

федеральное государственное автономное
образовательное учреждение
высшего образования
«Московский физико-технический
институт
(национальный исследовательский
университет)»
(МФТИ, Физтех)



Проректор по научной работе МФТИ

Баган Виталий
Анатольевич

2023 г.

Юридический адрес: 117303, г. Москва,
ул. Керченская, дом 1 А, корпус 1
Почтовый адрес: 141700, Московская обл.,
г. Долгопрудный, Институтский переулок, 9
Тел.: +7(495) 408-42-54, факс: +7(495) 408-68-69
info@mipt.ru

0906.2023 № 43-13/4389

на № _____ от _____

ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертацию **Авдюшкина Андрея Николаевича**
«Нелинейный анализ устойчивости коллинеарной точки либрации в
ограниченной фотогравитационной задаче трёх тел»,
представленной на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук по специальности
1.1.7. Теоретическая механика, динамика машин

Актуальность темы диссертации. При решении задач небесной механики и космической динамики нередко бывает необходимо помимо сил гравитационного взаимодействия принимать во внимание и силы другой природы. К таким силам, в частности, относятся силы светового давления, действующие на небесные тела и космические аппараты со стороны излучающих космических объектов (звёзд). При построении адекватной математической модели движения тела в космическом пространстве важно учитывать тот факт, что сила гравитационного притяжения, действующая со стороны звезды пропорциональна третьей степени характерного размера (условного радиуса) тела, а сила светового давления пропорциональна второй степени этого размера. Поэтому для тел малых размеров, например, частиц космической пыли, сила гравитационного притяжения может оказаться даже меньше силы светового давления. Существует множество ситуаций, когда данный эффект особенно заметен. Так, например, в теории кометных хвостов Бредихина Ф.А. часть их геометрической структуры объясняется тем, что в ней есть пылинки, которые отталкиваются звёздами. Кроме того, наличие светового давления можно эффективно использовать в динамике искусственных небесных тел. В частности, в тех случаях, когда возникает необходимость специально увеличить влияние сил светового

давления, например, при полёте объектов с космическим парусом. В этом смысле важное прикладное значение имеет задача об удержании объектов с космическим парусом в точках либрации, когда одновременно учитываются гравитационные силы и сравнимые с ними силы светового давления.

В диссертационной работе Авдюшкина А.Н. рассматривается ограниченная задача трёх тел с учётом репульсивных сил светового давления. В такой постановке эта задача называется ограниченной фотогравитационной задачей трёх тел. В ней рассматривается движение тела малой массы в поле гравитационных сил и репульсивных сил светового давления, действующих со стороны двух массивных излучающих тел, которые движутся по известным кеплеровским орбитам. Предполагается, что тело малой массы не влияет на движение массивных тел. Как и в классической задаче трёх тел, в фотогравитационной задаче существуют замечательные частные решения, описывающие так называемые коллинеарные точки либрации. Находясь в точке либрации, тело малой массы все время располагается на прямой, проходящей через массивные тела. В классической задаче коллинеарные точки либрации неустойчивы, но в фотогравитационной задаче возможна устойчивость коллинеарной точки либрации L_1 . В диссертационной работе Авдюшкина А.Н. в полной нелинейной постановке решается задача устойчивости L_1 .

На основании вышесказанного актуальность диссертационного исследования не вызывает сомнений.

Общая характеристика работы. Диссертация состоит из введения, четырёх глав основного текста, заключения, приложения и списка использованной литературы, содержащего 103 наименования. Общий объём диссертации составляет 111 страниц.

Во **введении** обоснована актуальность работы, дан подробный обзор результатов, полученных ранее в предметной области диссертационного исследования, сформулирована цель работы и приведено краткое описание содержания глав диссертации.

В **первой главе** в канонической гамильтоновой форме получены уравнения движения ограниченной фотогравитационной задачи трёх тел и сформулирована постановка задачи об устойчивости коллинеарных точек либрации. В данной главе также рассматривается вопрос о существовании, бифуркации и эволюции коллинеарных точек либрации. Показано, что существует семь качественно различных случаев существования и расположения коллинеарных точек либрации. В трехмерном пространстве параметров задачи указаны области, соответствующие каждому из этих случаев. Уравнения границ, разделяющих данные области, представлены в явной аналитической форме. Результаты данной главы хорошо согласуются с проведенными ранее исследованиями и, частично, повторяют уже известные результаты, которые были получены ранее другими методами и на которые в диссертации даются необходимые ссылки. Особая ценность данной главы состоит в том, что в ней с точки зрения единого

методического подхода представлено подробное и исчерпывающее исследование задачи о существовании и бифуркации коллинеарных точек либрации, ограниченной фотогравитационной задачи трёх тел.

Во **второй главе** подробно рассмотрена плоская круговая ограниченная фотогравитационная задача трёх тел. В данной главе показано, что устойчивой может быть только коллинеарная точка либрации L_1 , расположенная между притягивающими и излучающими телами. Выполнен полный и строгий анализ устойчивости точки L_1 по Ляпунову. Аналитически получены границы, разделяющие в трехмерном пространстве параметров области устойчивости и неустойчивости. Для доказательства устойчивости автор применяет современные методы нормальных форм и теории КАМ. Подробно рассмотрены случаи резонансов до четвертого порядка включительно. Установлен следующий интересный факт. При резонансе третьего порядка коллинеарная точка либрации L_1 может быть устойчива. Это связано с вырождением членов третьей степени в функции Гамильтона уравнений возмущенного движения. Также несомненно важным и интересным результатом исследования является обнаружение узких областей неустойчивости, возникающих при резонансе четвертого порядка. Проведенное исследование позволило получить строгие выводы об устойчивости почти для всех значений параметров. Неисследованными остались лишь случаи сильного вырождения, когда для решения вопроса об устойчивости требуется проведение исследований с учётом членов выше четвертой степени в разложении гамильтониана уравнений возмущенного движения.

В **третьей главе** рассматривается задача об устойчивости коллинеарной точки либрации в плоской эллиптической ограниченной фотогравитационной задаче трёх тел. Исследование выполнено в предположении о малости эксцентриситета орбит притягивающих и излучающих тел. Данное предположение позволило применить метод малого параметра и выполнить анализ устойчивости аналитически. В частности, в аналитической форме были получены уравнения границ областей параметрического резонанса. Следует отметить, что результаты данного аналитического исследования полностью согласуются с результатами численного исследования, проведенного ранее другими авторами. Кроме того, в третьей главе был выполнен и нелинейный анализ устойчивости. В частном случае равных масс и интенсивностей излучения были получены выводы о формальной устойчивости, а в случае резонанса четвертого порядка была доказана устойчивость в укороченной системе, функция Гамильтона которой содержит члены разложения исходного гамильтониана задачи до четвертой степени включительно.

В **четвёртой главе** рассмотрен частный случай ограниченной фотогравитационной задачи трёх тел – фотогравитационная задача Ситникова, в которой рассматривается движение тела малой массы вдоль прямой, проходящей через барицентр системы перпендикулярно плоскости

движения двух притягивающих и излучающих тел, движущихся по эллиптическим орбитам. В этой задаче точка либрации L_1 находится в барицентре системы и является положением равновесия. В работе был проведен анализ устойчивости L_1 по Ляпунову. Для получения строгих выводов об устойчивости применялся метод симплектических отображений и методы теории КАМ. На основании указанной методики было установлено, что в областях линейной устойчивости L_1 имеет место также и устойчивость по Ляпунову. Результаты исследования наглядно представлены на диаграмме устойчивости, полученной численно. При малых значениях эксцентриситета орбит притягивающих и излучающих тел границы областей устойчивости получены в аналитической форме.

В заключении диссертационной работы приведены основные результаты, выполненного исследования.

Достоверность полученных результатов обеспечивается корректным использованием в диссертационном исследовании современных математических методов классической и небесной механики, теории дифференциальных уравнений и теории устойчивости. Результаты, полученные в работе аналитически и численно, полностью согласуются. Выводы, сделанные в работе, также хорошо согласуются с результатами, полученными ранее другими авторами при исследовании некоторых частных случаев данной задачи.

Теоретическая значимость результатов диссертационного исследования состоит в получении строгого и полного решения классической задачи об устойчивости важного частного случая движения космического объекта под действием гравитационных сил и сил светового давления.

Практическая значимость работы состоит в том, что ее результаты могут быть применены для разработки методики изучения объектов ближнего и дальнего космоса, таких как кометы и пылевые облака вблизи двойных звезд. Кроме того, результаты исследования могут представлять прикладной интерес при планировании космических миссий в окрестности коллинеарных точек либрации Солнечной системы.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 6 работ в изданиях из перечня ВАК, либо индексируемых в базах Scopus и Web of Science. По результатам проведенного исследования автором были сделаны 20 докладов на международных и всероссийских конференциях.

Рекомендации по использованию результатов и выводов диссертации. Результаты и методы исследований данной диссертационной работы могут быть рекомендованы для использования при решении задач устойчивости движений в небесной механике и космической динамике. Они также могут быть использованы при подготовке учебных курсов по теории устойчивости гамильтоновых систем, небесной механике и динамике космического полета, читаемых для студентов старших курсов и аспирантов.

Автореферат полностью и точно отражает содержание диссертации. Диссертационное исследование соответствует паспорту специальности 1.1.7. Теоретическая механика, динамика машин.

Замечания. В процессе рецензирования диссертации возникли следующие замечания:

1. Исследование, выполненное в диссертационной работе, имеет явную теоретическую направленность. Вместе с тем, результаты, полученные в диссертации, могут иметь значение для будущих прикладных исследований. В связи с этим в тексте диссертации стоило бы уделить больше внимания обоснованию актуальности проведенного исследования и его практической значимости.
2. На стр. 78 диссертации для одной из областей параметрического резонанса проводится сравнение ее границ, полученных аналитически и численно. В диссертации следовало бы провести такое же сравнение и для других областей параметрического резонанса.
3. В третьей главе исследуется устойчивость коллинеарной точки либрации плоской эллиптической ограниченной фотогравитационной задачи трех тел. Получены выводы о формальной устойчивости и об устойчивости для большинства начальных условий. В тексте диссертации следовало бы дать определение этих понятий.

Данные замечания не влияют на общую положительную оценку работы. Диссертация выполнена на высоком научном уровне.

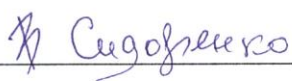
Оценка работы в целом. Диссертация посвящена актуальной теме в области небесной механики и космической динамики. Полученные в ней результаты несомненно представляют интерес как с теоретической точки зрения для развития методов решения задач об устойчивости движения в небесной механике и космической динамике, так и для возможного использования в прикладных задачах исследования космического пространства. В работе получены строгие выводы об устойчивости коллинеарной точки либрации L_1 в ограниченной фотогравитационной задаче трёх тел. Проведенное исследование основано на методах общей теории устойчивости, методах теории КАМ, метода малого параметра, метода нормальных форм и метода симплектических отображений. Положения, выводы и результаты работы являются полностью обоснованными.

Автор продемонстрировал прекрасное владение математическим аппаратом, применяемым по теме диссертации. Упомянутые замечания не снижают общую положительную оценку научного уровня выполненной диссертационной работы. Результаты диссертации в достаточной степени опубликованы в специализированных журналах по теме работы и прошли апробацию на научных семинарах, российских и международных конференциях.

Заключение. Диссертация Авдюшкина Андрея Николаевича «Нелинейный анализ устойчивости коллинеарной точки либрации в ограниченной фотогравитационной задаче трёх тел» отвечает всем требованиям Положения о присуждении ученых степеней, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.7. Теоретическая механика, динамика машин, а ее автор Авдюшкин А.Н. заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук.

Отзыв на диссертацию обсуждён и одобрен на расширенном заседании научного семинара кафедры теоретической механики МФТИ «24» мая 2023г., протокол № 3.

Доктор физ.-мат. наук, профессор



Сидоренко Владислав Викторович

Почтовый адрес: 141700, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский пер.,9

Телефон: 8 (495) 408 78 66

Адрес электронной почты: vvsidorenko@list.ru

Организация – место работы: федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)», кафедра теоретической механики

Должность: профессор

Web-сайт организации: <https://mipt.ru/>

Доктор физ.-мат. Наук



Соколов Сергей Викторович

Почтовый адрес: 141700, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский пер.,9

Телефон: 8 (495) 408 78 66

Адрес электронной почты: sokolov.sv@phystech.edu

Организация – место работы: федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)», кафедра теоретической механики

Должность: заведующий кафедрой

Web-сайт организации: <https://mipt.ru/>

С отзывом ознакомлен  14.06.23