

Научная статья  
УДК 629.7.036.34

## ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ЧАСТОТЫ ВРАЩЕНИЯ ВНУТРЕННЕГО КОЛЬЦА СЕГМЕНТНОГО КЕРАМИЧЕСКОГО ПОДШИПНИКА ГТД НА ЕГО ПРОЧНОСТЬ

Анна Сергеевна Семенова<sup>1</sup>✉, Максим Владимирович Кузьмин<sup>2</sup>, Андрей Родионович Кирсанов<sup>3</sup>

<sup>1, 2, 3</sup> ОКБ им. А. Люльки – филиал ОДК-УМПО,

Москва, Россия

<sup>1</sup>anna.semenova.lulka@gmail.com✉

<sup>2</sup>maxim.kuzmin@okb.umpo.ru

<sup>3</sup>kar3112@yandex.ru

**Аннотация.** Представлены результаты численного моделирования работы керамического подшипника скольжения ротора газотурбинного двигателя. Оценка прочности подшипника скольжения из карбида кремния SiC проводится на основании результатов численного моделирования деформирования и разрушения материала подшипника при раскрутке ротора до максимальной частоты. Расчетные и экспериментальные данные, полученные в ходе исследований керамического подшипника скольжения, приводятся для освидетельствования непротиворечивости численной модели подшипника скольжения, в первую очередь адекватности примененной модели повреждаемости материала карбида кремния SiC.

**Ключевые слова:** подшипники скольжения, карбид кремния, модель повреждаемости, модель Джонсона–Холмквиста, критерий разрушения керамики

**Для цитирования:** Семенова А.С., Кузьмин М.В., Кирсанов А.Р. Исследование влияния частоты вращения внутреннего кольца сегментного керамического подшипника ГТД на его прочность // Вестник Московского авиационного института. 2023. Т. 30. № 3. С. 101–108.

Original article

## THE STUDY OF ROTATION FREQUENCY OF THE GTE CERAMIC SEGMENTAL BEARING INTERNAL RING IMPACT ON ITS STRENGTH

Anna S. Semenova<sup>1</sup>✉, Maksim V. Kuz'min<sup>2</sup>, Andrei R. Kirsanov<sup>3</sup>

<sup>1, 2, 3</sup> Lyulka Desing Bureau - branch "ODK UMPO",

Moscow, Russia

<sup>1</sup>anna.semenova.lulka@gmail.com✉

<sup>2</sup>maxim.kuzmin@okb.umpo.ru

<sup>3</sup>kar3112@yandex.ru

### Abstract

Metal rolling bearing are employed traditionally in rotor supports. These bearings disadvantages are high friction coefficient, limited rotation frequency and their susceptibility to the severe wear.

Implementation of new technologies and materials enabled application of ceramic bearings. These bearings advantage over the metal ones consists in:

- low adhesion of mating parts, low friction coefficient;
- non-magnetic properties, high operating temperature;
- chemical resistance in aggressive environments, high strength.

© Семенова А.С., Кузьмин М.В., Кирсанов А.Р., 2023

Traditionally, the performance check of such bearings are the tests, which require heavy economic and time spending that may be reduced by numerical simulation with modern software packages.

Numerical computation of ceramics strength characteristics of represents a problem, since it is associated with the need to build an adequate micro-cracks propagation model in inhomogeneous structures.

This article presents a model of Johnson-Holmquist (J-H) ceramics deformation and fracture, which allows estimating a micro-fracture, as well as the time and place of cracks initiation.

The fracture mathematical modeling in the J-H model is based on introduction of the fracture parameter (D), defining the degree of material continuity loss, as well as equations describing the D parameter changes in the loaded material. The fracture parameter growth is associated with deformations accumulation.

Simulation of several options of the internal ring corresponding to the real structures (conventional ring and a ring with a slit) by the finite element method was performed for the technique for the bearing strength estimation try-out. The model was being loaded by the centrifugal force in time, applied linearly, from zero to full destruction. The ceramic ring material was Carboprom-K. The properties of the analog, namely silicon carbide, were employed for the damages analysis.

**Keywords:** plain bearings, silicon carbide, plasticity damage model, Johnson Holmquist model, ceramics destruction criterion

**For citation:** Semenova A.S., Kuz'min M.V., Kirsanov A.R The Study of Rotation Frequency of the GTE Ceramic Segmental Bearing Internal Ring Impact on Its Strength. *Aerospace MAI Journal*, 2023, vol. 30, no. 3, pp. 101-108.

## Введение

Традиционно в опорах роторов применяются металлические подшипники качения [5, 11, 18]. Подшипники скольжения, уступившие место подшипникам качения в большинстве технических устройств, имеют ряд преимуществ, позволяющих рассматривать их не только как возможность альтернативного использования, но и в ряде случаев как единственный вариант [16, 17]. В первую очередь это касается высокоскоростных режимов, на которых значения параметра быстроходности подшипников качения подходят к предельным или выше их [15, 19]. Также более высокая работоспособность в условиях повышенной вибрации, агрессивных сред, недостаточного количества смазки, высоких рабочих температур и т. д. открывает широкие перспективы применения подшипников скольжения, изготовленных из новых материалов [8]. Наиболее критичным параметром, вызывавшим серьезные ограничения в использовании подшипников скольжения, ранее была относительная скорость взаимодействующих поверхностей [6, 7]. Значительным прорывом в расширении границ работоспособности стало появление керамических материалов нового поколения, которые могут использоваться в качестве конструктивных для высокоскоростных подшипников скольжения.

Для оценки возможности использования подшипников скольжения из керамических материалов нового поколения были проведены исследования характеристик нескольких модельных экспериментальных керамических подшипников скольжения [13]. В одном из экспериментов исследовались границы работоспособности по предельной частоте

вращения ротора. На рис. 1 представлен керамический подшипник скольжения, наружное кольцо которого состоит из сегментов.

Сегменты, выполненные из керамических материалов, имели крепление к неподвижному корпусу подшипника с возможностью компенсации угловых перемещений его деталей. На ротор экспериментального стенда была установлена втулка из керамического материала, имеющая разрез шириной около 1 мм, выполненный под углом ~60 градусов к торцевой плоскости втулки. Разрез позволяет частично компенсировать температурные изменения геометрии отдельных деталей подшипника, а также выполнять функции демпфирования колебаний. При этом разрез вносит неравномерность жесткости втулки по ее диаметру, что вызывает циклическое изменение с каждым оборотом ротора упругих деформаций конструкции и значительно снижает прочность самой втулки.

Проверкой работоспособности подшипников являются испытания, но изготовление керами-

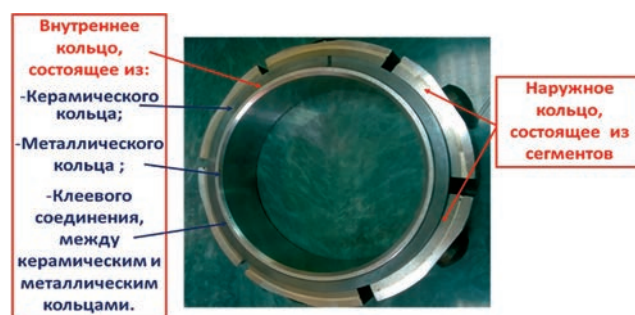


Рис. 1. Сегментный подшипник скольжения

ческих подшипников с целью исследования различных вариантов конструкции требует больших временных и материальных затрат. Снизить их возможно с помощью численного моделирования в современных программных пакетах [9, 20]. Для оценки степени влияния вышеперечисленных факторов на работоспособность конструкции был выполнен прочностной расчет втулки.

Численный расчет прочностных характеристик керамических подшипников проблематичен, поскольку связан с необходимостью построения адекватной модели распространения микротрещин в неоднородных структурах. В настоящей статье представлено использование модели материала Johnson–Holmquist (JH) [1] для моделирования деформирования и разрушения керамического кольца. Эта модель позволяет через развитие микроразрушений в материале определить предельные нагрузки, при которых зарождаются магистральные трещины [10]. Микроповреждения в нагруженном материале зависят от накопленной пластической деформации и определяют степень потери сплошности материала. Используется линейное накопление повреждений за счет приращения пластической деформации.

**Описание модели повреждения керамики**

Модель Джонсона–Холмквиста (JH) включает в себя линейное накопление повреждений за счет приращения пластической деформации.

Математическое моделирование разрушения в модели JH основано на введении параметра разрушения  $D$ , определяющего степень потери сплошности материала, и уравнений, описывающих изменения параметра  $D$  в нагруженном материале. Волновая модель разрушения описывает распределение параметра разрушения в образце хрупкого материала нелинейным волновым уравнением. В модели вводится система уравнений, описывающих изменение параметра разрушения для локального объема среды в зависимости от параметров напряженно-деформированного состояния этого объема, но, в первую очередь, от скорости неупругих деформаций в области разрушения. Формально рост параметра разрушения связан с накоплением деформаций. Предельное состояние материала в процессе разрушения описывается параметрической связью между эквивалентным напряжением и давлением [3].

В данной модели гидростатическое давление  $p$  может быть рассчитано с помощью уравнения состояния:

– при сжатии  $\mu > 0$

$$p = k_1\mu + k_2\mu^2 + k_3\mu^3 + \Gamma\rho_0 E; \quad (1)$$

– при растяжении  $\mu < 0$

$$P = k_1\mu, \quad (2)$$

где  $\mu = \rho/\rho_0 - 1$  – изменение плотности во время удара;  $\rho, \rho_0$  – текущая и начальная массовые плотности соответственно;  $k_1, k_2$  и  $k_3$  – упругие постоянные ( $k_1$  – объемный модуль);  $E$  – тепловая составляющая удельной внутренней энергии;  $\Gamma$  – коэффициент Грюнайзена.

Если в карте материала заданы параметры предела упругости Гюгиони  $HEL$  и модуль сдвига  $G$ , значение  $\mu_{hel}$  можно найти при помощи итераций из соотношения

$$hel = k_1\mu_{hel} + k_2\mu_{hel}^2 + k_3\mu_{hel}^3 + \frac{4}{3}G \frac{1}{1 + \mu_{hel}} \quad (3)$$

и затем выполнить нормализацию значений давления

$$p_{hel} = k_1\mu_{hel} + k_2\mu_{hel}^2 + k_3\mu_{hel}^3 \quad (4)$$

и напряжения

$$\sigma_{hel} = 1,5(hel - p_{hel}). \quad (5)$$

Эквивалентное напряжение для повреждаемого материала в модели JH определяется соотношением

$$\sigma^* = \sigma_i^* - D(\sigma_i^* - \sigma_f^*), \quad (6)$$

где  $\sigma_i^*$  – нормализованное пороговое значение эквивалентного напряжения, выше которого возможно разрушение неповрежденного материала:

$$\sigma_i^* = a(p^* + t^*)^n (1 + c \ln \varepsilon^*). \quad (7)$$

Здесь  $a$  – параметр нормализованной прочности для неповрежденного материала;  $n$  – параметр прочности для неповрежденного материала (показатель степени для давления);  $c$  – параметр прочности для зависимости от скорости деформации;  $p^*$  – нормализованная компонента давления, соответствующая пределу упругости Гюгиони;  $t^*$  – нормализованная максимальная прочность на растяжение;  $\varepsilon^{*}$  – нормализованная скорость деформации;  $\sigma_f^*$  – нормализованное критериальное значение эквивалентного напряжения для полностью разрушенного материала:

$$\sigma_f^* = b(p^*) (1 + c \ln \varepsilon^*) \leq \sigma_{f \max}^*, \quad (8)$$

где  $b$  – параметр нормализованной прочности для разрушенного материала (с трещинами);  $m$  – параметр прочности для материала с трещинами (показатель степени для давления);  $\sigma_{f \max}^*$  – нормализованная максимальная прочность для материала с трещинами.

Астериск «\*» указывает на нормализованную величину: напряжения и давления нормализуются с помощью эквивалентного напряжения и давления, соответствующих пределу упругости Югонио *HEL*, скорость деформации – по величине исходной скорости деформации.

**Критерий разрушения для внутреннего кольца керамического подшипника скольжения**

Условием разрушения в модели материала JOHNSON HOLMQUIST CERAMICS является параметр поврежденности материала *D*. Параметр поврежденности материала представляет собой накопление повреждений за счет приращения пластической деформации в одном цикле вычислений:

$$D = \sum \frac{\Delta \epsilon^p}{\epsilon_f^p}, \tag{9}$$

где  $\Delta \epsilon^p$  – приращение интенсивности пластической деформации за шаг по времени;  $\epsilon_f^p$  – предельная пластическая деформация в момент макроскопического разрушения (при трещинообразовании):

$$\epsilon_f^p = d_1 (p^* + t^*)^{d_2}, \tag{10}$$

где  $d_1$  – параметр пластической деформации при трещинообразовании (управляет скоростью накопления повреждений);  $d_2$  – параметр пластической деформации при трещинообразовании (показатель степени).

Когда параметр *D* достигает единицы, происходит разрушение материала:

$$D \geq 1. \tag{11}$$

Условием разрушения в модели клеевого соединения BLATZ-KO\_RUBBER является достижение главных напряжений максимальных на разрыв для клея, согласно справочнику:

$$\sigma_1 \geq \sigma_{max}, \tag{12}$$

где  $\sigma_1$  – максимальное главное напряжение;  $\sigma_{max}$  – максимальное напряжение для клея (справочник).

**Расчет разрушающей частоты вращения внутреннего кольца сегментного керамического подшипника**

Граничные условия, время расчета, материалы, тип и свойства элементов задавались в «.key» файле [12, 14]. Для объемных элементов использовался тип 2 – полного интегрирования. Модель состоит из трех деталей: керамическое кольцо; металлическое кольцо; абсолютно жесткое тело, имитирующее вал, на котором крепится металлическое кольцо (рис. 2,а); слой клея между керамическим и металлическим кольцом (рис. 2,б). Между собой детали

взаимодействуют с помощью контактов. Контакты описывались картой \*CONTACT\_AUTOMATIC\_SINGLE\_SURFACE. В карте материала, с помощью которого задано жесткое тело \*MAT\_RIGID, заданы глобальные ограничения на центр масс по всем степеням свободы. Модель нагружалась центробежной силой во времени, приложенной линейно от нуля до полного разрушения (рис. 3).

Упругопластический расчет выполнялся с использованием кода LS-DYNA/explicit. Материал металлического кольца – 15X16K5H2МВФАБ-Ш задавался с помощью упругопластической модели с табличной зависимостью напряжений течения от пластической деформации. Материал керамического кольца – Карбопром - К. Для анализа повреждения кольца использовались свойства аналога – SiC карбид кремния. Для моделирования карбида кремния использовалась модель пластического разрушения Джонсона–Холмквиста. Данные по SiC взяты из [2]. Физико-механические свойства материала представлены в таблице. Для

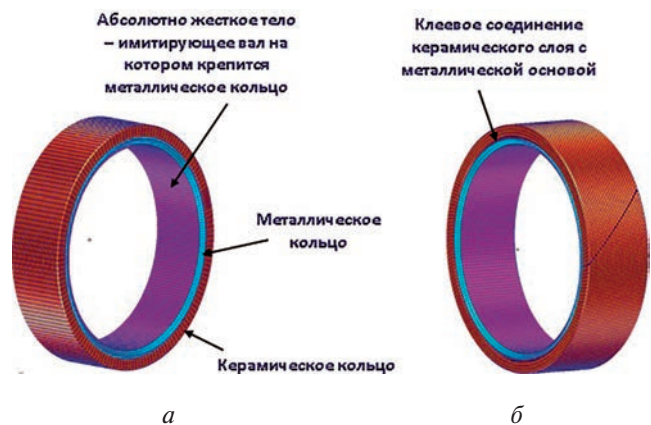


Рис. 2. Конечно-элементная модель внутреннего кольца сегментного керамического подшипника:

- а – для первого варианта исполнения керамического кольца (простое кольцо);
- б – для второго варианта исполнения керамического кольца (кольцо с прорезью)

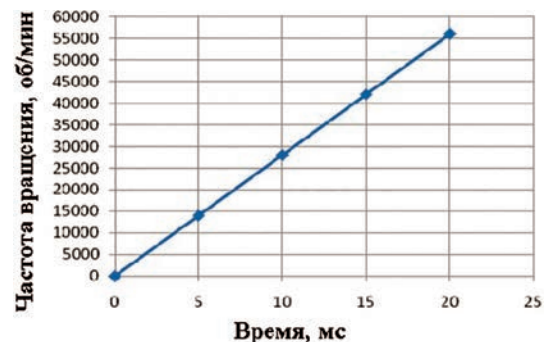


Рис. 3. График приложения центробежной силы по времени



моделирования клея использовалась модель резины MAT\_VLATZ-KO\_RUBBER – однопараметрический материал, который позволяет моделировать свойства практически несжимаемой сплошной резины, с коэффициентом Пуассона, равным 0,463.

Результаты расчета представлены на рис. 4 и 5.

Чтобы избежать искажения элементов кольца при достижении пластической деформации 50%, эти элементы удаляются.

Температура конструкции – 20°C.

Из рис. 5 видно, что для первого варианта на 14,4 мс (40320 об/мин) происходит возрастание энергии удаленных из системы элементов керамического кольца. Для второго варианта на 3,8 мс

(11400 об/мин) возникает энергия удаленных из системы элементов керамического кольца. Это связано с разрушением материала.

При испытаниях на 12000 об/мин (первый вариант – простое кольцо) керамическое кольцо не разрушилось.

**Результаты испытаний**

На стенд поэтапно устанавливались внутренние кольца сегментного керамического подшипника без разреза и с разрезом для определения предельных режимов их работоспособности. Испытания проводились с постоянным расходом масла около 6 л/мин при радиальной нагрузке около 40 кг. Ча-

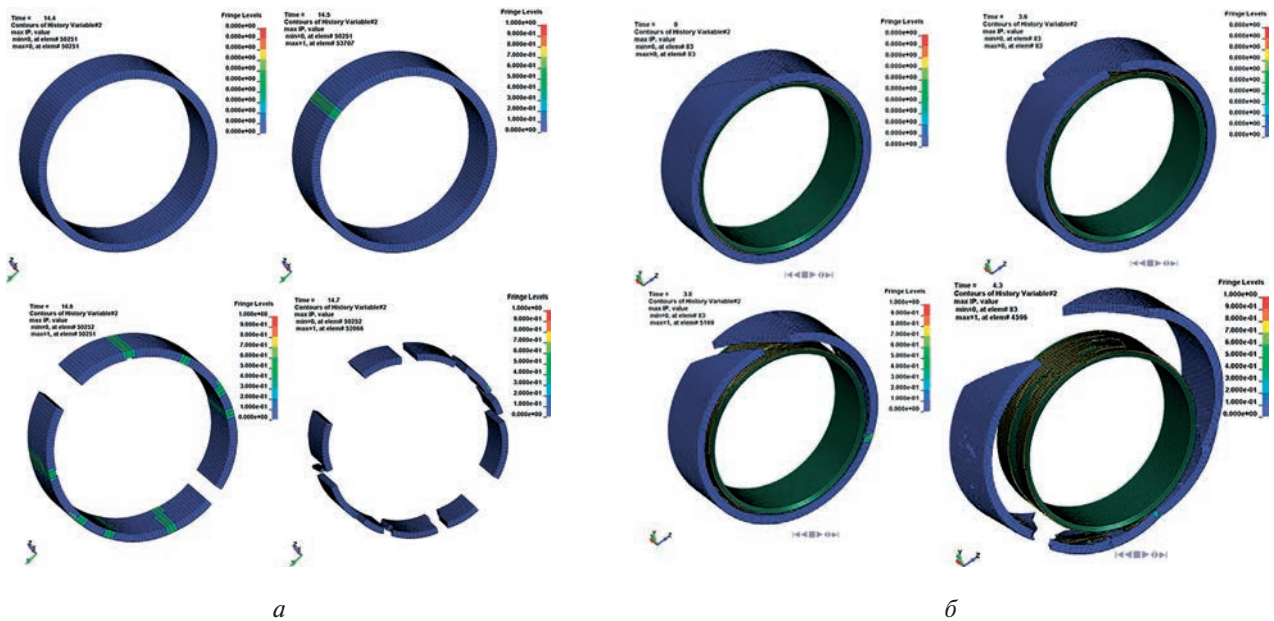


Рис. 4. Динамическая картина повреждения: а – для первого варианта исполнения керамического кольца (простое кольцо); б – для второго варианта исполнения керамического кольца (кольцо с прорезью)

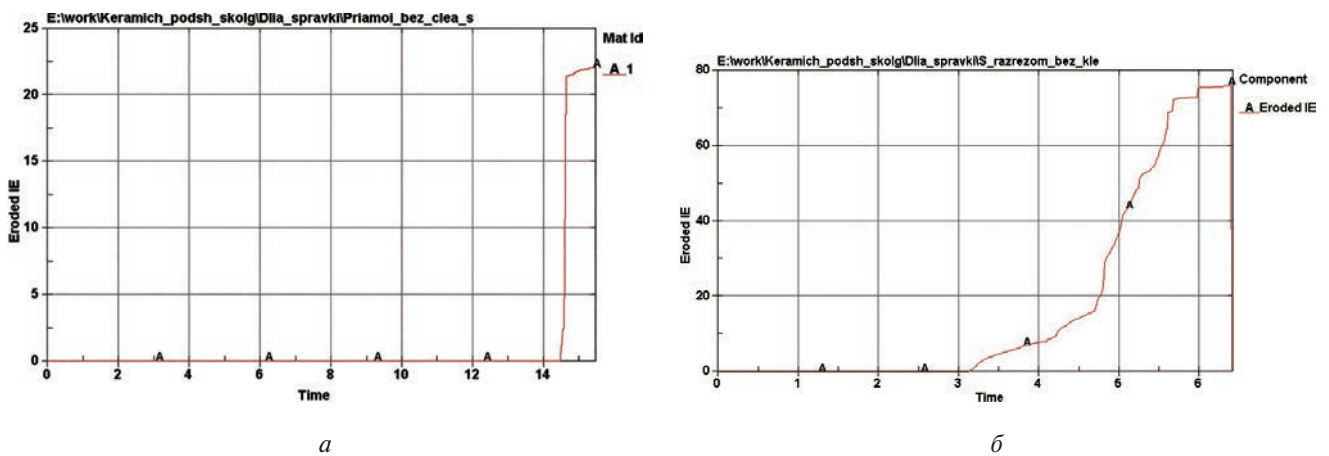


Рис. 5. График зависимости энергии удаленных из системы элементов от времени приложения нагрузки: а – для первого варианта исполнения керамического кольца (простое кольцо); б – для второго варианта исполнения керамического кольца (кольцо с прорезью)

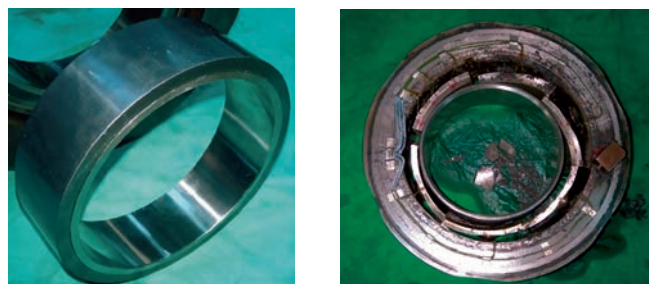
Таблица

Физико-механические свойства материала карбида кремния SiC (Silicon Carbide)

Плотность $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	3163
Модуль сдвига $G$ , ГПа	183
Параметр нормализованной прочности неповрежденного материала $a$	0,96
Параметр нормализованной прочности для материала с трещинами $b$	0,35
Параметр прочности (для зависимости от скорости деформации) $c$	0,0
Параметр прочности для материала с трещинами (показатель степени для давления) $m$	1,0
Параметр прочности для неповрежденного материала (показатель степени для давления) $n$	0,65
Исходная скорость деформации $\epsilon$	1,0
Максимальная прочность на растяжение $t$ , ГПа	0,37
Максимальная нормализованная прочность для материала с трещинами (если 0, по умолчанию принимается значение $1e20$ ) $\sigma_{fmax}$	0,8
Предел упругости Гюгонио $HEL$ , ГПа	14,567
Компонента давления, соответствующая пределу упругости Гюгонио $P_{hel}$ , ГПа	5,9
Прочность $HEL$ , ГПа	13,0
Часть упругой энергии, превращаемая в гидростатическую энергию ВЕТА	1,0
Параметр пластической деформации при трещинообразовании $d_1$	0,48
Параметр пластической деформации при трещинообразовании (показатель степени) $d_2$	0,48
Первый коэффициент давления (эквивалентен объемному модулю) $k_1$ , ГПа	204,785
Второй коэффициент давления $k_2$ , ГПа	0
Упругие постоянные ( $k_1$ – объемный модуль) $k_3$ , ГПа	0

стота вращения ротора пошагово изменялась от 500 до 12000 об/мин с шагом 500 об/мин. Разрушение подшипника произошло через 3 с после выхода на частоту вращения 11400 об/мин (рис. 6).

При динамическом расчете кольцо с разрезом и клеевым соединением керамического слоя с металлической основой разрушилось на частоте вращения 11400 об/мин, что соответствует результатам испытаний.



а

б

Рис. 6. Вариант исполнения:

- а – первый – простое кольцо (при испытаниях на 12000 об/мин керамическое кольцо не разрушилось);
- б – второй – кольцо имеет косой разрез (при испытаниях керамическое кольцо разрушилось на частоте вращения 11400 об/мин)

**Выводы**

1. Созданная физико-математическая модель керамического подшипника позволяет проследить историю нагружения и разрушения.
2. При анализе результатов численного моделирования показано, что данные, полученные с использованием модели разрушения Джонсона–Холмквиста, подтверждаются экспериментально.
3. Полученная модель керамического подшипника позволяет проводить параметрические исследования влияния внешних условий и конструктивных факторов на работоспособность конструкции.
4. Модель JH может быть адаптирована и для других конструкций подшипника и марок керамики.

**Список источников**

1. LS-DYNA Keyword User's Manual (Version 971). – Livermore Software Technology Corporation (LSTC), California, 2007. Vol 1. – 1384 p.
2. Cronin D.S., Bui K., Kaufmann C. et al. Implementation and Validation of the Johnson-Holmquist Ceramic Material Model in LS-Dyna. 2003.
3. Паршиков А.Н. Численный метод SPH, использующий соотношения распада разрывов, и его применение в механике деформируемых гетерогенных сред: Дисс. ... докт. физ.-мат. наук. – М.: Институт проблем механики РАН, 2014. – 122 с.

4. Августович В.Г., Шмотин Ю.Н., Сипатов А.М. и др. Численное моделирование нестационарных явлений в газотурбинных двигателях. — М.: Машиностроение, 2005. — 523 с.
5. Зубко А.И., Лукин В.А., Герман Г.К. Разработка мероприятий по уменьшению сил сопротивления при работе подшипников качения // Вестник Московского авиационного института. 2022. Т. 29. № 4. С. 125–137. DOI: 10.34759/vst-2022-4-125-137
6. Когаев В.П., Махутов Н.А., Гусенков А.П. Расчеты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность: Справочник. — М.: Машиностроение, 1985. — 223 с.
7. Биргер И.А., Шорр Б.Ф., Иосилевич Г.Б. Расчет на прочность деталей машин: Справочник. - 4-е изд., перераб. и доп. — М.: Машиностроение, 1993. — 639 с.
8. Зубко А.И., Гусин П.И., Критский В.Ю., Нецвет В.А. Исследование параметров масляного клина и возможности проведения диагностирования подшипников качения с использованием волоконно-оптических датчиков давления, температуры и деформации // Насосы. Турбины. Системы. 2020. № 4(37). С. 42–55.
9. Gurson A.L. Continuum Theory of Ductile Rupture by Void Nucleation and Growth: Part I—Yield Criteria and Flow Rules for Porous Ductile Media // Journal of Engineering Materials and Technology. 1977. Vol. 99. No. 1, pp. 2–15. DOI: 10.1115/1.3443401
10. Надау А. Пластичность и разрушение твердых тел. Т.1 Пластичность, теория / Пер. с англ.; Под ред. Г.С. Шапиро. — М.: Изд-во иностр. лит., 1954. — 647 с.
11. Зубко А.И., Аксенов С.П., Нецвет В.А., Диденко А.В. Экспериментальный модальный анализ конструкции ротора газогенератора ТРДД // Радиотехника. 2019. Т. 83. № 5–2. С. 106–109.
12. Морозов Е.М., Никишков Г.П. Метод конечных элементов в механике разрушения. - Изд. 2-е, испр. — М.: URSS, 2008. — 254 с.
13. Семенова А.С., Гогаев Г.П. Оценка разрушающей частоты вращения дисков турбомашин с использованием деформационного критерия в программном комплексе LS-Dyna // Вестник Московского авиационного института. 2018. Т. 25. № 3. С. 134–142
14. Семенова А.С., Кузьмин М.В. Подбор дискретности конечно-элементной сетки для вращающихся деталей межроторного подшипника газотурбинного двигателя с учетом шероховатости поверхности // Вестник Московского авиационного института. 2020. Т. 27. № 3. С. 171–179.
15. Leontiev M., Ivannikov V., Degtyarev S. Radial roll bearings with flexible rings: application to rotor dynamics and extension to multibody simulation // 17th International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery (16-21 December 2017; Maui, Hawaii).
16. Степанов А.В. Моделирование жесткости шероховатых поверхностей при оценке точности технологического оборудования: Автореф. д. ... канд. техн. наук. — М.: Моск. гос. технологич. ун-т, 1998. — 15 с.
17. Петров Н.И., Николаев С.М. Уточненная оценка напряженно-деформированного состояния в подшипниках качения методом конечных элементов с учетом их эксплуатации в ГТД // Новые технологические процессы и надежность ГТД: научно-технический сборник. Вып. 9. Подшипники и уплотнения. — М.: ЦИАМ, 2013. С. 13–22.
18. Кикоть Н.В., Снеткова Е.И., Леонтьев М.К., Дегтярев С.А. Анализ динамических характеристик подшипников качения в опорах роторов // Вестник Рыбинской государственной авиационной технологической академии им. П.А. Соловьева. 2012. № 2(23). С. 94–102.
19. Mason M.A. A practical tool for the determination of surface stresses in railroad bearings with different contact geometries load conditions using finite element analysis. - Thesis of Master of Science. Virginia Commonwealth University. 2014. — 119 p. DOI: 10.25772/1JY-3P97
20. Qu F., Xie H., Jiang Z. Finite element method analysis of surface roughness transfer in micro flexible rolling // 12th International Conference on Numerical Methods in Industrial Forming Processes (4-7 July 2016; Troyes, France). Vol. 80. No. 8: 04002. DOI: 10.1051/mateconf/20168004002

## References

1. *LS-DYNA Keyword User's Manual (Version 971)*. Livermore Software Technology Corporation (LSTC), California, 2007, vol. 1, 1384 p.
2. Cronin D.S., Bui K., Kaufmann C. et al. *Implementation and Validation of the Johnson-Holmquist Ceramic Material Model in LS-Dyna*. 2003.
3. Parshikov A.N. *Chislennyi metod SPH, ispol'zuyushchii sootnosheniya raspada razryvov, i ego primeneniye v mekhanike deformiruemyykh geterogennykh sred* (Numerical method of SPH, using the relations of decay of discontinuities, and its application in the mechanics of deformable heterogeneous media). Doctor's thesis, Moscow, Institut problem mekhaniki RAN, 2014. - 122 p.
4. Avgustovich V.G., Shmotin Yu.N., Sipatov A.M. et al. *Chislennoe modelirovanie nestatsionarnykh yavlenii v gazoturbinykh dvigatelyakh* (Numerical simulation of unsteady phenomena in gas turbine engines), Moscow, Mashinostroenie, 2005, 523 p.
5. Zubko A. I., Lukin V. A., German G. K. Development of measures for resisting forces reduction while roller bearings operation. *Aerospace MAI Journal*, 2022, vol. 29, no. 4, pp. 125-137. DOI: 10.34759/vst-2022-4-125-137
6. Kogaev V.P., Makhutov N.A., Gusenkov A.P. *Raschety detalei mashin i konstruktсии na prochnost' i dolgovechnost'* (Calculations of machine parts and structures for strength and durability), Moscow, Mashinostroenie, 1985, 223 p.

7. Birger I.A., Shorr B.F., Iosilevich G.B. *Raschet na prochnost' detalei mashin. Spravochnik* (Strength calculation of machine parts. Handbook), Moscow, Mashinostroenie, 1993, 639 p.
8. Zubko A.I., Gnusin P.I., Kritskii V.Yu., Netsvet V.A. *Nasosy. Turbiny. Sistemy*, 2020, no. 4(37), pp. 42-55.
9. Gurson A.L. Continuum Theory of Ductile Rupture by Void Nucleation and Growth: Part I—Yield Criteria and Flow Rules for Porous Ductile Media. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 1977, vol. 99, no. 1, pp. 2–15. DOI: 10.1115/1.3443401
10. Nadai A. *Theory of flow and fracture of solids*. McGraw-Hill Book Co.; 2nd ed., 1950, vol. 1, 572 p.
11. Zubko A.I., Aksenov S.P., Netsvet V.A., Didenko A.V. *Radiotekhnika*, 2019, vol. 83, no. 5-2, pp. 106 – 109.
12. Morozov E.M., Nikishkov G.P. *Metod konechnykh elementov v mekhanike razrusheniya* (Finite element method in fracture mechanics). 2nd ed. Moscow, URSS, 2008, 254 p.
13. Semenova A.S., Gogaev G.P. Evaluation of destructive rotation frequency of turbo-machine disks applying deformation criterion with LS-DYNA software. *Aerospace MAI Journal*, 2018, vol. 25, no 3, pp. 134-142.
14. Semenova A.S., Kuz'min M.V. Finite element grid discreteness selecting for rotating parts of inter-rotor bearing of a gas turbine engine considering surface roughness. *Aerospace MAI Journal*, 2020, vol. 27, no. 1, pp. 171-179. DOI: 10.34759/vst-2020-1-171-179
15. Leontiev M., Ivannikov V., Degtyarev S. Radial roll bearings with flexible rings: application to rotor dynamics and extension to multibody simulation. *17th International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery (16-21 December 2017; Maui, Hawaii)*.
16. Stepanov A.V. *Modelirovanie zhestkosti sherokhovatykh poverkhnostei pri otsenke tochnosti tekhnologicheskogo oborudovaniya* (Modeling rough surfaces stiffness in assessing technological equipment accuracy), Abstract of doctor's thesis, Moscow, Moskovskii gosudarstvennyi tekhnologicheskii universitet, 1998, 15 p.
17. Petrov N.I., Nikolaev S.M. *Novye tekhnologicheskie protsessy i nadezhnost' GTD: nauchno-tekhnicheskii sbornik. Vypusk 9. Podshipniki i uplotneniya* (New technological processes and reliability of gas turbine engine: scientific and technical collection. Issue 9. Bearings and seals), Moscow, TsIAM, 2013, pp. 13-22.
18. Kikot' N.V., Snetkova E.I., Leont'ev M.K., Degtyarev S.A. *Vestnik Rybinskoi gosudarstvennoi aviatsionnoi tekhnologicheskoi akademii im. P. A. Solov'eva*, 2012, no. 2(23), pp. 94-102.
19. Mason M.A. *A practical tool for the determination of surface stresses in railroad bearings with different contact geometries load conditions using finite element analysis*. Thesis of Master of Science. Virginia Commonwealth University. 2014, 119 p. DOI: 10.25772/1JJY-3P97
20. Qu F., Xie H., Jiang Z. Finite element method analysis of surface roughness transfer in micro flexible rolling. *12th International Conference on Numerical Methods in Industrial Forming Processes (4-7 July 2016; Troyes, France)*. Vol. 8, no. 8: 04002. DOI: 10.1051/mateconf/20168004002

Статья поступила в редакцию 06.05.2023; одобрена после рецензирования 14.08.2023; принята к публикации 18.08.2023.

The article was submitted on 06.05.2023; approved after reviewing on 14.08.2023; accepted for publication on 18.08.2023.