

Утверждаю

Директор Института механики  
сплошных сред УрО РАН,  
доктор технических наук, профессор,  
академик РАН

  
В.П. Матвеевко

15 августа 2014г.

## ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

### Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института механики сплошных сред УрО РАН

О диссертации Белова Петра Анатольевича «Математическая теория дефектных сред», представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела.

Диссертация Белова Петра Анатольевича посвящена разработке феноменологической теории дефектных сред, позволяющей изучать напряженно-деформированное состояние как сплошных, так и дефектных сред с учетом существования масштабных эффектов в этих средах. Масштабные эффекты тесно связаны с высокой переменностью по координатам напряженно-деформированного состояния и, как правило, с наличием микро- и наноструктуры. Как известно, классическая механика сплошной среды не может в принципе описать масштабные эффекты.

**Актуальность работы.** С этой точки зрения актуально развитие модели деформирования сред с учетом масштабных эффектов, в основание которых заложен факт существования дефектов сплошности, таких как дислокации, дисклинации и дефекты более высокого ранга. В работе описание изолированных дефектов типа дислокаций заменено полевым представлением. Реализация такого подхода позволила соискателю развить механику дефектных сред как некоторое естественное обобщение классической механики деформируемых сред.

**Целью диссертации** является формулировка спектра моделей механики дефектных сред (сред с полями сохраняющихся дислокаций) и идеальных сред различной сложности, способных описать масштабные эффекты.

**Структура и объём диссертации.** Диссертация состоит из введения, семи глав, заключения, восьми приложений и списка литературы. Она содержит 312 страниц, в том числе 292 страниц основного текста, 23 рисунка, 5 таблиц. Список используемой литературы включает 126 наименований (из них 64 на иностранном языке).

**Во введении** обосновывается актуальность научных исследований, изложенных в диссертации. Сформулированы: цель исследования; научная новизна; теоретическая и практическая ценность работы. Во введении также изложено краткое содержание работы.

**В первой главе** приведены постановки и математические модели известных градиентных теорий. Проведен их сравнительный анализ. Постулирована модель, которая является их обобщением.

**Во второй главе** сформулирована общая кинематическая теория полей дефектов. Введены понятия ранга, типа и сорта полей дефектов.

1. Установлены новые поля дефектов.
2. Предложена новая классификация полей дислокаций. Доказано, что для каждого нового типа дислокаций существует и определен свой псевдотензор-источник, подчиняющийся соответствующему закону сохранения (или генерации/уничтожения). Дано определение вектора дислокаций – вектора разрывов перемещений.
3. Установлена иерархическая структура источников дефектов.
4. Введено понятие обратимого образования нового объема (3D-разрыхления) и новой поверхности (2D-разрыхления).
5. Дано определение поверхности Бюргерса, как 2D-множества внутри дефектной среды, на котором поле разрывов перемещений является непрерывным и как минимум – дважды дифференцируемым по гауссовым

координатам этого 2D-множества. С его помощью дано обоснование возможности существования, рождения и залечивания микротрещин в дефектной среде.

**В третьей главе** сформулирован и применен к построению моделей дефектных сред «кинематический» вариационный принцип. Алгоритм построения консервативной, физически линейной модели среды сводится к следующему:

1. Выбирается кинематическая модель среды: постулируется набор кинематических связей, определяющих кинематические свойства среды.
2. Возможная работа внутренних сил строится согласно методу неопределенных множителей Лагранжа по сформулированным при выборе кинематической модели связям.
3. Возможная работа внутренних сил преобразуется в линейную вариационную форму. Определяется список аргументов.
4. Выписываются условия интегрируемости линейной вариационной формы (условия существования потенциальной энергии). Строится силовая модель среды, соответствующая выбранной кинематической модели. Выводятся обобщенные формулы Грина.
5. В предположении физической линейности и интегрируемости линейной вариационной формы строится потенциальная энергия. Выводятся обобщенные уравнения закона Гука для силовых факторов.
6. С помощью полученного выражения для потенциальной энергии строится лагранжиан.
7. Из условия стационарности лагранжиана выводятся уравнения Эйлера и естественные граничные условия.

**В четвертой главе** сформулирован спектр моделей сред с полями сохраняющихся дислокаций. Построение начинается с максимально полной и сложной модели. Все остальные модели получены как её частные случаи, которые определяются соответствующим упрощением структуры тензоров модулей, что приводит к отсутствию в лагранжианах частных моделей того

или иного слагаемого в потенциальной энергии. Часть из них сопоставлена с уже известными моделями. Наряду с этим сформулирован спектр моделей бездефектных градиентных сред. Часть из них также сопоставлена с уже известными моделями.

Предложен «конструктор моделей» - многомерное пространство, каждое измерение которого определяется некоторым механическим свойством (модулем) дефектной среды. Выделяя из введенного пространства моделей подпространство соответствующего измерения, можно изучать дефектные среды с выбранным набором механических свойств.

**В пятой главе** исследуется ряд теорий когезионных взаимодействий последовательно возрастающей сложности. Эти модели выбраны с целью последовательного изучения фундаментальных решений в общей теории и свойств этих фундаментальных решений. Даются определения когезионных взаимодействий, когезионных перемещений, характерных длин когезионных взаимодействий в различных частных случаях теории. Установлен исчерпывающий спектр возможных когезионных взаимодействий в дефектных и бездефектных средах, определены физические параметры среды, отражающие свойства когезионных взаимодействий, и связь этих параметров с неклассическими модулями.

**В шестой главе** сформулирован ряд теорий адгезионных взаимодействий. Последовательно строится теория идеальной, «поврежденной» и градиентной адгезии. На основе теории сред с сохраняющимися дислокациями с «поврежденной» адгезией поверхности строится прикладная теория когезионно-адгезионных взаимодействий. Она обладает тем достоинством, что в ней сохранены все существенные черты исходной теории с одной стороны, а с другой - в ней появляются всего две неклассические характеристики: характерные длины когезионных  $l_v$  и адгезионных  $l_f$  взаимодействий.

**В седьмой главе** сформулированные модели дефектных сред использованы для объяснения ряда известных масштабных эффектов.

1. Объяснен эффект аномального с точки зрения классической механики сплошной среды усиление эффективного модуля композита с уменьшением размера армирующих частиц при фиксированной объемной доле армирующих частиц.
2. Дано математическое обоснование известных гипотез осреднения в теории мелкодисперсных композитов. Все они представлены как различные формы одного и того же неклассического решения.
3. Сформулирована прикладная теория межфазного слоя, предложены алгоритмы определения механических свойств межфазных слоёв. Показана эволюция идеи межфазного слоя от «гипотезы третьей фазы» до градиентной теории межфазного слоя. Сформулирована теория переменности механических свойств межфазных слоев и объяснены их обратимые физически нелинейные свойства. На её основе открывается возможность прогнозировать не только жесткостные, но и прочностные свойства композиционных материалов.
4. Объяснен «эффект Одегарда на длинных волокнах» – аномальное увеличение эффективного модуля нанокompозита с увеличением длины армирующих нанотрубок при их фиксированной объемной доле. Эффект определяется адгезионными взаимодействиями на поверхностях контакта нанотрубок и матрицы.
5. Объяснен «эффект Одегарда на коротких волокнах» – аномальное увеличение эффективного модуля нанокompозита с увеличением длины армирующих нанотрубок при их фиксированной объемной доле. Эффект определяется когезионными взаимодействиями в межфазном слое матрицы, примыкающем к поверхности контакта нанотрубки и матрицы.
6. Объяснен эффект «супержесткости» тонких пленок при стремлении толщины пленки к нулю. Эффект определяется адгезионными свойствами лицевых поверхностей пленок.
7. Сформулирована теория механических свойств графена и графеноподобных 2D- кристаллических структур.

8. В теории трещин дано математическое обоснование гипотезе Баренблатта о существовании несингулярной трещины. Исследованы свойства несингулярных трещин, установлены параметры, характеризующие их неклассические свойства.

9. В механике хрупкого разрушения предложено обобщение критерия Гриффитса. Помимо энергии образования новой поверхности, установлены иные стоки высвобождающейся упругой энергии: энергия образования нового объема, энергия дислокационной поврежденности поверхности, энергия дислокационной поврежденности объёма. Установлены внутренние структуры этих энергий, определяемые различными свойствами полей дислокаций. Установлены параметры материала (модули), определяющие эти свойства.

**В заключении** сформулированы основные результаты работы.

**В приложениях** исследованы изотропные структуры тензоров когезионных модулей четвертого и шестого рангов. Исследованы трансверсально-изотропные структуры тензоров адгезионных модулей четвертого, пятого и шестого рангов. Предложены алгоритмы формального построения таких тензоров. Исследованы различные предположения, приводящие к обоснованному сокращению количества модулей, подлежащих экспериментальному определению.

**Список литературы** состоит из 128 наименований.

**Научная новизна** диссертации:

1. Построена общая кинематическая теория полей дефектов, дана их классификация и исследованы их свойства и индивидуальные особенности.
2. Построены кинематические модели градиентных сред различной сложности.
3. Для каждой кинематической модели градиентных сред сформулирована соответствующая силовая модель: выведены формулы Грина, сформулированы уравнения обобщенного закона Гука.

4. Сформулирован и исследован спектр моделей сред с полями сохраняющихся дислокаций различной степени сложности.
5. Сформулирован спектр моделей «бездефектных» градиентных сред.
6. С единой теоретической точки зрения дано объяснение достаточно широкого круга масштабных эффектов.
7. С единой теоретической точки зрения предсказан ряд масштабных эффектов, требующих экспериментальной проверки.

**Достоверность и обоснованность** приведенных в работе положений, выводов и рекомендаций обусловлена применением классических методов и инструментов: вариационным методом построения моделей, применением тензорной алгебры и тензорного анализа в индексной форме, прямых вариационных методов и методов уравнений математической физики при решении тестовых задач. Для сравнения предсказаний теории с экспериментом, брались экспериментальные данные из публикаций независимых источников. Все теоретические модели, построенные в диссертации, содержат известные неклассические модели и классическую как предельные частные случаи.

**Публикации по теме диссертации.** По теме диссертации опубликована 71 работа, в том числе 40 научных статей в реферируемых зарубежных журналах и сборниках, и в отечественных изданиях, рекомендуемых ВАК Минобрнауки РФ для опубликования результатов докторских диссертаций. Опубликованные работы правильно и достаточно полно отражают содержание диссертации

**Автореферат** соответствует основному содержанию диссертации.

**Диссертационная работа** написана современным научным языком, её результаты в достаточной мере проиллюстрированы графиками, рисунками, таблицами. Диссертация изложена лаконично и понятно, стиль изложения – доказательный. Распределение материала диссертации по главам и порядок следования глав выглядят логичными и в целом не вызывают вопросов.

### **Замечания.**

1. Во второй главе излишне много внимания уделено известным положениям кинематики классических (бездефектных) сред.
2. В третьей главе излишне много внимания уделено рассмотрению частных случаев общей универсальной линейной вариационной формы работы внутренних сил.
3. В четвертой главе, в разделе 4.6. «Модели сред с адгезионными свойствами поверхностей» сформулированы модели «антисимметрично градиентной адгезии», «симметрично градиентной адгезии» и «упрощенной градиентной адгезии», которые в дальнейшем не были исследованы и не получили развития.
4. В пятой главе, в разделе 5.2., сформулирована модель «простейшей» теории когезионного поля с учетом адгезионных взаимодействий на поверхности, что выбивается из общего стиля этой главы, посвященной исследованию систем уравнений равновесия, а не краевым задачам.
5. В шестой главе не сформулированы модели градиентной адгезии, учитывающие быструю переменность кинематических переменных на поверхности, потенциальная энергия которых содержит тензоры адгезионных модулей шестого ранга.
6. В седьмой главе выведена и использована градиентная теория адгезии для формулировки теории 2D-структур, типа графена. Представляется, что было бы логичнее перенести формулировку градиентной теории адгезии в шестую главу, а в седьмой сосредоточиться на её приложении к 2D-структурам.
7. Вызывает сожаление, что градиентная теория адгезии не была использована в приложении к одностенным нанотрубкам и фуллеренам, так как технически это не намного сложнее, чем для графена.
8. Первое приложение к диссертации не имеет научной новизны
9. Второе приложение к диссертации не имеет научной новизны



10. Третье приложение к диссертации представляется несколько эклектичным, поскольку формальная техника построения тензоров шестого ранга смешивается в разделах 9.3.2 и 9.3.3. с достаточно серьезными физическими идеями.

11. В диссертации отсутствуют акты внедрения результатов, полученных в диссертационной работе.

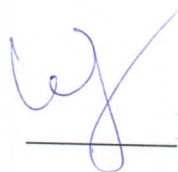
Замечания, в целом, не влияют на положительную оценку работы.

Диссертационная работа Белова П.А. представляет собой исследование, посвященное решению актуальной проблемы, апробирована на уровне международных научных конференций и симпозиумов. Она является законченной научно-квалификационной работой, соответствующей всем требованиям «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации №842 от 24 сентября 2013 года, а ее автор Белов Петр Анатольевич заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела.

Отзыв на диссертацию и автореферат обсужден на научном семинаре Института механики сплошных сред 5 июня 2014г., протокол № 18 и утвержден Ученым совете ИМСС УрО РАН 23 июня 2014г. (протокол № 06-14).

Заведующий лабораторией интеллектуального мониторинга  
отдела комплексных проблем

механики деформируемых твердых тел,  
доктор физико-математических наук, профессор



И.Н.Шардаков