УДК 517.972.7

Определение траектории горизонтального пролета беспилотного летательного аппарата через линию электростатических датчиков

Скрябин Ю.М. *, Потехин Д.С. ** Российский технологический университет МИРЭА, проспект Вернадского, 78, Москва, 119454, Россия *e-mail: <u>meh-record@yandex.ru</u> **e-mail: <u>msyst@msyst.ru</u>

Статья поступила 20.03.2019

Аннотация

В статье рассматривается возможность детектирования БПЛА при помощи сигналов электростатических датчиков, расположенных на одной прямой на равнине. Показан аналитический вывод функциональной зависимости сигналов датчиков от параметров горизонтального пролета БПЛА и решена обратная задача локализации БПЛА по положению экстремумов сигналов электростатических датчиков.

Ключевые слова: обнаружение беспилотного летательного аппарата, обнаружение летательного аппарата, электростатический мониторинг, электростатический датчик, электростатический сигнал.

Введение

В настоящее время наблюдается быстрое развитие и широкое распространение малоразмерных беспилотных летательных аппаратов (БПЛА). Существуют

отдельные зоны, в которых нахождение несанкционированных БПЛА строго запрещено, например, на территориях аэропортов, предприятий и т.д. Несмотря на это учащаются случаи нарушения правил полетов. По оценке экспертов, меры обеспечения контроля движения БПЛА недостаточны [1]. Кроме того, нет универсального и надежного метода их обнаружения.

Связано это с тем, что в отличие от пилотируемых летательных аппаратов, БПЛА, как правило, имеют малые размеры и часто изготавливаются из диэлектриков, при этом могут летать на малых высотах (менее 100 метров). Это снижает эффективность радиолокационных станций (РЛС). Помимо этого, их небольшие двигатели излучают мало тепла и работают почти бесшумно, что затрудняет их обнаружения по тепловому или звуковому излучению. В связи с этим разработчики применяют комплексный подход к задаче обнаружения БПЛА с сочетанием различных технологий обнаружения и идентификации.

В качестве дополнительных мер, применяемых в комплексе обнаружения, можно указать совмещение изображений тепловизора и камер оптического диапазона, ЧТО позволяет обнаруживать И идентифицировать объекты С температурой, отличающийся от окружающей среды [3]. Применение радио мониторинга, позволяет обнаруживать объекты, ведущие радиовещание, например, БПЛА, находящиеся под управлением оператора. В области относительно высоких высот ведут наблюдение за летательными аппаратами РЛС, для снижения необходимой мощности засветки, В которых используется метод сверхкороткоимпульсной радиолокации [1].

http://trudymai.ru/

По мнению авторов статьи, перспективным методом обнаружения БПЛА является метод электростатического мониторинга [4, 5], который может потенциально использоваться в комплексе обнаружения летательных объектов, пересекающих охраняемую границу на малой высоте. Метод основан на измерении возмущений электростатического поля, созданных БПЛА в нескольких точках на земной поверхности.

Электростатический мониторинг в настоящее время используется для изучения метеоявлений и сейсмической активности [6, 7], но может быть использован и для обнаружения БПЛА ввиду того, что они накапливают электростатический заряд [8]. Основным достоинством данного метода является его пассивность. Пассивность метода позволяет датчикам оставаться незаметными и препятствовать мерам противодействия обнаружения БПЛА [9-11].

Оценка применимости электростатического метода

Авторы проводили исследования В области статьи технологии электростатических датчиков. В обзорной статье [4] описан принцип действия простейшего электростатического датчика – зонда, применяемого в технологии электростатического мониторинга. Электрический заряд наводит на проводнике (измерительном электроде), соединенном через сопротивление землей, С индуцированный заряд прямо пропорциональный напряженности электрического поля. За счет движения заряда электрическое поле индуцирует протекание тока через заземленное сопротивление, падение напряжения на котором и измеряется.

Сила тока прямо пропорциональна скорости изменения электростатического поля на поверхности зонда. Чувствительность зонда можно настроить, меняя входное сопротивление и площадь измерительного электрода.

Другим датчиком, применяемым для регистрации постоянных ИЛИ медленноменяющихся полей, является электростатический флюксметр, в котором добавлен модулирующий элемент, периодически экранирующий измерительный электрод [12]. За счет модуляции электрического поля можно получить сигнал пропорциональный напряженности электростатического поля. Основной проблемой при использовании электростатического флюксметра является вопрос дрейфа нуля, который затрудняет получение абсолютного значения электростатического поля [6, 13]. Поэтому при детектировании БПЛА не учитывается само абсолютное значение сигнала, а регистрируется его изменение, вызванное перемещением заряженного тела.

Авторами были проведены полевые испытания двух видов электростатических датчиков. В качестве датчика напряженности поля был сконструирован прототип электростатического флюксметра ротационного типа [14], в качестве датчика скорости изменения напряженности электростатического поля был проверен игольчатый и шаровой зонд. На рис.1 изображен внешний вид данных измерителей и вид полученных сигналов при пролете рядом с ними летательных аппаратов (рис. 1).



Рис. 1 Измерители электрического поля и графики сигналов, а) электростатический флюксмектр ротационного типа авторов (КГТА) б) Игольчатый и шаровой зонд в) Сигнал флюксметра от пролетающего самолета АН-2 г) Сигнал игольчатого зонда на пролет самолета, 1 – пролет в стороне, 2 – разворот, 3 – пролет над датчиком.

Сигнал зонда является зашумленным принимаемыми электромагнитными помехами (рис. 1Jг), однако подбором геометрической конфигурации и при помощи цифровой обработки данных действие помех можно ослабить. Преимуществом зонда является простота конструкции и большая информативность сигнала, так как в сигнале присутствует два экстремума. Кроме того, недавние исследования показали высокую чувствительность и помехозащищенность зондов, изготовленных из графена [15]. Сигнал электростатического флюксметра менее зашумлен, он более применим к более медленным целям, но его сигнал требует дополнительным математических преобразований для извлечения полезной информации: положения экстремумов первой производной сигнала.

Постановка задачи

Цель настоящего исследования: определить алгоритм определения траектории горизонтально пролетающего БПЛА на основе сигналов датчиков электростатического поля.

Первой задачей исследования является определение максимального расстояния между электростатическими датчиками для возможности детектирования БПЛА в определенном коридоре высот в зависимости от точности измерений, скорости и электрического заряда на БПЛА.

Вторая задача, на основе сигналов от минимального количества датчиков определить функциональную зависимость параметров траектории пролетающего БПЛА от параметров функции изменения напряженности электростатического поля от времени.

Задача решается методами аналитической геометрии и проверяется на основе проверочных расчетов и символьных преобразований в системе компьютерной алгебры MathCAD.

Задача решается на основе идеализированной модели электростатического поля от БПЛА. БПЛА представлен точечным электрическим зарядом, поверхность

планеты бесконечной плоскостью, являющийся проводником. Для данной задачи из книги [16] известно аналитическое решение:

$$E = k \cdot r^{-2} \cdot q \cdot \cos \theta = k \cdot r^{-3} \cdot q \cdot h, \tag{1}$$

где *E* – напряженность электрического поля на земной поверхности в точках расположения датчиков;

$$k = (4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0)^{-1}$$
 – коэффициент пропорциональности;
 $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \, \Phi/\text{м}$ – диэлектрическая постоянная;
 $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ – радиус-вектор;
 x, y, z – три декартовых координаты БПЛА относительно датчика;

h – высота над поверхностью;

θ – зенитный угол наблюдения.

Параметры траектории БПЛА представлены четырьмя параметрами: скоростью v, высотой h, координатой пересечения линии датчиков p и углом пересечения линии α . БПЛА несет на себе постоянный и неизвестный для наблюдателя электрический заряд q. Угол пересечения линии будем отсчитывать от перпендикуляра к линии датчиков, при этом угол должен оказаться в пределах: $\alpha \in (-\pi/2; \pi/2)$, расстояние между датчиками равно s.

Решение задачи

Для решения задачи вводится декартова система координат, в которой начало совпадает с электростатическим датчиком, ось х сонаправлена с направлением

движения БПЛА, ось у (как и х) направлена горизонтально, а ось z перпендикулярно поверхности. С учетом этого координаты z и у БПЛА не зависят от времени, а координата x зависит от времени по закону равномерного движения:

$$x = v \cdot t \tag{2}$$

С учетом (2) при дифференцировании (1) можно получить следующий закон изменения скорости изменения напряженности электростатического поля:

Для решения первой задачи необходимо определить положение экстремумов функции (3):

$$\frac{dE}{dt} = k \cdot q \cdot h \cdot \frac{dr^{-3}}{dt} = -3 \cdot k \cdot q \cdot h \cdot \frac{x(t)}{r^5(t)} \cdot v \tag{3}$$

Для определения траектории полета БПЛА необходима сеть датчиков по периметру охраняемого объекта. Как будет показано ниже, для обнаружения БПЛА будет необходимо три датчика, проще всего их расположить так, чтобы они находились на одной прямой. Вид участка сети датчиков и один из сигналов изображен на рис. 2 с указанием данных для решения задачи и положения системы координат для 1-ого датчика



Рис. 2 а) Схема измерений, вид сверху б) идеальное теоретическое

зависимость скорости изменения напряженности поля от времени

Исследования в области извлечения признаков из электростатического сигнала показывают, что надежнее всего опираться на спектральные и временные характеристики сигнала [17]. В настоящей работе было решено опираться на временные признаки сигнала, точнее на положение экстремумов (рис. 2б). Необходимым условием экстремумов является равенство первой производной по х нулю. Из этого условия выводится положение экстремумов функции (3):

$$x_{ext} = \pm 0, 5 \cdot \sqrt{h^2 + y^2} \tag{4}$$

Для получения области обнаружения БПЛА важно знать частное решение пролета БПЛА точно над датчиком, когда у = 0. Через подстановку (4) в (3) можно получить данное решение:

$$h_{\max 0} = \sqrt[3]{\frac{48 \cdot k \cdot q \cdot v}{5^{2.5} \cdot fE_{\max}}}$$
(5)

Для более общего случая у $\neq 0$ необходимо получить зависимость у(z), а не наоборот, потому что в области положительных значений у этой функции есть только единственное решение:

$$y = \pm \sqrt{\sqrt{\frac{48}{5^{2,5}} \cdot \frac{k \cdot q \cdot v \cdot z}{fE_{\text{max}}}} - z^2} \quad npu \quad z \in [0; h_{\text{max}}]$$
(6)

Используя (6) можно получить следующую форму кривой (рис. 3). Выгодно установить край области обнаружения на расстоянии $\sqrt{2}/4 \cdot h_{\max 0}$ при котором интервал обнаружения БПЛА составляет от 2 до 91% от $h_{\max 0}$



Рис. 3 Область обнаружения БПЛА датчиком

Охраняемый периметр предположительно будет состоять из линии датчиков (или линий для исправления ошибок), расстояние между датчиками s будет таким, что бы датчики чувствовали БПЛА на расстоянии в полтора шага 1,5s.

Для решения этой задачи необходимо провести следующие обозначения. Три датчика обнаруживших БПЛА, нумеруется цифрами от 1 до 3 в порядке обнаружения t_i . Если БПЛА обнаружено более чем 3 датчиками, то выбираются более сильные сигналы. Здесь возможно три геометрически разных случая: (t_{nep} время пересечения границы), $t_1=t_2=t_3=t_{nep}$ когда $\alpha=0$, $t_1 < t_2 < t_{nep} < t_3$ и $t_1 < t_{nep} < t_2 < t_3$. Несмотря на разную геометрию, выведенные уравнения для второго случая окажутся справедливыми и для двух оставшихся. Второй случай обозначен на рис. 2а и 4.



Рис. 4 Геометрические построения

На рис.4, представляющем собой проекцию на горизонтальную плоскость линии датчиков f и траектории БПЛА a, буквами A,B,C ∈ f обозначены 1, 2 и 3 датчик. Точки D, E, F являются точками максимального сближения БПЛА с датчиками A, B, C соответственно: AD \perp f=D;BE \perp f = E;CF \perp f = F. Условие задачи $h \perp f = A; a \cap f = P; |AB| = |BC| = s; |PA| = p.$ записываются следующим образом: Для решения необходимо достроить ΔΟΡΑ $\triangle AGC:$ задачи И $a \cap h = O; GC \equiv CF \wedge AG \perp GC$.

Из рис. 4 мы можем найти градусную меру необходимых углов:

 $\triangle APD: \ \angle P = 90^\circ - \alpha \land \angle D = 90^\circ \Longrightarrow \angle A = \alpha;$

 $\angle OPA = \angle CPF$ как вертикальные углы;

 $\Delta APD: \quad \angle P = 90^{\circ} - \alpha \land \angle D = 90^{\circ} \Longrightarrow \angle A = \alpha;$

 $\Delta CFP: \quad \angle P = 90^{\circ} - \alpha \land \angle F = 90^{\circ} \Longrightarrow \angle C = \alpha .$

Каждый датчик с номером і дает нам по уравнению, подчиняющемуся зависимости (4) и связанного временем ht_i, необходимым для пролета БПЛА от одного экстремума функции (3) до другого:

http://trudymai.ru/

$$v \cdot ht_i = \sqrt{h^2 + y_i^2}.$$
 (7)

В прямоугольных треугольниках $\triangle ADP$, $\triangle BEP$ и $\triangle BEP$ можно выразить y_i через s и p:

$$\begin{cases} y_1 = |AD| = |PA| \cdot \cos \alpha = p \cdot \cos \alpha; \\ y_2 = |BE| = |PB| \cdot \cos \alpha = (p - s) \cdot \cos \alpha; \\ y_3 = |CF| = |PC| \cdot \cos \alpha = (2 \cdot s - p) \cdot \cos \alpha. \end{cases}$$
(8)

Так как в настоящей задаче 4-ре неизвестных p, h, α и v, то необходимо учесть еще одно уравнение, связывающее отрезок DF с временем его прохождения БПЛА t_3 - t_1 . При составлении данного уравнения выгодно рассмотреть прямоугольный треугольник Δ AGC, в котором сторона |AG| = |DF| как противоположные стороны |AGDF. Учитывая все вышесказанное, а также уравнение (7) и соотношения (8) можно составить систему из 4-ех уравнений, для простоты возведенных в квадрат:

$$\begin{cases} v^{2} \cdot ht_{1}^{2} = h^{2} + p^{2} \cdot \cos^{2} \alpha; \\ v^{2} \cdot ht_{2}^{2} = h^{2} + (p - s)^{2} \cdot \cos^{2} \alpha; \\ v^{2} \cdot ht_{3}^{2} = h^{2} + (2 \cdot s - p)^{2} \cdot \cos^{2} \alpha; \\ v^{2} \cdot (t_{3} - t_{1})^{2} = 4 \cdot s^{2} \cdot \sin^{2} \alpha. \end{cases}$$
(9)

Из первых 3-ех уравнений системы (9) выразим h² и приравняем правую часть первого уравнения ко второй и третьей, при этом будет получена следующая система уравнений:

$$\begin{cases} v^{2} \cdot \left(ht_{1}^{2} - ht_{2}^{2}\right) = (2 \cdot s \cdot p - s^{2}) \cdot \cos^{2} \alpha; \\ v^{2} \cdot \left(ht_{1}^{2} - ht_{3}^{2}\right) = (4 \cdot s \cdot p - 4 \cdot s^{2}) \cdot \cos^{2} \alpha. \end{cases}$$
(10)

Путем деления уравнений в системе (10) друг на друга и преобразования, получено выражение для вычисления координаты пролета БПЛА через линию датчиков:

$$p = s \cdot \frac{3 \cdot ht_1^2 - 4 \cdot ht_2^2 + ht_3^2}{2 \cdot ht_1^2 - 4 \cdot ht_2^2 + 2 \cdot ht_3^2}.$$
(11)

Путем деления последних уравнений систем (9) и (10) друг на друга получаем выражение для расчета угла пролета БПЛА через линию датчиков:

$$\alpha = \arctan\left\{\sqrt{\frac{p-s}{s} \cdot \frac{\left(t_{3}-t_{1}\right)^{2}}{ht_{1}^{2}-ht_{3}^{2}}}\right\}.$$
(12)

Скорость можно выразить из последнего уравнения системы (9):

$$v = \frac{2 \cdot s}{t_3 - t_1} \cdot \sin \alpha. \tag{13}$$

Высота выражается из 1-ого уравнения системы (9):

$$h = \sqrt{v^2 \cdot ht_1^2 - p^2 \cdot \cos^2 \alpha} \tag{14}$$

Остается вопрос по помехоустойчивым методам извлечения ht и t из электростатического сигнала. В работах [18-20] показывается эффективность различных методов вейвлет-обработки сигнала. Вейвлет-обработка основана на операции свертки анализируемой функции со специальной вейвлет-функцией с использованием операций на комплексной плоскости. Легко проверить, что функция (3) удовлетворяет таким условиям вейвлет-функции как конечная энергия и нулевое среднее. Поэтому для извлечение временных признаков электростатического сигнала возможно будет целесообразней воспользоваться сверткой с функцией (5) возможно с применением методов операционного исчисления. Для этого необходимо представить функцию (3) в виде функции f(t, t_i,ht_i). Для необходимого представления необходимо воспользоваться соотношением (2) и (4):

$$f(t,t_i,ht_i) = -C \cdot \frac{t-t_i}{((t-t_i)^2 + ht_i^2)^{5/2}},$$
(15)

где $C = \frac{3 \cdot k \cdot q \cdot h}{v^3}$ – положительная константа по условию настоящей задачи.

Расчет области обнаружения БПЛА датчиком

Уравнение кривой (6) позволяет рассчитать область детектирования БПЛА одним датчиком. Это необходимо для расчета расстояния между датчиками и диапазона высот обнаружения по известным значениям минимального заряда цели q, минимальной скорости цели v и величины максимума $\frac{dE}{dt}$.

Заряд БПЛА определяется из натурных испытаний. Известно, что заряд пилотных летательных аппаратов составляет от 1 до 100 мкКл [4]. Величина надежно детектируемого максимума определится уже методом обработки сигналов. Для наиболее развитого электростатического флюксметра ротационного типа точность измерений достигает 0,1 В/м, соответственно величина детектируемого максимума для оценки формы сигнала, должна превышать скажем 1 В/(м·сек). У зонда чувствительность к изменению электрического поля может быть высока, но надежность измерений зависит от уровня помех. Потенциально зонды могут превзойти флюксметр по точности определения скорости изменения поля.

http://trudymai.ru/

Таблица 1

Детектируемая область обнаружения для данных результатов для зонда

представлена в таблице 1.

| Область обнаружения БПЛА датчиком | | | | |
|-----------------------------------|---|---------|---------|---------|
| | $\frac{dE}{dt}_{\text{max}} = 1 \text{ B}/(\text{m·cek})$ | | | |
| q | 1 мкКл | | 100мкКл | |
| v | 2 м/сек | 10м/сек | 2 м/сек | 10м/сек |
| у | 8 м | 14 м | 40 м | 70 м |
| S | 5 м | 9 м | 27 м | 46 м |
| h_{min} | <1 м | <1 м | 1.5 м | 3 м |
| h_{max} | 22 м | 38 м | 105 м | 180 м |

Выводы

В ходе работы была решена задача определения зоны, в которой датчик теоретически воспринимает возмущение электростатического поля БПЛА. Эта зоны представляет собой фигуру вращения, граница которой определяется уравнением (6) с учетом частного решения при пролете БПЛА точно над датчиком (5). Расстояние между датчиками было задано таким образом, чтобы на расстоянии в полтора шага датчики чувствовали БПЛА в диапазоне высот от 2% до 91% от максимальной высоты обнаружения БПЛА высоты, определенной в (5). Таким образом при горизонтальном пролете возмущения от БПЛА детектируется как минимум тремя датчиками в указанном диапазоне высот.

В ходе работы была получена аналитическая функциональная зависимость временных параметров сигналов трех электростатических датчиков, расположенных на одной прямой, от параметров траектории горизонтально и равномерно пролетающего БПЛА, приведенных в виде системы уравнений (9). Так же была решена обратная задача определения параметров траектории БПЛА на основе этих

Труды МАИ. Выпуск № 105

http://trudymai.ru/

датчиков. Решение представлено расчетными уравнениями (11-14), которые позволяют получить траектории горизонтального пролета БПЛА через линию датчиков. Аналитически выведенные уравнения (11-14) были проверены в ходе проверочных расчетов в системе компьютерной алгебры MathCAD.

Результатом настоящего исследования является получение алгоритма определения траектории горизонтально пролетающего БПЛА на основе сигналов датчиков электростатического поля. Он состоит из трех частей:

- 1) Методами цифровой обработки сигналов обнаружить и определить временные параметры сигналов t и ht (рис. 26), схожих с функцией (15).
- Пронумеровать в порядке возрастания t три рядом расположенных датчика, получивших наиболее сильные сигналы.

3) По формулам (11)-(14) определить параметры траектории БПЛА.

С учетом пройденного после получения сигналов времени примерно определить текущее местоположение БПЛА, прошедшего над системой.

Настоящее исследование является решением идеализированной задачи, однако её решение может пригодится при выводе решения в более общих случаях: детектировании множественных целей, двигающихся с ненулевым углом тангажа, детектировании с учетом рельефа местности.

Библиографический список

1. Ананенков А.Е., Марин Д.В., Нуждин В.М., Расторгуев В.В. К вопросу о наблюдении малоразмерных летательных аппаратов // Труды МАИ. 2016. № 91. URL: http://trudymai.ru/published.php?ID=75662

2. Годунов А.И., Шишков С.В., Юрков Н.К. Комплекс обнаружения и борьбы с малогабаритными беспилотными летательными аппаратами // Надежность и качество сложных систем. 2014. № 2 (6). С. 62 - 70.

3. Сельвесюк Н.И., Веселов Ю.Г., Гайденков А.В., Островский А.С. Оценка характеристик обнаружения и распознавания объектов на изображении от специальных оптико-электронных систем наблюдения летного поля // Труды МАИ. 2018. № 103. URL: http://trudymai.ru/published.php?ID=10782

4. Zhenhua Wen, Junxing Hoa, Jason Atkin. A review of electrostatic monitoring technology: The state of the art and future research directions // Progress in Aerospace Sciences, 2017, vol. 2, issue 1, pp. 1 - 11.

5. Zhang W., Yan Y., Yang Y. & Wang J. Measurement of flow characteristics in a bubbling fluidized bed using electrostatic sensor arrays // IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2016, no. 65, pp. 703 - 712.

Ефимов Е., Полушин П., Грунская Л. Измерение электростатической составляющей электростатических полей. Измерители электростатического поля: Монография. – Берлин: Verlag, 2008. – 146 с.

7. Chubb J. The measurement of atmospheric electric fields using pole mounted electrostatic fieldmeters // Journal of Electrostatics, 2014, no. 72, pp. 295 - 300.

8.

Молниезащита самолетов.

http://www.zandz.ru/biblioteka/statya5/zaryad_elektrizacii_samoleta.html

9. Михайлов Н.А. Разработка алгоритмов перестроения группы беспилотных летательных аппаратов для уменьшения заметности // Труды МАИ. 2017. № 96. URL: <u>http://trudymai.ru/published.php?ID=85861</u>

10. McFarland M.B., Zachery R.A., Taylor B.K. Motion planning for reduced observability of autonomous aerial vehicles // IEEE International Conference on Control Applications, 22-27 Aug. Hawaii, 1999, vol. MP 5, no. 3, pp. 231 - 235.

J. Barreiro-Gomez, I. Mas, C. Ocampo-Martínez, R. Sánchez Peña and N. Quijano.
 Distributed formation control of multiple unmanned aerial vehicles over time-varying graphs using population games // 55th IEEE Conference on Decision and Control, Las Vegas, EEUU, 2016, pp. 5245 – 5250.

 Имянитов И.М. Приборы и методы для изучения электричества. – М.: Гостехиздат, 1957, 344 с.

Скрябин Ю.М., Потехин Д.С. Влияние емкости измерительного электрода
 электростатического флюксметра на чувствительность измерений //
 Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения. 2017. Т. 17. № 5.
 С. 1235 - 1238.

 Метин И.Г., Потехин Д.С., Скрябин Ю.М. Электростатический флюксметр // Труды 18-научной конференции по радиофизике, посвященной дню Радио (Нижний Новгород, 12-16 мая 2014). - Нижний Новгород: ННГУ, 2014. С. 313 - 315. 15. Wenhui Wang, Ruxia Du, Linping He, Weiwei Zhao, Yunfei Chen, Junpeng Lu, Zhenhua Ni. High-performance graphene-based electrostatic field sensor // IEEE Electron Device Letters, 2017, no. 38, pp. 1136 - 1138.

16. Смайт В. Электростатика и электродинамика. – М.: ИЛ, 1954, - 605 с.

17. Z. Wen, X. Zhao. A hybrid de-noising method based on wavelet and median filter for aero-engines gas path electrostatic monitoring // International Conference on Graphic and Image Processing, International Society for Optics and Photonics, 2011, doi: 10.1117/12.913570

 C.S. Chang, J. Jin, S. Kumar, Q. Su, T. Hoshino, M. Hanai et al. Denoising of partial discharge signals in wavelet packets domain // IEE Proceedings A - Science, Measurement and Technology, 2005, no. 152 (3), pp. 129 – 140.

19. D.L. Donoho. De-noise via soft threshold // IEEE Transactions on Information Theory, 1995, no. 41 (3), pp. 613 - 627.

20. S.G. Mallat. A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation // IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence, 1989, no. 11(7), 674 - 693.