УДК 658.15

Повышение безопасности пусков ракет космического назначения: экономический аспект

В.А. Грибакин, Н.В. Радионов, И.В., Артеменко, А.С. Фадеев

Аннотация

В статье излагаются вопросы распределения затрат на финансирование инвестиционных программ, позволяющих повысить безопасность пусков ракет космического назначения. Рассмотрены теоретические и практические аспекты разработки методик решения экономических задач целочисленного программирования на основе дискретного аналога метода наискорейшего спуска, позволяющие обосновать экономическую целесообразность выбора вариантов инновационных проектов, входящих в состав инвестиционной программы.

Ключевые слова

ракета космического назначения; безопасность; риск; инвестиции; инновации; выбор; целочисленное программирование

Введение

Практическая деятельность современных организаций и предприятий, в производственном процессе которых заключена повышенная опасность, как правило, связана с использованием четырех основных типов стратегий управления безопасностью функционирования [1-5]:

– предупреждение риска возникновения опасных ситуаций (аварий) путем проведения комплекса мероприятий по его устранению или ограничению его возможного уровня (модернизация опасного производства);
– материально-финансовое смягчение риска опасных ситуаций (аварий) посредством поддержания специального фонда самострахования, из которого компенсируется ущерб, понесенный в результате реализации той или иной ситуации;
– передача риска страховому агенту с периодическими выплатами страховых взносов и последующей материально-финансовой компенсацией наносимого ущерба (страховое возмещение);
– пассивное ожидание опасной ситуации с последующими юридическими процеду-

рами маневрирования ответственностью за наносимый ущерб.

В данной статье рассматривается задача технико-экономического управления безопасностью функционирования стартового комплекса (СК), предназначенного для пуска ракет космического назначения (РКН), на основе первой из приведенных стратегий. Эту стратегию можно также назвать стратегией экономически активного противодействия риску возникновения опасной ситуации.

Существующий СК РКН является сложной технико-экономической системой со структурой, которая может быть представлена как совокупность составных частей:

$$K = \{k_1, k_2, \ldots, k_N\}.$$

Полагая, что надежность функционирования СК РКН в целом зависит от надежности функционирования всех его составных частей, в качестве показателя надежности (в частности, безопасности) СК РКН можно выбрать вероятность безотказной работы в виде зависимости:

$$P_0 = P(p_{01}, p_{02}, \ldots, p_{0N}),$$

где p_{i0}, $i = 1, \ldots, N$ – вероятности безотказной работы i-й составной части;

N – количество составных частей СК РКН.

Конкретный вид этой зависимости может быть получен, например, на основе логико-вероятностной математической модели функционирования СК РКН [6].

Очевидно также, что любой современный СК РКН все равно является объектом повышенной опасности, возникновение аварии на котором при реализации циклограммы подготовки и пуска РКН может привести к значительному ущербу, как прямому, так и косвенному. Если вероятность аварии характеризуется величиной

$$Q_0(p_{01}, p_{02}, \ldots, p_{0N}) = 1 - P_0,$$

а последствия аварии (ущерб) могут быть оценены в стоимостном отношении в виде суммы прямого (пр.) и косвенного (кв.) ущерба [7]:

$$\hat{C}_{УЩ.} \in C_{ПР.УЩ.} + C_{КВ.УЩ.},$$

то показатель риска СК РКН (величину ожидаемого ущерба от аварии) можно определить как математическое ожидание:

$$M_{0\hat{C}_{УЩ.}} = Q_0 \cdot (C_{ПР.УЩ.} + C_{КВ.УЩ.}).$$

Понятия прямого и косвенного ущерба конкретизируются далее.

Естественно предположить, что инвестирование определенной суммы S средств в проведение комплекса мероприятий, направленных на повышение надежности функционирования всех N составных частей СК РКН (повышение вероятностей безотказной работы

p_{i0}, $i = 1,\ldots,N$), в конечном итоге приведет к устранению или ограничению возможного уровня риска. Следовательно, вероятность аварии Q_0 снизится до величины $Q = Q(S)$. Тогда выражение

$$\Delta M_{\hat{C}_{УЩ.}} = M_{0\hat{C}_{УЩ.}} - M_{\hat{C}_{УЩ.}}(S) = \left(Q_0 - Q(S)\right)\cdot\left(C_{ПР.УЩ.} + C_{КВ.УЩ.}\right)$$

должно характеризовать стоимостную оценку ожидаемого предотвращаемого ущерба (снижения, ограничения, устранения риска).

Пусть из анализа функционирования СК РКН для каждой i-й его составной части заранее определено множество из j_i альтернативных (несовместных) мероприятий:

$$A_i = \left\{a_{i1}, a_{i2}, \ldots, a_{i\,j_i}\right\},\ i = 1,\ldots,N\ .$$

Без существенной потери общности можно предположить, что мероприятия $a_{i\,j}$ выбраны исходя из принципа "не навреди", то есть проведение $a_{i\,j}$ обязательно приведет к неухудшению вероятности безотказной работы:

$$\Delta p_i\left(a_{i\,j}\right) = p_i\left(a_{i\,j}\right) - p_{i0} \geq 0\,,$$

а это, в свою очередь, не приведет к ухудшению показателя P_0 надежности (безопасности) СК РКН в целом.

Пусть также известна стоимостная оценка затрат на проведение указанных мероприятий. Таким образом каждому множеству A_i поставлено в соответствие множество альтернатив инвестиционных затрат:

$$S_i = \left\{s_{i1}\left(a_{i1}\right), s_{i2}\left(a_{i2}\right), \ldots, s_{i\,j_i}\left(a_{i\,j_i}\right)\right\},\ \ i = 1,\ldots,N\ .$$

Предваряя математическую формулировку задачи, предлагается рассмотреть ряд определений.

Определение 1. Под стратегией X инвестирования средств S в повышение надежности (безопасности) СК РКН понимается тройка:

$$X = \left\langle \overline{x}_{<N>} = \left[x_1, x_2, \ldots, x_N\right]^T;\ S\left(\overline{x}_{<N>}\right); \Delta Q\left(S\left(\overline{x}_{<N>}\right)\right)\right\rangle,$$

где $x_i = a_{i\,l_i} \in A_i -$ конкретная (l_i-я, $l_i = 1,\ldots,j_i$) выбранная альтернатива мероприятия по повышению надежности (безопасности) i-й составной части СК РКН;

$S\left(\overline{x}_{<N>}\right) = \sum_{i=1}^{N} s_i\left(x_i\right) -$ суммарные инвестиции в реализацию вектора выбранных альтернатив $\overline{x}_{<N>}$, $s_i\left(x_i\right) \in S_i$;

$$\Delta Q\left(S\left(\overline{x}_{<N>}\right)\right) = Q_0 - Q\left(S\left(\overline{x}_{<N>}\right)\right) = Q_0 - 1 + P\left(p_{01} + \Delta p_1\left(x_1\right), p_{02} + \Delta p_2\left(x_2\right), \ldots, p_{0N} + \Delta p_N\left(x_N\right)\right) =$$

$= Q_0 - 1 + P\left(p_{01} + \Delta p_1\left(a_{1l_1}\right), p_{02} + \Delta p_2\left(a_{2l_2}\right), \ldots, p_{0N} + \Delta p_N\left(a_{Nl_N}\right)\right) -$ сокращение вероятности аварии СК РКН.

С учетом этого определения можно положить существование функции

$$\Delta M_{\hat{C}_{УЩ.}}(X) = \left(Q_0 - Q(X)\right) \cdot \left(C_{ПР.УЩ.} + C_{КВ.УЩ.}\right)$$

ожидаемого ущерба, предотвращаемого за счет реализации стратегии X, (функция ограничения риска).

<u>Определение 2</u>. Под множеством χ технически полезных стратегий инвестирования в повышение надежности (безопасности) СК РКН понимается совокупность стратегий:

$$\chi = \left\{ X = \left\langle \bar{x}_{<N>}; S\left(\bar{x}_{<N>}\right); \Delta Q\left(S\left(\bar{x}_{<N>}\right)\right) \right\rangle : \Delta M_{\hat{C}_{УЩ.}}(X) > 0; x_i \in A_i; s_i \in S_i \right\}. \qquad (1)$$

<u>Определение 3</u>. Под множеством $\chi_Д\left(S_З\right)$ допустимых стратегий инвестирования в повышение надежности (безопасности) СК РКН понимается подмножество $\chi_Д\left(S_З\right) \subset \chi$ множества χ технически полезных стратегий, затраты на реализацию которых не превосходят заданной величины $S_З$:

$$\chi_Д\left(S_З\right) = \left\{ X = \left\langle \bar{x}_{<N>}; S\left(\bar{x}_{<N>}\right); \Delta Q\left(S\left(\bar{x}_{<N>}\right)\right) \right\rangle \subset \chi : S(X) = \sum_{i=1}^{N} s_i\left(x_i\right) \le S_З \right\}. \qquad (2)$$

Математическая постановка задачи

Пусть известна логико-вероятностная математическая модель функционирования СК РКН, которая позволяет определять показатель надежности (безопасности) функционирования СК РКН в виде вероятности безотказной работы P_0 или вероятности аварии $Q_0 = 1 - P_0$ в зависимости от вероятностей $p_{01}, p_{02}, \ldots, p_{0N}$ безотказной работы всех ее составных частей.

Пусть известна стоимостная оценка последствий аварии в виде суммы стоимостей прямого и косвенного ущерба:

$$\hat{C}_{УЩ.} = C_{ПР.УЩ.} + C_{КВ.УЩ.}.$$

Пусть повышение вероятности p_{i0}, $i = 1, \ldots, N$, безотказной работы i-й составной части СК РКН осуществляется путем выбора альтернативы x_i из множества $A_i = \left\{a_{i1}, a_{i2}, \ldots, a_{ij_i}\right\}$. При этом каждая l_i-я альтернатива ($l_i = 1,\ldots,j_i$) характеризуется денежными затратами $s_{il_i}\left(a_{il_i}\right)$ на ее реализацию и соответствующим приращением $\Delta p_i\left(a_{il_i}\right)$ вероятности безотказной работы.

Можно сформулировать два очевидных варианта постановки задачи.

<u>Вариант 1</u>. Требуется: на множестве $\chi_Д\left(S_З\right)$ допустимых стратегий инвестирования в

повышение надежности (безопасности) СК РКН, определяемом выражением (2), найти такую стратегию $X^* \subset \chi_Д(S_З)$, которая при заданном лимите финансирования $S_З$ обеспечивает максимальный уровень ожидаемого предотвращаемого ущерба (снижения, ограничения, устранения риска) вследствие возможной аварии:

$$X^* = arg \max_{X \subset \chi_Д(S_З)} \Delta M_{\hat{C}_{УЩ.}}(X),$$

$$S(X^*) = \sum_{i=1}^{N} s_i(x_i^*) \le S_З .$$

Вариант 2. Требуется: на множестве χ всех технически полезных стратегий инвестирования в повышение надежности (безопасности) СК РКН, определяемом выражением (1), найти такую стратегию $X \subset \chi$, которая обеспечивает минимальные инвестиционные затраты в повышение надежности (безопасности) СК РКН при заданном уровне $\Delta M_{\hat{C}_{УЩ.З}}$ ожидаемого предотвращаемого ущерба (снижения, ограничения, устранения риска) вследствие возможной аварии:

$$X^* = arg \min_{X \subset \chi} S(X) = \sum_{i=1}^{N} s_i(x_i),$$

$$\Delta M_{\hat{C}_{УЩ.}}(X^*) \ge \Delta M_{\hat{C}_{УЩ.З}} .$$

Методы поиска рационального решения

При большой размерности с целью сокращения вычислительных затрат вместо поиска оптимального решения задач в варианте 1 или 2 можно предложить три модификации приближенного решения.

Модификация 1. Наиболее простая модификация, суть которой состоит в следующем.

Предварительно альтернативы $A_i = \{a_{i1}, a_{i2}, \ldots, a_{i\,j_i}\}$, $i = 1, \ldots, N$ упорядочиваются по возрастанию показателя "цена – качество" $\dfrac{\Delta p_i(a_{il})}{s_{il}(a_{il})}$. Тем самым обеспечивается при формировании множества альтернатив $\chi_Д(S_З)$ или χ поочередное рассмотрение вариантов, когда на каждую вложенную денежную единицу приходится последовательно увеличивающееся приращение уровня предотвращаемого ущерба при уменьшении инвестиционных затрат.

Применение данной модификации возможно только при условии одновременного выполнения неравенств:

$$P\left(p_{01} + \Delta p_1\left(a_{1l_1}\right), \ldots, p_{0i} + \Delta p_i\left(a_{il_i}\right), \ldots, p_{0N} + \Delta p_N\left(a_{Nl_N}\right)\right) <$$

$$< P\left(p_{01} + \Delta p_1\left(a_{1 l_1}\right), \ldots, p_{0i} + \Delta p_i\left(a_{i|l_i+1|}\right), \ldots, p_{0N} + \Delta p_N\left(a_{N l_N}\right)\right);$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N} s_j\left(a_{j l_j}\right) + s_i\left(a_{i l_i}\right) > \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N} s_j\left(a_{j l_j}\right) + s_i\left(a_{i(l_i+1)}\right).$$

Смысл этого условия заключается в том, что с увеличением номера l_i выбранной альтернативы хотя бы для одной i-й составной части СК РКН за счет увеличения приращения $\Delta p_i\left(a_{i l_i}\right)$ увеличивается вероятность P безотказной работы СК РКН и одновременно уменьшаются инвестиционные затраты на составную часть. Таким образом выполняется исходное условие $\dfrac{\Delta p_i\left(a_{i l}\right)}{s_i\left(a_{i l}\right)} \leq \dfrac{\Delta p_i\left(a_{i(l_i+1)}\right)}{s_i\left(a_{i(l_i+1)}\right)}$ (для упрощения второй индекс при s опущен).

Алгоритм модификации 1 должен указывать, по какой i-й составной части СК РКН следует переходить от одной l_i-й альтернативы к следующей (l_i+1)-й, чтобы обеспечить для задачи первого варианта $\max\limits_{X \subset \chi_Д(S_З)} \Delta M_{\hat{C}_{УЩ.}}(X)$ или для задачи второго варианта $\min\limits_{X \subset \chi} S(X) = \sum\limits_{i=1}^{N} s_i(x_i)$.

В первом случае остановку итерационного процесса следует производить в момент разрушения ограничения $X \subset \chi_Д(S_З)$.

В случае задачи второго варианта остановку итерационного процесса следует производить, наоборот, в момент выполнения ограничения $\Delta M_{\hat{C}_{УЩ.}}(X) \geq \Delta M_{\hat{C}_{УЩ.}З}$.

В любом случае для поиска номера i можно воспользоваться каким-либо аналогом метода максимума градиента: $\max\limits_{i \in \{1,\ldots,N\}} \dfrac{\partial P}{\partial x_i}$ в дискретном случае. Например, можно вычислять величину:

$$\frac{P\left(\ldots, p_{0i} + \Delta p_i\left(a_{i|l_i+1|}\right), \ldots\right) - P\left(\ldots, p_{0i} + \Delta p_i\left(a_{i l_i}\right), \ldots\right)}{s_i\left(a_{i(l_i+1)}\right) - s_i\left(a_{i l_i}\right)}, \tag{3}$$

очевидно отражающую понятие частной производной в дискретном случае (маржинальность), и производить переход к следующей альтернативе для того номера i, для которого эта величина достигает максимума.

Основной недостаток модификации 1 заключается в трудоемкости сравнения разности $P\left(\ldots, p_{0i} + \Delta p_i\left(a_{i|l_i+1|}\right), \ldots\right) - P\left(\ldots, p_{0i} + \Delta p_i\left(a_{i l_i}\right), \ldots\right)$ в различных "точках" l_i альтернатив для одной и той же i-й составной части СК РКН при различных альтернативах других составных частей. Таким образом, для нахождения глобального максимума величины (3) придется перебирать множество комбинаций соотношений альтернатив по всем составным частям СК РКН, что фактически равносильно методу полного перебора. В противном случае вычисляется лишь локальный максимум и модификация 1 не гарантирует получение глобального решения задач 1 и 2.

Для устранения этого недостатка может использоваться следующая модификация.

Модификация 2. Метод обобщенного сопряженного квазиградиента, сущность которого заключается в применении модификации 1 к задачам с аддитивной функцией ожидаемого ущерба, предотвращаемого за счет реализации стратегии X (функция ограничения риска):

$$\Delta M_{\hat{C}_{УЩ.}}(X) = \left(Q_0 - 1 + \sum_{i=1}^{N} \delta P_i\left(p_{0i} + \Delta p_i(x_i)\right)\right) \cdot \left(C_{ПР.УЩ.} + C_{КВ.УЩ.}\right).$$

Нетрудно проверить, что для этой функции можно вычислить величину частного дискретного квазиградиента

$$grad_i(P) = \frac{\delta P\left(p_{0i} + \Delta p_i\left(a_{i|l_i+1|}\right)\right) - \delta P\left(p_{0i} + \Delta p_i\left(a_{i l_i}\right)\right)}{s_i\left(a_{i(l_i+1)}\right) - s_i\left(a_{i l_i}\right)},$$

который обобщает для дискретного случая понятие непрерывных сопряженных градиентов и по определению не зависит от "точек" альтернатив, выбранных для других составных частей СК РКН. Таким образом на каждом шаге модификации 2 появляется возможность корректного сравнения квазиградиентов и выбора "направления движения" по условию:

$$i^* = \max_{i \in \{1,\dots,N\}} grad_i(P).$$

Несложно проверить, что при одновременном выполнении условий ранжирования

$$\delta P\left(p_{0i} + \Delta p_i\left(a_{i1}\right)\right) \geq \delta P\left(p_{0i} + \Delta p_i\left(a_{i2}\right)\right) \geq \ldots \geq \delta P\left(p_{0i} + \Delta p_i\left(a_{i j_i}\right)\right);$$

$$s_i\left(a_{i1}\right) \geq s_i\left(a_{i2}\right) \geq \ldots \geq s_i\left(a_{i j_i}\right)$$

для всех i-х составных частей СК РКН метод сопряженных градиентов позволяет получить глобально оптимальные решения задачи в варианте 1 всего за $m \leq N$ последовательных приближений.

Основной недостаток модификации 2 заключается в том, что с ее помощью можно решать задачу только в первом варианте. Действительно, вычисление квазиградиента от вероятности не дает никакой информации о целевой функции стоимости $S(X)$, используемой во втором варианте задачи. Поэтому в качестве универсального метода решения задач 1 и 2 может использоваться третья модификация.

Модификация 3. Метод обобщенного квазилагранжиана, сущность которого заключается в формальном переходе от задачи с различной размерностью целевой функции и ограничений (технико-экономической) к задаче с единой стоимостной размерностью (экономико-технической или просто экономической). Математически это означает возможность перехода от задачи с ограничениями к безусловной задаче, используя традиционный прием Лагранжа (принцип расширения) добавления ограничений к целевой функции.

Так, для задачи в варианте 1 квазилагранжиан имеет вид:

$$\Lambda_1\left(X^*,\lambda\right)=\max_{\substack{X\subset\chi\\ \lambda\geq 0}}\left[\Delta M_{\hat{C}_{УЩ.}}\left(X\right)+\lambda\cdot\left(S_З-S\left(X\right)\right)\right]. \tag{4}$$

Для задачи в варианте 2 квазилагранжиан имеет вид:

$$\Lambda_2\left(X^*,\psi\right)=\min_{\substack{X\subset\chi\\ \psi\geq 0}}\left[S\left(X\right)+\psi\cdot\left(\Delta M_{\hat{C}_{УЩ.З}}-\Delta M_{\hat{C}_{УЩ.}}\left(X\right)\right)\right]. \tag{5}$$

Следует отметить, что в выражениях (4) и (5) основная переменная – стратегия X – это вектор с дискретными координатами, а сопряженные скалярные переменные λ и ψ непрерывны. Поэтому задачи (4) и (5) следует отнести к задачам математического программирования смешанного дискретно-непрерывного типа. Регулярных методов решения таких задач в настоящее время не существует. Далее в качестве конструктивной альтернативы для решения задач (4) и (5) предлагается метод экономического аналога.

Нетрудно заметить, например, что вычитанием в (5) величины $S_З$ и эквивалентной заменой процедуры минимизации на максимизацию отрицательной величины можно получить иное выражение для квазилагранжиана:

$$\Lambda_2\left(X^*,\psi\right)=\max_{\substack{X\subset\chi\\ \psi\geq 0}}\left[\psi\cdot\Delta M_{\hat{C}_{УЩ.}}\left(X\right)+S_З-S\left(X\right)-\psi\cdot\Delta M_{\hat{C}_{УЩ.З}}\right].$$

Учитывая, что в итоге $\psi=const>0$, после исключения из процедуры максимизации фактически нулевой величины $\psi\cdot\Delta M_{\hat{C}_{УЩ.З}}$ без потери общности эквивалентный преобразованный квазилагранжиан примет вид:

$$\tilde{\Lambda}_2\left(X^*,\psi\right)=\max_{\substack{X\subset\chi\\ \psi\geq 0}}\left[\Delta M_{\hat{C}_{УЩ.}}\left(X\right)+\frac{1}{\psi}\cdot\left(S_З-S\left(X\right)\right)\right]. \tag{6}$$

Записи (4) и (6), очевидно, становятся полностью идентичными при $\lambda\equiv 1/\psi$. Таким образом можно утверждать, что в модификации 3 при решении задач в вариантах 1 и 2 полностью исчезают различия.

Следует отметить, что в технических задачах математического программирования физический смысл неопределенных множителей Лагранжа бывает не вполне ясен. В конечном итоге именно это затрудняет поиск их начальных и последующих значений в процессе решения. В сформулированной же модификации 3 смысл сопряженных переменных может быть установлен достаточно просто.

Дело в том, что, с одной стороны, определенные выше затраты на возмещение прямого и косвенного ущерба $C_{ПР.УЩ.}, C_{КВ.УЩ.}$ и инвестиционные затраты $S(X)$, с другой стороны, как правило, разнесены во времени. Вначале финансируются инвестиции, и только после возникновения соответствующей ситуации финансируется возмещение ущерба. При этом из экономической теории стоимости денег во времени известно [8], что сложение величин $C_{ПР.УЩ.}, C_{КВ.УЩ.}$ и $S(X)$ требует коррекции одной из них путем дисконтирования или наращивания. В рассматриваемом случае с учетом преобразования оценок ущерба в ожидаемый предотвращаемый ущерб можно записать функцию экономической эффективности инвестиций $E_Э$ в обеспечение безопасности СК РКН как элементарную прибыль с учетом будущих доходов:

$$E_Э = \Delta M_{\hat{C}_{УЩ.}}(X) \cdot \hat{D} - S(X), \tag{7}$$

где $\hat{D}$ – случайная величина дисконтирования (снижения будущей стоимости, приведения ее к текущему времени).

В выражении (7) величину $\Delta M_{\hat{C}_{УЩ.}}(X)$ можно интерпретировать как дисконтированный (будущий) доход, получаемый вследствие предотвращенного ущерба, а величину $S(X)$ – как настоящие издержки, затраченные на реализацию выбранной стратегии *X*.

В экономической теории [8] вместо случайной функции $\hat{D}$ для практических расчетов принято использовать детерминированную функцию стоимости денег во времени, например, в простейшем виде [8]:

$$D = \frac{D_0}{(1+r)^n}, \text{ либо } D = D_0 \cdot e^{-r \cdot n}, \text{ либо } D = D_0 \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r \cdot (1+r)^n}.$$

где $r \in [0,1]$ – оценка экономического риска (ставка банковского процента);

n – горизонт предсказания последствий возникновения случая выплаты ущерба (периоды, обычно в месяцах, кварталах, годах и проч.);

D_0 – мультипликатор платежей (коэффициент усиления).

Если с учетом этой функции из (7) представить величины приведенных к текущему времени стоимостей

$$E_{Э1} = \Delta M_{\hat{C}_{УЩ.}}(X) + \frac{1}{D} \cdot (S_З - S(X)),$$

$$E_{Э2}=\left[\Delta M_{\hat{C}_{УЩ.}}(X)-\Delta M_{\hat{C}_{УЩ.З}}\right]\cdot D-S(X),$$

то из сравнения их с (4) и (5) видно, что имеется явная эквивалентность технической и экономической задачи

$$\max_{\substack{X\subset\chi\\ \lambda\geq 0}}\left[\Delta M_{\hat{C}_{УЩ.}}(X)+\lambda\cdot\left(S_З-S(X)\right)\right]\Leftrightarrow\max_{\substack{X\subset\chi\\ r\geq 0}}E_{Э1}$$

при условии $D\equiv 1/\lambda$, либо (с учетом проделанных выше выкладок) технической и экономической задачи

$$\min_{\substack{X\subset\chi\\ \psi\geq 0}}\left[S(X)+\psi\cdot\left(\Delta M_{\hat{C}_{УЩ.З}}-\Delta M_{\hat{C}_{УЩ.}}(X)\right)\right]\Leftrightarrow\max_{\substack{X\subset\chi\\ r\geq 0}}E_{Э2}$$ при условии $D\equiv\psi$.

Можно показать [8], что экономически величина D отражает понятие промежутка времени (выраженного в единицах периода n) окупаемости инвестиционных вложений $S(X)$ за счет получения будущей прибыли $\Delta M_{\hat{C}_{УЩ.}}(X)$. При этом обратная величина $1/D=e_H$ в экономической теории имеет смысл норматива эффективности В.В. Новожилова [9].

Далее несложно проверить, что при $r\to 0$ имеет место $D\to D_0$, а при $r\to\infty$ имеет место $D\to 0$. Это обстоятельство позволяет воспользоваться традиционным методом "седловой точки" [10] для решения задач в виде (4), (5).

Методика решения, например для (5), заключается в следующем.

Шаг 1. Вначале задача (5) представляется в виде экономического аналога с "седловой точкой" [10]:

$$\Lambda_1(X^*,r)=\min_{D\geq 0}\left(\max_{X\subset\chi}\left[D(r\,|\,n)\cdot\Delta M_{\hat{C}_{УЩ.}}(X)-S(X)\right]\right).$$

Шаг 2. При фиксированном ***n*** выбирается некоторое минимальное значение $r=r_0$, обеспечивающее выполнение условия $S(X)=\sum_{i=1}^{N}s_i(x_i)>S_З$. Очевидно, что подбор такого значения может быть произведен достаточно просто при заранее вычисленном значении $S_{max}=\sum_{i=1}^{N}s_{i\,max}$ и соответствующем ему $X(S_{max})$.

Шаг 3. Дается приращение $r=r_0+\Delta r$ и решается задача безусловной максимизации

$$D(r)\cdot\Delta M_{\hat{C}_{УЩ.}}(X)-S(X)\to\max_{X\subset\chi}. \qquad (8)$$

Шаг 4. Если полученное решение удовлетворяет условию $S(X)>S_З$, то процесс шага 3 повторяется.

Шаг 5. Если выполняется условие $S(X) \le S_З$, то каким-либо методом последовательных приближений (половинного деления, "золотого" сечения, "пристрелки" и проч.) определяется наиболее точное значение $r^*(\Delta r \to 0)$, при котором происходит выполнение ограничений. Найденную из (8) для этого r^* стратегию X^* можно считать локально оптимальным решением задачи.

Следует отметить, что принятое в модификации 2 условие аддитивности вероятности безотказной работы СК РКН по ее составным частям

$$P = \sum_{i=1}^{N} \delta P_i\left(p_{0i} + \Delta p_i(x_i)\right),$$

будучи принято и в данной модификации 3, позволяет не только существенно облегчить (что вполне очевидно) пошаговое решение задачи (8), но и гарантировать получение глобально оптимального решения исходной задачи.

Тестирование модификаций

Для проверки работоспособности предложенных методов удобно рассмотреть простой тестовый пример.

Пусть СК РКН состоит всего из трех составных частей (*N*=3). Из анализа функционирования СК РКН для каждой *i*-й его составной части заранее определено по три альтернативных (несовместных) мероприятия (j_i = 3), реализация каждого из которых требует затрат в соответствии со следующей матрицей возможных инвестиций ($I \equiv S$):

$$I = \begin{bmatrix} 405 & 675 & 990 \\ 630 & 945 & 1350 \\ 315 & 450 & 765 \end{bmatrix}.$$

В строках этой матрицы записаны (по столбцам) альтернативы инвестирования составных частей СК РКН.

Пусть для простоты $Q_0 = 0$. Тогда $\Delta M_{\hat{C}_{УЩ.}}(X) = -Q(X) \cdot \left(C_{ПР.УЩ.} + C_{КВ.УЩ.}\right)$ и задачу в варианте 1 можно представить как задачу минимизации:

$$X^* = arg \min_{X \subset \chi_Д(I_З)} \left[-\Delta M_{\hat{C}_{УЩ.}}(X)\right], \quad S\left(X^*\right) = \sum_{i=1}^{N} s_i\left(x_i^*\right) \le S_З .$$

Пусть функция вероятности *P* аддитивна по составным частям СК РКН. Тогда произведения $C_i = \left[1 - \delta P_i\left(p_{0i} + \Delta p_i(x_i)\right)\right] \cdot \left(C_{ПР.УЩ.} + C_{КВ.УЩ.}\right)$ представляются в рассматриваемом примере виде матрицы возможного непредотвращенного ущерба:

$$\begin{bmatrix} 240 & 180 & 120 \\ 180 & 90 & 30 \\ 300 & 180 & 96 \end{bmatrix}$$

$C =$.

В строках этой матрицы записаны (по столбцам) ожидаемые суммы ущерба, не предотвращаемого при реализации соответствующей альтернативы инвестирования составных частей СК РКН. Таким образом, например, если 2-ю составную часть СК РКН финансировать альтернативными суммами 630, 945, 1350 (см. матрицу *I*), то суммы непредотвращаемого ущерба составят 180, 90, 30 соответственно (см. матрицу *C*).

Пусть задано бюджетное ограничение $S_3 = 2000$.

Тогда задача в варианте 1 и модификации 2 сводится к поиску индексов $l_i \in \{1,2,3\}$, $i \in \{1,2,3\}$ таких, для которых

$$\sum_{i=1}^{3} C_{i\,l_i} \to \min_{\substack{l_i \in \{1,2,3\} \\ i=1,3}} \text{ при } \sum_{i=1}^{3} I_{i\,l_i} \le S_3 . \qquad (9)$$

Естественно, что в данном простейшем случае для решения поставленной задачи потребуется $3^3 = 27$ переборов. Несложно проверить, что решением будут индексы столбцов {1, 2, 2} в соответствующих строках матриц. При этом получается

$C_{11} + C_{22} + C_{32} = 240 + 90 + 180 = 510;$

$I_{11} + I_{22} + I_{32} = 405 + 945 + 450 = 1800 < 2000.$

Результаты применения метода сопряженных квазиградиентов представлены в следующей таблице.

Таблица 1

№ итер.	**1**		**2**		**3**		**4**	
l1, l1+1	1	2	1	2	1	2	1	
l2, l2+1	1	2	1	2	2	3	2	
l3, l3+1	1	2	2	3	2	3	3	
I1	405	675	405	675	405	675	405	675
I2	630	945	630	945	945	1350	945	1350
I3	315	450	450	765	450	765	765	0
сум(I)	1350		1485		1800		2115	
C1	240	180	240	180	240	180	240	180
C2	180	90	180	90	90	30	90	30
C3	300	180	180	96	180	96	96	0
сум(C)	720		600		510		426	
dC1/dI1		0,22222		0,22222		0,22222		-
dC2/dI2		0,28571		0,28571		0,14815		-
dC3/dI3		0,88889		0,26667		0,26667		-

Из таблицы 1 видно, что полученное на третьей итерации решение задачи (обведено непрерывной линией) в виде индексов столбцов {1, 2, 2} полностью совпадает с оптимальным, полученным путем простого перебора.

Этот результат объясняется тем, что исходные данные примера удовлетворяют условию ранжирования: $I_{i\,l_i} < I_{i(l_i+1)}, C_{i\,l_i} > C_{i(l_i+1)} \quad \forall i$.

Первая итерация выбрана для индексов {1, 1, 1}, так как для них суммарная потребность в инвестициях сум(I) = 1350 минимальна и ограничение в (9) выполняется. Дальнейший ход решения в таблице 1 показан обведением максимального значения сопряженного квазиградиента (dC_i/dI_i) и стрелкой перехода к следующему индексу l_i именно в той строке i, в которой найдено это максимальное значение. Окончание решения на третьей итерации определено исходя из того, что при переходе к четвертой сумма инвестиций сум(I)=2115 становится больше ограничения S_3=2000 (до этой итерации сумма инвестиций удовлетворяет ограничению).

Для получения модификации 3 достаточно задачу (9) с учетом (7) представить в виде квазилагранжиана:

$$\psi \cdot \sum_{i=1}^{3} C_{i\,l_i} + \sum_{i=1}^{3} I_{i\,l_i} \to \min_{\substack{l_i \in \{1,2,3\} \\ i=\overline{1,3}}} \tag{10}$$

Очевидно, что условие аддитивности функция вероятности P в данном примере трансформируется в условие независимости выбора индексов по строкам матриц. Тогда в соответствии с изложенной выше методикой задачу (10) можно представить в виде разложения на три подзадачи:

$$\left.\begin{aligned} & D \cdot C_{1l_1} + I_{1l_1} \to \min_{l_1 \in \{1,2,3\}}; \\ & D \cdot C_{2l_2} + I_{2l_2} \to \min_{l_2 \in \{1,2,3\}}; \\ & D \cdot C_{3l_3} + I_{3l_3} \to \min_{l_3 \in \{1,2,3\}}, \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

связанные единым множителем, например, $D = \dfrac{D_0}{(1+r)^n}$, а также условием бюджетного ограничения $\sum_{i=1}^{3} I_{i\,l_i} \le S_3$.

Можно предложить следующий алгоритм решения системы задач (11):

ШАГ 1. Выбор достаточно большого значения D_0 и $r_0 \approx 0\%$ таких, чтобы в каждой из разделенных подзадач минимум задавался индексом l_i = 3, что определяет максимум инвестиционных затрат и нарушение бюджетного ограничения.

ШАГ 2. Увеличение ставки процента $r = r_0 + \Delta r$, вычисление по каждой из разделенных подзадач индекса l_i^* и расчет суммы $I^* = \sum_{i=1}^{3} I_{i\,l_i^*}$.

ШАГ 3. Если $I^* \le S_3$ и шаг варьирования Δr допустимо мал, то найденный набор индексов $\{l_1^*, l_2^*, l_3^*\}$ можно считать решением задачи. В противном случае необходимо перейти к шагу 2, при необходимости уменьшив шаг варьирования Δr.

Результаты применения данного алгоритма представлены в следующей таблице.

Таблица 2

№ итер.	**1**			**2**			**30**		
r, %	0			10			21,673		
D	10			6,2092			3,74998		
I1 + DC1	2805	2475	2190	1895,2	1792,7	1735,1	1305	1350	1440
I2 + DC2	2430	1845	1650	1747,7	1503,8	1536,3	1305	1282,5	1462,5
I3 + DC3	3315	2250	1725	2177,8	1567,7	1361,1	1439,99	1125	1125
l1	3			3			1		
l2	3			2			2		
l3	3			3			2		
I1	990			990			405		
I2	1350			945			945		
I3	765			765			450		
сум(*I*)	3105			2700			1800		
C1	120			120			240		
C2	30			90			90		
C3	96			96			180		
сум(*C*)	246			306			510		

В таблице 2 при вычислении коэффициента дисконтирования D принято $n = 5$. Результирующий набор идексов {1, 2, 2} на 30-й итерации (после применения метода "пристрелки") соответствует как методу простого перебора, так и модификации 2 в таблице 1. Это подтверждает работоспособность метода модификации 3.

Следует отметить еще один важный факт. Легко проверить, что в данном примере полученный на 30-й итерации норматив эффективности

$e_H = 1/D = 1/3{,}75 = 0{,}2(6)$

в точности совпадает с максимальным квазиградиентом, полученным на последней итерации в таблице 1:

$dC_3/dI_3 = (180 - 96) / (765 - 450) = 0{,}2(6)$.

Этот факт отражает более глубокую теоретическую связь между второй и третьей модификациями.

Выводы и рекомендации

Рассмотрена содержательная и математическая постановка задачи обоснования инвестиций в повышение безопасности функционирования СК РКН. На основе оптимальной стратегии инвестирования средств в повышение надежности (безопасности) функционирования СК РКН предложены пути решения этой задачи, связанные как с традиционными оптимальными, так и с упрощенными рациональными методами решения задач смешанного дискретно-непрерывного программирования.

Следует отметить особое значение применения модификации 3 исходной задачи оптимального управления. Кроме указанных выше, одним из важных преимуществ такого подхода является возможность интерактивного "подключения" инвестиционных средств при решении задачи выбора оптимальной стратегии в варианте 1.

Действительно, пусть по результатам решения задачи, например, с N–1 структурной составной частью СК РКН получено оптимальное значение норматива эффективности В. В. Новожилова e_H^*. Если в дальнейшем потребуется при выделении средств ΔS_3 "подключить" к инвестиционному процессу еще одну N-ю составную часть с разработанными для нее альтернативами вложений A_i и соответствующими приращениями $\delta P_N\left(p_{0N} + \Delta p_N\left(a_{N\,l_N}\right)\right)$, то, возможно, не потребуется производить полный пересчет. Очевидно достаточно будет только определить такой номер l_N альтернативы, для которого выполняется неравенство:

$$\frac{s\left(a_{N\,l_N}\right)}{\delta P_N\left(p_{0N} + \Delta p_N\left(a_{N\,l_N}\right)\right)} < \left(C_{ПР.УЩ.} + C_{КВ.УЩ.}\right)\cdot e_H^* \text{ при } s\left(a_{N\,l_N}\right) \le \Delta S_3 .$$

Библиографический список

1. Новегно Л., Аскулай Э. В перспективе: роль оценки безопасности и управление риском // Бюллетень МАГАТЭ. – 1987. – Т. 29, №2. – С. 39 45.

2. Шахов В.В. Введение в страхование; Учебное пособие – М.: Финансы и статистика. 1999. – 288 с.

3. Олейников К.Н. Защита имущественных интересов предприятия // Вопросы экономики. – 2002. – № 1. – С. 146-150.

4. Адамчук Н.А, Алешин Д.К. Управление рисками предприятий и страхование // Управление рисками. – 2002. - №1. – С. 32-39.

5. Човушян Э.О., Сидоров М.А. Управление риском и устойчивое развитие: Учеб. пособ. – М: Изд-во РЭА им. Г. В. Плеханова, 1994. – 528 с.

6. Аппазов Р.Ф., Лавров С.С., Мишин В.П. Баллистика управляемых ракет дальнего действия. – М.: Наука, 1966. – 308 с.

7. Москалец А.П. Правовые средства минимизации и предупреждения ущерба от чрезвычайных ситуаций в России и США. – М.: ВНИИ ГОЧС, 2001. 168с.
8. Радионов Н.В. Модели эффективности инвестиций и кредитования. Основы финансового анализа. СПб: Наука, 2005. – 600 с.
9. Новожилов В.В. Проблемы измерения затрат и результатов при оптимальном планировании. – М.: Наука, 1972. – 434 с.
10. Резников Б.А. Методы и алгоритмы оптимизации на дискретных моделях сложных систем. – Л. Изд. ВИКИ им. А. Ф. Можайского, 1983. – 250 с.

Сведения об авторах

Грибакин Владимир Александрович, начальник факультета Военно-космической академии имени А.Ф.Можайского, к.т.н., доцент.
Ул. Ждановская, 13; г. Санкт-Петербург, 197198; тел.: (812) 347-95-10;
e-mail: radionov_nv@mail.ru

Радионов Николай Васильевич, профессор Военно-космической академии имени А.Ф. Можайского, д.э.н.
Ул. Ждановская, 13; г. Санкт-Петербург, 197198; тел.: (812) 347-97-21;
e-mail: radionov_nv@mail.ru

Артеменко Игорь Вадимович, доцент Московского авиационного института (национального исследовательского университета), к. э. н.
МАИ, Волоколамское шоссе, 4; г. Москва, 125993; тел.: (499) 158-68-26;
e-mail: aiv87@bk.ru

Фадеев Александр Сергеевич, директор Центра эксплуатации объектов наземной космической инфраструктуры, к.т.н.
Ул. Щепкина, 42; г. Москва, 107996; тел.: (495) 631-82-89; e-mail: tsenki@roscosmos.ru