляет минимум показателю (3.13):

$$\frac{dF_1}{dE}(E, \tilde{V}_1, \tilde{R}_1) = \min_{\substack{V \in V_{\text{доп}} \\ R \in R_{\text{опт}}}} \left[\frac{q_{\text{км}}(E, V, R) - q_{\text{км кр}}}{n_{xa}(E, V, R)} \right] \quad (3.22)$$

Скоростной режим набора высоты достигается при такой программе набора высоты, которая для каждого значения энергетической высоты E доставляет минимум показателю (3.15):

$$\frac{dF_2}{dE}(E, \tilde{V}_2, \tilde{R}_2) = \min_{\substack{V \in V_{\text{доп}} \\ R \in R_{\text{опт}}}} \left[\frac{1}{n_{xa}(E, V, R)} \frac{V_{\text{кр}} - V}{V_{\text{кр}} V} \right] \quad (3.23)$$

Обратим внимание, что данный показатель обращается в минимум, когда знаменатель обращается в максимум, что достигается при полете с максимальной скоростью $\tilde{V}_2(E) = V_{\text{max}}(E)$ и максимальной тангенциальной перегрузкой, которой соответствует $\tilde{R}_2(E) = 1$.

В снижении высоты для каждого значения энергетической высоты E на траектории полета $E_0 < E < E_k$, $E_0 > E_k$ значение тангенциальной перегрузки

строго отрицательное $n_{xa} < 0$. В предыдущих рассуждениях было отмечено, что оптимальным режимом работы двигателей вдоль всей траектории в снижении является режим «малого газа». Исследование экономического режима снижения имеет смысл лишь с целью сопряжения снижения высоты с крейсерским полетом. Экономический режим достигается при такой программе изменения скорости, которая для каждого значения энергетической высоты E доставляет максимум показателю (3.13):

$$\frac{dF_1}{dE}(E, \tilde{V}_1, R_{м.г}) = \max_{\substack{V \in V_{доп} \\ R = R_{м.г}}} \left[\frac{q_{км}(E, V, R) - q_{км\ кр}}{n_{xa}(E, V, R)} \right] \quad (3.24)$$

Скоростной режим снижения достигается при такой программе изменения скорости, которая для каждого значения энергетической высоты E доставляет максимум показателю (3.15):

$$\frac{dF_2}{dE}(E, \tilde{V}_2, R_{м.г}) = \max_{\substack{V \in V_{доп} \\ R = R_{м.г}}} \left[\frac{1}{n_{xa}(E, V, R)} \frac{V_{кр} - V}{V_{кр} V} \right] \quad (3.25)$$

По аналогии со скоростным режимом набора высоты (в снижении) скоростью, которая доставляет максимум показателю (3.25), является максимальная скорость $\tilde{V}_2(E) = V_{\max}(E)$.

3.3 Компромиссные режимы изменения высоты

Рассмотренные выше экономические и скоростные режимы набора высоты и снижения являются оптимальными лишь в случае, если цели соответствующего маневра строго обозначены. Применение экономических режимов изменения высоты позволяет наиболее рационально использовать топливо в крейсерском полете, однако данные режимы могут оказаться неприемлемыми для УВД, так как траектория набора высоты и потребное время может оказаться чрезмерно большим. Скоростные режимы сокращают потребное время, что часто находит применение в экстренном снижении высоты (например, в случае разгерметизации кабины). В

условиях реального полета задаче оптимизации режимов набора высоты и снижения предшествуют определение схемы взлета и захода на посадку (которые очень редко являются траекториями с постоянным курсом), временные ограничения, погодные условия и т.п. В задачах оптимального проектирования целью оптимизации является поиск таких решений и параметров движения, которые доставляют оптимум в каждом возможном варианте постановки задачи. Поиск технических решений, улучшающих эффективность режимов изменения высоты, имеет смысл при разработке ближнемагистральных самолетов, в полете которых дальность данных маневров составляет существенную долю от дальности всего полета. Исследование оптимальных режимов полета находит применение для всех типов магистральных самолетов в задачах расчета и уточнения ЛТХ (в том числе при разработке РЛЭ самолета), а также уточнения и определения предельных энергетических затрат для данного рода маневров.

Достижение наилучшего компромисса между потребным запасом топлива и временем полета вдоль траектории изменения высоты позволяет выявить такой режим, который наилучшим образом отображает многообразие возможных целей набора высоты и снижения. Многоцелевая постановка задачи поиска компромиссного режима изменения высоты направлена на выявление и анализ такого режима изменения высоты, который наилучшим образом обеспечивает компромисс между экономическим и скоростным режимами. Запишем траекторную постановку задачи поиска компромиссного режима набора высоты:

$$\begin{aligned}
 F(a, y, E) &= a(y, E) \bar{f}_1(y, E) + [1 - a(y, E)] \bar{f}_2(y, E) \\
 y &= [y_1; y_2]^T, \quad y \in Y = [y_{\min}; y_{\max}] \\
 y_{\min} &= [y_{1\min}; y_{2\min}]^T, \quad y_{\max} = [y_{1\max}; y_{2\max}]^T \\
 a &\in X = [0; 1]
 \end{aligned} \tag{3.26}$$

Внешнее множество (множество, отображающее разнообразие оптимальных режимов) задано в виде множества весовых коэффициентов. Значение, при котором $a = 1$ соответствует задаче (3.22) (поиск экономичного режима), значение $a = 0$ – задаче (3.23) (поиск скоростного режима). Решение задачи является

двухэлементным, y_1 – скорость полета, $y_1 = V$, y_2 – режим работы двигателей, $y_2 = R$. Множество оптимальных решений ограничено значениями y_{\min} , y_{\max} , значения которых соответствуют оптимальным параметрам экономического и скоростного режимов:

$$\begin{aligned} \tilde{V}_1 &\leq V \leq \tilde{V}_2 \\ \tilde{R}_1 &\leq R \leq \tilde{R}_2 \end{aligned} \quad (3.27)$$

В наборе высоты введем частные критерии $f_1^{\text{H.B.}}(E, V, R) = dF_1/dE$ (3.13) и $f_2^{\text{H.B.}}(E, V, R) = dF_2/dE$ (3.15). В наборе высоты нормирование частных критериев осуществляется по следующему правилу:

$$\begin{aligned} \bar{f}_{1\text{H.B.}}(E, V, R) &= \frac{f_1^{\text{H.B.}}(E, V, R) - f_{1\min}^{\text{H.B.}}}{f_{1\max}^{\text{H.B.}} - f_{1\min}^{\text{H.B.}}} \\ \bar{f}_{2\text{H.B.}}(E, V, R) &= \frac{f_2^{\text{H.B.}}(E, V, R) - f_{2\min}^{\text{H.B.}}}{f_{2\max}^{\text{H.B.}} - f_{2\min}^{\text{H.B.}}} \end{aligned} \quad (3.28)$$

где: $f_{1\min}^{\text{H.B.}}$, $f_{1\max}^{\text{H.B.}}$ – соответственно минимальное и максимальное значение первого частного критерия в точке E на множестве оптимальных решений:

$$f_{1\min}^{\text{H.B.}} = f_1^{\text{H.B.}}(E, \tilde{V}_1, \tilde{R}_1), \quad f_{1\max}^{\text{H.B.}} = f_1^{\text{H.B.}}(E, \tilde{V}_2, \tilde{R}_2) \quad (3.29)$$

где: $f_{2\min}^{\text{H.B.}}$, $f_{2\max}^{\text{H.B.}}$ – соответственно минимальное и максимальное значение второго частного критерия на множестве оптимальных решений:

$$f_{2\min}^{\text{H.B.}} = f_2^{\text{H.B.}}(E, \tilde{V}_2, \tilde{R}_2), \quad f_{2\max}^{\text{H.B.}} = f_2^{\text{H.B.}}(E, \tilde{V}_1, \tilde{R}_1) \quad (3.30)$$

Значения параметров $[\tilde{V}_1, \tilde{R}_1]$ и $[\tilde{V}_2, \tilde{R}_2]$ определяются по формулам (3.22) и (3.23).

В снижении высоты также введем частные критерии $f_1^{\text{CH.}}(E, V, R) = dF_1/dE$ (3.13) и $f_2^{\text{CH.}}(E, V, R) = dF_2/dE$ (3.15). Нормирование частных критериев в задаче анализа снижения осуществляется по следующему правилу:

$$\begin{aligned}\bar{f}_{1\text{CH}}(E, V, R_{\text{м.г}}) &= \frac{f_1^{\text{CH}}(E, V, R_{\text{м.г}}) - f_{1\text{max}}^{\text{CH}}}{f_{1\text{min}}^{\text{CH}} - f_{1\text{max}}^{\text{CH}}} \\ \bar{f}_{2\text{CH}}(E, V, R_{\text{м.г}}) &= \frac{f_2^{\text{CH}}(E, V, R_{\text{м.г}}) - f_{2\text{max}}^{\text{CH}}}{f_{2\text{min}}^{\text{CH}} - f_{2\text{max}}^{\text{CH}}}\end{aligned}\quad (3.31)$$

где: $f_{1\text{min}}^{\text{CH}}, f_{1\text{max}}^{\text{CH}}$ – соответственно минимальное и максимальное значение первого частного критерия на множестве оптимальных решений:

$$f_{1\text{min}}^{\text{c.н}} = f_1^{\text{c.н}}(E, \tilde{V}_2, R_{\text{м.г}}), \quad f_{1\text{max}}^{\text{c.н}} = f_1^{\text{c.н}}(E, \tilde{V}_1, R_{\text{м.г}}) \quad (3.32)$$

где: $f_{2\text{min}}^{\text{c.н}}, f_{2\text{max}}^{\text{c.н}}$ – соответственно минимальное и максимальное значение второго частного критерия на множестве оптимальных решений:

$$f_{2\text{min}}^{\text{c.н}} = f_2^{\text{c.н}}(E, \tilde{V}_1, R_{\text{м.г}}), \quad f_{2\text{max}}^{\text{c.н}} = f_2^{\text{c.н}}(E, \tilde{V}_2, R_{\text{м.г}}) \quad (3.33)$$

Значения параметров \tilde{V}_1 и \tilde{V}_2 определяются по формулам (3.24) и (3.25).

Методы нормирования частных критериев, рассмотренные отдельно для набора высоты и снижения, позволяют привести значения частных критериев к единой шкале измерения $[0;1]$ в обеих задачах. Поэтому многокритериальную функцию эффективности в траекторной постановке задач по исследованию набора высоты и снижения можно записать в общем виде:

$$\begin{aligned}\bar{F}_{\text{н.в}}(E, a, y) &= a\bar{f}_{1\text{н.в}}(E, y) + (1-a)\bar{f}_{2\text{н.в}}(E, y) \\ \bar{F}_{\text{сн}}(E, a, y) &= a\bar{f}_{1\text{сн}}(E, y) + (1-a)\bar{f}_{2\text{сн}}(E, y)\end{aligned}\quad (3.34)$$

Условием оптимальности в фиксированной точке энергетической высоты E в наборе высоты является минимум комплексного критерия эффективности для каждого значения весового коэффициента a , $0 \leq a \leq 1$:

$$\bar{F}_{\text{н.в}}(E, a, \tilde{V}(a), \tilde{R}(a)) = \min_{\substack{\tilde{V}_1 \leq V \leq \tilde{V}_2 \\ \tilde{R}_1 \leq R \leq \tilde{R}_2}} \bar{F}_{\text{н.в}}(E, a, V, R) \quad (3.35)$$

Функция $\bar{F}_{\text{н.в}}(E, a, \tilde{V}(a), \tilde{R}(a))$ является функцией эффективности внешнего множества. В наборе высоты значение весового коэффициента, доставляющего максимум функции эффективности внешнего множества \tilde{a} , указывает на оптимальный режим $\tilde{y}(E)$:

$$\bar{F}_{\text{н.в}}(E, \tilde{a}, \tilde{y}) = \max_{0 \leq a \leq 1} \bar{F}_{\text{н.в}}(E, a, \tilde{V}(a), \tilde{R}(a)) \quad (3.36)$$

где: $\tilde{y} = [V_{\text{опт}}, R_{\text{опт}}]$ – параметры оптимального режима в точке E при оптимальном значении \tilde{a} , $V_{\text{опт}} = \tilde{V}(\tilde{a})$, $R_{\text{опт}} = \tilde{R}(\tilde{a})$.

Оптимальными (компромиссными) параметрами режима набора высоты, согласно гарантирующему методу учета неопределенности, являются скорость $V_{\text{опт}}$ и режим работы двигателей $R_{\text{опт}}$. Значение комплексного критерия в точке траектории E при оптимальном весовом коэффициенте \tilde{a} и параметрах режима \tilde{y} назовем локальным значением показателя эффективности набора высоты. На значительной части траектории набора высоты функция эффективности внешнего множества имеет достаточно простой вид, позволяющий относительно легко найти оптимальное значение весового коэффициента, как показано на Рисунке 3.3.

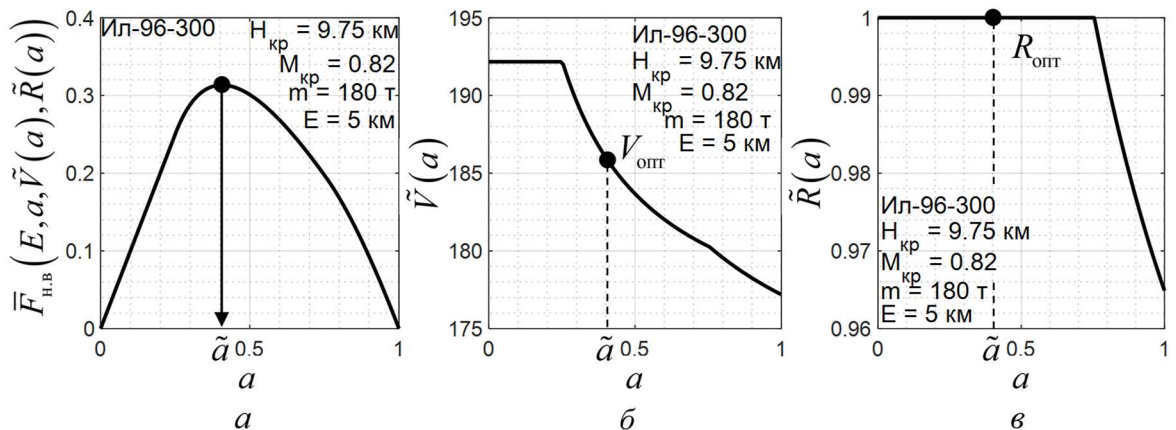


Рисунок 3.3 – Пример анализа локальной эффективности набора высоты при заданном значении энергетической высоты

В снижении высоты оптимальное множество параметров управления представляет собой диапазон скоростей, ограниченный экономической и максимальной скоростями для заданного значения энергетической высоты. Поэтому с целью поиска оптимального режима снижения в точке E можно воспользоваться формулой (1.30):

$$a(V) = \frac{\bar{f}'_{2\text{сн}}(V)}{\bar{f}'_{2\text{сн}}(V) - \bar{f}'_{1\text{сн}}(V)} \quad (3.37)$$

где: $y = V$ – скорость полета в снижении высоты.

Подставляя формулу (3.37) в функцию эффективности (3.34), получаем функцию эффективности множества оптимальных решений:

$$\bar{F}_{\text{сн}}(E, y) = a(y)\bar{f}_{1\text{сн}}(E, y) + [1 - a(y)]\bar{f}_{2\text{сн}}(E, y) \quad (3.38)$$

Скорость из множества оптимальных скоростей, $\tilde{V}_1 \leq V \leq \tilde{V}_2$, которая доставляет максимум функции множества оптимальных решений, является оптимальным режимом снижения высоты. С учетом того, что было изменено правило нормирования частных критериев, значение оптимальной функции следует брать со знаком минус:

$$\bar{F}_{\text{сн}}(E, \tilde{y}) = \max_{\tilde{V}_1 \leq V \leq \tilde{V}_2} \bar{F}_{\text{сн}}(E, y) \quad (3.39)$$

где: $\tilde{y} = V_{\text{опт}}$ – оптимальная скорость снижения высоты.

Значение функции множества оптимальных решений при оптимальной скорости назовем локальным значением показателя эффективности снижения высоты. Так же в точке траектории E и при оптимальной скорости \tilde{y} можно вычислить значение оптимального весового коэффициента по формуле (3.37).

3.4 Траекторный анализ эффективности набора высоты

Как показывают исследования представленного метода оптимизации компромиссных программ набора высоты, оптимальный весовой коэффициент и показатель эффективности являются нелинейными функциями энергетической высоты. Под траекторией будем понимать диапазон значений экономических высот с точки начала набора высоты E_0 до точки начала крейсерского полета E_k , $E_0 < E < E_k$. В граничных точках параметры управления заданы. При этом скорости экономической, оптимальной и скоростной программ в начальной и конечной точках траектории равны:

$$\begin{aligned} V_{\text{эк}}(E_0) &= V_{\text{опт}}(E_0) = V_{\text{ск}}(E_0) \\ V_{\text{эк}}(E_k) &= V_{\text{опт}}(E_k) = V_{\text{ск}}(E_k) \end{aligned} \quad (3.40)$$

Режим работы двигателей в скоростной программе вдоль всей траектории, в том числе в начальной и конечной точках, фиксирован и равен максимальному $R_{\text{ск}}(E)=1$. Значение режима работы двигателей экономической программы в начальной точке меньше максимального, а к конечной точке режимы работы экономической и оптимальной программ равны значению режима работы двигателей крейсерского режима, притом меньше максимального значения:

$$\begin{aligned} R_{\text{эк}}(E_0) < R_{\text{опт}}(E_0) < R_{\text{ск}}(E_0) \\ R_{\text{эк}}(E_k) = R_{\text{опт}}(E_k) < R_{\text{ск}}(E_k) \end{aligned} \quad (3.41)$$

Траекторию набора высоты можно разделить на три участка: горизонтальный разгон на минимальной высоте, набор высоты с увеличением скорости и горизонтальный разгон на крейсерской высоте. Однако в анализе эффективности траектории набора высоты удобнее поделить траекторию набора высоты на четыре участка, обусловленные характером ограничений допустимой скорости. Выделим три точки (см. Рисунок 3.4):

E_A – значение энергетической высоты, при котором ограничения максимальной скорости, обусловленные энергетической высотой и условиями горизонтального полета, тождественно равны, $V_{\text{max}E}(E_A) = V_{\text{max}г.п}(E_A)$;

E_B – значение энергетической высоты, при котором ограничения максимальной скорости обусловлены условиями горизонтального полета, равно крейсерской скорости, $V_{\text{max}г.п}(E_A) = V_{\text{кр}}$;

E_B – значение энергетической высоты, при котором заканчивается набор высоты в экономическом режиме набора высоты.

Данные точки разделяют траекторию на следующие участки: $E_0 < E < E_A$ – траектория начального разгона, $E_A < E < E_B$ – траектория начального набора высоты, $E_B < E < E_B$ – траектория основного набора высоты, $E_B < E < E_k$ – траектория разгона до крейсерской скорости.

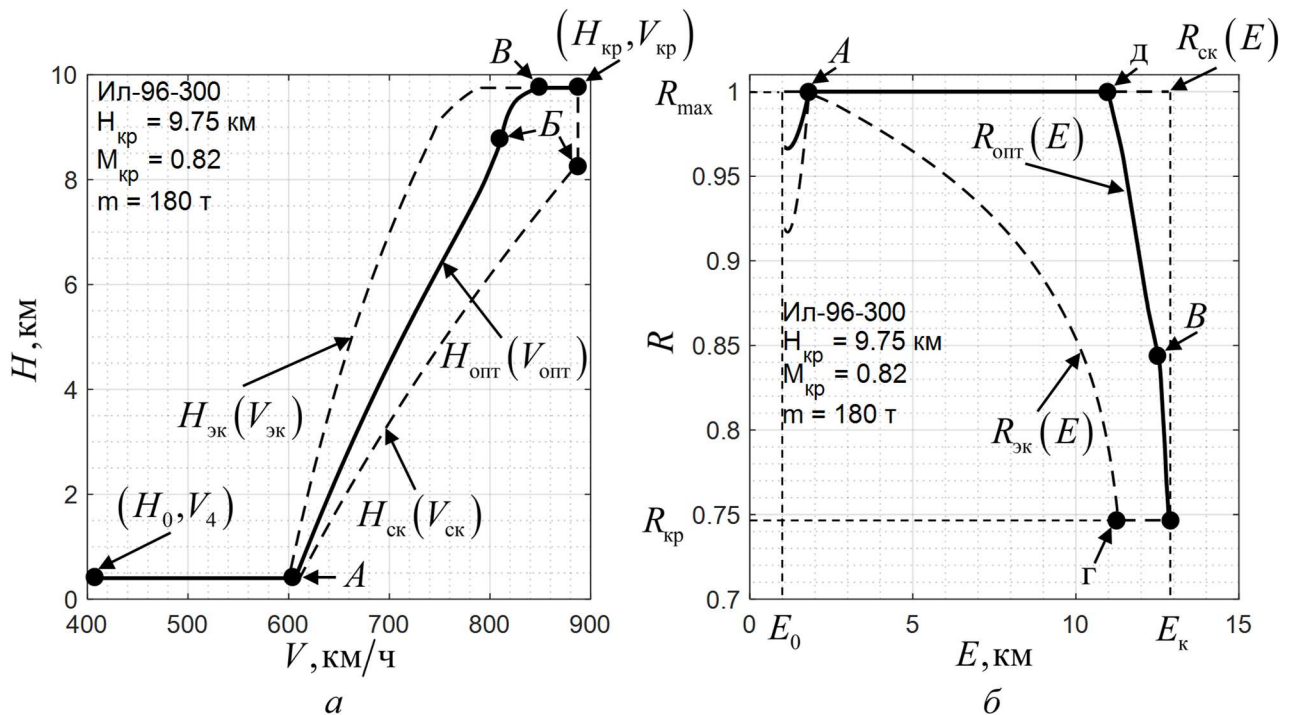


Рисунок 3.4 – Пример экономической, оптимальной и скоростной программ: а – высоты в функции скорости, б – режима работы двигателей в функции энергетической высоты

В анализе траектории начального разгона выделим две точки экономической программы набора высоты:

E_a – точка достижения максимального режима работы двигателей экономического режима. Для каждой возможной массы самолета и параметров крейсерского режима точка E_a всегда находится на траектории начального разгона, $E_0 < E_a < E_A$;

$E_б$ – начало увеличения высоты экономического режима. Значение $E_б$ тем меньше, чем меньше масса самолета в наборе высоты. Значение $E_б$ больше, чем E_A в случае набора высоты с массой, близкой к максимальной взлетной.

Взаимное расположение точек E_a , $E_б$ и E_A существенно влияет на эффективность набора высоты. Можем выделить три варианта взаимного расположения этих точек:

Вариант $E_a < E_б < E_A$ – точка начала набора высоты экономического режима меньше точки начала набора высоты скоростного режима, однако начало набора высоты оптимального режима не наступает при достижении максимального

режима работы двигателей. Область компромисса на участке траектории, ограниченном точками $E_a \leq E \leq E_6$, отсутствует, что означает, что $V_{\text{эк}}(E) = V_{\text{ск}}(E)$, $R_{\text{эк}}(E) = R_{\text{ск}}(E)$ и, следовательно, не существует весового коэффициента, определяющего оптимальные параметры управления $\tilde{a}(E) \equiv 0$. Таким образом, на участке траектории $E_a \leq E \leq E_6$ значения показателя локальной эффективности траектории набора высоты тождественно равны нулю, возможность выбора параметров управления отсутствует $\bar{F}_{\text{н.в}}(E) \equiv 0$. Увеличение энергетической высоты от точки E_0 сопровождается резкой потерей локальной эффективности, в то время как увеличение от точки E_6 приводит к резкому росту локальной эффективности. Дальнейший рост приводит к достижению локального максимума в точке E_A , который в дальнейшем незначительно уменьшается. Данный случай представлен на Рисунке 3.5 – а. Данный вариант расположения точек траектории начального разгона означает, что самолет не способен в экономическом режиме начать набор высоты до достижения максимально продолжительного режима работы двигателей. Устранение данной проблемы возможно лишь при увеличении тяги двигателей до максимального взлетного режима на непродолжительном участке траектории, время которого ограничено руководством по эксплуатации двигателей.

Вариант $E_a < E_A < E_6$ – энергетическая высота начала набора высоты экономического режима больше точки начала набора высоты скоростного режима. Это обусловлено тем, что на участке траектории начального разгона не хватает тяги, чтобы обеспечить начало набора высоты в экономическом режиме. На участке $E_A \leq E \leq E_6$, который является частью траектории начального набора высоты, скорости экономического и скоростного режимов равны $V_{\text{эк}}(E) = V_{\text{ск}}(E)$. Следовательно, начало набора высоты экономического режима наступило в точке начала набора высоты скоростного режима. Таким образом, область допустимых скоростей на участке $E_A \leq E \leq E_6$ ограничена лишь ограничениями скорости в условиях горизонтального полета. Данный случай крайне неблагоприятен и

требует устранения в процессе проектирования самолета. При выборе силовой установки разрабатываемого самолета необходимо ввести условие, чтобы в широком диапазоне масс набор высот (близких к потолку) максимальный продолжительный (номинальный) режим работы двигателей обеспечивал следующие условие:

$$V_{\text{эк}}(E_A) \leq V_{\text{ск}}(E_A) \quad (3.42)$$

В данном участке траектории $E_a \leq E \leq E_6$ значения локальной эффективности тождественно равны нулю $\bar{F}_{\text{н.в}}(E) \equiv 0$. Такой вариант представлен на Рисунке 3.5 – б. Данная проблема проявляется при наборе крейсерской высоты, близкой к потолку для массы самолета, близкой к максимальной взлетной.

Вариант $E_a = E_6 < E_A$ – энергетическая высота начала набора высоты экономического режима (которая является точкой достижения максимального режима работы двигателей) меньше точки начала набора высоты скоростного режима. Такой случай представлен на Рисунке 3.5 – в. Достижение максимального режима работы двигателей сопровождается началом набора высоты, что приводит к резкому уменьшению значения локальной эффективности до точки начала набора высоты скоростного режима. Уменьшение значения локальной эффективности связано с расширением области компромисса параметров управления.

На этапе начального набора высоты максимальная скорость ограничена условиями горизонтального полета, $V_{\text{max}}(E) = V_{\text{max.г.п}}(E)$, скорость и высота экономического, оптимального и скоростного режимов увеличивается стремительно. На данном участке траектории режим работы двигателей оптимального режима равен максимальному $R_{\text{опт}}(E) = 1$. На этапе основного набора высоты максимальная скорость равна крейсерской скорости $V_{\text{max}}(E) = V_{\text{кр}}$, скорость экономического режима увеличивается, оптимального режима – меняется незначительно, скоростного режима – постоянная.

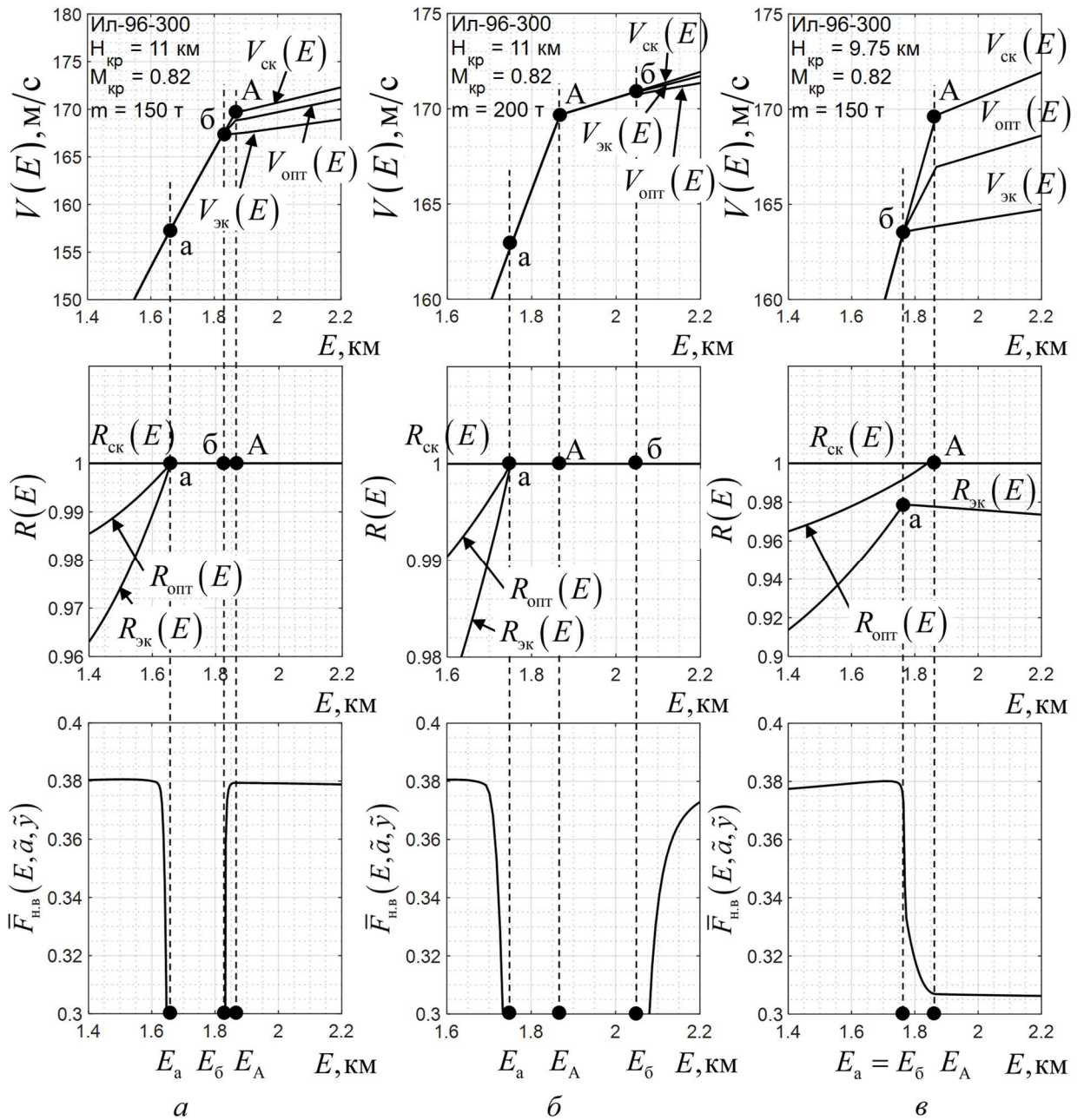


Рисунок 3.5 – Примеры взаимного расположения характерных точек начального разгона в маневре набора высоты

На эффективность набора высоты влияние оказывают следующие точки траектории, которые представлены на характеристике изменения весового коэффициента вдоль траектории (см. Рисунок 3.6 – а) и на характеристике изменения локальной эффективности вдоль траектории (см. Рисунок 3.6 – б) в функции массы самолета в наборе высоты:

$E_{a'}$ – точка, в которой режим работы двигателей экономического режима начинает уменьшаться. В наборе высоты ниже потолка данная точка совпадает с точкой достижения максимального режима работы двигателей $E_a = E_{a'}$;

E_r – точка, в которой режим работы двигателей экономического режима достигает наименьшего значения, соответствующего режиму работы двигателей в крейсерском полете, $R_{эк}(E_r) = R_{кр}$;

E_d – точка, в которой режим работы двигателей оптимальной программы начинает уменьшаться.

При наборе высоты с уменьшенной массой самолета в экономическом режиме режим работы двигателей уменьшается на участке от начала набора высоты до точки, к которой режим работы двигателей достигает минимального значения $E_6 < E < E_r$. В оптимальной программе на участке $E_d < E < E_r$ режим работы двигателей уменьшается. На данном участке характеристика локальной эффективности оптимального режима уменьшается. Характеристика оптимального весового коэффициента на участке $E_6 < E < E_d$ преимущественно растет, достигает максимального значения в точке E_d , затем уменьшается вплоть до точки E_r . Данное уменьшение значений оптимального весового коэффициента наступает на участке траектории, когда одновременно в экономической и оптимальной программах режимы работы двигателей уменьшаются ($E_d < E_r$), что приводит к локальному уменьшению локальной эффективности. В дальнейшем экономическая программа работы двигателей не оказывает влияния на локальную эффективность оптимального режима. На участке $E_r < E < E_k$ локальная эффективность растет до точки E_B (локальный максимум), затем незначительно уменьшается до точки начала крейсерского полета E_k . Данный локальный максимум проявляется как разрыв характеристики оптимального весового коэффициента. Уменьшение локального показателя эффективности, начиная с точки E_B , связано с началом горизонтального разгона, при котором скорость увеличивается до крейсерской

скорости $V_{кр}$ и при том, режим работы двигателей уменьшается линейно вплоть до значения $R_{кр}$ на крейсерской высоте $H_{кр}$.

При наборе высоты с большей массой самолета в экономическом режиме режим работы двигателей максимален вплоть до точки E_a' . Значения оптимального весового коэффициента вплоть до этой точки почти не меняются и, независимо от массы самолета, составляют около 0,45, значение показателя локальной эффективности уменьшается незначительно. С ростом массы самолета уменьшается расстояние между точками E_d и E_r . При достаточно большой массе точка начала уменьшения режима работы двигателей оптимального режима больше, чем точка выхода на крейсерский режим работы двигателей экономической программы, $E_r < E_d$, что означает, что нет участка траектории, на котором одновременно уменьшается и $R_{эк}$, и $R_{опт}$. В таком случае минимум показателя эффективности набора высоты оптимальной программы находится в точке E_r , однако появляется точка разрыва функции локальной эффективности в точке E_b (см. Рисунок 2.6 – б, $m = 240$ т).

На участке $E_A < E < E_r$ характеристика локальной эффективности оптимальной программы растет с массой самолета (не считая потерь эффективности от неоптимальности участка $E_a < E_A < E_b$ или $E_a < E_b < E_A$). На участке $E_r < E < E_k$ характеристика локальной эффективности оптимальной программы уменьшается с ростом массы самолета (см. Рисунок 2.6 – б).

Для фиксированного значения энергетической высоты более предпочтительным является показатель локальной эффективности, значение которого меньше, кроме случаев обращения показателей локальной эффективности в ноль. В представленном анализе было показано (см. Рисунок 2.6 – б), что потеря эффективности набора высоты связана, прежде всего, с достижением максимального режима работы двигателей экономического режима. Улучшения эффективности набора высоты можно достичь путем увеличения значения тяги

номинального режима работы двигателей, что связано с задачей поиска более мощных двигателей – увеличения тяговооруженности самолета.

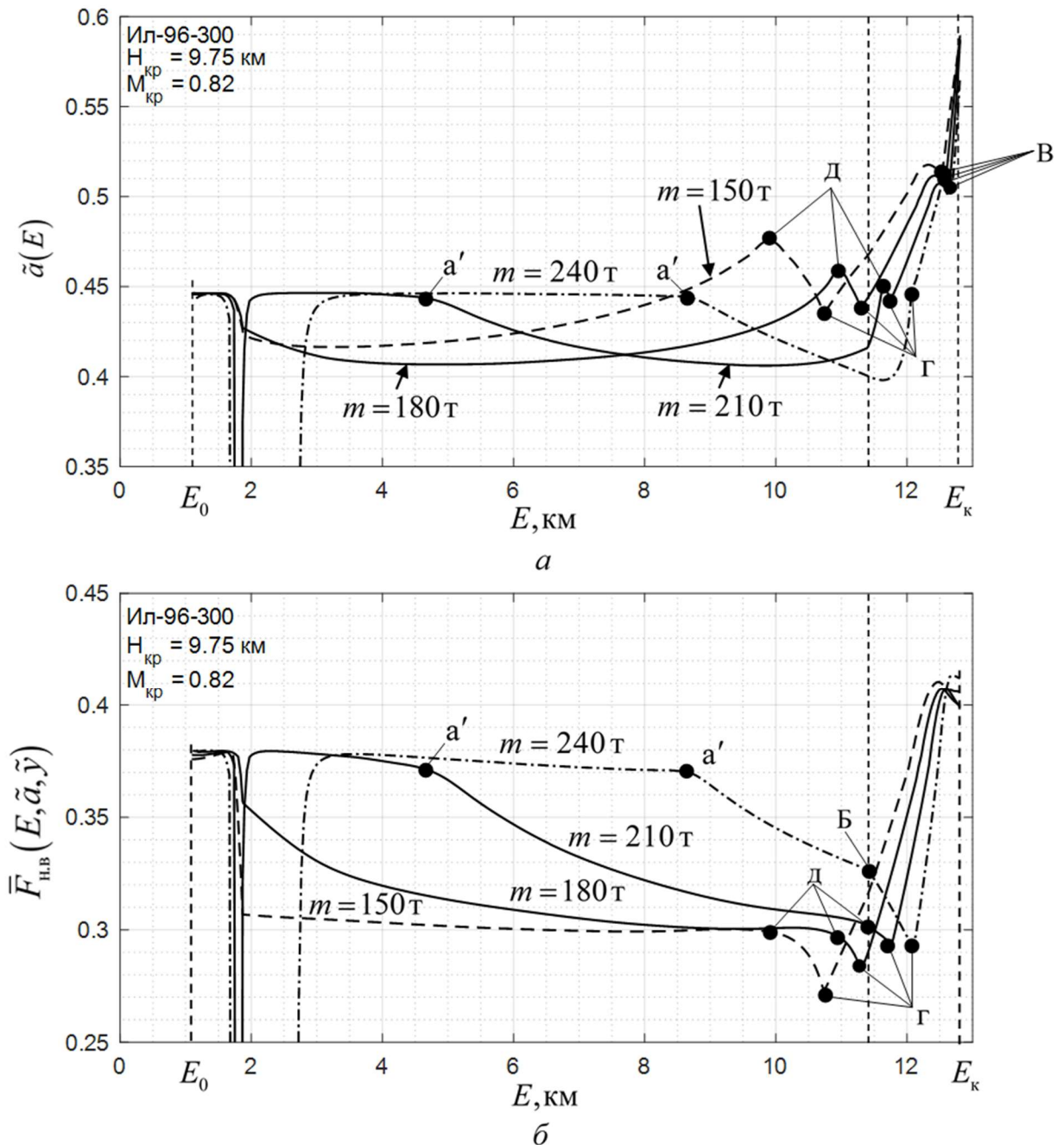


Рисунок 3.6 – Показатели эффективности траектории набора высоты при изменении взлетной массы : а – изменение значений весового коэффициента, б – изменение значений показателя локальной эффективности

Эффективность на участке горизонтального разгона на крейсерской высоте $E_B < E < E_K$ вызывает особый интерес. Как правило, длину данного участка определяет крейсерская скорость. Если крейсерская скорость соответствует режиму дальнего крейсерования, то длина горизонтального разгона является

минимальной, а если режиму максимального крейсерования – максимальной. В частности, если крейсерская скорость меньше локальной крейсерской скорости, тогда может оказаться, что участок горизонтального разгона отсутствует, а, значит, в конце набора высоты наступает набор высоты без горизонтального разгона. Набор высоты без разгона означает, что избыточная тяга израсходуется только на увеличение высоты.

Интересным случаем является набор высоты на крейсерскую скорость, близкую к скорости дальнего крейсерования. Рассмотрим пример расчета оптимальных программ набора крейсерской высоты для скоростей (чисел Маха) меньше экономической скорости крейсерского полета (локальная крейсерская скорость) $M_{кр1}$, локальной крейсерской скорости $M_{кр2}$, но больше локальной крейсерской скорости $M_{кр3}$.

В наборе крейсерской высоты до скорости меньше локальной крейсерской скорости характерными точками являются точка начала снижения режима работы двигателей оптимальной программы E_d и точка, в которой режимы работы двигателей в экономической и оптимальных программах равны E_e , $E_e < E_k$. Точка E_e является точкой, при которой экономическая программа изменения скорости достигает крейсерской скорости, не достигая крейсерской высоты. В соответствии с принятыми скоростными ограничениями дальнейший набор высоты выполняется за счет избыточной тяги с постоянной скоростью. Участок от точки E_e до начала крейсерского полета E_k представляет особый интерес. Первый частный критерий имеет локальный минимум при фиксированной скорости $V_{кр}$ и режиме работы двигателей, отличном от максимально продолжительного. Второй частный критерий также имеет минимум при скорости $V_{кр}$. Таким образом, область компромисса ограничена диапазоном режимов работы двигателей. Однако независимо от режима работы двигателей для любого из них второй частный критерий принимает значение 0. Таким образом, на участке $E_e \leq E \leq E_k$ задача превращается в однокритериальную с первым частным критерием, при том, что

весовой коэффициент принимает значение 1, а значение показателя эффективности 0. На данном участке значения режима работы двигателей экономической и оптимальных программ равны и монотонно уменьшаются до $R_{кр}$.

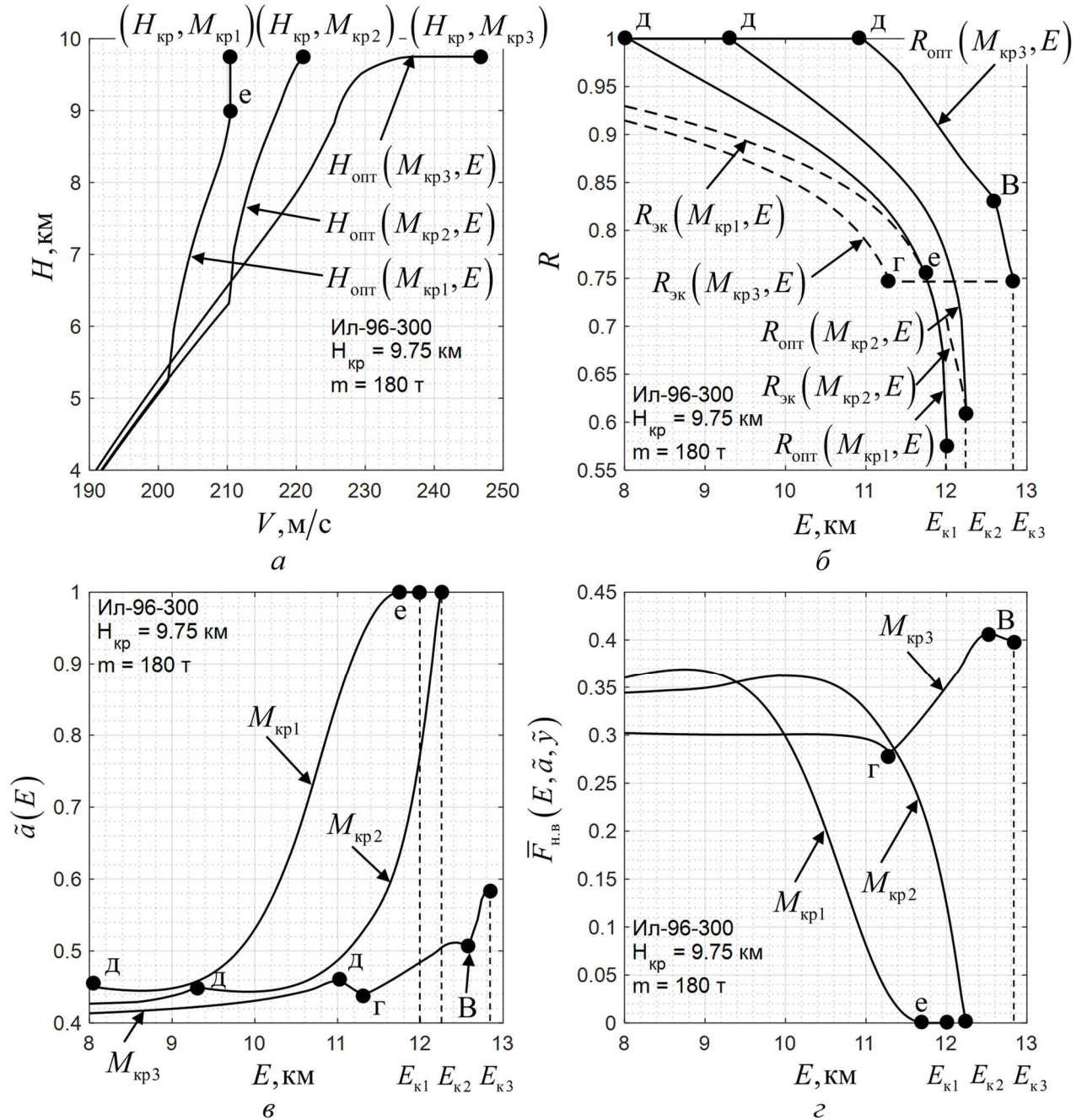


Рисунок 3.7 – Анализ локальной эффективности траектории набора высоты при достижении крейсерской высоты

В наборе крейсерской высоты до локальной крейсерской скорости отсутствует участок горизонтального разгона на крейсерской высоте. Значения режимов работы двигателей в экономической программе уменьшаются монотонно

до точки выхода на крейсерский полет E_k . Тем самым точки E_r и E_e находятся в точке E_k , что является признаком того, что, с одной стороны, отсутствует участок горизонтального торможения на крейсерской высоте, а с другой стороны – отсутствует набор высоты без разгона. Сходство точек E_r и E_e в точке E_k приводит к тому, что весовой коэффициент принимает значение 1, а значение локального показателя эффективности равно 0. При выходе на компромиссную крейсерскую скорость значения весового коэффициента в точке E_k всегда отличны от единицы и, как следствие, локальный показатель эффективности принимает значения больше нуля. Таким образом, можно констатировать, что участок горизонтального разгона на крейсерской высоте приводит к потерям эффективности набора высоты.

3.5 Траекторный анализ эффективности оптимального снижения

В анализе эффективности снижения поиск оптимальных (компромиссных) режимов значительно упрощается, так как область оптимальных решений ограничена лишь диапазоном скоростей при заданной энергетической высоте. Условия сопряжения скоростей на концах траектории, указанные в анализе набора высоты (3.40), также справедливы при анализе снижения. Примерный профиль набора высоты с отмеченными характерными точками представлен на Рисунке 3.8.

Экономические и скоростные траектории снижения можно разделить на три участка: горизонтальное торможение на крейсерской высоте, снижение высоты с уменьшением скорости и горизонтальное торможение на высоте захода на посадку. В анализе эффективности оптимальных траекторий снижения удобнее поделить траекторию снижения высоты на четыре участка, обусловленные характером ограничений допустимой скорости. Выделим три точки:

E_A – значение энергетической высоты, при котором в экономической программе самолет заканчивает горизонтальное торможение и начинает снижение;

E_B – значение энергетической высоты, при котором ограничение максимальной скорости, обусловленное условиями горизонтального полета, равно крейсерской скорости, $V_{\max.г.п}(E_A) = V_{кр}$;

E_B – значение энергетической высоты, при котором начинается горизонтальное торможение, а скорости экономической, оптимальной и скоростной программ равны $V_{эк}(E) = V_{опт}(E) = V_{ск}(E)$.

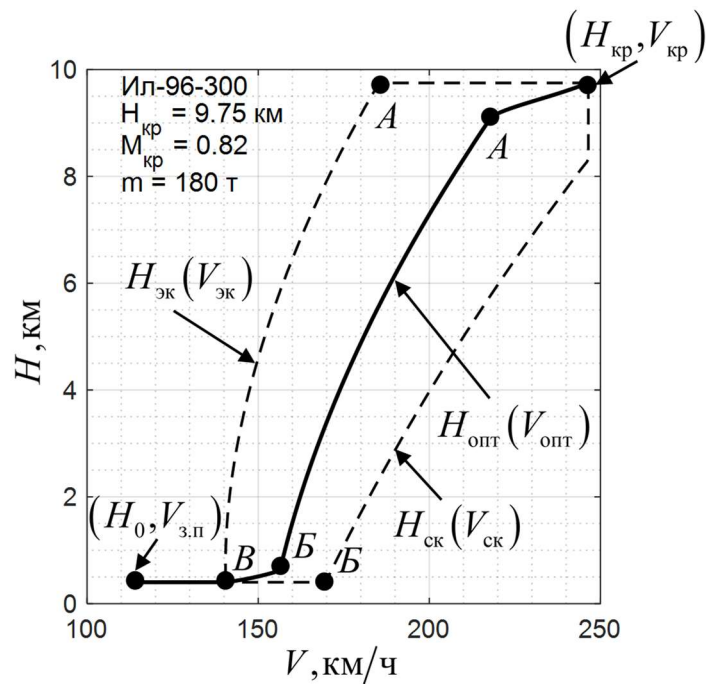


Рисунок 3.8 – Профиль снижения высоты

Так как в анализе эффективности снижения не рассматривается режим работы двигателей, невозможно выделить участок горизонтального торможения на крейсерской высоте, однако точка, в которой заканчивается горизонтальное торможение экономической программы снижения, играет важную роль. Участок от начала снижения E_0 до точки, в которой заканчивается горизонтальное торможение экономической программы E_A , назовем крейсерским участком снижения, $E_0 > E > E_A$. Участок $E_A > E > E_B$ – траектория основного снижения, при котором стремительно уменьшается скорость и высота. Участок $E_B > E > E_B$ – траектория выравнивания высоты снижения, $E_B > E > E_{кр}$ – траектория горизонтального торможения на высоте захода на посадку.

В анализе эффективности снижения высоты значения показателя локальной эффективности всегда отрицательные (за счет отрицательной тангенциальной перегрузки).

На крейсерском участке снижения высота уменьшается незначительно из-за влияния горизонтального торможения экономической программы (точка A). На данном участке наблюдается существенное увеличение показателя эффективности, который увеличивается от точки начала снижения E_0 вплоть до точки E_A . Значение весового коэффициента в точке начала снижения принимает значение $\tilde{a} = 0,5$ независимо от параметров крейсерского режима и массы самолета, затем уменьшается до точки E_A . На крейсерском участке снижения показатели локальной эффективности принимают тем бóльшие значения, чем больше масса самолета.

На траектории основного снижения высоты значения весовых коэффициентов уменьшаются менее стремительно, чем на крейсерском участке снижения. Значения локальной эффективности становятся тем больше, чем меньше масса самолета. На траектории выравнивания высоты снижения наступает стремительное уменьшение значения весового коэффициента, также уменьшается значение локальной эффективности. В точке E_B значения весовых коэффициентов принимают равное значение (независимо от параметров крейсерского режима или массы самолета), также значения локальной эффективности принимают равные значения.

На траектории горизонтального торможения множество оптимальных скоростей сводится к одному допустимому значению, $\tilde{V}_1 = V_{\text{opt}} = \tilde{V}_2$. Следовательно, не существует оптимального коэффициента, значение локального показателя эффективности тождественно равно нулю $\bar{F}_{\text{ch}}(E, \tilde{y}) \equiv 0$.

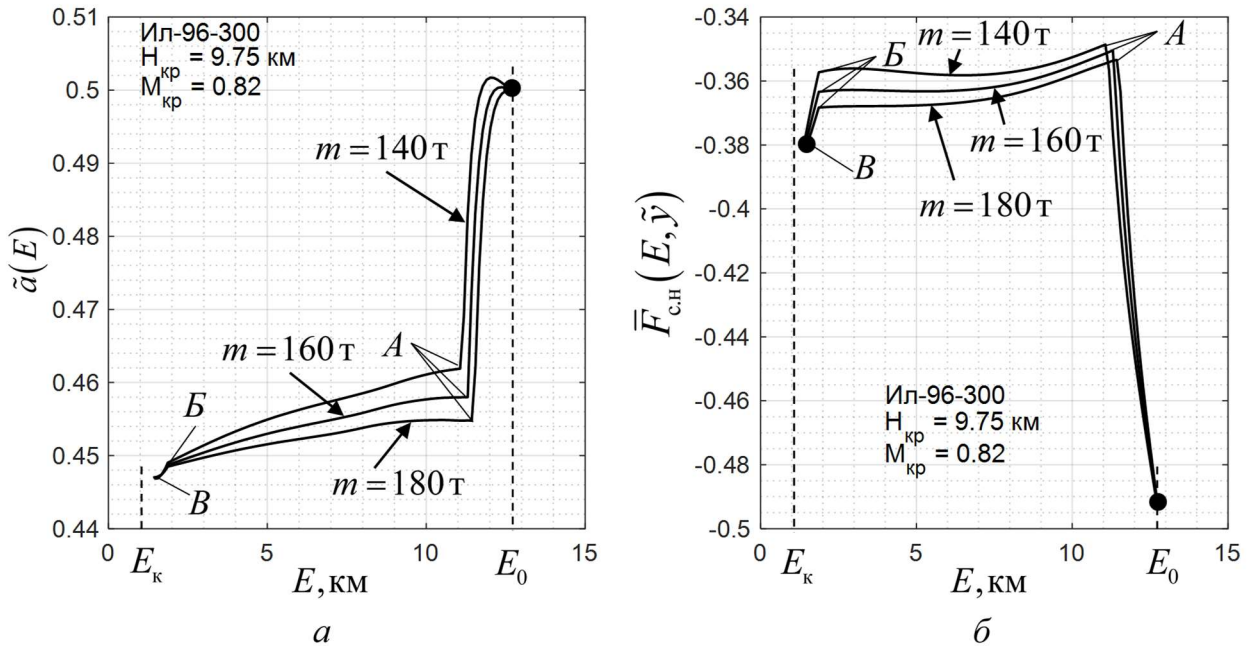


Рисунок 3.9 – Пример анализа эффективности снижения высоты для различных масс самолета: а – значения весовых коэффициентов вдоль траектории снижения, б – значения показателей локальной эффективности вдоль траектории снижения высоты

3.6 Показатели эффективности маневров изменения высоты

Эффективность программ набора высоты и снижения принято исследовать посредством сопоставления интегральных показателей эффективности вдоль всей траектории маневра. К основным показателям эффективности относят эксплуатационные показатели, такие как потребная полетная дистанция (3.5), потребное время (3.3), потребный запас топлива (3.6) на диапазоне энергетической высоты от начального значения E_0 до конечного E_k :

$$\Delta t = \int_{E_0}^{E_k} \frac{1}{V n_{xa}} dE; \quad \Delta L = \int_{E_0}^{E_k} \frac{1}{n_{xa}} dE; \quad \Delta m_{топ} = \int_{E_0}^{E_k} \frac{q_{км}}{n_{xa}} dE \quad (3.43)$$

К показателям эффективности можно также отнести «потерянную дальность» (3.11). Каждый из данных эксплуатационных показателей эффективности зависит от управлений. Для оптимальных режимов экономического, скоростного и компромиссного набора высоты и снижения представлены подынтегральные функции (3.3) и (3.6) на Рисунках 3.10 и 3.11.

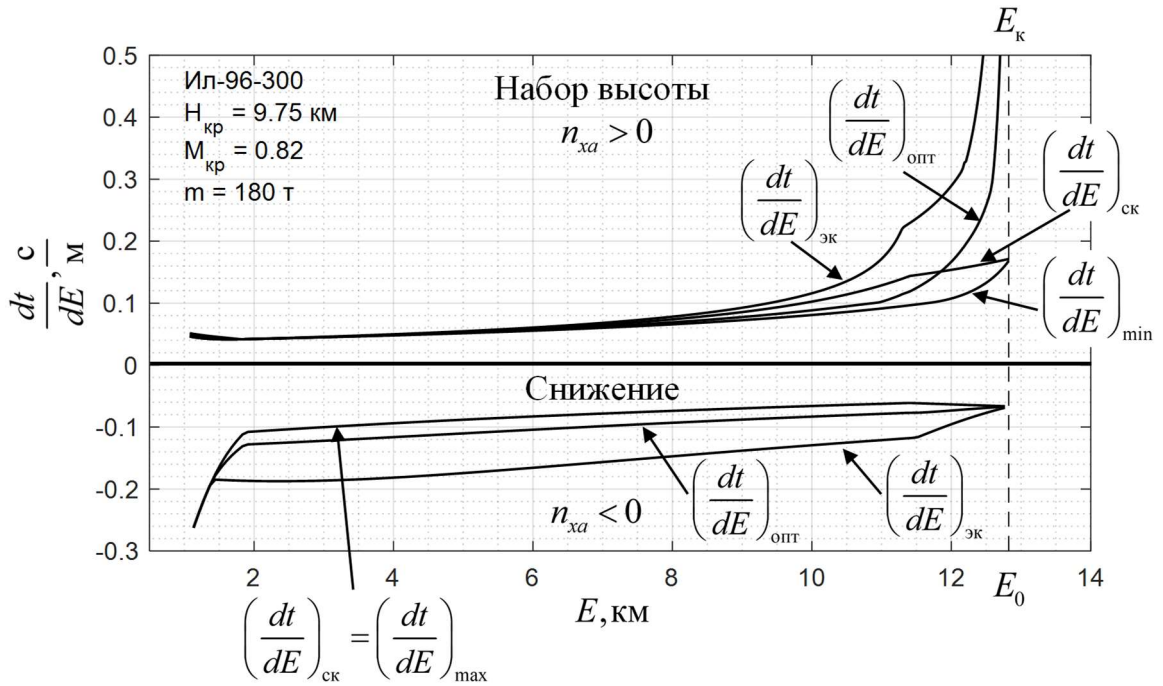


Рисунок 3.10 – Подынтегральные функции времени для набора высоты и снижения

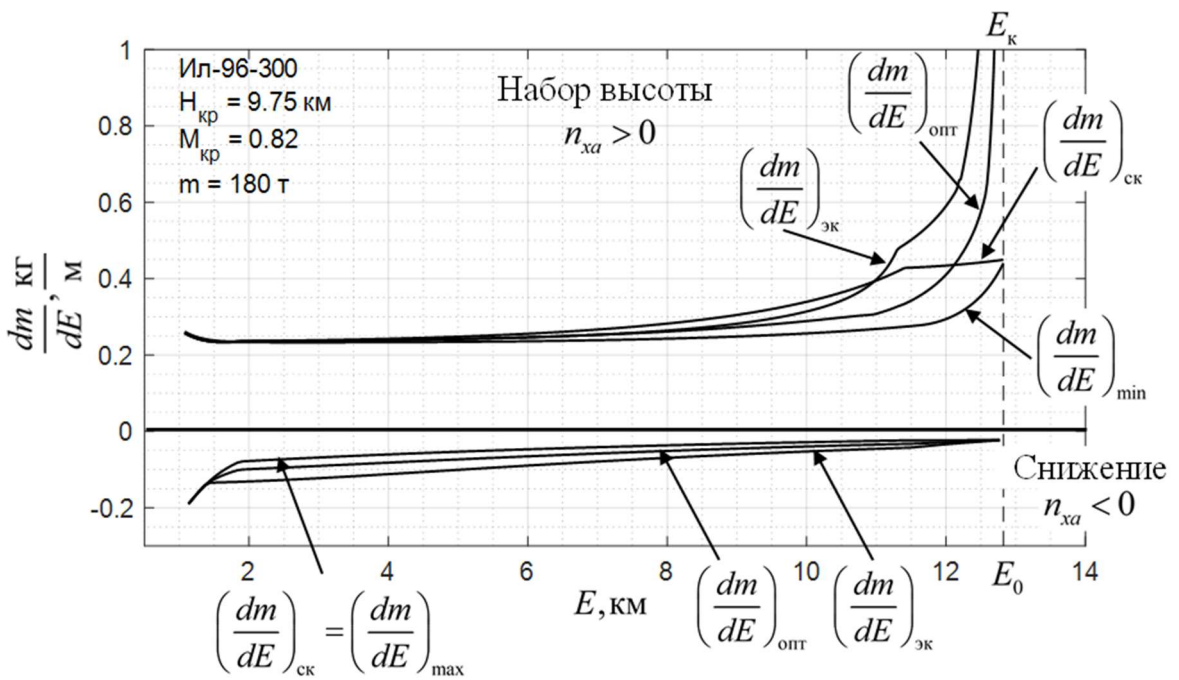


Рисунок 3.11 – Подынтегральные функции массы для набора высоты и снижения

Представленные в настоящей главе методы оптимизации программ набора высоты и снижения позволяют определить эксплуатационные показатели данных маневров посредством интегрирования характеристик (3.43). Показатели эффективности оптимальных программ набора высоты и снижения в траекторной постановке задачи являются интегральными показателями:

$$\Delta F_{\text{н.в}} = \int_{E_0}^{E_k} \bar{F}_{\text{н.в}}(E, \tilde{a}, \tilde{y}) dE, \quad E_0 < E_k, n_{xa} > 0 \quad \forall E$$

$$\Delta F_{\text{сн}} = - \int_{E_0}^{E_k} \bar{F}_{\text{сн}}(E, \tilde{a}, \tilde{y}) dE, \quad E_0 > E_k, n_{xa} < 0 \quad \forall E$$
(3.44)

Показатели в форме (3.44) назовем траекторными показателями эффективности набора высоты $\Delta F_{\text{н.в}}$ и снижения $\Delta F_{\text{сн}}$, которые измеряются в километрах. Траекторные показатели эффективности набора высоты и снижения используются в задаче построения показателей эффективности всего полета. Исследование изолированных маневров набора высоты и снижения в сопряжении с параметрами крейсерского полета возможно с помощью безразмерных обобщенных показателей эффективности набора высоты $F_{\text{н.в}}$ и снижения $F_{\text{сн}}$:

$$F_{\text{н.в}} = \frac{\Delta F_{\text{н.в}}}{\Delta L_{\text{н.в}}}, \quad F_{\text{сн}} = \frac{\Delta F_{\text{сн}}}{\Delta L_{\text{сн}}} \quad (3.45)$$

Метод оптимизации режимов набора высоты и снижения был построен на принципе концепции «потерянной дальности». Оптимальные режимы являются компромиссными режимами. Сопоставим эксплуатационные показатели эффективности набора высоты и снижения на конкретных примерах. В качестве примера рассмотрим набор высоты и снижение, в которых крейсерская высота равна $H_{\text{кр}} = 9,75$ км и крейсерская скорость соответствует числу Маха $M_{\text{кр}} = 0,82$, масса самолета равна $m = 180$ т. В Таблице 3.1 представлены эксплуатационные показатели данных маневров для режима, рекомендованного в РЛЭ [60] («РЛЭ»), а также для режимов экономического («эк»), компромиссного («опт») и скоростного («ск»). В качестве эксплуатационных показателей используются потребные масса топлива $\Delta m_{\text{топ}}$, дистанция ΔL и время Δt маневров, а также потерянная (приобретенная) дальность ΔS , удельный расход топлива $L_{\text{уд}}$ и удельная продолжительность $T_{\text{уд}}$.

Таблица 3.1 – Сопоставление эксплуатационных показателей для различных режимов набора высоты и снижения при массе $m = 180$ т и параметрах крейсерского полета $M_{кр} = 0,82$ и $H_{кр} = 9,75$ км

Маневр		Набор высоты				Снижение			
Режим		РЛЭ	эк	опт	ск	РЛЭ	эк	опт	ск
$\Delta m_{\text{топ}}$	т	3,9393	3,5961	3,1483	3,3504	0,6417	0,9606	0,7336	0,5618
ΔL	км	273,43	242,24	180,03	194,30	216,45	280,12	239,18	196,58
Δt	мин	21,47	20,09	14,48	14,79	19,02	29,67	19,95	16,50
ΔS	км	226,81	214,40	219,76	231,15	134,97	158,15	146,02	125,24
$L_{\text{уд}}$	км/т	69,41	67,36	57,18	57,99	337,32	291,63	326,02	349,91
$T_{\text{уд}}$	ч/т	0,0909	0,0931	0,0767	0,0736	0,4940	0,5149	0,4533	0,4894

В Таблице 3.1 видно, что наименьшая потерянная дальность в наборе высоты и наибольшая приобретенная дальность достигаются при экономических режимах. Наиболее неблагоприятным с точки зрения потерянной (приобретенной) дальности является скоростной режим. Использование оптимальных режимов набора высоты и снижения позволяет достичь рационального компромисса между полетным временем и потребной массой в сопоставлении с потерянной (приобретенной) дальностью.

3.7 Эксплуатационная задача оптимизации набора высоты и снижения

Эксплуатационная постановка задачи оптимизации режимов полета предполагает исследование оптимальности режимов в предположении, что весовой коэффициент не меняется вдоль траектории движения. Для каждого значения энергетической высоты вычисляется характеристика локальной эффективности в функции от весового коэффициента:

$$\begin{aligned} \bar{F}_{\text{н.в}}(E, a, y) &= a\bar{F}_{1\text{н.в}}(y, E) + (1-a)\bar{F}_{2\text{н.в}}(y, E), \quad y \in Y_{\text{опт}}(E) \\ \bar{F}_{\text{н.в}}[E, a, \tilde{y}(E, a)] &= \min_{y_{\text{эк}}(E) \leq y \leq y_{\text{ск}}(E)} \bar{F}_{\text{н.в}}(E, a, y) \end{aligned} \quad (3.46)$$

Таким образом, для заданной траектории $E_0 \leq E \leq E_k$ локальная эффективность зависит от значения весового коэффициента. Для каждого значения весового коэффициента проинтегрируем функционал $\bar{F}_{н.в.}(E, a, y)$:

$$\Delta F_{н.в.}[a, \tilde{y}(a)] = \int_{E_0}^{E_k} \bar{F}_{н.в.}[E, a, \tilde{y}(E, a)] dE \quad (3.47)$$

Функция (3.47) является интегральной функцией эффективности внешнего множества. Данная функция определена на внешнем множестве и измеряется в километрах, что позволяет сопоставить ее с траекторным показателем эффективности в траекторной постановке задачи. Функция эффективности внешнего множества (3.47) принимает значения $\Delta F_{н.в.} = 0$ для $a = 0$ и $a = 1$, в остальных точках $\Delta F_{н.в.} > 0$. В соответствии с гарантирующей постановкой задачи оптимальным заданием является такое значение весового коэффициента, при котором функция эффективности внешнего множества принимает максимальное значение:

$$\Delta F_{н.в.}^{\ominus}(\tilde{a}) = \max_{0 \leq a \leq 1} \Delta F_{н.в.}(a) \quad (3.48)$$

где: \tilde{a} – оптимальное значение весового коэффициента в эксплуатационной постановке задачи.

Показатель $\Delta F_{н.в.}^{\ominus}$ является траекторным показателем эффективности набора высоты в эксплуатационной постановке задачи. Для программы набора высоты, которой соответствует значение весового коэффициента \tilde{a} , можно вычислить эксплуатационные показатели набора высоты. Разделяя показатель эффективности траектории на потребную дальность набора высоты, можно вычислить обобщенный показатель эффективности набора высоты $F_{н.в.}^{\ominus}$.

Сопоставим результаты вычислений траекторного и эксплуатационного анализа эффективности набора высоты для некоторого диапазона крейсерских скоростей (чисел Маха). Пример таких вычислений для заданных крейсерской скорости, массы самолета показан на Рисунке 3.13. В данном примере показатели

эффективности, полученные траекторным методом, обозначены буквой «Т» в верхнем индексе.

При заданной крейсерской высоте значения траекторного показателя эффективности набора высоты, полученные траекторным методом, всегда больше, чем значения данного показателя, полученные эксплуатационным методом, для каждого значения крейсерской скорости, что показано на Рисунке 3.12 – а.

Анализ обобщенного показателя эффективности набора высоты показан на Рисунке 3.12 – б. Обобщенный показатель эффективности набора высоты, вычисленный траекторным методом $F_{н.в.}^T$, достигает максимального значения при наборе высоты до локальной крейсерской скорости $V_{кc}$, что означает, что наибольшая эффективность набора высоты достигается при наборе высоты с минимальной потерей дальности.

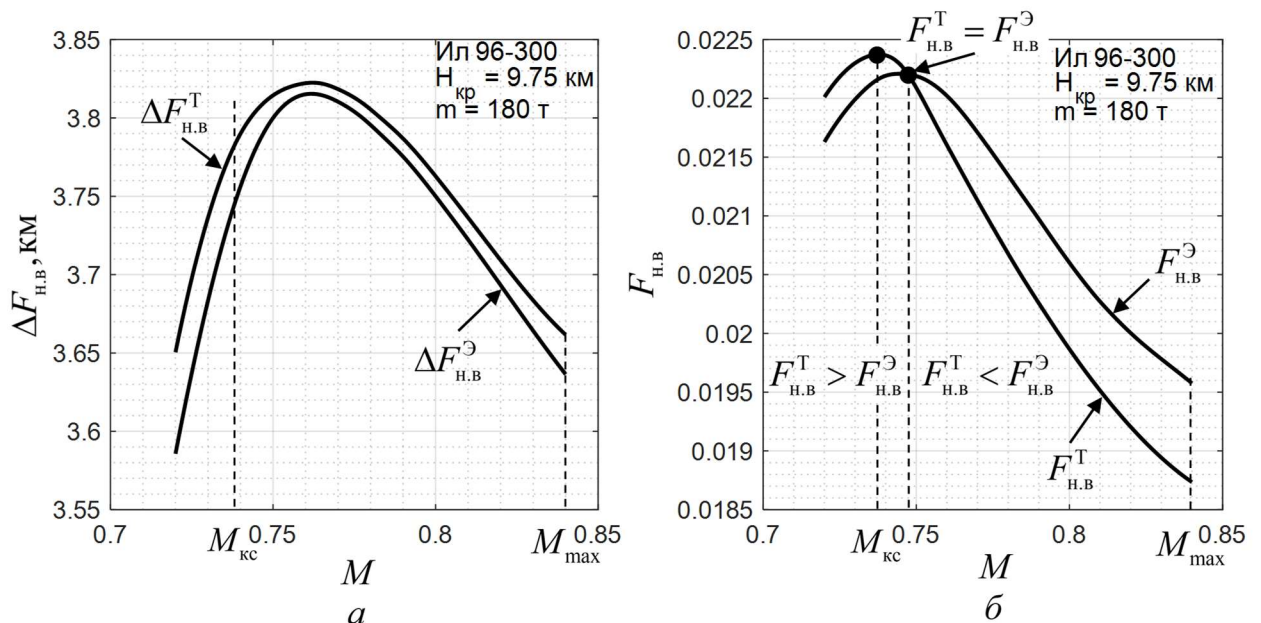


Рисунок 3.12 – Сопоставление результатов расчетов эффективности набора высоты траекторным и эксплуатационным методами: а – траекторный показатель эффективности набора высоты, б – обобщенный показатель эффективности набора высоты

Обобщенный показатель эффективности набора высоты, вычисленный эксплуатационным методом $F_{н.в.}^Э$, достигает максимального значения при наборе высоты на крейсерскую скорость больше, чем локальная крейсерская скорость. Характеристики обобщенных показателей эффективности набора высоты,

полученные траекторным $F_{н.в}^T(M)$ и эксплуатационным $F_{н.в}^Э(M)$ методами, пересекаются в точке, в которой характеристика $F_{н.в}^Э(M)$ достигает максимума. Тот факт, что характеристика $F_{н.в}^Э(M)$ достигает максимального значения при скорости больше, чем локальная крейсерская, указывает на то, что программы набора высоты, вычисленные с помощью эксплуатационной постановки задачи, нельзя считать оптимальными. Следовательно, можно сделать вывод, что в задачах исследования эффективности режимов набор высоты и снижения использование эксплуатационной постановки задачи является неприемлемым.

3.8 Влияние основных факторов на эффективность оптимальных программ набора высоты и снижения

Использование показателя эффективности в виде (3.45) позволяет сопоставлять маневры изменения высоты в разных условиях выполнения этих маневров. Введем две системы предпочтения оптимальных программ:

– система предпочтения относительно крейсерского режима – если показатель эффективности набора высоты или снижения при крейсерском режиме $\{M_{кр1}, H_{кр1}\}$ **больше**, чем при режиме $\{M_{кр2}, H_{кр2}\}$ при одинаковых параметрах настройки $y_x = fix$, тогда режим $\{M_{кр1}, H_{кр1}\}$ будем считать более предпочтительным, чем режим $\{M_{кр2}, H_{кр2}\}$:

$$\begin{aligned} & \{M_{кр1}, H_{кр1}\} \succ \{M_{кр2}, H_{кр2}\} \\ & F_{н.в}(M_{кр1}, H_{кр1}, y_x) > F_{н.в}(M_{кр2}, H_{кр2}, y_x) \\ & F_{с.н}(M_{кр1}, H_{кр1}, y_x) > F_{с.н}(M_{кр2}, H_{кр2}, y_x) \end{aligned} \quad (3.49)$$

– система предпочтения относительно параметров настройки – если показатель эффективности набора высоты или снижения при одном векторе параметров настройки y_{x1} **меньше**, чем при другом векторе параметров настройки

y_{x2} при одинаковых параметрах крейсерского режима $\{M_{кр}, H_{кр}\} = f(x)$, тогда вектор параметров настройки y_{x1} является более предпочтительным, чем y_{x2} :

$$y_{x1} \succ y_{x2}$$

$$F_{н.в} (M_{кр}, H_{кр}, y_{x1}) < F_{н.в} (M_{кр}, H_{кр}, y_{x2}) \quad (3.50)$$

$$F_{с.н} (M_{кр}, H_{кр}, y_{x1}) < F_{с.н} (M_{кр}, H_{кр}, y_{x2})$$

Разделение систем предпочтения относительно параметров крейсерского режима и параметров настройки связано с тем, что параметры крейсерского режима влияют на эффективность достижения компромисса (в соответствии с гарантирующим методом учета неопределенности оптимальный режим связан с максимумом показателя эффективности), притом что параметры настройки принято считать тем более эффективными, чем меньшим является значение показателя эффективности. Рассмотрим основные факторы, влияющие на эффективность маневров изменения высоты.

Влияние скорости крейсерского режима. С увеличением скорости крейсерского полета монотонно растут потребные дальность, время и запас топлива набора высоты. Обобщенный показатель эффективности набора высоты $F_{н.в}$ в функции от крейсерской скорости (числа Маха) является выпуклым вверх и имеет максимум при локальной крейсерской скорости (см. Рисунок 3.13 – а).

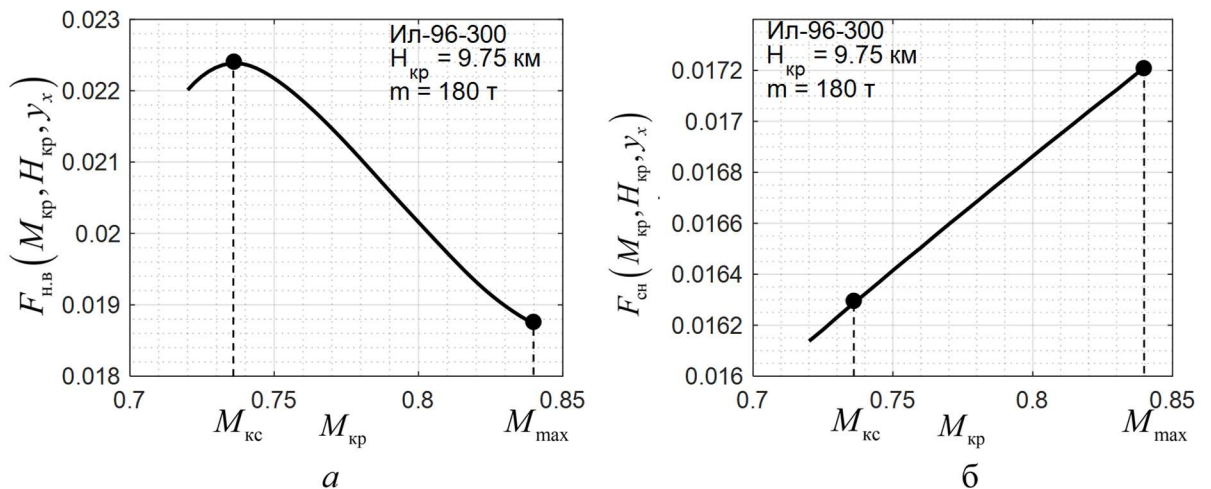


Рисунок 3.13 – Влияние крейсерской скорости на эффективность: а – набора высоты, б – снижения высоты

В снижении на диапазоне $V_{\text{кc}} \leq V \leq V_{\text{max}}$ монотонно растут потребные дальность, время и запас топлива на снижение с ростом крейсерской скорости. Обобщенный показатель эффективности снижения в функции от крейсерской скорости (числа Маха) монотонно увеличивается с ростом скорости (см. Рисунок 3.14 – б).

При заданных крейсерской высоте и массе самолета наиболее эффективной крейсерской скоростью при наборе высоты является локальная крейсерская скорость $V_{\text{кc}}$. В снижении наиболее эффективной крейсерской скоростью является максимально допустимая крейсерская скорость V_{max} .

Влияние высоты крейсерского режима. Рассмотрим вопрос, как влияет крейсерская высота на эффективность маневров изменения высоты и снижения, в предположении, что крейсерской скоростью на каждой высоте является локальная крейсерская скорость $V_{\text{кр}} = V_{\text{кc}}(m, H_{\text{кр}})$, при постоянной массе самолета. С увеличением крейсерской высоты растут потребные дальность, время и запас топлива в наборе высоты и в снижении высоты. Обобщенный показатель эффективности набора высоты с ростом высоты крейсерского режима уменьшается (см. Рисунок 3.14 – а). Обобщенный показатель эффективности снижения с ростом высоты крейсерского режима увеличивается (см. Рисунок 3.14 – б).

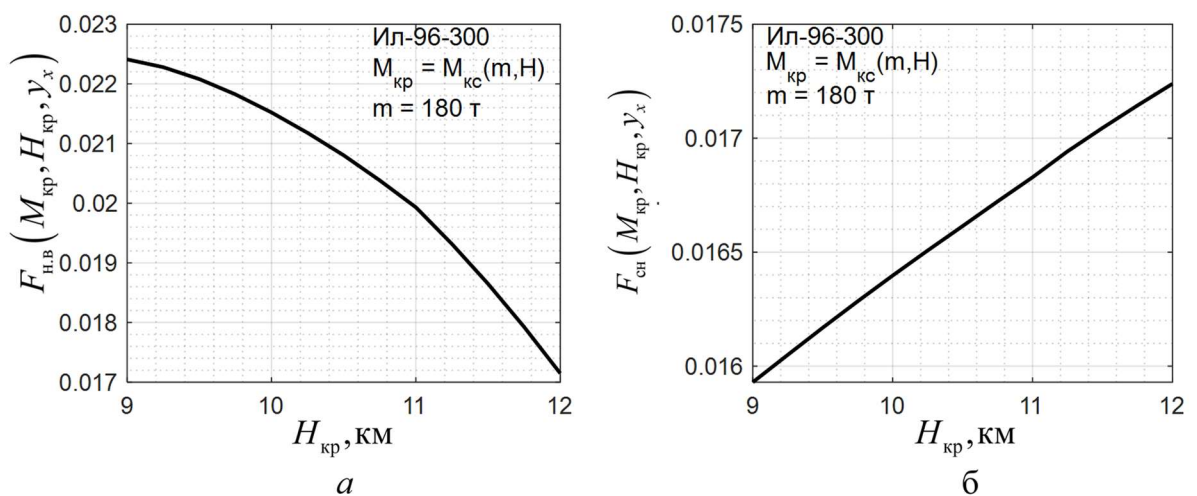


Рисунок 3.14 – Влияние крейсерской высоты на эффективность: а – набора высоты, б – снижения

Наиболее эффективной крейсерской высотой в наборе высоты является минимально возможная высота (на Рисунке 3.14 – а это $H_{кр} = 9$ км), что является следствием исследования изолированного набора высоты. В изолированном наборе высоты, в соответствии с концепцией потерянной дальности, не рассматривается дальнейший крейсерский полет. В силу того, что потребный запас топлива на преодоление одного километра высоты существенно больше, чем на преодоление одного километра дальности, эффективность крейсерской высоты уменьшается с ростом крейсерской высоты. Этого легко избежать, если ставить в задаче ограничения на вариации высоты в наборе – от высоты круга до высоты крейсерского эшелона. А оптимизировать только скорость и режим для различных взлетных масс. В снижении эффективность растет с ростом крейсерской высоты, так как растет приобретенная дальность. На Рисунке 3.14 видно, что при тех самых условиях выполнения маневров значения эффективности набора высоты больше, чем снижения. Поэтому можем сделать вывод, что в ближнемагистральных полетах на эффективность полета существенное влияние оказывает набор высоты, что сказывается на том, что оптимальная крейсерская высота детерминирована, прежде всего, эффективностью набора высоты.

Влияние массы самолета. Рассмотрим вопрос, как влияет изменение массы самолета на эффективность маневров изменения высоты и снижения с постоянной крейсерской скоростью, в предположении, что крейсерской скоростью для каждого значения массы является локальная крейсерская скорость $V_{кр} = V_{кс}(m, H_{кр})$. В наборе высоты потребные дальность, время и запас топлива увеличиваются с ростом массы самолета. Обобщенный показатель эффективности набора высоты уменьшается с ростом массы (см. Рисунок 3.15 – а).

В снижении потребные дальность, время и запас топлива уменьшаются с ростом массы самолета. Обобщенный показатель эффективности снижения увеличивается с ростом массы (см. Рисунок 3.15 – б).

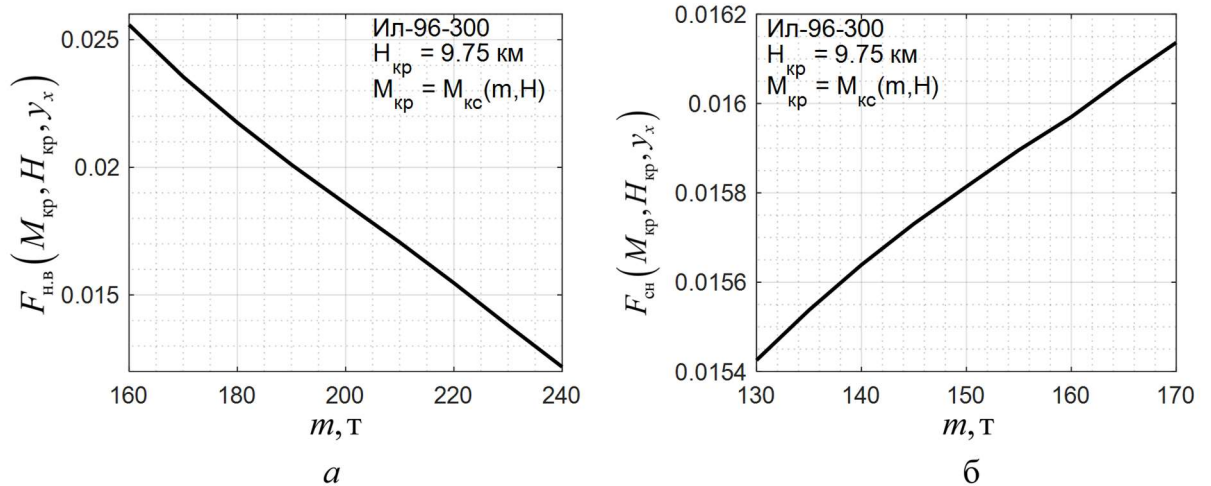


Рисунок 3.15 – Влияние массы самолета на эффективность: а – набора высоты, б – снижения высоты

При заданных параметрах крейсерского режима более эффективным является набор высоты с большей массой самолета, что означает, что при заданной крейсерской высоте наиболее рациональным является масса, при которой высота является статическим потолком. Снижение при заданной высоте является наиболее эффективным при минимальной массе самолета.

3.9 Выводы по главе

1. Задача оптимизации режимов набора высоты и снижения сводится к задаче поиска скоростей, оптимизирующих значение дальности и расхода топлива в этих режимах. В задачах оптимизации набора высоты рассматривается также режим работы двигателей в качестве управления, особенно в случаях, когда полет выполняется со взлетной массой меньше максимально допустимой.

2. Предложенный метод оптимизации режимов набора высоты основан на поиске компромиссного режима с применением концепции «потерянной» дальности, а метод оптимизации режимов снижения высоты – концепции «приобретенной» дальности.

3. Были введены два показателя эффективности компромиссных режимов набора высоты – траекторный и обобщенный показатели эффективности. Анализ эффективности набора высоты и снижения в траекторной и эксплуатационной

постановках задачи выявил, что достижение компромисса в наборе высоты сопровождается меньшими потерями при траекторном подходе, чем при эксплуатационном.

4. В результате исследования эффективности режимов набора высоты и снижения в качестве изолированных этапов полета, а также факторов, влияющих на данную эффективность, было установлено, что оптимальные режимы хорошо согласовываются с практикой эксплуатации магистральных самолетов.

ГЛАВА 4 ОПТИМИЗАЦИЯ ЛЕТНЫХ ОПЕРАЦИЙ

4.1 Построение оптимальных профилей полета

В главах 2 и 3 были рассмотрены вопросы оптимальности полета на отдельных этапах траектории полета в предположении, что запас топлива и дальность полета не ограничены. Построение оптимальных летных программ представляет собой задачу построения профилей полета в качестве сопряженных отдельных этапов полета на определенную дальность L_x или с заданным запасом топлива $m_{\text{топ},x}$.

Основной задачей планирования полета является расчет полета [59], в ходе которого устанавливаются такие эксплуатационные показатели как дальность и продолжительность на отдельных участках полета, взлетная масса, посадочная масса, основной запас топлива (ОЗТ) при заданных дальности полета, коммерческой нагрузке и центровке самолета во время взлета. ОЗТ состоит из запаса топлива, предназначенного не только выполнения полета по маршруту, но и для выполнения взлета и захода на посадку. Остальные данные, такие как масса снаряжения, аэронавигационный запас топлива (АНЗ), запас топлива, необходимый для руления, запуска двигателей, обычно нормируются и задаются в РЛЭ самолета.

Результат расчета полета можно представить в виде схемы – профиля полета. Профиль полета – это схема, на которой для каждой точки траектории полета сопоставляется значение высоты. Вспомогательной информацией являются программы изменения скорости и режима работы двигателей, а также данные о запасе топлива для каждого из этапов полета. При построении профиля полета и расчете полета следует учитывать основные ограничения [3]:

– ограничения безопасности – ограничения на минимальную и максимальную скорость полета на данной высоте и при данной массе самолета,

ограничения по градиенту набора высоты (статический потолок) – ограничения, определяемые характеристиками летной годности;

– маневренно-энергетические ограничения – ограничения, накладываемые на управление, которое позволяет изменить параметры движения самолета в типовых маневрах самолета;

– эксплуатационные ограничения – предельные значения массы самолета во время взлета и посадки, ограничения по максимально возможному запасу топлива, массе коммерческой нагрузки.

Расчет профилей полета с компромиссными (оптимальными) режимами полета отличается от классического расчета, предлагаемого в РЛЭ [59], [60]. В разделе 2.4 было доказано, что расчет крейсерского полета необходимо вести «от посадки до взлета», в противном случае «свободный» запас топлива отрицательно сказывается на эффективности всего полета. Пример построения профиля с компромиссными режимами полета показан на Рисунке 4.1.

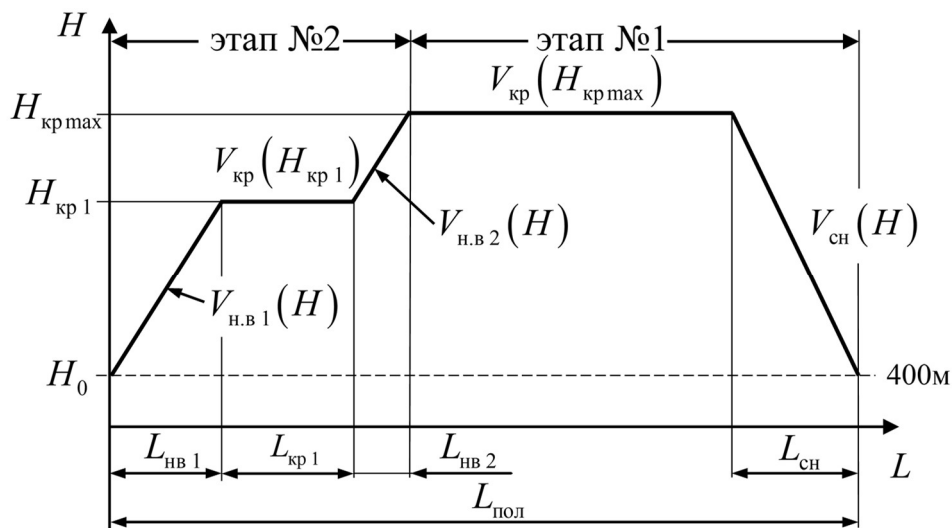


Рисунок 4.1 – Профиль полета на дальность

В аналитических исследованиях эффективности полета, как правило, отсутствует детальная информация об условиях выполняемых задач и условиях перевозки коммерческой нагрузки (например, о распределении груза на борту или полетном снаряжении), поэтому необходимо использовать обобщенные сведения, которые содержатся в РЛЭ самолета. Основными условиями в расчете полета являются массовые ограничения. Масса самолета в конце полета m_k состоит из

масс снаряженного самолета $m_{\text{снр}}$, коммерческой нагрузки $m_{\text{к.н}}$, аэронавигационного запаса топлива (компенсационного и резервного) $m_{\text{АНЗ}}$, запаса топлива, предназначенного для захода на посадку и рулежку после посадки $\Delta m_{\text{пос}}$:

$$m_{\text{к}} = m_{\text{снр}} + m_{\text{к.н}} + m_{\text{АНЗ}} + \Delta m_{\text{пос}} \quad (4.1)$$

Масса самолета в начале полета $m_{\text{н}}$ состоит из массы самолета в конце полета, основного запаса топлива $m_{\text{ОНЗ}}$ (который включает запас топлива на взлет и разгон до скорости набора высоты $m_{\text{взл}}$ и топливо для захода на посадку $m_{\text{пос}}$) и запаса топлива, расходуемого на земле $\Delta m_{\text{взл}}$:

$$m_{\text{н}} = m_{\text{к}} + m_{\text{ОНЗ}} + \Delta m_{\text{взл}} \quad (4.2)$$

Расчет основного запаса топлива является одной из целей оптимизации полета, при том, что запас топлива на взлет и заход на посадку обычно оптимизации не подлежит и задается в РЛЭ самолета. При расчете полета следует учитывать массовые ограничения по максимальной взлетной массе m_0 и максимальной посадочной массе $m_{\text{пос}}^{\text{max}}$, максимальному запасу топлива $m_{\text{топ}}^{\text{max}}$ и максимальной массе коммерческой нагрузки $m_{\text{к.н}}^{\text{max}}$:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_{\text{н}} \leq m_0 \\ m_{\text{к}} \leq m_{\text{пос}}^{\text{max}} \\ \Delta m_{\text{взл}} + m_{\text{ОНЗ}} + \Delta m_{\text{пос}} \leq m_{\text{топ}}^{\text{max}} \\ m_{\text{к.н}} \leq m_{\text{к.н}}^{\text{max}} \end{array} \right. \quad (4.3)$$

Применительно к требованию принципа расчета эффективности полета («от посадки до взлета») расчет оптимального полета целесообразно провести в два этапа: этап первый, полет на максимальном эшелоне $H_{\text{кр.макс}}$ и снижение (первый этап), этап второй: набор высоты, полет на эшелоне ниже максимального и эшелонирование к высшему эшелону (второй этап), см. Рисунок 4.1. В качестве исходных данных расчета полета выступают масса в конце полета $m_{\text{к}}$, центровка самолета во время взлета $\bar{x}_{\text{т0}}$, направление курса полета (детерминирует допустимые режимы), а также целевой показатель: заданная дальность L_x или

заданный запас топлива $m_{\text{топ.х}}$. На первом этапе проводится оптимизация крейсерского полета на максимальной высоте $H_{\text{кр max}}$ на диапазоне масс $m_{\text{max}}^H(H_{\text{кр max}}) < m < m_{\text{к}}$, вычисляется оптимальная дальность полета и соответствующий крейсерский режим (крейсерское число Маха $M_{\text{кр}}$). Затем относительно $M_{\text{кр}}$ вычисляются показатели снижения, $\Delta L_{\text{сн}}$, $\Delta T_{\text{сн}}$, $\Delta m_{\text{сн}}$, $\Delta F_{\text{сн}}$. Уточняя массу самолета, $m_{\text{к}}^{\text{кр}} = m_{\text{к}} + \Delta m_{\text{сн}}$, производится расчет крейсерского полета, $L_{\text{опт кр}}$, $T_{\text{кр}}$, $m_{\text{кр}}$, $F_{\text{кр}}$. Если целевой показатель достигнут, $L_x \leq \Delta L_{\text{сн}} + L_{\text{кр опт}}$ или $m_{\text{топ.х}} \leq m_{\text{н}} - m_{\text{к}}$, тогда вычисляются траекторные показатели набора высоты ($\Delta L_{\text{н.в}}$, $\Delta T_{\text{н.в}}$, $\Delta m_{\text{н.в}}$, $\Delta F_{\text{н.в}}$), а также уточняются показатели крейсерского полета с учетом набора высоты. Если целевой показатель не достигнут, то проводится расчет полета на эшелонах ниже максимального на втором этапе. Эшелонирование (увеличение количества эшелонов полета) проводится вплоть до достижения целевых показателей. С учетом доступного количества максимальных крейсерских высот полета (количество максимальных крейсерских эшелонов детерминировано статическим потолком самолета при массе самолета в конце полета $m_{\text{к}}$), для каждой из этих высот проводится оптимизация этапов полета (строятся профили полета) а также вычисляются эксплуатационные показатели профилей полетов в функции от $H_{\text{кр max}}$, такие как дальность $L_{\text{пол}}(H_{\text{кр max}})$, продолжительность $T_{\text{пол}}(H_{\text{кр max}})$ и значение обобщенного показателя эффективности полета $F_{\text{пол}}(H_{\text{кр max}})$:

$$\begin{aligned}
 L_{\text{пол}}(H_{\text{кр max}}) &= \sum_{i=1}^k (\Delta L_{\text{н.в}})_i + \sum_{i=1}^k (L_{\text{кр}})_i + \Delta L_{\text{сн}} \\
 T_{\text{пол}}(H_{\text{кр max}}) &= \sum_{i=1}^k (\Delta T_{\text{н.в}})_i + \sum_{i=1}^k (T_{\text{кр}})_i + \Delta T_{\text{сн}} \\
 F_{\text{пол}}(H_{\text{кр max}}) &= \frac{1}{L_{\text{пол}}(H_{\text{кр max}})} \left[\sum_{i=1}^k (\Delta F_{\text{н.в}})_i + \sum_{i=1}^k (F_L^{\text{кр}})_i + \Delta F_{\text{сн}} \right]
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

где: k – количество эшелонов полета.

Значение максимальной крейсерской высоты полета $H_{кр\max}$ позволяет различать профили полета при заданных целевых показателях, поэтому данную величину назовем профилем полета.

Значение обобщенного показателя эффективности полета является суммой траекторных показателей эффективности отдельных этапов полета, разделенной на дальность полета. При заданных исходных данных (m_k, \bar{x}_{T0} , а также целевых показателях L_x или $m_{топ\ x}$), оптимальным является такой профиль полета ($H_{кр\max}$), для которого обобщенный показатель эффективности полета достигает максимального значения:

$$F_{пол}(\tilde{H}_{кр\max}) = \max_{H_{кр\max}} F_{пол}(H_{кр\max}) \quad (4.5)$$

где: $\tilde{H}_{кр\max}$ – максимальная крейсерская высота оптимального профиля полета.

В качестве примера расчета полета рассмотрим полет самолета Ил-96-300 на расстояние $L_x = 9500$ км, с массой самолета в конце полета $m_k = 150$ т. При заданной массе в конце полета максимальным возможным эшелонном полета является $H_{кр\max} = 13,1$ км. Рассмотрим 7 профилей полетов с компромиссными режимами для допустимых эшелонов в диапазоне от 9,15 км до 13,1 км, а также профиль полета на режиме максимальной дальности, эксплуатационные показатели которых представлены в Таблице 4.1. В таблице представлены данные о количестве эшелонов полета k , взлетной массе m_n , основном запасе топлива $m_{ОНЗ}$, обобщенном показателе эффективности полета $F_{пол}$, а также о продолжительности полета $T_{пол}$.

Таблица 4.1 – Эксплуатационные показатели профилей полета на заданную дальность

$H_{кр\max}$	k	m_k	m_n	$m_{ОНЗ}$	$F_{пол}$	$T_{пол}$
М	-	ТОНН	ТОНН	ТОНН	-	час
13100	7	150	223,91	73,91	0,3428	11,11
12200	6	150	224,21	74,21	0,3452	11,13
11600	5	150	225,20	75,20	0,3457	11,15
10950	4	150	227,04	77,04	0,3450	11,17
10350	3	150	229,29	79,29	0,3440	11,19
9750	2	150	231,77	81,77	0,3431	11,22
9150	3	150	234,11	84,11	0,3425	11,26
Режим МД						
9150	1	150	231,66	81,66	-	11,81

Для наглядности представим значения показателей из Таблицы 4.1 $F_{пол}(H_{кр\max})$, $m_{ОНЗ}(H_{кр\max})$, $T_{пол}(H_{кр\max})$ на Рисунке 4.2. На данном рисунке видим, что максимальное значение обобщенного показателя эффективности полета достигается для профиля $H_{кр\max} = 11,6$ км, при том, что оптимальным профилем полета с точки зрения обеспечения минимума расхода топлива и продолжительности полета является профиль $H_{кр\max} = 13,1$ км. Также необходимо отметить, что оптимальный профиль требует реализации полета на 5 эшелонах, в то время как профиль полета с $H_{кр\max} = 13,1$ км на 7 эшелонах. Таким образом, можно сделать вывод, что локальный максимум функции обобщенного показателя эффективности полета является следствием эшелонирования. Сопоставление полетов на компромиссных режимах с полетом на режиме максимальной дальности, который выполняется на одном эшелоне, показывает, что полет на компромиссном режиме позволяет сократить продолжительность полета примерно на 40 минут и сэкономить потребный запас топлива примерно на 6,5 тонн. Следует

иметь в виду, что данное улучшение справедливо лишь при траекторном анализе, в рамках которого полет в режиме максимальной дальности выполняется на максимально допустимую дистанцию, как следствие – полет осуществляется на фиксированном эшелоне, в то время как полет в компромиссных режимах выполняется на оптимальные дальности на и осуществляется различных эшелонах.

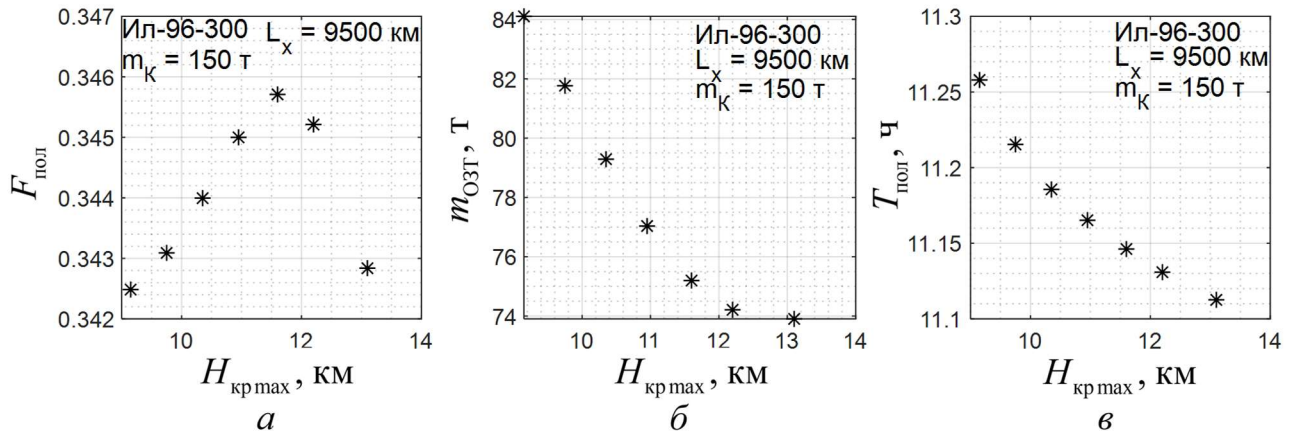


Рисунок 4.2 – Эксплуатационные показатели профилей полета: а – обобщенный показатель эффективности полета, б – масса основного запаса топлива, в – продолжительность полета

На Рисунке 4.3 представлены профили полета и профили скорости с компромиссными режимами полета $H_{кр\max} = 13,1$ км, $H_{кр\max} = 11,6$ км, $H_{кр\max} = 10,95$ км и $H_{кр\max} = 9,75$ км. В первом и втором профилях самолет достигает максимального эшелона выше границы тропосферы, третий – на границе тропосферы, четвертый – ниже границы тропосферы. Можем отметить, что крейсерские скорости при увеличении эшелонов полета вплоть до границы тропосферы уменьшаются, при том, что при дальнейшем увеличении эшелонов крейсерские скорости увеличиваются (см. Рисунок 4.3 – б).

Описанный пример показал, что использование компромиссных режимов полета требует определения оптимального профиля полета $\tilde{H}_{кр\max}$ (4.5). Данный профиль, а также оценка его эффективности представляют интерес для исследований летной эффективности магистральных самолетов. Исследования летной эффективности можно условно разделить на два направления:

Исследование летной эффективности при заданном запасе топлива – целью является выявление предельных возможностей самолета, результаты исследования представляются на диаграмме транспортных возможностей самолета.

Исследование летной эффективности при заданной дальности – целью является установление влияния дальности и массы коммерческой нагрузки на эффективность полета, под которой подразумевается значение максимального эшелона полета, результаты исследования служат для выработки рекомендаций по эксплуатации магистральных самолетов.

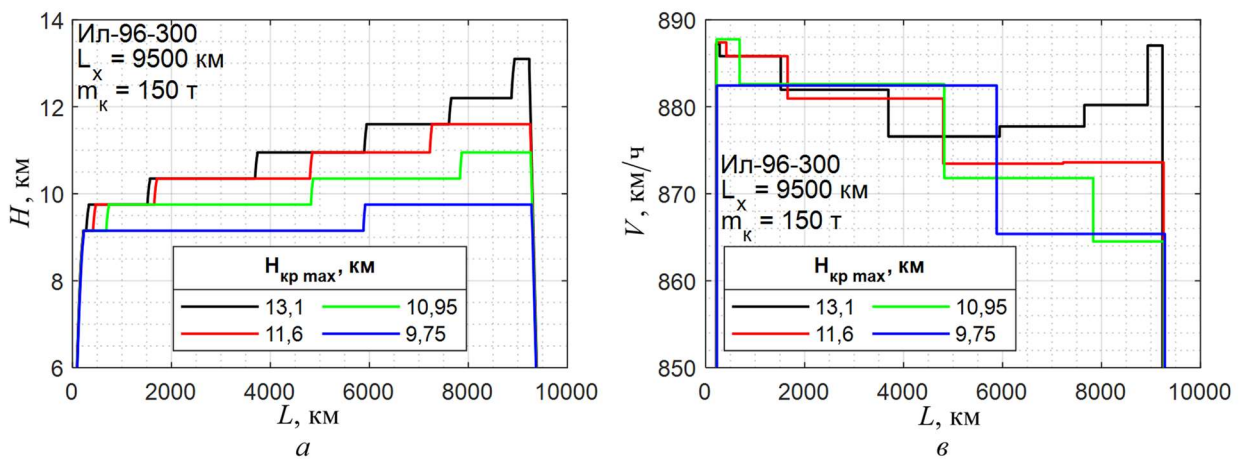


Рисунок 4.3 – Профили полета от дальности: а – профили высоты, б – профили скорости

4.2 Исследование профилей полета с заданным запасом топлива

Одной из важнейших характеристик транспортной эффективности [28] и транспортных возможностей [97] магистральных самолетов является диаграмма транспортных возможностей, типовой вид которой показан на Рисунке 4.4.

На данной диаграмме отражаются три характерные дальности, которые позволяют судить о транспортной эффективности:

– дальность при максимальной массе коммерческой нагрузки L_A – это максимальная дальность, которую можно достичь при перевозке максимальной массы коммерческой нагрузки $m_{к.н} = m_{к.н}^{max}$ и при взлете с максимальной взлетной

массой m_0 ; как правило, в данном случае запас топлива меньше, чем максимально допустимый, $m_{\text{топ}} < m_{\text{топ}}^{\text{max}}$;

– расчетная дальность $L_{\text{расч}}$ – это максимальная дальность, которую можно достичь при максимальном запасе топлива $m_{\text{топ}} = m_{\text{топ}}^{\text{max}}$ и при взлете с максимальной взлетной массой m_0 ; при этом, как правило, масса коммерческой нагрузки при этом меньше, чем максимально допустимая $m_{\text{к.н}} < m_{\text{к.н}}^{\text{max}}$;

– максимальная дальность L_{max} – это максимальная дальность, которую можно достичь при максимальном запасе топлива $m_{\text{топ}} = m_{\text{топ}}^{\text{max}}$, при том, что в данном полете не перевозится коммерческая нагрузка $m_{\text{к.н}} = 0$. Как правило, взлетная масса самолета тогда меньше, чем максимально допустимая.

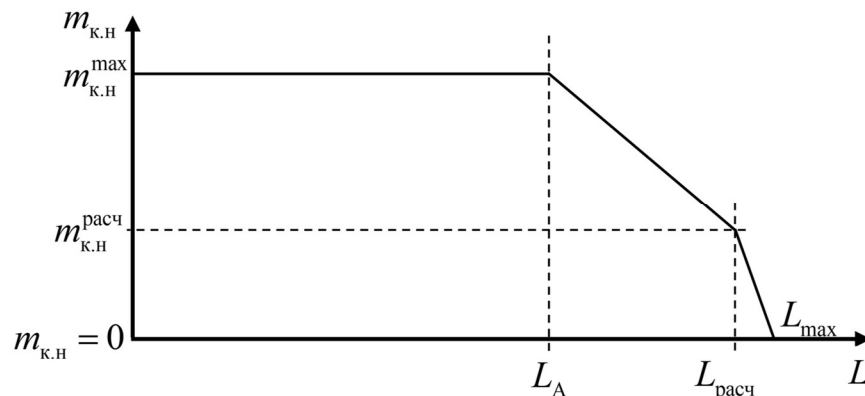


Рисунок 4.4 – Типовой вид диаграммы транспортных возможностей самолета

Основным вопросом, возникающим в ходе расчета перечисленных дальностей, является вопрос о том, при каком профиле и режиме полета данные дальности достигаются. Например, в работе [28], [46] рекомендуется расчет данных дальностей при режиме МКР, однако в данном случае диаграмма $L(m_{\text{к.н}})$ не может являться показателем транспортной эффективности. Использование компромиссных режимов в расчетах полета позволяет построить диаграмму $L(m_{\text{к.н}})$, которая может считаться показателем транспортной эффективности, так как она строится на конкретном принципе оптимальности (см. Рисунок 4.5).

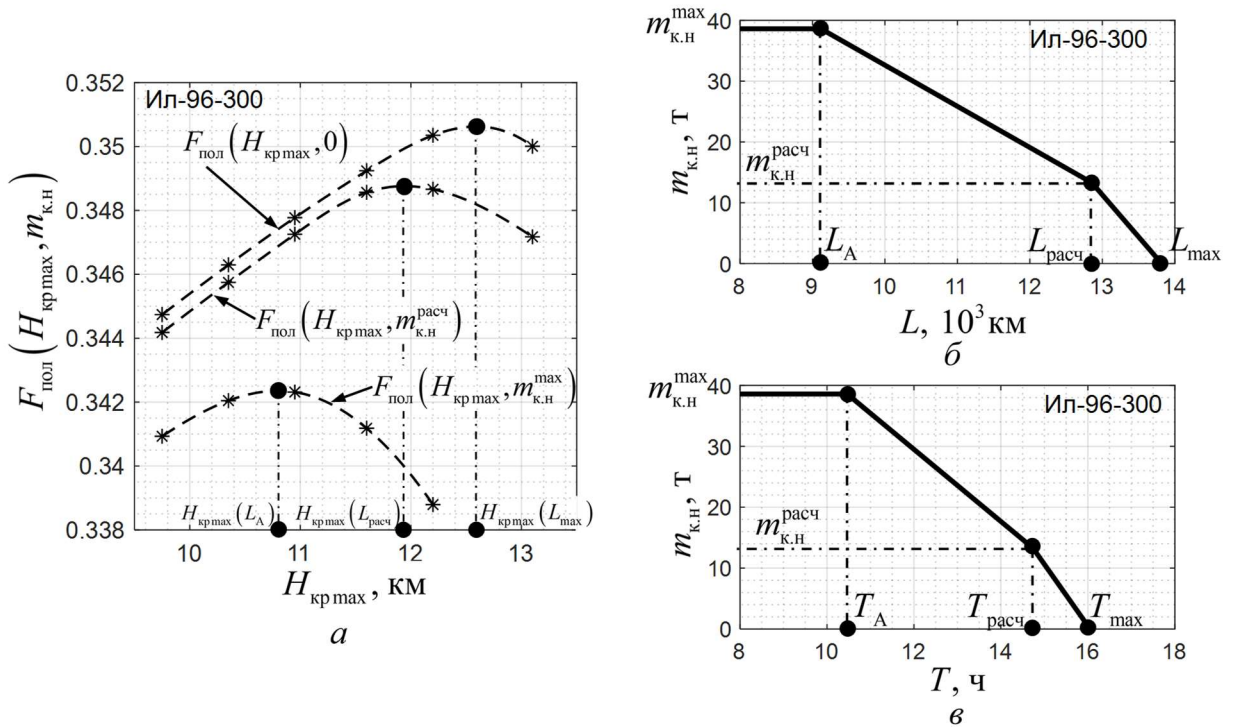


Рисунок 4.5 – Диаграмма транспортной эффективности: а – функция эффективности, б – диаграмма транспортных возможностей самолета, в – диаграмма «продолжительность – масса коммерческой нагрузки»

4.3 Исследование профилей полета на заданную дальность

В практических задачах исследования эффективности летных операций принято разделять операции по признаку продолжительности полета:

- дальнемагистральные полеты – полет продолжительностью более 6 часов (long haul flights);
- среднемагистральные полеты – полет продолжительностью более 3 часов, но менее 6 часов (medium haul flights);
- ближнемагистральные полеты – полет продолжительностью менее 3 часов (short haul flights).

Данная классификация чаще всего встречается в работах, посвященных экономической эффективности, экологическому влиянию и технической эксплуатации магистральных самолетов [82], [99]. Однако влиянию

продолжительности полета на эксплуатационные характеристики полета должного внимания не уделяется.

По Рисунку 4.5 можем заметить, что функция эффективности полета зависит от максимальной крейсерской высоты $H_{кр\max}$. Оптимальным можно считать полет, для которого функция эффективности достигает максимума (4.5). При этом максимальный крейсерский эшелон оптимального профиля $\tilde{H}_{кр\max}$, как правило, может не являться допустимым эшелоном полета. Однако с целью выявления свойств компромиссных режимов, а также их влияния на эксплуатационные характеристики целесообразно проводить исследования обобщенного показателя эффективности полета для каждого значения $H_{кр\max}$. Рассмотрим два расчетных случая: полет на свободную дальность при фиксированной массе в конце полета (задача с постоянной массой коммерческой нагрузки) и полет на заданную дальность для различных масс самолета в конце полета.

Для задачи с **фиксированной массой** коммерческой нагрузки построим функции эффективности полета для различных дальностей вплоть до максимальной L_A . В качестве показателя эффективности этих полетов будем рассматривать максимальную крейсерскую высоту оптимального профиля $\tilde{H}_{кр\max}$ и значение обобщенного показателя эффективности полета на конкретной дальности и $\tilde{H}_{кр\max}$ (см. Рисунок 4.6).

На Рисунке 4.6 – а видно, что для ближнемагистральных полетов, $1000 \text{ км} \leq L_{пол} \leq 2200 \text{ км}$, значения максимальной крейсерской высоты оптимального профиля стремительно растут (от высоты 9 км до 10,5 км), при этом стремительно растет и значение обобщенного показателя эффективности полета (почти на 25%, см. Рисунок 4.6 – б). В среднемагистральных полетах, $2200 \text{ км} \leq L_{пол} \leq 5000 \text{ км}$, значение максимальной крейсерской высоты оптимального профиля также стремительно увеличивается, однако значение обобщенного показателя эффективности полета увеличивается значительно медленнее, чем в ближнемагистральных полетах (на 9%, см. Рисунок 4.6 – б). В

дальнемагистральных полетах максимальная крейсерская высота оптимального профиля достигает максимума (около 11,75 км) и не увеличивается с ростом дальности полета, при этом значение обобщенного показателя эффективности полета увеличивается незначительно.

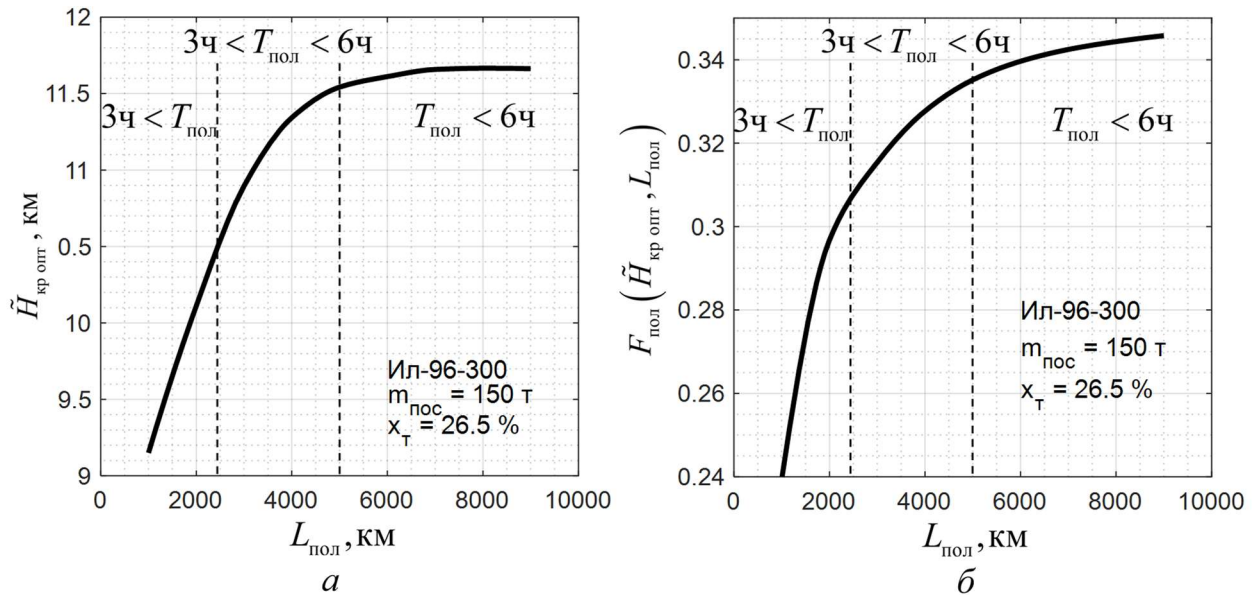


Рисунок 4.6 – Эффективность полета с фиксированной массой в конце полета в функции дальности: а – зависимость максимальной крейсерской высоты оптимального профиля, б – зависимость значений обобщенного показателя эффективности

Полет на дальности ниже $L_{\text{пол}} \leq 1000$ км выполняется без эшелонирования и на неоптимальных крейсерских высотах (ниже 9000 км). Дальнемагистральные полеты выполняются на границе тропосферы, притом что с ростом дальности максимальная крейсерская высота оптимального профиля не увеличивается. Это означает, что применение компромиссных режимов полета имеет смысл лишь в тропосфере. Полет на высотах выше 11 км целесообразен лишь на перегонные дальности, на режимах МД, с целью обеспечения максимальной дальности полета при ограниченном запасе топлива. Использование компромиссных режимов существенно повышает эффективность ближнемагистральных и среднемагистральных полетов, что выражается в существенном росте обобщенного показателя эффективности полета с ростом дальности полета. Использование компромиссных режимов при дальнемагистральных полетах незначительно повышает их эффективность.

Для задачи с **фиксированной дальностью** построим функции обобщенного показателя эффективности полета для различных значений массы в конце полета. Рассмотрим полет на дальность $L_x = 5000$ км для различных значений массы самолета в конце полета m_k (см. Рисунок 4.7).

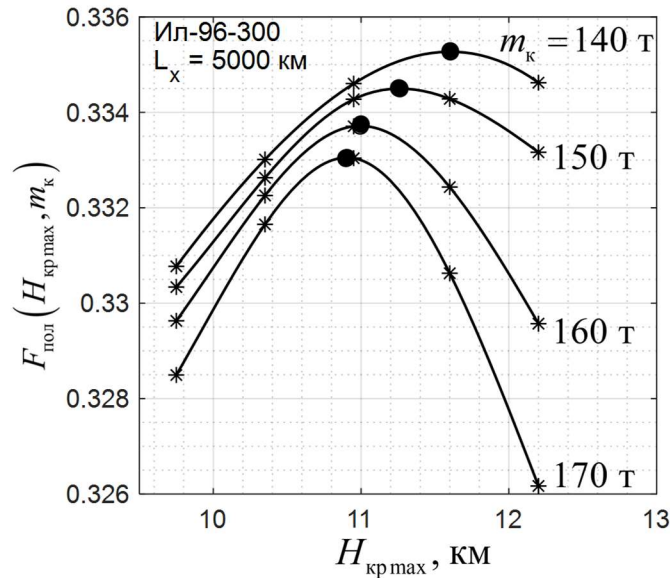


Рисунок 4.7 – Влияние массы в конце полета на эффективность полета на фиксированную дальность

По Рисунку 4.7 видно, что уменьшение массы коммерческой нагрузки способствует увеличению максимальной крейсерской высоты оптимального профиля, а также увеличению обобщенного показателя эффективности полета.

Использование **метода оптимизации и определения эффективности полета**, представленного в настоящей диссертационной работе, позволяет прогнозировать эффективность магистральных самолетов в условиях неопределенности целей и задач. Основное преимущество предлагаемого метода – это отсутствие необходимости прогнозировать реальные условия эксплуатации самолета, поскольку соответствующая проблема решается посредством траекторной постановки задачи. Предлагаемый метод может эффективно применяться в выработке рекомендаций по эксплуатации магистрального самолета, а также для разработки РЛЭ самолета. Обобщенные характеристики летных операций для каждой пары значений массы коммерческой нагрузки и дальности полета $\{L_x, m_{к.н.х}\}$ позволяют вырабатывать рекомендации по выбору

эшелонов полета, условий эшелонирования, по разработке оптимальных воздушных коридоров, а в конечном счете – находить оптимальные решения, способные повысить эффективность полета. Кроме того, указанные обобщенные характеристики позволяют сопоставлять разные магистральные самолеты по эффективности выполнения конкретных летных задач в условиях неопределенности. Способность оценить эффективность летных задач в состоянии неопределенности открывает возможность вырабатывать указанные рекомендации вне зависимости от условий эксплуатации. Более того, вырабатываемые таким образом рекомендации не подвергаются влиянию внешних (экономических) факторов, таких как мера стоимости и т.п.

4.4 Сопоставление оптимальных режимов с типовыми компромиссными режимами

Как было выявлено в разделе 1.2 использование компромиссных режимов является одним из методов рационального планирования полета, что способствует уменьшению операционных издержек. Предложенный метод определения оптимальных режимов полета построен на предположении, что цели летного задания заранее не известны. Данная неопределенность является следствием отсутствия информации о стоимости единицы топлива и стоимости летного часа. Однако закономерным становится вопрос о возможности практического использования оптимальных режимов в том или ином моменте времени. Ответ на данный вопрос позволит судить об универсальности предложенного метода и о возможности использовать его при проектировании ЛА и разработке универсальных показателей эффективности, которые обычно отображаются в руководстве по летной эксплуатации.

Исследуем полет самолета Ил-96-300 на маршруте Москва – Гавана (расстояние по горизонтали $L_x = 9594$ км). В таблице 4.2 представлены результаты расчета на данном маршруте на основе данных, представленных в разделе 7 РЛЭ самолета Ил-96-300, путем интегрирования этих данных (с использованием

линейной интерполяции) для различных значений коммерческой нагрузки (0%, 25%, 50%, 75% от максимально возможной массы коммерческой нагрузки) и для типовых компромиссных режимов полета (крейсерское число Маха 0,72, 0,80, 0,82 и 0,83).

Таблица 4.2 – Результаты расчета эксплуатационных показателей профилей полета по маршруту Москва – Гавана на основе данных РЛЭ Ил-96-300 для различных значений коммерческой нагрузки и типовых компромиссных режимов полета

Масса ком- мерческой нагрузки	Режим РЛЭ	Набор высоты		Крейсерский полет			Снижение высоты		Всего за полет	
	$M_{кр}$	$m_{топ}^{н.в}$	$T_{н.в}$	$H_{кр}$	$m_{топ}^{кр}$	$T_{кр}$	$m_{топ}^{сн}$	$T_{сн}$	$m_{топ}$	$T_{пол}$
	-	т	ч	км	т	ч	т	ч	т	ч
0 т	0,78	4,11	0,29	10950	64,88	11,11	0,54	0,25	69,53	11,64
	0,80	4,20	0,29	10950	67,33	10,82	0,54	0,25	72,08	11,36
	0,82	4,37	0,30	10950	71,84	10,55	0,54	0,25	76,74	11,10
	0,83	4,22	0,28	10350	77,67	10,36	0,52	0,23	82,41	10,88
9,65 т $0,25 m_{к.н}^{max}$	0,78	4,28	0,29	10350	70,30	11,01	0,55	0,25	75,13	11,55
	0,80	4,37	0,30	10350	73,06	10,73	0,55	0,25	77,98	11,27
	0,82	4,50	0,31	10350	77,78	10,46	0,55	0,25	82,82	11,01
	0,83	4,42	0,29	9750	84,08	10,27	0,52	0,24	89,02	10,79
19,30 т $0,50 m_{к.н}^{max}$	0,78	4,47	0,29	9750	75,98	10,91	0,55	0,25	80,99	11,46
	0,80	4,57	0,30	9750	79,03	10,63	0,55	0,25	84,15	11,18
	0,82	4,49	0,29	9150	88,00	10,31	0,52	0,24	93,01	10,84
	0,83	4,61	0,30	9150	91,24	10,18	0,52	0,24	96,37	10,71
28,95 т $0,75 m_{к.н}^{max}$	0,78	4,62	0,30	9150	82,40	10,82	0,54	0,25	87,56	11,37
	0,80	4,73	0,30	9150	85,44	10,54	0,54	0,25	90,70	11,10

В Таблице 4.3 представлены результаты расчета полета на том же маршруте с использованием оптимальных режимов при различных коммерческих нагрузках.

Таблица 4.3 – Результаты расчета эксплуатационных показателей профилей полета по маршруту Москва – Гавана с использованием оптимальных режимов полета

Масса ком- мерческой нагрузки	Набор высоты		Крейсерский полет				Снижение высоты		Всего за полет	
	$m_{\text{топ}}^{\text{н.в}}$	$T_{\text{н.в}}$	$H_{\text{кр}i}$	$M_{\text{кр}i}$	$m_{\text{топ}}^{\text{кр}}$	$T_{\text{кр}}$	$m_{\text{топ}}^{\text{сн}}$	$T_{\text{сн}}$	$m_{\text{топ}}$	$T_{\text{пол}}$
Т	Т	Ч	км	-	Т	Ч	Т	Ч	Т	Ч
0	4,61	0,66	12,20	0,8195	11,08	2,08	0,67	0,32	69,15	11,32
			11,60	0,8189	13,59	2,36				
			10,95	0,8192	20,09	3,18				
			10,35	0,8184	19,11	2,73				
9,65	5,30	0,72	12,20	0,8242	9,86	1,78	0,68	0,33	71,86	11,26
			11,60	0,8231	14,26	2,39				
			10,95	0,8227	19,56	2,99				
			10,35	0,8216	21,49	2,96				
			9,75	0,8172	0,71	0,09				
19,30	5,62	0,73	11,60	0,8229	14,33	2,41	0,69	0,33	76,18	11,25
			10,95	0,8226	19,71	3,02				
			10,35	0,8216	21,75	3,00				
			9,75	0,8145	10,58	1,34				
			9,15	0,8132	3,50	0,42				
28,95	6,03	0,74	10,95	0,8211	21,21	3,30	0,69	0,32	80,86	11,22
			10,35	0,8211	25,28	3,51				
			9,75	0,8185	10,58	1,34				
			9,15	0,8141	10,88	1,30				
			8,55	0,7945	6,20	0,72				

Сопоставляя результаты расчета полета с использованием типовых режимов, рекомендованных РЛЭ, и результаты расчета с использованием оптимальных режимов, необходимо констатировать, что использование оптимальных режимов приводит к значительному росту потребного запаса топлива на набор высоты (в которые входят также участки эшелонирования), при том, что данный рост увеличивается с массой коммерческой нагрузки. В свою очередь для каждого

типового режима полета по РЛЭ увеличивается, по сравнению с оптимальными режимами, потребный запас топлива на крейсерский полет, при этом данный рост увеличивается со значением числа Маха типовых режимов. Потребный запас топлива на снижение практически не зависит от выбранного режима при заданной коммерческой нагрузке. На Рисунке 4.8 представлены результаты сравнения эксплуатационных показателей типовых и оптимальных режимов полета в относительном виде. По Рисунку 4.8 – в можем заметить, что полет в типовом режиме $M_{кр}^{РЛЭ} = 0,8$ реализуется с сопоставимой продолжительностью полета, однако полет в оптимальных режимах позволяет сократить запас топлива вплоть до 10% при $0,50 m_{к.н}^{max}$ (см. Рисунок 4.8 – б).

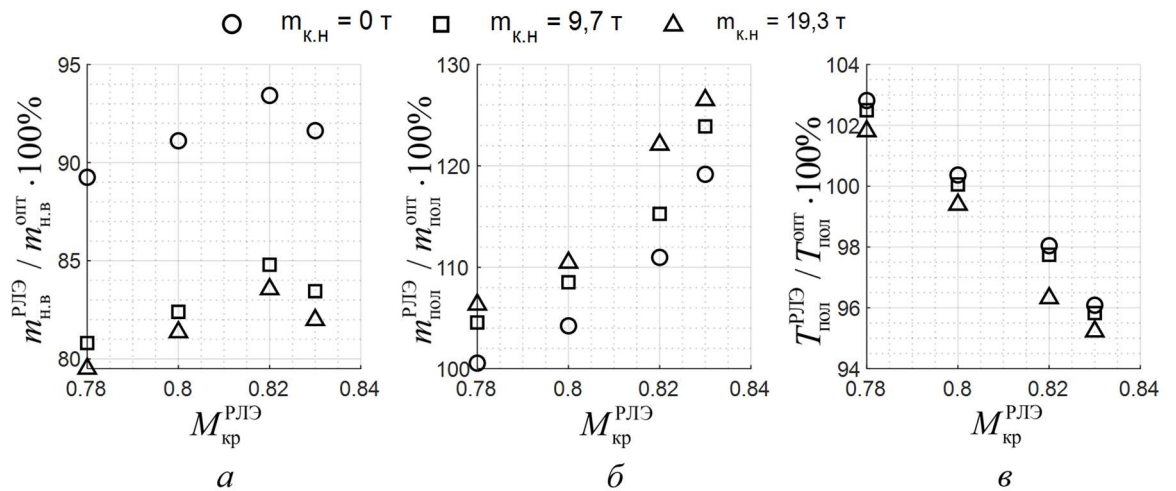


Рисунок 4.8 – Сопоставление результатов расчетов оптимальных профилей с профилями, рекомендованными в РЛЭ в относительных значениях: а – запас топлива набора высоты, б – ОЗТ полета, в – продолжительность полета

Достоверное сопоставление эксплуатационных показателей полета на маршруте при различных значениях массы коммерческой нагрузки возможно лишь при использовании экономических методов. С этой целью применим показатель стоимости c_I (1.58). Стоимость одной тонны авиационного топлива примем за $c_F = 67\,173$ руб/т (среднее значение цены на март 2022 г. [75]). Как было упомянуто в разделе 1.7, максимальное значение показателя стоимости $c_{I\max}$ устанавливает разработчик воздушного судна. В случае с исследованием эффективности самолета Ил-96-300 значение $c_{I\max}$ не установлено или не

находится в открытом доступе. Поэтому целесообразно использовать типовые значения показателя стоимости. В источнике [81] приводятся типовые значения показателя стоимости для компромиссных режимов, которые находятся в диапазоне $10 \leq c_I \leq 100$. Формулу вычисления расходов, связанных с воздушным этапом полета, представим в следующем виде:

$$c_{\text{пол}} = c_F \left(m_{\text{топ}} + c_I T_{\text{пол}} \frac{6}{100} \right) 10^{-6}, \text{ млнруб} \quad (4.6)$$

где: $m_{\text{топ}}$ – полетный запас топлива, т, $T_{\text{пол}}$ – продолжительность полета, ч, c_I – показатель стоимости, кг/мин.

Если допустить, что расходы на полет зависят только лишь от выбранного режима полета, то каждый типовой режим полета самолета можно оценить с помощью относительных потерь от использования типового режима (по отношению к оптимальному режиму):

$$\Delta c = c_{\text{пол}}^{\text{РЛЭ}} - c_{\text{пол}}^{\text{опт}} \quad (4.7)$$

где: $c_{\text{пол}}^{\text{РЛЭ}}$ – эксплуатационные финансовые издержки для типовых режимов РЛЭ (см. Таблица 4.2), $c_{\text{пол}}^{\text{опт}}$ – эксплуатационные финансовые издержки для оптимальных режимов (см. Таблица 4.3).

Рассмотрим как влияет выбор значения показателя стоимости на относительные денежные потери от использования типовых режимов при заданной величине коммерческой нагрузки (см. Рисунок 4.9 – а) для заданной стоимости тонны топлива c_F^* при том, что диапазон возможных значений показателя стоимости ограничим до $0 \leq c_I \leq 100$.

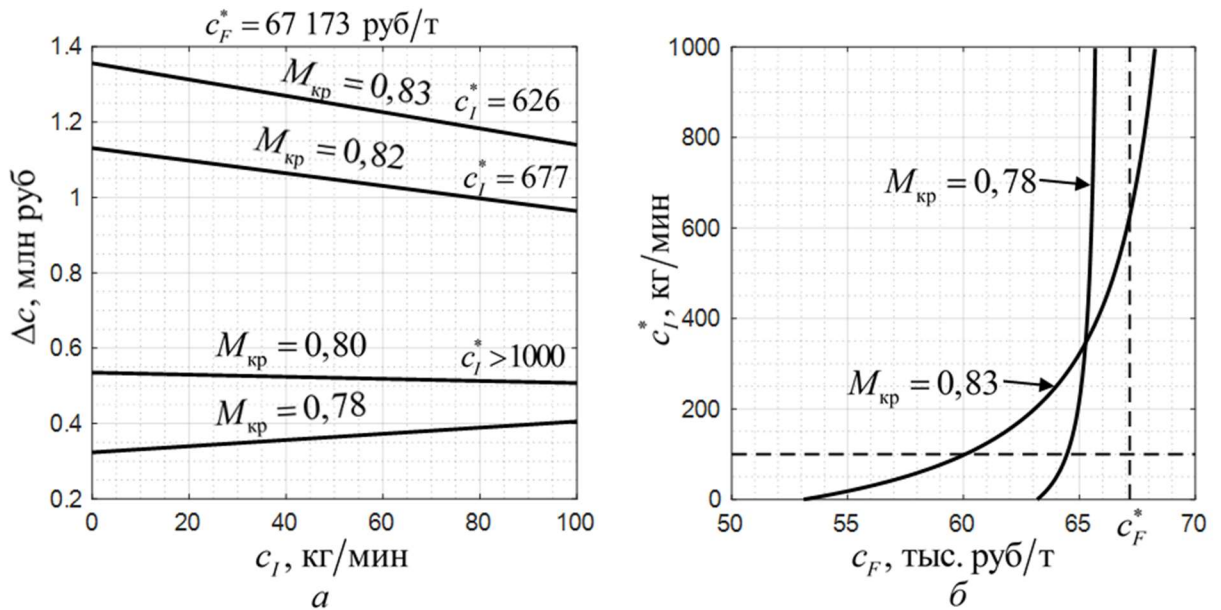


Рисунок 4.9 – Анализ актуальности экономической модели с использованием оптимальных режимов полета в сопоставлении с режимами рекомендованными РЛЭ

Для каждого типового режима полета из РЛЭ относительные денежные потери по сравнению с оптимальными режимами являются линейными функциями от показателя стоимости. Полет на оптимальных режимах можно считать экономически эффективным для любого значения показателя стоимости ($d\Delta c/dc_I > 0$) относительно типового режима $M_{кр} = 0,78$. Для остальных типовых режимов существуют такие значения, при которых оптимальные режимы будут экономически худшими, нежели типовые режимы (как следствие $d\Delta c/dc_I < 0$). На Рисунке 4.9 – б представлено значение показателя стоимости c_I^* , при котором $c_{пол}^{РЛЭ}(c_I^*) = c_{пол}^{опт}(c_I^*)$, например, для рассматриваемого случая выбор типового режима $M_{кр} = 0,83$ требует таких же денежных ресурсов, что и полет на оптимальных режимах при значении показателя стоимости $c_I^* = 626$.

Исследование значения c_I^* при различных значениях стоимости топлива позволит судить об универсальности методов анализа, основанных на оптимальных режимах в задачах представленных в настоящей главе. Основной проблемой использования оптимальных режимов полета, построенных на обобщенных показателях эффективности в расчете полета, является вопрос о том,

как влияет изменение стоимости тонны топлива на достоверность полученных результатов. Предположим, что эксплуатационные показатели самолета, полученные на основе оптимальных режимов полета, были определены для фиксированной стоимости тонны топлива $c_F^* = \text{const}$. Следовательно, эксплуатационные денежные издержки не зависят от изменений стоимости топлива, но зависят от показателя стоимости $c_{\text{пол}}^{\text{опт}}(c_F^*, c_I)$. При планировании полета с помощью данных РЛЭ эксплуатационные денежные издержки являются функцией от стоимости тонны топлива в момент заправки и показателя стоимости $c_{\text{пол}}^{\text{РЛЭ}}(c_F, c_I)$. На Рисунке 4.9 – б показаны характеристики изменений показателя стоимости, обеспечивающего равенство затрат типовых и оптимального режимов c_I^* в функции от стоимости тонны топлива для двух значений типовых режимов $M_{\text{кр}} = 0,78$ и $M_{\text{кр}} = 0,83$. Значение c_I^* вычисляется для каждого значения стоимости тонны топлива по следующему правилу:

$$0 = c_{\text{пол}}^{\text{РЛЭ}}(c_F, c_I^*) - c_{\text{пол}}^{\text{опт}}(c_F^*, c_I^*) \quad (4.8)$$

Значение c_F^* устанавливается на момент вычисления экономической модели летной операции. На Рисунке 4.9 – б видно, что при заданной стоимости тонны топлива $c_F^* = 67\,173$ руб/т использование оптимальных профилей является целесообразным вплоть до значения $c_I^* = 626$ кг/мин по сравнению с типовыми режимами, представленными в РЛЭ. При стоимости тонны топлива $c_F^* = 68\,260$ руб/т и выше использование оптимальных режимов полета является значительно более выгодным по сравнению с любым типовым режимом полета для каждого возможного значения показателя стоимости $0 \leq c_I^* \leq 1000$. Если текущая стоимость топлива равна $c_F^* = 63\,180$ руб/т тогда использование оптимальных режимов полета целесообразно лишь при сопоставлении типовых режимов, за исключением режима $M_{\text{кр}} = 0,78$. Если текущая стоимость тонны топлива $c_F^* = 53\,101$ руб/т и меньше, тогда любой типовой режим будет лучше, чем

оптимальный. В таком случае необходимо уточнить экономическую модель эксплуатации самолета в условиях уменьшенной рыночной стоимости тонны топлива. Однако в рыночных условиях эксплуатации самолетов стоимость топлива, как правило, не уменьшается, а, напротив, даже увеличивается, поэтому использование оптимальных режимов увеличивает лишь эксплуатационный диапазон значений показателя стоимости.

Представленный пример анализа эксплуатационной эффективности полета на маршруте показывает, что предложенный **метод поиска оптимальных режимов полета можно считать эффективным при различных условиях эксплуатации**. Данный метод, с одной стороны, позволяет выработать программу изменения параметров режима полета, в том числе оптимальную схему эшелонирования, а с другой – доказывает свою эффективность по сравнению с уже существующими методами расчета полета для магистральных самолетов, представленных в РЛЭ. Описанные и изученные в настоящей диссертации примеры посредством абсолютного сравнения необходимого для выполнения полета запаса топлива и необходимой продолжительности полета доказывают эффективность использования предложенного метода оптимизации полета в сопоставлении с типовыми режимами. Более того, предложенный метод доказывает свою эффективность и в денежном эквиваленте, в том числе при изменчивости стоимости тонны авиатоплива. Из всего сказанного следует, что использование оптимальных режимов полета является приемлемым как в задаче оптимального проектирования самолета, так и при исследовании эффективности эксплуатации самолета на перспективном маршруте полета в условиях неопределенности рыночной ситуации, а также многообразия целей летной операции. Доказанная практическая значимость, подтвержденная опытом эксплуатации, а также строгое математическое описание метода оптимизации режимов полета в качестве решения динамической задачи оптимального проектирования в условиях неопределенности позволяет использовать данный метод в параметрической задаче оптимального проектирования, а также в практических задачах исследования, планирования и оптимизации маршрутов

полета. Универсальность и способность определения режимов полета в условиях неопределенности позволяют использовать предложенный метод в разработке рекомендаций по эксплуатации магистральных самолетов, разработке РЛЭ, а также при разработке бортовых систем оптимизации режимов полета.

Интересным направлением для дальнейшего исследования является поиск оптимальных режимов полета, представленных в настоящей диссертации, при условии, что стоимость тонны топлива и стоимость летного часа будут заранее известны исследователю. Однако указанное направление является предметом самостоятельного исследования и дополнительных рассуждений за рамками целей и задач настоящей диссертационной работы.

4.5 Выводы по главе

1. В главе предложен метод анализа эффективности полета на основе профиля полета, состоящего из отдельных сопряженных этапов полета. В качестве показателя эффективности используется сумма траекторных показателей эффективности отдельных этапов полета, разделенная на дальность всего полета (обобщенный показатель эффективности полета). Отличительным признаком оптимальных профилей полета в условиях эшелонирования является максимальная высота крейсерского полета, которая подлежит оптимизации.

2. Предложенный метод оптимизации полета был использован как в задачах исследования транспортных возможностей, так и в задачах исследования влияния дальности полета на выбор максимального эшелона полета.

3. Эффективность и достоверность предложенного метода оптимизации профиля полета была исследована и подтверждена на примере задачи анализа эффективности полета по маршруту Москва – Гавана в сопоставлении с показателями типовых режимов на основании данных и рекомендаций, содержащихся в РЛЭ самолета.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Решение задачи повышения эффективности эксплуатации магистральных самолетов могут обеспечить как новые конструкторские решения в области аэродинамики и совершенствования силовой установки (параметрическая часть задачи), так и оптимизацию параметров летных операций, которая может быть выполнена при условии наличия заданного облика ВС исключительно путем корректировки траекторий полета (динамическая задача);

2. Поскольку задачи выполнения летных операций обладают большой степенью неопределенности и могут изменяться как от полета к полету, так и по мере выполнения каждого конкретного полета, для оптимизации параметров траекторий в работе было предложено использовать метод многокритериальной оптимизации на основе исследования характеристик магистрального самолета как многоцелевой системы;

3. Была разработана методика анализа многокритериальных задач с использованием аналитических весовых коэффициентов, которые, с одной стороны, указывают на сравнительную важность отдельных задач, с другой – обеспечивают минимум решений на множестве оптимальных решений. Был предложен метод минимизации риска многоцелевой системы в качестве нового метода учета неопределенности. Было установлено, что использование аналитических весовых коэффициентов обеспечивает существование седловой точки в гарантирующем методе учета неопределенности;

4. На основе анализа существующих методов оптимизации режимов полета и предложенной методики анализа многокритериальных задач были разработаны траекторная и эксплуатационная постановки задачи оптимизации режимов полета, отличие которых заключается в двойственном характере весового коэффициента – как меры сравнительной важности отдельных целей полета и как нормированного значения показателя стоимости;

5. Исследования, выполненные на основе разработанного критерия, подтверждают, что полеты на максимальную дальность оказываются наиболее эффективными при выполнении полета «по потолкам» или с увеличением эшелона полета по мере уменьшения массы самолета. При этом разработанный метод позволяет не только определять оптимальную, с точки зрения эффективности полета, точку перехода на другой эшелон, но и оптимальную скорость полета на каждом эшелоне в зависимости от целей конкретного полета;

6. Задача оптимизации режимов набора высоты и снижения сводится к задаче поиска скоростей оптимизирующих значение дальности и расхода топлива в этих режимах. Для случая набора высоты объектом оптимизации наряду со скоростью является режим работы двигателей, особенно в случаях, когда полет выполняется со взлетной массой меньше максимально-допустимой.

7. Разработанным методом были получены результаты оптимизации для двух типовых задач летной эксплуатации – полета на заданную дальность и расчета транспортных способностей самолета. Данные результаты могут использоваться при разработке автоматических систем оптимизации режимов полета а также для выработки рекомендаций руководства по летной эксплуатации;

8. Путем сопоставления результатов вычислений профилей полета, полученных на основе рекомендаций РЛЭ, и путем оптимизации было установлено, что использование оптимальных компромиссных режимов позволяет уменьшить потребный запас топлива (около 10%) при незначительном увеличении продолжительности полета (около 2%). Также было установлено, что использование оптимальных компромиссных режимов открывает возможность разрабатывать экономические модели, которые не будут терять актуальности при увеличении стоимости топлива, поскольку в этом случае критерий эффективности меняется соответствующим образом.

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

АНЗ – аэронавигационный запас топлива

ГА – гражданская авиация

ЛА – летательный аппарат

ЛПР – лицо принимающие решение

ЛТХ – летно-технические характеристики

МД – максимальная дальность

МКР – максимальное крейсирование

МСА – международная стандартная атмосфера

МЦС – многоцелевая система

ОЗТ – основной запас топлива

РЛЭ – руководство по летной эксплуатации

РТЭ – руководство по технической эксплуатации

СОРП – система оптимизации режимов полета

ТЗ – техническое задание

УВД – управление воздушного движения

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Авиационные правила. Часть 25. Нормы летной годности самолетов транспортной категории / Межгосударственный авиационный комитет. - 3-е изд. - М.: Авиаиздат, 1994. - 267 с.
2. Алексеев Н.С., Осипова В.А. Теория принятия решений: Учебное пособие. - М.: Изд-во МАИ, 2011. - 80 с.
3. Андреевский В.В. Оценка летно-технических характеристик самолета: Учеб. пособие по курсу "Динамика полета" / Под общ. ред. доц. А. Ф. Бочкарева ; М-во высш. и сред. спец. образования РСФСР. Куйбышев. авиац. ин-т им. С.П. Королева. - Куйбышев : [Куйбышев. авиац. ин-т], 1974. - 93 с.
4. Артамонова Л.Г., Кузнецов А.В., Песецкая Н.Н. Проверочный расчет аэродинамических характеристик самолета: Учебное пособие. - М.: Изд-во МАИ, 2014. - 148 с.
5. Аэродинамика и динамика полета магистральных самолетов / ЦАГИ им. проф. Н.Е. Жуковского ; Под ред. Г.С. Бюшгенса . - М. : Издательский отдел ЦАГИ ; Пекин : Авиа-издательство КНР, 1995. - 772 с.
6. Аэромеханика самолета. Динамика полета : учебник для студентов авиационных специальностей вузов / А.Ф. Бочкарев, В.В. Андреевский, В.М. Белоконов [и др.] ; под редакцией А.Ф. Бочкарева, В.В. Андреевского. - Изд. 2-е, перераб. и доп. - Москва : Машиностроение, 1985. - 356 с.
7. Балык В.М., Комягин В.А. Теория принятия решений: Учебное пособие к практическим занятиям. - М.: Изд-во МАИ, 1994. - 52 с.
8. Березовский Б.А., Борзенко В.И., Кемпнер Л.М. Бинарные отношения в многокритериальной оптимизации. - М.: Наука, 1981. - 149 с.
9. Богданов Ю.С., Брусов В.С. Оценка эффективности транспортных вертолетов. - М.: Изд. МАИ, 1982. - 80 с.
10. Болсуновский А.Л., Бузоверя Н.П., Скоморохов С.И., Чернышёв И.Л. Расчётно-экспериментальные исследования скоростных крыльев перспективных

магистральных самолётов // Труды МАИ. - 2018. - № 101. - URL: mai.ru/publications/index.php?ID=96601

11. Брайсон А.Э., Хо Ю-ши. Прикладная теория оптимального управления: Оптимизация, оценка и управление: Перевод с англ. Э.М. Макашова, Ю.П. Плотникова. Под ред. А.М. Летова. Москва: Мир, 1972. - 544 с.

12. Брусов В. С., Петручик В. П., Кузнецов А.В. Исследования аэродинамических характеристик профилей крыла беспилотных летательных аппаратов с малыми скоростями и большой высотой полета // Вестник Московского авиационного института. 2013. - Т.20. - № 3. - С. 19-31.

13. Брусов В.С. Системный анализ и машинное проектирование. Системный анализ в проектировании. Конспект лекций. - М.: Изд. МАИ, 1976. - 73 с.

14. Брусов В.С., Баранов С.К. Оптимальное проектирование летательных аппаратов. - М. : Машиностроение, 1989. - 232 с.

15. Брусов В.С., Баранов С.К. Формализация выбора динамических характеристик самолета в САПР: Учебное пособие. - М.: МАИ, 1987. - 35 с.

16. Брусов В.С., Одноволик Ю.В. Метод оценки решений при эксплуатации технических систем в условиях неоднозначности оценки эффективности // Научный Вестник МГТУ ГА. - 2012. - № 175. - С. 78-83.

17. Брусов В.С., Одноволик Ю.В. Пример оценки решений в условиях нескольких критериев эффективности // Научный вестник МГТУ ГА. - 2013. - №2 (188). - С. 15-18.

18. Введение в теорию размерности. Введение в теорию топологических пространств и общую теорию размерности / П.С. Александров, Б.А. Пасынков. - Москва : Наука, 1973. - 575 с.

19. Вентцель Е.С. Исследование операций: задачи, принципы, методология : учебное пособие. - М.: ЮСТИЦИЯ, 2018. - 192 с.

20. Воробьев В.Г. Автоматическое управление полетом самолетов : [Учеб. для вузов гражд. авиации] / В.Г. Воробьев, С.В. Кузнецов. - М. : Транспорт, 1995. - 448 с.

21. Гермейер Ю.Б. Введение в теорию исследования операций. - Москва : Наука, 1971. - 383 с.
22. ГОСТ 27332-87 «Условия полета летательных аппаратов. Термины и определения»
23. Гревцов Н.М., Ефимов О.Е., Мельц И.О. Оптимизация траекторий снижения самолета в вертикальной плоскости // Ученые записки ЦАГИ. - 1995. - С. 98-110
24. Гревцов Н.М., Ефимов О.Е., Мельц И.О, Трубецкой А.Б. Соотношение условий оптимальности стационарного и нестационарного режимов полета в методе сингулярных возмущений // Ученые записки ЦАГИ. 1995. №1-2. - С. 136-142.
25. Гревцов Н.М., Мельц И.О. Формирование управления движением для расчета траекторий самолета // Ученые записки ЦАГИ. - 2007. - №3-4. - С. 135-143
26. Губарева Е.А., Мозжорина Т.Ю. Оптимизация программы полета дозвукового пассажирского самолета на участке разгона – набора высоты // Инженерный журнал: наука и инновации. - 2013. - №7 (19). - URL: engjournal.ru/catalog/mathmodel/aero/896.html.
27. Двигатель ПС-90А. Руководство по технической эксплуатации 94-00-807 РЭ. 1990. - 716 с.
28. Динамика полета [Текст] : учебник для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки 652500 "Гидродинамика и динамика полета" / [А.В. Ефремов и др.] ; под ред. Г.С. Бюшгенса. - Москва : Машиностроение, 2011. - 775 с.
29. Калиниченко Б.В. Летные характеристики самолетов с газотурбинными двигателями / Б.В. Калиниченко. - М. : Машиностроение, 1986. - 144 с.
30. Качала В.В. Общая теория систем и системный анализ. Учебник для вузов. - М.: Горячая линия - Телеком, 2017. - 432 с.
31. Комплекс исследований ЦАГИ по аэродинамике, устойчивости, управляемости магистральных самолетов нового поколения / Г.С. Бюшгенс, В.А. Баринев, В.Г. Дмитриев, В.Г. Живов, А.В. Климин, В.Г. Микеладзе, Г.А. Павловец, Ю.А. Шелюхин - М.: ЦАГИ, 2003. - 80 с.
32. Лебедев А.А. Курс системного анализа. - М: Машиностроение, 2010. - 254 с.

33. Лебедев А.А., Малышев В.В., Карп К.А. Системный анализ и управление в аэрокосмической технике: Учебное пособие. - М.: Изд-во МАИ, 1995. - 52 с.
34. Левицкий С.В., Левицкая Е.В. Методика оценки транспортной эффективности магистрального пассажирского самолета // Научный вестник МГТУ ГА. - 2014. - №205. - С. 99-106
35. Маркевич П. Исследование эффективности полета магистрального самолета в условиях неопределенности задач // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2023. Т. 22, № 1. С. 29-40.
36. Маркевич П. Исследования методов оптимизации крейсерского полета на компромиссных режимах // Вестник Московского авиационного института. 2023. Т. 30. № 1. С. 180-189
37. Маркевич П. Многокритериальный выбор профиля крыла на основе многоцелевого подхода для легкого гражданского самолета // Научный вестник ГосНИИ ГА. - 2020. - № 30. - С. 58-66.
38. Маркевич П. Оптимизация параметров крейсерского полета магистрального самолета на основе метода многоцелевого подхода // Научный вестник ГосНИИ ГА. - 2022. - № 39. - С. 72–80.
39. Медников В.Н. Динамика полета и пилотирование самолетов [Текст] : Учебник / Канд. техн. наук, доц. полк.-инж. В.Н. Медников ; Под общ. ред. ген.-майора авиации П.И. Рыжова ; Воен.-воздуш. Краснознам. акад. им. Ю.А. Гагарина. - Монино : [б. и.], 1976. - 547 с.
40. Методика экономической оценки пассажирских самолетов : учебное пособие для студентов, обучающихся по программам высшего профессионального образования по специальности 160201 "Самолето- и вертолетостроение" / А.Д. Припадчев [и др.] ; М-во образования и науки Российской Федерации, Федеральное агентство по образованию, Гос. образовательное учреждение высш. проф. образования "Оренбургский гос. ун-т". - Оренбург : ГОУ ОГУ, 2009. - 126 с.
41. Методы многокритериальной оптимизации / В.В. Подиновский ; Воен. инж. акад. им. Ф.Э. Дзержинского. - Москва : [б. и.], 1971. - 123 с.

42. Миеле А. Механика полета / Перевод с англ. А.Н. Рубашова; Под ред. А.А. Космодемьянского. - Москва : Наука, 1965. - Т. 1: Теория траекторий полета. Т. 1. - 1965. - 407 с.
43. Моисеев Н.Н. Математические задачи системного анализа. - М.: Мир, 1985. - 467 с.
44. Моисеев Н.Н. Численные методы в теории оптимальных систем. - М.: Наука, 1971. - 424 с.
45. Моисеев Н.Н. Элементы теории оптимальных систем. - М.: Наука, 1975. - 526 с.
46. Остославский И.В. Аэродинамика самолета : учебник для вузов / И.В. Остославский. - М. : Оборонгиз, 1957. - 560 с.
47. Остославский И.В., Стражева И.В. Динамика полета траектории летательных аппаратов. - М.: Машиностроение, 1969. - 500 с.
48. Павленко А.И. Формализация задач принятия решений и выбора: Учебное пособие. - М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2009. - 88 с.
49. Пиявский С.А. «Самый естественный» метод принятия многокритериальных решений // Сборник трудов конференции "Перспективные информационные технологии ПИТ-2012". - 2012. - С. 47-52.
50. Пиявский С.А. Как «Нумеризовать» понятие «Важнее» // Онтология проектирования - 2016. - №4 (22). - С. 414-435.
51. Пиявский С.А. Метод универсальных коэффициентов при принятии многокритериальных решений // Онтология проектирования - 2018. - №3 (29). - С. 449-468.
52. Пиявский С.А. Оптимизация обобщенных многоцелевых систем // Онтология проектирования - 2015. - №4 (18). - С. 411-428.
53. Пиявский С.А. Простой и универсальный метод принятия решений в пространстве критериев «Стоимость-эффективность» // Онтология проектирования - 2014. - №3 (13). - С. 89-102.

54. Пиявский С.А. Формулы для вычисления универсальных коэффициентов при принятии многокритериальных решений // Онтология проектирования - 2019. - №2 (32). - С. 282-298.
55. Пиявский С.А., Брусов В.С., Хвилон Е.А. Оптимизация параметров многоцелевых летательных аппаратов. - М.: Машиностроение, 1974. - 168 с.
56. Пиявский С.А., Малышев В.В. Новые методы принятия многокритериальных решений в цифровой среде. - М.: Наука, 2022. - 369 с.
57. Понтрягин Л.С. Принцип максимума в оптимальном управлении / Л.С. Понтрягин. - Изд. 2-е, стер. - М. : УРСС, 2004. - 60 с.
58. Проектирование самолетов: учебник для вузов / С.М. Егер, В.Ф. Мишин, Н.К. Лисейцев и др. Под ред. С.М. Егера. Науч. предисловие А.М. Матвеевко, М.А. Погосьяна, Ю.М. Шустова. - 4-е изд. Реп. воспр. текста изд. 1983 г. - М.:Логос, 2005. - 648 с.
59. Расчет полета самолета [Электронный ресурс] : метод. указания к практ. работе по курсу "Лет.-техн. эксплуатация ЛА" / М-во образования Рос. Федерации, Самар. гос. аэрокосм. ун-т им. С.П. Королева ; [сост. Ю.М. Морозов]. - Самара, 2002.
60. Самолет Ил-96-300. Руководство по летной эксплуатации. Книга 1. 1992, -584 с.
61. Скрипниченко С.Ю. Оптимизация крейсерского режима полета пассажирского самолета по минимуму себестоимости перевозок [Текст] / С.Ю. Скрипниченко ; М-во гражд. авиации СССР. Гос. науч.-исслед. ин-т гражд. авиации. - Москва : [б. и.], 1970. - 60 с.
62. Скрипниченко С.Ю. Оптимизация режимов полета по экономическим критериям / С.Ю. Скрипниченко. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Машиностроение, 1988. - 151 с.
63. Скрипниченко С.Ю. Оптимизация режимов полета самолета : (Экон. режимы полета) / С.Ю. Скрипниченко. - Москва : Машиностроение, 1975. - 191 с.
64. Скрипниченко С.Ю. Развитие энергетического метода для оптимизации режимов набора высоты и снижения // Современные проблемы динамики полета,

- аэродинамики и летных испытаний: Сборник докладов Всероссийской конференции. – М.: МАИ, 2004. - С. 110-118.
65. Скрипниченко С.Ю. Экономичность полета самолетов / С.Ю. Скрипниченко. - М. : Транспорт, 1982. - 206 с.
66. Смольяков Э.Р. Методы поиска всегда существующей наиболее “сильной” седловой точки в антагонистических играх // Автоматика и телемеханика. 2000. № 12. С. 53-61.
67. Смольяков Э.Р. Общие теоремы существования седловых точек // Автоматика и телемеханика. - 1998. - № 12. - С. 59-67.
68. Тарасенко Ф.П. Прикладной системный анализ : учебное пособие. - М.: КНОРУС, 2017. - 220 с.
69. Тегин А.В. Особенности расчета траекторий большой дальности в задаче о перелете самолета с минимальным расходом топлива // Ученые записки ЦАГИ. - 2005. - №3-4. - С. 85-92.
70. Теория и практика проектирования пассажирских самолетов [Текст] / АН СССР. Отд-ние механики и процессов упр. ; Редкол.: ... Г.В. Новожилов (отв. ред.) и др. - Москва : Наука, 1976. - 439 с.
71. Теория оптимальных аэродинамических форм / Ред. А. Миеле ; Пер. с англ. А.И. Зубкова [и др.] ; Под ред. А.Л. Гонора. - Москва : Мир, 1969. - 507 с.
72. Теория принятия решений. В 2 т. Т. 1 : учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / под ред. В.Г. Халина. - М. : Издательство Юрайт, 2017. - 250 с.
73. Теория принятия решений. В 2 т. Т. 2 : учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / под ред. В.Г. Халина. - М. : Издательство Юрайт, 2017. - 431 с.
74. Токарев В.В. Финансово-инженерное проектирование многоцелевых систем. - М. ФИЗМАТЛИТ, 2017. - 232 с.
75. Цены на авиагсм в 2022 году [Электронный ресурс] URL: <https://favt.gov.ru/deyatelnost-ajeroporty-i-ajerodromy-ceny-na-aviagsm/?id=8788> (дата обращения: 30.11.2022).

76. Шейнин В.М., Козловский В.И. Весовое проектирование и эффективность пассажирских самолетов. Т. 1. Весовой расчет самолета и весовое планирование - М., «Машиностроение», 1977, - 344 с.
77. Югов О.К., Селиванов О.Д. Основы интеграции самолета и двигателя / Под общ. ред. О.К. Югова. – М.: Машиностроение, 1989. - 304 с.
78. Barman J.F, Erzberger H. Fixed-Range Optimum Trajectories for Short-Haul Aircraft // *Journal of Aircraft*. - 1976. - Vol. 13. - N 10. - PP. 748-754.
79. Baron A. Problemy optymalizacji struktury floty samolotów międzyregionalnych. Warszawa: Biblioteka Naukowa Instytutu Lotnictwa, 2016. - 460 p.
80. Cook A. European Air Traffic Management: Principles, Practice and Research. – New York: Routledge, 2016. - 279 p.
81. Cost Index [Электронный ресурс] URL: https://mediawiki.ivao.aero/index.php?title=Cost_Index (дата обращения: 30.11.2022).
82. De Poret M., O'Connell J.F., Warnock-Smith D. The economic viability of long-haul low cost operations: Evidence from the transatlantic market // *Journal of Air Transport Management*. - 2015, - Vol. 42. - PP. 272-281.
83. Enea G., McPartland M. Wind Enhancements for Trajectory Based Operations Automation // *AIAA Aviation 2022 Forum*. - 2022. - URL: doi.org/10.2514/6.2022-3970
84. Erzberger H., Lee H. Constrained Optimum Trajectories with Specified Range // *J. Guidance and Control*. - 1980. - Vol. 3. - N 1. - PP. 78-85.
85. Gudmundsson S. General Aviation Aircraft Design: Applied Methods and Procedures - Amsterdam: Elsevier Science, 2013. - 1048 p.
86. Kan Z., Li D., Shen T., Xiang J., Zhang L. Aerodynamic characteristics of morphing wing with flexible leading-edge // *Chinese Journal of Aeronautics*. - 2022. - Vol. 33(10). - PP. 2610-2611.
87. Kaygan E., Ulusoy C. Effectiveness of Twist Morphing Wing on Aerodynamic Performance and Control of an Aircraft // *Journal of Aviation*. - 2018. - Vol. 2(2). - PP. 77-86.

88. Majka A. Ground-Based System for Support of the Aircraft Safe Take-off and Landing. Technical, Ecological and Efficiency Aspects. - Rzeszów: Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, 2018. 166 p.
89. Najafianashrafi S., Zabihollah A. Improving the Aerodynamic Performance of a Wing with Winglet // International Journal of Natural and Engineering Sciences. - 2014. - Vol. 8. - PP. 52-57.
90. Penner J.E., Lister D., Griggs D.J., Dokken D.J., McFarland M., Aviation and the Global Atmosphere: A Special Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change. - Cambridge: Cambridge University Press, 1999. - 384 p.
91. Poles D., Nuic A., Mouillet V. Advanced aircraft performance modeling for ATM: Analysis of BADA model capabilities // 29th Digital Avionics Systems Conference. - 2010. - PP. 1.D.1-1.
92. Ramadani A., Durbin M., Kravitz B., Knorr D. Redistribution of Necessary Delay in the US National Airspace System: Benefits from Trajectory-based Operations // 2019 Environmental Report Aviation and Environment. - 2019. - PP 153-167.
93. Rutowski E.S. Energy Approach to the General Aircraft Performance Problem // Journal of the Aeronautical Sciences. - 1954, - Vol. 21, - No. 3. - PP. 187-195.
94. Sanz Á., Claramunt C., Gomez Comendador V., Pérez Castán J., Valdés R. Serrano Martínez F.T., Godoy M. Air traffic management based on 4D-trajectories: requirements and practical implementation // MATEC Web of Conferences. - 2019. - Vol. 304. - PP. 5001-5009.
95. Sun J. OpenAP.top: Open Flight Trajectory Optimization for Air Transport and Sustainability Research // Aerospace. - 2022. - Vol. 9. - PP. 2226-4310.
96. The USAF Stability and Control DATCOM / Hoak D. E. [et al.] - Ohio: Air Force Wright Aeronautical Laboratories, April 1978. - 3134 p.
97. Torenbeek E. Advanced Aircraft Design: Conceptual Design, Analysis and Optimization of Subsonic Civil Airplanes. - West Sussex: Wiley, 2013. - 410 p.
98. Torenbeek E. Synthesis of Subsonic Airplane Design. - Delft, Delft University Press, 1976. - 598 p.

99. Wilkerson J.T., Jacobson M.Z., Malwitz A., Balasubramanian S., Wayson R., Fleming G., Naiman A.D., Lele S.K.. Analysis of emission data from global commercial aviation: 2004 and 2006 // *Atmospheric Chemistry And Physics*. - 2010. - PP. 6391-6408.
100. Zagalsky N.R. Aircraft Energy Management // *AIAA 11th Aerospace Sciences Meeting*. Washington, D.C. / January 10-12. - 1973. - AIAA Paper N - PP. 73-228.
101. Zagalsky N.R., Irons R.P., Schultz A.L. Energy State Approximation and Minimum-Fuel Fixed-Range Trajectories // *Journal of Aircraft*. - 1971. - Vol. 8 N 6. - PP. 488-490.
102. Zhu R., Liang Q., Zhan H. Analysis of Aero-engine Performance and Selection Based on Fuzzy Comprehensive Evaluation // *Procedia Engineering*. - 2017. - Vol. 174. - PP. 1202-1207.