

УДК 629.735.33.015

Соотношения для вращательных производных от коэффициентов моментов крена и рысканья крыла

М.А. Головкин

Аннотация

С использованием векторных соотношений в приближении гипотезы плоских сечений найдены аналитические выражения для определения вращательных производных от моментов крена и рысканья крыла по полной угловой скорости и ее компонентам. Полученные соотношения могут быть использованы для оценки указанных производных крыла достаточно большого удлинения в любом диапазоне углов атаки, если известно распределение коэффициентов нормальной и продольной силы, их производных по углу атаки в его сечениях и индуктивных скосов вдоль размаха. Представлены выражения для частных случаев крыльев: стреловидных, с постоянной хордой, с линейным законом изменения нормальной и продольной сил по углу атаки, с эллиптическим законом распределения нагрузки вдоль размаха.

Ключевые слова:

крыло; моменты крена и рыскания; вращательные производные; компоненты угловой скорости.

Введение

Для определения устойчивости движения самолета и применения некоторых критериев устойчивости [1] необходимо знание вращательных производных не только по полной угловой скорости, но и по ее компонентам в связанной с самолетом прямоугольной декартовой системе осей координат.

Некоторые результаты по исследованиям вращательных производных методом дискретных вихрей на сравнительно небольших углах атаки содержатся в книгах [2], [3]. В [4] приведены описание экспериментального оборудования и результаты исследования на нем по определению отдельных вращательных производных крыльев очень малого удлинения. В [1] дано описание установки ОВП-102Б, позволяющей определять комплексы

вращательных и нестационарных производных от компонентов сил и моментов, действующих на модель при ее вынужденных колебаниях. В [1] представлены также описание оборудования и методика определения вращательных производных по полной угловой скорости на основе измерений сил и моментов, действующих на модель, при ее вращении на установке Ш-5 с постоянной угловой скоростью, коллинеарной скорости набегающего потока.

Операцию определения производных от коэффициентов аэродинамических сил и моментов по компонентам угловой скорости на основе имеющейся информации о производных только по полной угловой скорости, зачастую, условно называют «разделением» вращательных производных. В работе [5] был предложен экспериментально-расчетный метод разделения вращательных производных. Однако, для его реализации требуется создание новой вращательной установки, которая позволяла бы проводить испытания не только на режимах с радиусом вращения R (расстояние от центра масс до оси вращения), равным нулю как на установке Ш-5, но и при относительном радиусе $\bar{R} = R/l \approx 1.5 \div 2$, где l – размах крыла модели самолета. Непростая кинематика, конструктивные и технологические сложности не позволили реализовать такую установку. Отсутствие специального экспериментального оборудования для разделения вращательных производных делает необходимым использование точных и приближенных аналитических соотношений и результатов испытаний расчлененной модели на вращающейся установке типа Ш-5. Некоторые основы такой методики были заложены в изданной ограниченным тиражом работе [6]. Однако, при выводе формул для производных от момента крена крыла в этой работе были упущены члены, зависящие от угловой скорости. Кроме того, в ней не учитывались индуктивные скосы потока, которые могут быть достаточно велики.

В данной статье, исходя из векторного представления, выведена система уравнений, определяющая вращательные производные в связанной системе осей координат через производные в поточной системе – по полной угловой скорости, которая может находиться или из расчетов, или из экспериментов на вращательной установке, и по некоторой составляющей, перпендикулярной этой скорости, которая может определяться только расчетным путем. В приближении гипотезы плоских сечений получены аналитические выражения для вращательных производных от коэффициентов моментов крена и рыскания крыла по полной угловой скорости или ее компонентам.

Полученные соотношения могут быть напрямую использованы как для оценки указанных производных крыла в любом диапазоне углов атаки на основе расчетных методов аэродинамики крыла, так и для построения экспериментально-расчетных методик

разделения вращательных производных по компонентам угловой скорости вращения, поскольку, в частности, известно [6], что для обычных аэродинамических компоновок самолета производные от момента крена определяются главным образом самим крылом.

Работ, в которых были бы отражены полученные в статье результаты, автору не известно.

1. Исходные соотношения и постановка задачи

Пусть крыло достаточно большого удлинения движется в несжимаемом потоке с постоянной скоростью V , и будем сначала считать, что одновременно оно вращается с постоянным вектором угловой скорости ω . Будем сначала также считать, что векторы V и ω параллельны. Крыло находится под углом атаки α , угол скольжения $\beta = 0$, т.е. указанные векторы лежат в плоскости oxy связанной с крылом системы осей координат $oxyz$ с единичными ортами i, j, k (рис. 1).

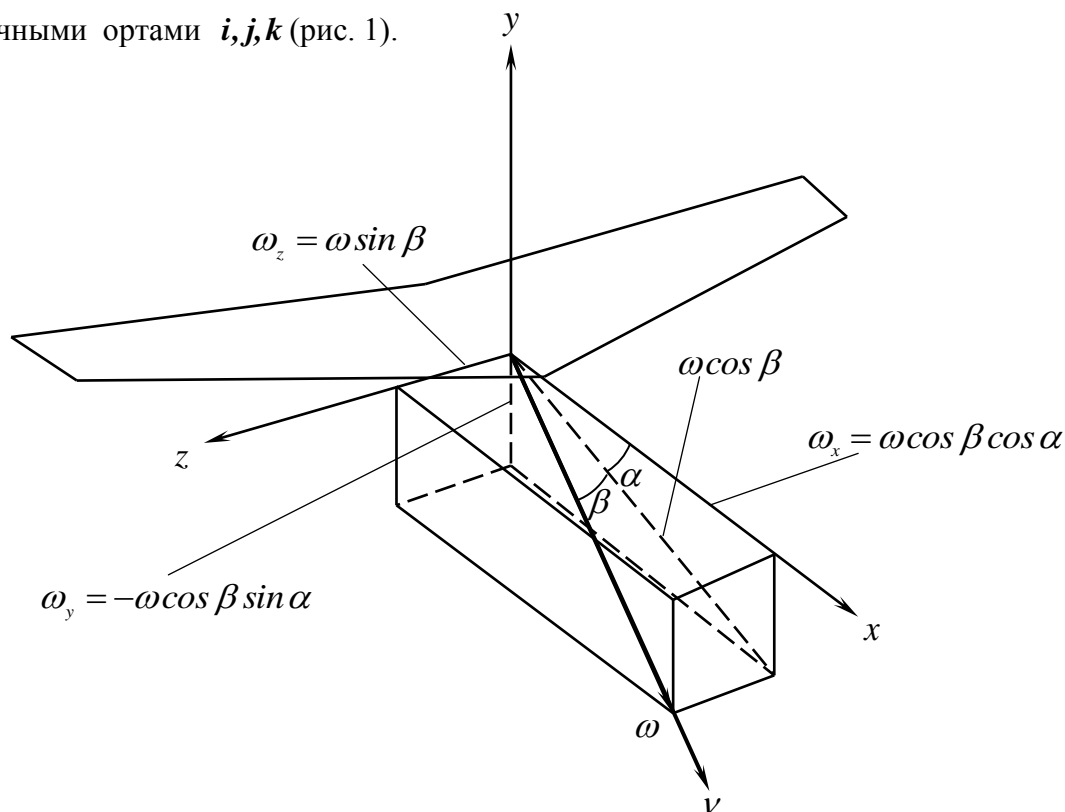


Рис. 1. Проекция вектора угловой скорости ω на прямоугольную декартову систему осей координат $oxyz$, связанную с крылом

Коэффициенты моментов крена M_x и рыскания M_y , действующих на крыло, могут быть записаны в виде

$$m_x(\alpha, \bar{\omega}) = M_x / (qSl), \quad m_y(\alpha, \bar{\omega}) = M_y / (qSl), \quad (1.1)$$

где S – площадь крыла; l – его размах; $q = \rho V^2 / 2$ – скоростной напор, ρ – плотность воздуха; $\bar{\omega} = \omega l / (2V)$ – «приведенный» вектор угловой скорости вращения, $\bar{\omega} = |\omega|$. Проекции вектора ω на систему осей координат $oxyz$ выразятся как

$$\omega_x = \omega \cos \alpha, \quad \omega_y = -\omega \sin \alpha, \quad \omega_z = 0. \quad (1.2)$$

Безразмерные значения проекций угловых скоростей (1.2) введем следующим образом:

$$\bar{\omega}_x = \omega_x l / (2V), \quad \bar{\omega}_y = \omega_y l / (2V), \quad \bar{\omega}_z = 0. \quad (1.3)$$

Производные от функций (1.1) по полной безразмерной угловой скорости запишем в соответствии с правилами дифференцирования в виде

$$\frac{\partial m_i}{\partial \bar{\omega}} = \frac{\partial m_i}{\partial \bar{\omega}_x} \frac{\partial \bar{\omega}_x}{\partial \bar{\omega}} + \frac{\partial m_i}{\partial \bar{\omega}_y} \frac{\partial \bar{\omega}_y}{\partial \bar{\omega}}, \quad i = x, y. \quad (1.4)$$

С учетом (1.1) – (1.3) из (1.4) получим

$$m_i^{\bar{\omega}_x} \cos \alpha - m_i^{\bar{\omega}_y} \sin \alpha = m_i^{\bar{\omega}}, \quad i = x, y, \quad (1.5)$$

где приняты следующие обозначения для производных:

$$m_i^j = \frac{\partial m_i}{\partial \bar{\omega}_j}, \quad m_i^{\bar{\omega}} = \frac{\partial m_i}{\partial \bar{\omega}}, \quad (i, j = x, y).$$

Соотношение (1.5) может быть записано через скалярное произведение двух векторов, а именно:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{i}_a = m_i^{\bar{\omega}}, \quad i = x, y, \quad (1.6)$$

где

$$\mathbf{A} = m_i^{\bar{\omega}_x} \mathbf{i} + m_i^{\bar{\omega}_y} \mathbf{j}, \quad i = x, y, \quad (1.7)$$

а вектор

$$\mathbf{i}_a = \frac{\bar{\omega}}{\omega} = \frac{\bar{\omega}_x}{\bar{\omega}} \mathbf{i} + \frac{\bar{\omega}_y}{\bar{\omega}} \mathbf{j} = \cos \alpha \mathbf{i} - \sin \alpha \mathbf{j} \quad (1.8)$$

направлен вдоль вектора ω и является ортом вдоль оси ox_a в поточной системе осей координат (рис. 2). Таким образом, $m_i^{\bar{\omega}} = m_i^{\bar{\omega}_{x_a}}$ в (1.6) представляет собой проекцию вектора (1.7) или его компонент на вектор (1.8), или на ось ox_a .

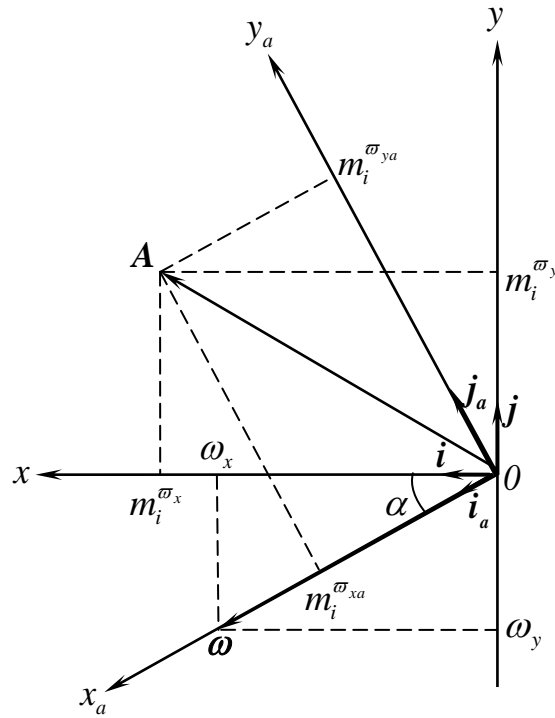


Рис. 2. Представление производных от коэффициентов моментов крена (при $i = x$) и рыскания (при $i = y$) при значении угла скольжения $\beta = 0$ как проекций вектора A на связанную ox и поточную $ox_a y_a$ прямоугольные декартовы системы осей координат

Совершенно очевидно, что можно спроектировать вектор A (1.7) на ось oy_a поточной системы осей координат с ортом j_a , ортогональным (1.8), который можно записать в виде

$$j_a = -\frac{\bar{\omega}_y}{\bar{\omega}} i + \frac{\bar{\omega}_x}{\bar{\omega}} j = \sin \alpha i + \cos \alpha j. \quad (1.9)$$

Скалярное произведение выражений (1.7) и (1.9) имеет вид

$$A \cdot j_a = m_i^{\bar{\omega}_{y_a}}, \quad i = x, y, \quad (1.10)$$

или в проекциях этих векторов

$$m_i^{\bar{\omega}_x} \sin \alpha + m_i^{\bar{\omega}_y} \cos \alpha = m_i^{\bar{\omega}_{y_a}}, \quad i = x, y. \quad (1.11)$$

Правая часть $m_i^{\bar{\omega}_{y_a}}$ в (1.10), (1.11) представляет собой проекцию вектора (1.7) или его компонент на вектор (1.9), или на ось oy_a , по аналогии с правой частью в (1.5), (1.6) (см. рис. 2).

Перепишем уравнения (1.5), (1.11) в виде системы

$$\left. \begin{aligned} m_i^{\bar{\omega}_x} \cos \alpha - m_i^{\bar{\omega}_y} \sin \alpha &= m_i^{\bar{\omega}}, \\ m_i^{\bar{\omega}_x} \sin \alpha + m_i^{\bar{\omega}_y} \cos \alpha &= m_i^{\bar{\omega}_{y_a}}, \end{aligned} \right\} \quad i = x, y. \quad (1.12)$$

Знание правых частей в системе уравнений (1.12) позволяет легко найти функции $m_i^{\bar{\omega}_x}, m_i^{\bar{\omega}_y}$ ($i = x, y$), т.е. определить соответствующие производные от коэффициентов

момента крена и момента рыскания крыла. Таким образом, задача заключается в том, чтобы найти величины $m_i^{\bar{\omega}}, m_i^{\bar{\omega}_{ya}}$, и тогда величины $m_i^{\bar{\omega}_x}, m_i^{\bar{\omega}_y}$ могут быть легко определены.

В экспериментальной практике правая часть в верхнем уравнении системы (1.12) может быть найдена из результатов испытаний на вращающейся установке, осуществляющей вращение модели с вектором угловой скорости, коллинеарным вектору скорости набегающего потока [1]. Однако, определить величину $m_i^{\bar{\omega}_{ya}}$ экспериментально невозможно.

Получим соотношения для оценки входящих в систему уравнений (1.12) производных на основе анализа работы сечений крыла, как крыла достаточно большого удлинения.

2. Производные $m_x^{\bar{\omega}_x}, m_x^{\bar{\omega}_y}$

Будем полагать, как и ранее, что крыло находится под углом атаки α , а угол скольжения $\beta = 0$, т.е. векторы V и ω лежат в плоскости oxu , и сначала считать, что они не совпадают по направлению и составляют между собой некоторый малый угол $\Delta\varphi$ (рис. 3, а, б).

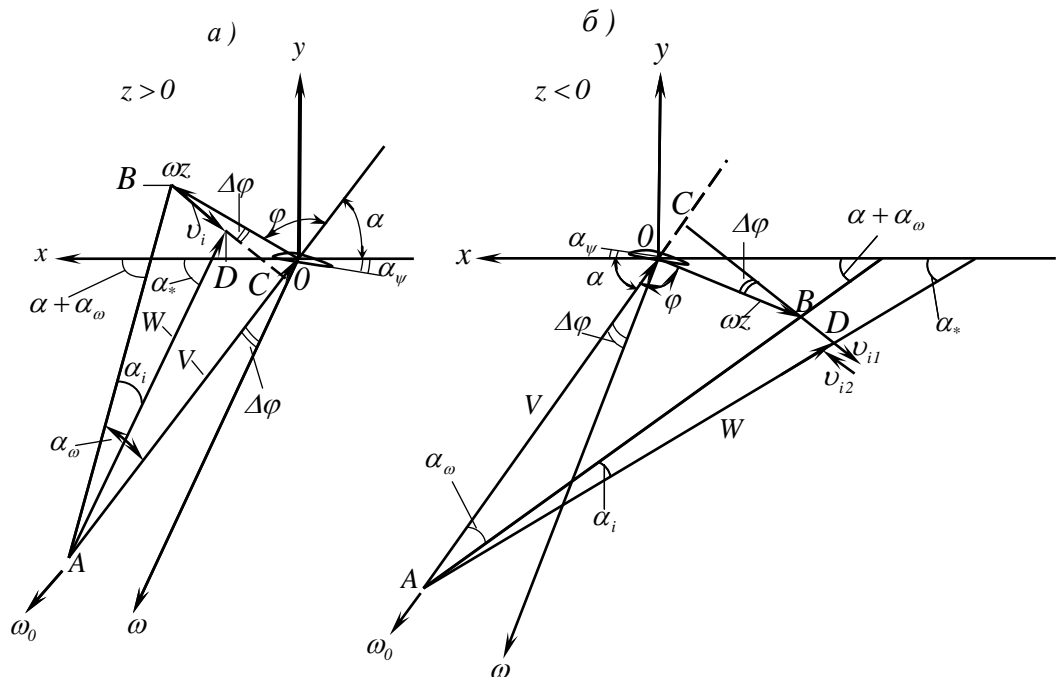


Рис. 3. Многоугольники скоростей в обращенном движении: а – на правой консоли крыла, идущей вниз; б – на левой консоли крыла, идущей вверх

Направление вектора ω таково, что при вращении правая консоль крыла опускается вниз, а левая поднимается вверх. В представленных на рис. 3, а, б многоугольниках скоростей в сечениях на правой ($z > 0$) и левой ($z < 0$) консолях рассматривается обращенное движение среды, в которую помещено крыло. Линейная составляющая скорости ωz от вращения крыла ортогональна вектору ω и образует с вектором V угол φ . Причем, в сечениях на правой и левой консолях крыла, отстоящих на равное расстояние от оси

вращения, эти углы равны. На рис. 3, а, б угол $\varphi = \pi/2 + \Delta\varphi$. Если преобразовать эти рисунки так, чтобы вектор ω также проходил через точку o , но над вектором V , то очевидно, что в этом случае приращение $\Delta\varphi$ меняет знак, и $\varphi = \pi/2 - \Delta\varphi$. Таким образом, окончательно имеем

$$\varphi = \frac{\pi}{2} + \Delta\varphi \quad \text{при } \Delta\varphi > 0, \quad \varphi = \frac{\pi}{2} - \Delta\varphi \quad \text{при } \Delta\varphi < 0. \quad (2.10)$$

На рис. 3, а, б введена индуктивная скорость v_i в сечении z крыла, которая может быть представлена в следующем виде

$$v_i = v_1 + v_2, \quad (2.11)$$

где $v_1 = -|v_1| \text{sign} c_{ya}$ – составляющая индуктивной скорости, обусловленная подъемной силой из-за наличия скорости V и угла атаки α крыла, она не зависит от знака z и направлена всегда в сторону, противоположную подъемной силе сечения; c_{ya} – коэффициент подъемной силы в сечении z крыла в отсутствии вращения; $v_2 = -|v_2| \text{sign}(\omega z)$ – составляющая индуктивной скорости, обусловленная антисимметричным распределением подъемной силы вследствие вращения крыла, ее направление в обратном движении противоположно линейной компоненте скорости от вращения крыла, и при выбранном положительном направлении вектора ω она отрицательна на правой консоли крыла ($z > 0$) и положительна на левой ($z < 0$). Перепишем (2.11) в безразмерном виде:

$$\bar{v}_i = -|\bar{v}_1| \text{sign} c_{ya} - |\bar{v}_2| \text{sign}(\bar{\omega} \bar{z}), \quad (2.11')$$

где $\bar{v}_i = v_i/V$, $\bar{v}_1 = v_1/V$, $\bar{v}_2 = v_2/V$, $\bar{z} = z/l$.

Величину суммарной скорости W в сечении z крыла представим, в соответствии с рис. 3, а, б и (2.11) в виде

$$\begin{aligned} W &= \sqrt{(AC)^2 + (DC)^2} = \sqrt{(AO + OB \cos \varphi)^2 + (BC + v_i)^2} = \\ &= \sqrt{V^2 + z\omega \cos \varphi + z^2\omega^2 + z\omega v_i \sin \varphi + v_i^2}. \end{aligned}$$

Вводя безразмерные величины $\bar{W} = W/V$, $\bar{v}_i = v_i/V$, с учетом того, что безразмерная угловая скорость $\bar{\omega}$ определяется в соответствии с обозначением в соотношении (1.1), получим

$$\bar{W}^2 = 1 + 4\bar{z}\bar{\omega} \cos \varphi + 4\bar{z}^2\bar{\omega}^2 + 4\bar{z}\bar{\omega}\bar{v}_i \sin \varphi + \bar{v}_i^2. \quad (2.12)$$

Местный угол атаки α_* (рис. 3, *a, б*) сечения крыла складывается из угла атаки крыла α , угла геометрической крутки α_ψ , угла α_ω , обусловленного вращением, и угла α_i индуктивного скоса потока:

$$\alpha_* = \alpha + \alpha_\psi + \alpha_\omega + \alpha_i. \quad (2.13)$$

Угол α_ω может быть представлен в виде:

$$\alpha_\omega = \arctg[2\bar{z}\bar{\omega} \sin \varphi / (1 + 2\bar{z}\bar{\omega} \cos \varphi)] \approx 2\bar{z}\bar{\omega} \sin \varphi / (1 + 2\bar{z}\bar{\omega} \cos \varphi), \quad (2.14)$$

правое выражение в (2.14) записано в предположении малости α_ω . Угол α_i в соответствии с рис. 3, *a, б* и (2.11) определяется как

$$\alpha_i = \alpha_1 + \alpha_2, \quad (2.14')$$

где

$$\alpha_1 = v_1 / V = \bar{v}_1 = -|\bar{v}_1| \operatorname{sign} c_{ya}, \quad (2.15)$$

$$\alpha_2 = \arctg [\bar{v}_2 / (1 + 2\bar{z}\bar{\omega} \cos \varphi)] \approx -|\bar{v}_2| \operatorname{sign}(\bar{\omega} \bar{z}) / (1 + 2\bar{z}\bar{\omega} \cos \varphi), \quad (2.16)$$

а правое выражение в (2.16) также записано в предположении его малости.

Далее при выводе формул, аналогично [6], будем полагать, что приращения безразмерных угловых скоростей $\bar{\omega}_x$, $\bar{\omega}_y$ независимы, если рассматриваются производные $m_x^{\bar{\omega}_x}$ и $m_x^{\bar{\omega}_y}$, и зависимы, если рассматривается производная по полной угловой скорости $m_x^{\bar{\omega}}$. В последнем случае $\bar{\omega}_x$ и $\bar{\omega}_y$ в соответствии с (1.2), (1.3) изменяются только за счет изменения длины вектора безразмерной угловой скорости $\bar{\omega}$. На рис. 4, *a* представлены вектор угловой скорости ω_0 , совпадающий или противоположный вектору скорости V , и вектор ω , составляющий с ω_0 положительный угол $\Delta\varphi$, что соответствует случаю, изображенному на рис. 3, *a, б*. Если ω_0 и ω составляют между собой отрицательный угол $-\Delta\varphi$, то это показано на рис. 4, *б*.

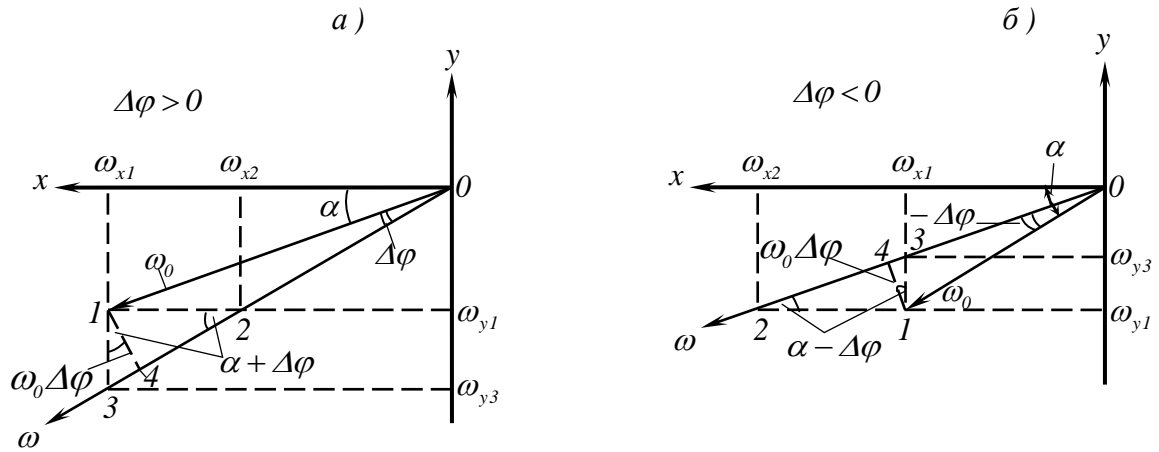


Рис. 4. Вектор угловой скорости ω_0 , совпадающий или противоположный вектору скорости набегающего потока V , и вектор угловой скорости ω , неколлинеарный с V ; показаны приращения вектора ω_0

Так как в соответствии с (1.2) и рис. 4, а, б

$$\bar{\omega} = \sqrt{\bar{\omega}_x^2 + \bar{\omega}_y^2}, \quad (2.17)$$

то производные от (2.17) имеют вид

$$\frac{\partial \bar{\omega}}{\partial \bar{\omega}_x} = \frac{\bar{\omega}_x}{\bar{\omega}} = \cos \alpha, \quad \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial \bar{\omega}_y} = \frac{\bar{\omega}_y}{\bar{\omega}} = -\sin \alpha. \quad (2.18)$$

Из треугольников 123, 134 и 014, учитывая, что в соответствии с рис. 4, а, б $\Delta \omega_x = \omega_{x_1} - \omega_{x_2}$, $\Delta \omega_y = \omega_{y_1} - \omega_{y_3}$ и при $\Delta \varphi > 0$ для этих приращений имеют место неравенства $\Delta \omega_x > 0$, $\Delta \omega_y > 0$, а при $\Delta \varphi < 0$ они приобретают вид $\Delta \omega_x < 0$, $\Delta \omega_y < 0$, получим

$$\left. \begin{aligned} \frac{\bar{\omega}_0 \Delta \varphi}{\Delta \bar{\omega}_x} &= \sin(\alpha + \Delta \varphi), & \frac{\bar{\omega}_0 \Delta \varphi}{\Delta \bar{\omega}_y} &= \cos(\alpha + \Delta \varphi), & \text{при } \Delta \varphi > 0, \\ \frac{\bar{\omega}_0 \Delta \varphi}{\Delta \bar{\omega}_x} &= \sin(\alpha - \Delta \varphi), & \frac{\bar{\omega}_0 \Delta \varphi}{\Delta \bar{\omega}_y} &= \cos(\alpha - \Delta \varphi), & \text{при } \Delta \varphi < 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.19)$$

При стремлении вектора ω к ω_0 по величине ($\omega \rightarrow \omega_0$) и направлению ($\Delta \varphi \rightarrow 0$), вводя для предельных значений подстрочный индекс «ноль», из (2.10) – (2.19) получим

$$\left. \begin{aligned}
\varphi_0 &= \frac{\pi}{2}, \quad \bar{\omega} = \bar{\omega}_0, \quad \bar{\omega}_{x0} = \bar{\omega}_0 \cos \alpha, \quad \bar{\omega}_{y0} = -\bar{\omega}_0 \sin \alpha, \\
\bar{\omega}_0 \frac{\partial \varphi}{\partial \bar{\omega}_x} \Big|_0 &= \sin \alpha, \quad \bar{\omega}_0 \frac{\partial \varphi}{\partial \bar{\omega}_y} \Big|_0 = \cos \alpha, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial \bar{\omega}} \Big|_0 = 0, \\
\bar{W}_0^2 &= 1 + 4\bar{z}^2 \bar{\omega}_0^2 + 4\bar{z} \bar{\omega}_0 \bar{v}_{i0} + \bar{v}_{i0}^2, \quad \bar{v}_{i0} = -|\bar{v}_1|_0 \operatorname{sign} c_{ya} - |\bar{v}_2|_0 \operatorname{sign}(\bar{\omega} \bar{z}), \\
\alpha_{*0} &= \alpha + \alpha_\psi + \alpha_{\omega 0} + \alpha_{i0}, \quad \alpha_{\omega 0} = 2\bar{z} \bar{\omega}_0, \quad \alpha_{i0} = \alpha_{10} + \alpha_{20}, \\
\alpha_{10} &= -|\bar{v}_1|_0 \operatorname{sign} c_{ya}, \quad \alpha_{20} = -|\bar{v}_2|_0 \operatorname{sign}(\bar{\omega} \bar{z}).
\end{aligned} \right\} \quad (2.20)$$

Предполагая сначала, что ω не совпадает с ω_0 по величине и направлению, используя гипотезу плоских сечений, представим коэффициент поперечного момента относительно оси ox , демпфирующего вращение крыла с угловой скоростью $\bar{\omega}(\bar{\omega}_x, \bar{\omega}_y)$, в виде

$$m_x = \lambda \int_{-1/2}^{1/2} c_y(\bar{z}) \bar{W}^2(\bar{z}) \bar{b}(\bar{z}) \bar{z} d\bar{z}, \quad (2.21)$$

где $\lambda = l^2/S$ – удлинение крыла, $c_y(\bar{z})$ – коэффициент нормальной аэродинамической силы в безразмерном сечении \bar{z} ; $\bar{b}(\bar{z}) = b(z)/l$, $b(z)$ – текущая хорда крыла в сечении z . Запишем производные $m_x^{\bar{\omega}}, m_x^{\bar{\omega}_x}, m_x^{\bar{\omega}_y}$ от (2.21), выполняя дифференцирование подынтегрального выражения по частям:

$$\left. \begin{aligned}
m_x^{\bar{\omega}} &= \lambda \int_{-1/2}^{1/2} \left(c_y \frac{\partial \bar{W}^2}{\partial \bar{\omega}} + \frac{\partial c_y}{\partial \alpha_*} \frac{\partial \alpha_*}{\partial \bar{\omega}} \bar{W}^2 \right) \bar{b} \bar{z} d\bar{z}, \\
m_x^{\bar{\omega}_x} &= \lambda \int_{-1/2}^{1/2} \left(c_y \frac{\partial \bar{W}^2}{\partial \bar{\omega}_x} + \frac{\partial c_y}{\partial \alpha_*} \frac{\partial \alpha_*}{\partial \bar{\omega}_x} \bar{W}^2 \right) \bar{b} \bar{z} d\bar{z}, \\
m_x^{\bar{\omega}_y} &= \lambda \int_{-1/2}^{1/2} \left(c_y \frac{\partial \bar{W}^2}{\partial \bar{\omega}_y} + \frac{\partial c_y}{\partial \alpha_*} \frac{\partial \alpha_*}{\partial \bar{\omega}_y} \bar{W}^2 \right) \bar{b} \bar{z} d\bar{z}.
\end{aligned} \right\} \quad (2.22)$$

Вычисляя производные от (2.12), (2.13), содержащиеся под интегралами в (2.22), получим громоздкие выражения, которые, имея в виду, что

$$\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial \bar{\omega}_x} = \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial \bar{\omega}} \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial \bar{\omega}_x}, \quad \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial \bar{\omega}_y} = \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial \bar{\omega}} \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial \bar{\omega}_y}, \quad \text{в пределе при } \omega \rightarrow \omega_0, \Delta\varphi \rightarrow 0 \text{ с учетом (2.10) – (2.20)}$$

дают следующие результаты:

$$\left. \begin{aligned}
\frac{\partial \bar{W}^2}{\partial \bar{\omega}} \Big|_0 &= 8\bar{z}^2 \bar{\omega}_0 - 4\bar{z} |\bar{v}_1|_0 \operatorname{sign} c_{ya} - 4\bar{z} |\bar{v}_2|_0 \operatorname{sign}(\bar{\omega} \bar{z}) - 4\bar{z} \bar{\omega}_0 \frac{\partial |\bar{v}_2|_0}{\partial \bar{\omega}_0} \operatorname{sign}(\bar{\omega} \bar{z}) + \\
&\quad + 2|\bar{v}_1|_0 \frac{\partial |\bar{v}_2|_0}{\partial \bar{\omega}_0} \operatorname{sign} c_{ya} \operatorname{sign}(\bar{\omega} \bar{z}) + 2|\bar{v}_2|_0 \frac{\partial |\bar{v}_2|_0}{\partial \bar{\omega}_0}, \\
\frac{\partial \bar{W}^2}{\partial \bar{\omega}_x} \Big|_0 &= \frac{\partial \bar{W}^2}{\partial \bar{\omega}} \Big|_0 \cos \alpha - 4\bar{z} \sin \alpha, \quad \frac{\partial \bar{W}^2}{\partial \bar{\omega}_y} \Big|_0 = -\frac{\partial \bar{W}^2}{\partial \bar{\omega}} \Big|_0 \sin \alpha - 4\bar{z} \cos \alpha; \\
\frac{\partial \alpha_*}{\partial \bar{\omega}} \Big|_0 &= \frac{2\bar{z}}{1+4\bar{z}^2 \bar{\omega}_0^2} - \frac{1}{1+\bar{v}_2^2} \frac{\partial |\bar{v}_2|_0}{\partial \bar{\omega}_0} \operatorname{sign}(\bar{\omega} \bar{z}), \\
\frac{\partial \alpha_*}{\partial \bar{\omega}_x} \Big|_0 &= \frac{\partial \alpha_*}{\partial \bar{\omega}} \Big|_0 \cos \alpha + 2\bar{z} [2\bar{z} \bar{\omega}_0 - |\bar{v}_2|_0 \operatorname{sign}(\bar{\omega} \bar{z})] \sin \alpha, \\
\frac{\partial \alpha_*}{\partial \bar{\omega}_y} \Big|_0 &= -\frac{\partial \alpha_*}{\partial \bar{\omega}} \Big|_0 \sin \alpha + 2\bar{z} [2\bar{z} \bar{\omega}_0 - |\bar{v}_2|_0 \operatorname{sign}(\bar{\omega} \bar{z})] \cos \alpha.
\end{aligned} \right\} \quad (2.23)$$

Здесь и далее подстрочный индекс «ноль» снизу вертикальной черты означает предельное значение функции при $\omega \rightarrow \omega_0$, $\Delta\varphi \rightarrow 0$ и принято, что

$$\frac{\partial |v_l|}{\partial \bar{\omega}} \Big|_0 = \frac{\partial |v_l|}{\partial \bar{\omega}_0}, \quad \frac{\partial |\bar{v}_2|}{\partial \bar{\omega}} \Big|_0 = \frac{\partial |\bar{v}_2|}{\partial \bar{\omega}_0}.$$

Подставляя (2.23) в (2.22) и сравнивая полученные выражения, сохраняя обозначения для предельных значений $m_x^{\bar{\omega}}, m_x^{\bar{\omega}_x}, m_x^{\bar{\omega}_y}$ такими же, как были ранее, найдем следующую систему уравнений

$$\left. \begin{aligned}
m_x^{\bar{\omega}_x} &= m_x^{\bar{\omega}} \cos \alpha + m_x^{\bar{\omega}_{ya}} \sin \alpha, \\
m_x^{\bar{\omega}_y} &= -m_x^{\bar{\omega}} \sin \alpha + m_x^{\bar{\omega}_{ya}} \cos \alpha,
\end{aligned} \right\} \quad (2.24)$$

где $m_x^{\bar{\omega}}, m_x^{\bar{\omega}_{ya}}$ определяются следующими интегральными выражениями

$$m_x^{\bar{\omega}} = \lambda \int_{-1/2}^{1/2} [c_y(\alpha_{*0}) \frac{\partial \bar{W}^2}{\partial \bar{\omega}} \Big|_0 + \frac{\partial c_y}{\partial \alpha_*} \Big|_0 (2\bar{z} - \frac{\partial |\bar{v}_2|}{\partial \bar{\omega}_0} \operatorname{sign}(\bar{\omega} \bar{z})) \bar{W}_0^2] \bar{b} \bar{z} d\bar{z}, \quad (2.25)$$

$$m_x^{\bar{\omega}_{ya}} = -4\lambda \int_{-1/2}^{1/2} [c_y(\alpha_{*0}) - \frac{1}{2} \frac{\partial c_y}{\partial \alpha_*} \Big|_0 (2\bar{z} \bar{\omega}_0 - |\bar{v}_2|_0 \operatorname{sign}(\bar{\omega} \bar{z})) \bar{W}_0^2] \bar{b} \bar{z}^2 d\bar{z}, \quad (2.26)$$

в которых пренебрегается членами более высокого порядка малости, а \bar{W}_0^2 и $\frac{\partial \bar{W}^2}{\partial \bar{\omega}} \Big|_0$

определяются в соответствии с (2.20), (2.23). Поскольку $|\bar{v}_1|_0 \ll 1$, $|\bar{v}_2|_0 \ll 1$, то квадрат безразмерной скорости в (2.25), (2.26) $\bar{W}_0^2 \approx 1$.

Система уравнений (2.24) эквивалентна системе уравнений (1.12) при $i = x$. В этом нетрудно убедиться следующим образом. Домножим первое уравнение в (2.24) на $\cos \alpha$, второе на $\sin \alpha$ и вычтем из первого полученного выражения второе, в результате получим верхнее выражение в (1.12) при $i = x$. Домножая затем первое уравнение в (2.24) на $\sin \alpha$, а второе на $\cos \alpha$ и складывая эти выражения, придем к нижнему выражению в (1.12) при $i = x$. Что и требовалось доказать.

Рассмотрим сначала выражение (2.26). Его можно переписать с учетом (2.14) – (2.16), (2.20) еще в следующем виде

$$m_x^{\bar{\omega}_{ya}} = -4\lambda \int_{-1/2}^{1/2} \left[c_y(\alpha_{*0}) - \frac{1}{2} \frac{\partial c_y}{\partial \alpha_*} \Big|_0 \cdot (\alpha_{\omega_0} + \alpha_{20}) \right] \bar{b} \bar{z}^2 d\bar{z}. \quad (2.27)$$

В подынтегральном выражении (2.26) содержится член $\frac{\partial c_y}{\partial \alpha_*} \Big|_0 \bar{b} \bar{z}^2 \bar{\omega}_0$, который в [6] был упущен при вычислении производных. Под интегралом в (2.26) также присутствует произведение $\frac{1}{2} \frac{\partial c_y}{\partial \alpha_*} \Big|_0 |\bar{v}_2|_0 \text{sign}(\bar{\omega} \bar{z}) \bar{b} \bar{z}^2$, которое обусловлено индуктивным скосом потока в

результате вращения крыла, что в [6] не учитывалось. Не учитывать же выражение $\frac{\partial c_y}{\partial \alpha_*} \Big|_0 \bar{b} \bar{z}^2 \bar{\omega}_0$ в (2.26), совершенно очевидно, возможно, когда во всем диапазоне \bar{z} функция

$\frac{\partial c_y}{\partial \alpha_*} \Big|_0$ является константой, поскольку в этом случае интеграл от нечетных степеней \bar{z} равен

нулю. Это соответствует, в частности, крылу с одним типом профилей в сечениях на докритических углах атаки. Тогда, записывая функцию $c_y(\alpha_{*0})$ через ее производную по α_{*0} в окрестности $c_y = 0$ с учетом преобразования сдвига по оси α_{*0} , (2.26) сводится к виду

$$m_x^{\bar{\omega}_{ya}} = I \frac{\partial c_y}{\partial \alpha_*} \Big|_0 (\alpha_{*0} - \alpha_{c_y=0}) - 4\lambda \frac{\partial c_y}{\partial \alpha_*} \Big|_0 \int_{-1/2}^{1/2} [\alpha_\psi + |\bar{v}_1|_0 \text{sign} c_{ya} + \frac{1}{2} |\bar{v}_2|_0 \text{sign}(\bar{\omega} \bar{z})] \bar{b} \bar{z}^2 d\bar{z}, \quad (2.28)$$

где $\alpha_{c_y=0}$ – угол атаки профиля, при котором $c_y = 0$,

$$I = -4\lambda \int_{-1/2}^{1/2} \bar{b} \bar{z}^2 d\bar{z}, \quad (2.29)$$

При $\omega_0 \rightarrow 0$ в (2.28) необходимо положить $|\bar{v}_2|_0 = 0$. В случае $\alpha_\psi = 0$, эллиптического закона распределения циркуляции $|\bar{v}_1|_0 = const$ вдоль размаха крыла, $c_{ya} > 0$ и $\omega_0 \rightarrow 0$ (2.28) приводится к выражению

$$m_x^{\bar{\omega}_{ya}} = I \frac{\partial c_y}{\partial \alpha_*} \Big|_0 \cdot (\alpha - \alpha_{c_y=0} - |\bar{v}_1|_0) = I \frac{\partial c_y}{\partial \alpha_*} \Big|_0 \cdot (\alpha - \alpha_{c_y=0} + \alpha_{I0}), \quad (2.30)$$

где I , $|\bar{v}_1|_0$, α_{I0} определяются в соответствии с (2.29), (2.11'), (2.20), а $\alpha_{*0} = \alpha - \alpha_{c_y=0} + \alpha_{I0}$.

Все выражение под интегралом в круглых скобках в (2.26) стремится к нулю для предельных значений $m_x^{\bar{\omega}_{ya}}$ при $\omega_0 \rightarrow 0$, и тогда (2.26) сводится к виду

$$m_x^{\bar{\omega}_{ya}} = -4\lambda \int_{-1/2}^{1/2} c_y(\alpha_{*0}) \bar{b} \bar{z}^2 d\bar{z}, \quad (2.31)$$

где $\alpha_{*0} = \alpha + \alpha_\psi + \alpha_{I0}$, а значение $c_y(\alpha_{*0})$ определяется по результатам расчетных или экспериментальных исследований, например, по измерениям распределения давления по размаху крыла. Как показывают опыты с различными крыльями, начиная с $\alpha \approx 65^\circ$ и вплоть до 90° интеграл в (2.31) практически постоянен по углу атаки. Поэтому в указанном диапазоне α он может быть представлен с точностью $\sim 5 \div 7 \%$ в виде

$$m_x^{\bar{\omega}_{ya}} \approx I c_y, \quad (2.32)$$

где I определяется в соответствии с (2.29), а c_y - средний по размаху коэффициент нормальной силы сечений крыла. Таким образом, в диапазоне $\alpha \approx 65 \div 90^\circ$ не требуется знать распределения нормальной силы по сечениям крыла.

Для стреловидных крыльев с постоянным углом стреловидности величина I (2.29) может быть выражена через сужение крыла $\eta = \bar{b}_0 / \bar{b}_k$, где $\bar{b}_0 = b_0|_{z=0} / l$, $\bar{b}_k = b|_{|\bar{z}|=1/2} / l$, $b|_{\bar{z}=0}$ - корневая хорда, $b|_{|\bar{z}|=1/2}$ - концевая хорда крыла. Действительно, так как текущая относительная хорда крыла может быть записана как $\bar{b}(\bar{z}) = \bar{b}_0 - |\bar{z}|(tg\chi_1 - tg\chi_2)$, $tg\chi_1 - tg\chi_2 = 2(\bar{b}_0 - \bar{b}_k)$, где χ_1, χ_2 - стреловидность по передней и задней кромкам крыла соответственно, то получаем, что

$$\bar{b}(\bar{z}) = \bar{b}_0 - 2|\bar{z}|(\bar{b}_0 - \bar{b}_k). \quad (2.33)$$

Учитывая, что площадь крыла может быть представлена в виде

$$S = (\bar{b}_0 + \bar{b}_k) l^2 / 2, \quad (2.34)$$

подставляя (2.33), (2.34) в (2.29), получим

$$I = -\frac{1}{6} - \frac{1}{3(\eta+1)}. \quad (2.35)$$

Для крыла с постоянной хордой по размаху $\eta = 1$, и, таким образом, (2.35) сводится к виду

$$I = -\frac{1}{3}, \quad (2.36)$$

и в этом случае в (2.30), (2.32) следует полагать, что I равно (2.36).

Найдем теперь предельное значение производной $m_x^{\bar{\omega}}$ (2.25) при $\bar{\omega}_0 \rightarrow 0$, с учетом (2.20), (2.23) получим

$$m_x^{\bar{\omega}} = -4\lambda \int_{-1/2}^{1/2} [c_y(\alpha_{*0}) \cdot |\bar{v}_l|_0 \text{sign} c_{ya} - \frac{1}{2} \frac{\partial c_y}{\partial \alpha_*} \Big|_0] \bar{b} \bar{z}^2 d\bar{z}, \quad (2.37)$$

где $\alpha_{*0} = \alpha + \alpha_\psi + \alpha_{10}$, $\alpha_{10} = -|\bar{v}_l|_0 \text{sign} c_{ya}$. Полученное выражение (2.37) позволяет находить предельное значение производной от момента крена по полной безразмерной угловой скорости расчетным путем. Для случая, когда функция $c_y(\alpha_{*0})$ является линейной во всем рассматриваемом диапазоне изменения \bar{z} , получим

$$m_x^{\bar{\omega}} \approx 4\lambda \frac{\partial c_y}{\partial \alpha_*} \Big|_0 \int_{-1/2}^{1/2} [\frac{1}{2} + (\alpha - \alpha_{c_y=0} + \alpha_\psi + \alpha_{10}) \alpha_{10}] \bar{b} \bar{z}^2 d\bar{z}. \quad (2.38)$$

Если крутка отсутствует ($\alpha_\psi = 0$), и рассматривается крыло с эллиптическим законом распределения циркуляции, то $\alpha_{10} = -|\bar{v}_l|_0 = \text{const}$ вдоль всего размаха, и (2.38) сводится к виду

$$m_x^{\bar{\omega}} = \lambda I \frac{\partial c_y}{\partial \alpha_*} \Big|_0 [\frac{1}{2} + (\alpha - \alpha_{c_y=0} + \alpha_{10}) \alpha_{10}], \quad (2.39)$$

где I определяется согласно (2.29). Вообще, если функция $c_y(\alpha_{*0})$ линейная, а угол атаки в сечении мал, то выражение $(\alpha - \alpha_{c_y=0} + \alpha_\psi + \alpha_{10}) \alpha_{10}$ является величиной второго порядка малости, и (2.38) сводится к виду

$$m_x^{\bar{\omega}} \approx \frac{I}{2} \frac{\partial c_y}{\partial \alpha_*} \Big|_0, \quad (2.39')$$

здесь I также определяется по (2.29) для общего вида крыла и по формуле (2.35) для стреловидных крыльев.

Для крыла с постоянной хордой согласно (2.36) $I = -\frac{1}{3}$ и (2.39') дает выражение

$$m_x^{\bar{\omega}} = -\frac{1}{6} \frac{\partial c_y}{\partial \alpha_*} \Big|_0. \quad (2.39'')$$

Итак, если для определения $m_x^{\bar{\omega}_x}$, $m_x^{\bar{\omega}_y}$ по (2.24) используются экспериментальные значения производной $m_x^{\bar{\omega}}$, то она находится приближенно по формуле

$$m_x^{\bar{\omega}} = \frac{\partial m_x}{\partial \bar{\omega}} \approx \frac{m_x(\alpha, \bar{\omega}_0) - m_x(\alpha, 0)}{\bar{\omega}_0}$$

при конечном значении безразмерной угловой скорости $\bar{\omega}_0$, когда ее максимальная величина составляет $\bar{\omega}_0 \approx 0.15$. В этом случае корректнее использовать формулы (2.26), (2.27), поскольку член, стоящий под интегралом в круглых скобках в этих формулах, может быть немалым. Если же производная $m_x^{\bar{\omega}}$ определена как ее предельное значение при $\bar{\omega}_0 \rightarrow 0$, например, расчетным путем по формулам (2.37) – (2.39''), то для нахождения $m_x^{\bar{\omega}_x}$, $m_x^{\bar{\omega}_y}$ по (2.24) корректнее использовать формулу (2.31). При этом на различных участках изменения функции $m_x^{\bar{\omega}_{ya}}$ она может быть также определена по формулам (2.28), (2.30), (2.32) с учетом точного значения интеграла I , определяемого соотношениями (2.29), (2.35), (2.36).

Входящие в найденные соотношения распределения вдоль размаха крыла коэффициента нормальной силы $c_y(\alpha_{*0})$ и его производной $\frac{\partial c_y}{\partial \alpha_*} \Big|_0$, индуктивных скосов α_{10} , α_{20} , или модулей индуктивных скоростей $|\bar{v}_1|_0$, $|\bar{v}_2|_0$, находятся из расчета тем или иным способом обтекания крыла на рассматриваемых режимах. Это могут быть, например, методы несущей линии, несущей поверхности или более сложные – на основе решений полных уравнений Навье-Стокса. По аналогичной методике могут быть оценены вклады во вращательные производные от горизонтального и вертикального оперения, когда последнее на докритических углах атаки не затенено отрывными явлениями.

3. Производные $m_y^{\bar{\omega}_x}$, $m_y^{\bar{\omega}_y}$

Формально для этих производных крыла могут быть записаны соотношения (1.12) при $i = y$ (рис. 2), которые, как и (2.24), сводятся к виду

$$\left. \begin{aligned} m_y^{\bar{\omega}_x} &= m_y^{\bar{\omega}} \cos \alpha + m_y^{\bar{\omega}_{ya}} \sin \alpha, \\ m_y^{\bar{\omega}_y} &= -m_y^{\bar{\omega}} \sin \alpha + m_y^{\bar{\omega}_{ya}} \cos \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

Если производная $m_y^{\bar{\omega}}$ находится из экспериментов на вращающейся установке, то здесь также стоит задача нахождения $m_y^{\bar{\omega}_{ya}}$, после чего в соответствии с (3.1) могут быть найдены искомые производные $m_y^{\bar{\omega}_x}$, $m_y^{\bar{\omega}_y}$.

В разделе 2 использование гипотезы плоских сечений для крыла позволило найти аналитические выражения (2.26) для $m_x^{\bar{\omega}_{ya}}$ и (2.25) для $m_x^{\bar{\omega}}$, которые могут определяться предельными (при $\bar{\omega}_0 \rightarrow 0$) соотношениями (2.28) – (2.36) и (2.37) – (2.39'') соответственно. Совершенно аналогично можно показать, что использование этого подхода позволяет получить выражения $m_y^{\bar{\omega}_{ya}}$, $m_y^{\bar{\omega}}$ для изолированного крыла. Если записать коэффициент демпфирующего момента рыскания крыла относительно оси ou в виде

$$m_y = \lambda \int_{-1/2}^{1/2} c_x(\bar{z}) \bar{W}^2(\bar{z}) \bar{b}(\bar{z}) \bar{z} d\bar{z}, \quad (3.2)$$

где $c_x(\bar{z})$ – коэффициент продольной аэродинамической силы в безразмерном сечении \bar{z} , и взять производную от (3.2) по $\bar{\omega}, \bar{\omega}_x, \bar{\omega}_y$ по частям, то аналогично (2.24) получим систему уравнений (3.1), в которой

$$m_y^{\bar{\omega}} = \lambda \int_{-1/2}^{1/2} [c_x(\alpha_{*0}) \frac{\partial \bar{W}^2}{\partial \bar{\omega}} \Big|_0 + \frac{\partial c_x}{\partial \alpha_*} \Big|_0 (2\bar{z} - \frac{\partial |\bar{v}_2|}{\partial \bar{\omega}_0} \text{sign}(\bar{\omega} \bar{z})) \bar{b} \bar{z} d\bar{z}, \quad (3.3)$$

$$m_y^{\bar{\omega}_{ya}} = -4\lambda \int_{-1/2}^{1/2} [c_x(\alpha_{*0}) - \frac{1}{2} \frac{\partial c_x}{\partial \alpha_*} \Big|_0 (2\bar{z} \bar{\omega}_0 - |\bar{v}_2| \text{sign}(\bar{\omega} \bar{z})) \bar{b} \bar{z}^2 d\bar{z}. \quad (3.4)$$

Очевидно, что на основании (3.3), (3.4) могут быть записаны аналоги соотношений (2.27) – (2.32), (2.37) – (2.39''), в которых вместо $c_y(\alpha_{*0}), \frac{\partial c_y}{\partial \alpha_*} \Big|_0$ стоят $c_x(\alpha_{*0}), \frac{\partial c_x}{\partial \alpha_*} \Big|_0$. В частности, в пределе при $\bar{\omega}_0 \rightarrow 0$ по аналогии с (2.31), (2.37) получим:

$$m_y^{\bar{\omega}_{ya}} = -4\lambda \int_{-1/2}^{1/2} c_x(\alpha_{*0}) \bar{b} \bar{z}^2 d\bar{z}, \quad (3.5)$$

$$m_y^{\bar{\omega}} = -4\lambda \int_{-1/2}^{1/2} [c_x(\alpha_{*0}) \cdot |\bar{v}_1|_0 \text{sign} c_{ya} - \frac{1}{2} \frac{\partial c_x}{\partial \alpha_*} \Big|_0] \bar{b} \bar{z}^2 d\bar{z}. \quad (3.6)$$

В (3.5), (3.6), как и в (2.31), (2.37), $\alpha_{*0} = \alpha + \alpha_{\psi} + \alpha_{I0}$. Если при очень малых углах атаки во всем диапазоне \bar{z} можно принять, что $c_x(\alpha_{*0}) \approx const$, то в соответствии с (2.36), (3.1) для

стреловидного крыла с постоянной хордой для очень малых α_{*0} , принимая, что $sign c_{ya} = 1$ вдоль всего крыла, из (3.5) получим

$$m_y^{\bar{\omega}_y} \approx m_y^{\bar{\omega}_{ya}} \approx -\frac{c_x(\alpha_{*0})}{3}, \quad (3.7)$$

Если функция $c_x(\alpha_{*0})$ является линейной вдоль всего размаха, то аналогично (2.38) получим из (3.6) следующее выражение:

$$m_y^{\bar{\omega}_x} \approx m_y^{\bar{\omega}} \approx -4\lambda \frac{\partial c_x}{\partial \alpha_*} \Big|_{0-1/2} \int_0^{1/2} \left[\frac{1}{2} + (\alpha - \alpha_{c_x=0} + \alpha_\psi + \alpha_{I0}) \cdot \alpha_{I0} \right] \bar{b} \bar{z}^2 d\bar{z}. \quad (3.8)$$

где $\alpha_{c_x=0}$ – угол атаки профиля, при котором $c_x = 0$.

Для некрученого крыла $\alpha_\psi = 0$ с эллиптическим законом распределения циркуляции вдоль размаха из (3.8) может быть получено выражение, аналогичное (2.39), в котором вместо производной $\frac{\partial c_y}{\partial \alpha_*} \Big|_0$ стоит выражение $\frac{\partial c_x}{\partial \alpha_*} \Big|_0$. Вообще, для случая линейной функции $c_x(\alpha_{*0})$ и малых углов атаки в сечениях крыла (3.8) принимает вид, подобный (2.39'):

$$m_y^{\bar{\omega}_x} \approx m_y^{\bar{\omega}} \approx \frac{I}{2} \frac{\partial c_x}{\partial \alpha_*} \Big|_0 \quad (3.9)$$

Для стреловидного крыла с постоянной хордой аналогично (2.39'') из (3.9) получим:

$$m_y^{\bar{\omega}_x} = -\frac{1}{6} \frac{\partial c_x}{\partial \alpha_*} \Big|_0. \quad (3.10)$$

Индуктивные скорости, или индуктивные скосы, входящие в (3.4) – (3.10), могут быть найдены теми же расчетными методами, какие указывались выше в разделе 2 при рассмотрении производных от момента крена. Относительно предпочтительности тех или иных формул при чисто расчетном или экспериментально-расчетном методе определения производных от момента рыскания крыла могут быть высказаны те же соображения, как и в разделе 2. Таким образом, на основе полученных соотношений могут быть определены производные от момента рыскания во всем диапазоне углов атаки крыла. По такой же методике может быть оценен вклад горизонтального оперения в производные от момента рыскания, если оно не затенено отрывными явлениями от крыла или фюзеляжа, или практически отсутствует индуктивное взаимодействие с крылом. Но такой подход к модели самолета в целом для широкого диапазона углов атаки неправомерен, поскольку составляющие, обусловленные крылом или горизонтальным оперением, могут быть малыми,

по сравнению с компонентами рассматриваемых производных, обусловленных, например, фюзеляжем или вертикальным оперением.

Заключение

Полученные аналитические соотношения могут быть использованы для оценки производных от моментов крена и рыскания крыла по полной угловой скорости и ее компонентам в широком диапазоне углов атаки. Входящие в найденные соотношения распределения вдоль размаха крыла коэффициентов нормальной $c_y(\alpha_{*0})$ и продольной

$c_x(\alpha_{*0})$ сил и их производных $\left. \frac{\partial c_y}{\partial \alpha_*} \right|_0, \left. \frac{\partial c_x}{\partial \alpha_*} \right|_0$, индуктивных скосов α_{10}, α_{20} , или модулей

индуктивных скоростей $|\bar{v}_1|_0, |\bar{v}_2|_0$, находятся из расчета тем или иным способом обтекания крыла на рассматриваемых режимах. Это могут быть, например, методы: несущей линии, несущей поверхности или более сложные – на основе решения полных уравнений Навье-Стокса.

Приведенные соотношения могут быть использованы также при построении экспериментально-расчетных методик определения указанных вращательных производных летательного аппарата в целом.

Библиографический список

1. Авиация общего назначения. Рекомендации для конструкторов. Под редакцией В.Г. Микеладзе. – М.: изд. ЦАГИ, 1996.
2. Белоцерковский С.М. Тонкая несущая поверхность в дозвуковом потоке газа. – М.: Наука, 1965.
3. Белоцерковский С.М., Скрипач Б.К. Аэродинамические производные летательного аппарата и крыла при дозвуковых скоростях. – М.: Наука, 1975.
4. Федяевский К.К., Блюмина Л.Х. Гидроаэродинамика отрывного обтекания тел. – М.: Машиностроение, 1977.
5. Долженко Н.Н. Метод определения вращательных производных для установившихся движений // Технические отчеты ЦАГИ, 1968, инв. № 8819.
6. Долженко Н.Н. Оценка вращательных производных моделей самолетов на закритических углах атаки // Труды ЦАГИ, 1968, инв. № 8820.

Сведения об авторе

Головкин Михаил Алексеевич, начальник НИО-5 Центрального Аэрогидродинамического
Институт им. проф. Н.Е. Жуковского, д.т.н., тел.: (495)556-44-69, e-mail: spintest@tsagi.ru