

**Методика оценки точности определения параметров движения  
воздушной цели в условиях скрытного наблюдения за ней  
на основе применения метода итерации**

**Ефанов В.В.\*, Закота А.А.\*\*, Гунькина А.С.\*\*\***

*Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина», ул. Старых  
Большевиков, 54а, Воронеж, 394064, Россия*

*\*e-mail: [efanov55@mail.ru](mailto:efanov55@mail.ru)*

*\*\*e-mail: [500vvs@rambler.ru](mailto:500vvs@rambler.ru)*

*\*\*\*e-mail: [volan100@mail.ru](mailto:volan100@mail.ru)*

**Статья поступила 25.03.2021**

**Аннотация**

Проведен анализ двух подходов (позиционного и позиционно-скоростного) косвенного определения параметров движения целей на основе анализа ее угловых положений. При этом выявлено, что методы, основанные на данных подходах, в настоящее время практически не используются. Предложена математическая модель косвенного определения параметров движения воздушной цели на основе описания процесса сближения объектов в виде систем линейных уравнений, соответствующих различным вариантам ситуационной обстановки при сближении. Проведена оценка точности определения параметров движения цели на основе применения метода итераций. Показан процесс подготовки системы линейных уравнений к процессу итераций. Проведена оценка скорости сходимости системы

уравнений, описывающих процесс сближения объектов при различных значениях входных параметров.

**Ключевые слова:** косвенное определение параметров воздушной цели, точностные характеристики, алгоритмы определения параметров движения целей.

### Современное состояние вопроса

В настоящее время для косвенного определения параметров движения целей на основе анализа ее угловых положений известны два подхода: позиционный и позиционно-скоростной [1-12].

При использовании позиционного подхода определяются только абсолютные или относительные координаты, характеризующие местоположение цели в пространстве, в то время как позиционно-скоростной подход позволяет наряду с местоположением определять скорость и ускорение движущейся цели, давая возможность оценить динамику ее перемещения в пространстве. В рамках последнего подхода фазовые координаты цели, самолёта-носителя и измерения представляются в виде векторов в многомерном пространстве состояний. При этом оценки координат состояния цели могут формироваться как в прямоугольных, так и в полярных координатах на основе как реальных, так и искусственно формируемых измерений.

Позиционный подход оценивания координат целей реализуется на основе азимутально-угломестного, триангуляционного и кинематического методов.

Азимутально-угломестный метод использует результаты одновременного измерения азимута и угла места неподвижной наземной цели. Наклонная дальность до цели определяется на основе измеренных значений высоты и угла места. Сфера его применения ограничена.

При действии по неподвижным наземным целям используются триангуляционный и кинематический методы. Триангуляционный метод определения положения цели использует формульные зависимости между сторонами и углами треугольника, вершины которых связаны с целью и РЛС. Этот метод предполагает решение алгебраических уравнений. Однако применение его ограничено из-за проблем, связанных с отождествлением целей, находящихся на одном угловом положении. Простейший кинематический метод опирается на знание уравнений, описывающих процесс взаимного перемещения самолета и цели, в том числе и движущейся. Современный кинематический метод, который можно было бы назвать динамико-кинематическим, основан на математическом описании в пространстве состояний относительного движения цели и самолета-носителя РЛС.

Позиционно-скоростной подход оценивания координат цели реализуется на основе псевдотриангуляционного метода и кинематического метода. Кинематический метод не применим из-за невозможности осуществить нелинейную фильтрацию марковских процессов.

### **Основные положения численных методов**

В общем случае система  $n$  уравнений с  $n$  неизвестными записывается в виде



При применении итерационных методов важными являются как сходимость решения, так и быстрота сходимости. Поэтому при использовании метода итераций важную роль играет подготовка системы к процессу итераций.

### **Методика оценки точности определения параметров движения воздушной цели в условиях скрытного наблюдения за ней на основе применения метода простых итераций**

Предлагается методика, которая позволяет провести оценку точности метода определения параметров движения воздушной цели [13], на основе метода итераций при точных и неточных входных параметрах угловых положений воздушной цели.

Оценка точности предлагаемого метода при точных входных параметрах угловых положений воздушной цели, осуществляется следующим образом:

- моделируют процесс сближения объектов в виде системы уравнений в скалярном виде на основе заданных параметров движения двух объектов;
- систему уравнений приводят с помощью элементарных преобразований к виду, обеспечивающему выполнение требования преобладания диагональных элементов;
- определяют значения угловых положений цели на основе заданных значений процесса сближения двух объектов;
- находят число потребных итераций в соответствии с заданным пределом точности и записывают результаты промежуточных значений в базу данных, в соответствие которой определяют количество итераций, обеспечивающих заданную

точность определения дальностей и скорости движения воздушной цели относительно угловых засечек;

- дополнительно оценивают точность определения дальности аналитическим путем относительно третьего углового положения цели, пользуясь данными таблицы промежуточных значений;

- осуществляют оценку возможности определения выходных параметров (дальности и скорости) при точных значениях входных данных как с использованием метода простых итераций, так и аналитического метода.

Оценка точности предлагаемого метода при неточных входных параметрах угловых положений воздушной цели осуществляется следующим образом:

- моделируют процесс сближения двух объектов в виде системы уравнений в скалярном виде;

- подготавливают систему уравнений с помощью элементарных преобразований к виду, обеспечивающему выполнение требования преобладания диагональных элементов;

- определяют значения угловых положений цели с разными величинами ошибок их угловых положений при заданном законе их распределения в виде базы данных на основе исходных данных для процесса сближения;

- находят число потребных итераций в соответствии заданным пределом точности и записывают результаты промежуточных значений в базу данных, в соответствии которой определяют количество итераций, обеспечивающих заданную

точность определения дальностей и скорости движения воздушной цели относительно опорных точках траектории носителя;

- осуществляют выбор метода Зейдаля для неточных входных параметров угловых положений цели по критерию быстроты сходимости.

Кроме того, рассмотрена возможность повышения точности с использованием определения дальности до воздушной цели и ее скорости при многократном измерении угловых координат "пучок" замеров на основе быстродействующих пассивных датчиков, которые могут измерять угловые координаты ВЦ с интервалом времени в пределах миллисекунд, при этом задаемся количеством засечек в пучке и определяем дискретные значения дальности до каждого пучка и обрабатываем их методом наименьших квадратов.

Практические расчеты показывают, что при количестве засечек в пучке  $n=20$ , ...,25 ошибка в определении дальности составляет от 7 до 10 %.

При этом моделируют процесс сближение двух объектов в виде ряда систем уравнений, зависящих от ситуационной обстановки сближения, и идентификацию траектории перемещения воздушной цели осуществляют на основе определения закономерностей изменения ее угловых положений в процессе сближения двух объектов [14-20]. В случае идентификации движения воздушной цели по прямолинейной траектории с постоянной скоростью или с ускорением осуществляют не менее четырех или пяти засечек угловых положений воздушной цели. В случае идентификации движения воздушной цели по криволинейной траектории осуществляют не менее шести засечек ее угловых положений.

Необходимым условием решения системы уравнений, описывающей движение цели по прямолинейной траектории с постоянной скоростью, является постоянство скорости движения истребителя при осуществлении первых двух засечек угловых положений цели и изменения скорости после третьей засечки, а при решении системы уравнений, описывающей движение цели по криволинейной траектории, принятие допущения, что скорость и дальность воздушной цели известна из предыстории движения цели.

Рассмотрим следующую задачу. Пусть перехватчик атакует воздушную цель (ВЦ) в заднюю полусферу (ЗПС) (рисунок 1).

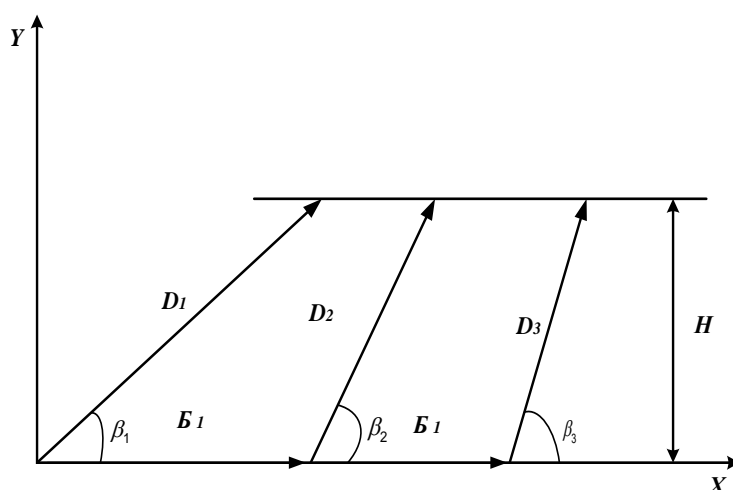


Рисунок 1 – Схема перехвата воздушной цели

Из векторных четырехугольников получаем два уравнения:

$$\begin{cases} \bar{D}_1 + \bar{L}_y = \bar{D}_2 + \bar{B}_1. \\ \bar{D}_2 + \bar{L}_y = \bar{D}_3 + \bar{B}_2. \end{cases}$$

Или в скалярной форме:

$$\begin{cases} D_1 \sin \beta_1 = D_2 \sin \beta_2. \\ D_1 \cos \beta_1 + L_y = D_2 \cos \beta_2 + B_1. \\ D_2 \sin \beta_2 = D_3 \sin \beta_3. \\ D_2 \cos \beta_2 + L_y = D_3 \cos \beta_3 + B_2. \end{cases}$$



ВЦ движется по прямой Ц<sub>1</sub>Ц<sub>3</sub>, а перехватчик по прямой Б<sub>1</sub>Б<sub>3</sub>. Скорость носителя на участке Б<sub>1</sub>Б<sub>2</sub>  $V_{Б1} = 650$  м/с, на участке Б<sub>2</sub>Б<sub>3</sub>  $V_{Б2} = 620$  м/с, скорость ВЦ  $V_{ВЦ} = 250$  м/с. Превышение ВЦ относительно носителя  $H = 5000$  м, интервал времени между засечками ВЦ  $t = 4$  с. Для данных условий путем моделирования были получены углы:  $\beta_1 = 11,309932^\circ$ ,  $\beta_2 = 12,061309^\circ$ ,  $\beta_3 = 12,849448^\circ$ . Требуется найти  $D_1, D_2, D_3$  и  $L_{Ц}$  для данных условий.

Решение задачи будем производить для точных значений углов  $\beta_i^{i\phi}$  (входные параметры) и с учетом ошибки в измерении  $\beta_i^{i\phi}$ .

### Определение дальностей $D_i$ при точных значениях входных параметров методом простых итераций

Решение задачи.

1. Сводим после очевидных операций данные задачи в таблицу 1.

Таблица 1

Угловые положения воздушной цели в дискретные моменты времени

$\beta_1^T = 11,309932^\circ$	$\beta_2 = 12,061309^\circ$	$\beta_3 = 12,849448^\circ$	-	-
$\sin \beta_1 = 0,196116$	$\sin \beta_2 = 0,208958$	$\sin \beta_3 = 0,22239$	$A_1 = 2600$ i	$A_2 = 2460$ i
$\cos \beta_1 = 0,980581$	$\cos \beta_2 = 0,977925$	$\cos \beta_3 = 0,974958$	$A = A_1 - A_2 = 120$ i	

С учетом условий задачи система уравнений, описывающая процесс сближения объектов, записывается в скалярном виде:

$$\begin{cases} \sin \beta_1 \cdot x_1 - \sin \beta_2 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 = 0 \\ \cos \beta_1 \cdot x_1 - \cos \beta_2 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 + 1 \cdot x_4 = B_1 \\ 0 \cdot x_1 + \sin \beta_2 \cdot x_2 - \sin \beta_3 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 = 0 \\ 0 \cdot x_1 + \cos \beta_2 \cdot x_2 - \cos \beta_3 \cdot x_3 + 1 \cdot x_4 = B_2 \end{cases} \quad (6)$$

Учитывая то, что углы  $\beta_3 > \beta_2 > \beta_1$ , запишем:  $\sin \beta_3 > \sin \beta_2 > \sin \beta_1$ . Таким образом, в системе (6) уравнения 1, 2 и 4 не соответствуют требованию преобладания диагональных коэффициентов.

С помощью элементарных преобразований приведем систему (6) к такому виду, чтобы в ней требование преобладания диагональных элементов выполнялось.

Для этого сделаем следующие операции:

– уравнения 1 и 2 системы (6) меняем местами, а уравнение 3 умножаем на

$\left(-\frac{\cos \beta_3}{\sin \beta_3}\right)$  и прибавляем его к четвертому. Получаем систему:

$$\begin{cases} \cos \beta_1 \cdot x_1 - \cos \beta_2 \cdot x_2 & + 0 \cdot x_3 & + 1 \cdot x_4 = \dot{A}_1 \\ \sin \beta_1 \cdot x_1 - \sin \beta_2 \cdot x_2 & + 0 \cdot x_3 & + 0 \cdot x_4 = 0 \\ 0 \cdot x_1 & + \sin \beta_2 \cdot x_2 & - \sin \beta_3 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 = 0 \\ 0 \cdot x_1 & + \frac{\sin(\beta_3 - \beta_2)}{\sin \beta_3} \cdot x_2 + \cos \beta_3 \cdot x_3 + 1 \cdot x_4 = \dot{A}_2 \end{cases} \quad (7)$$

Четвертое уравнение системы (7) умножаем на (-1) и прибавляем его к первому.

Получим систему:

$$\begin{cases} \cos \beta_1 \cdot x_1 - \left[ \cos \beta_2 + \frac{\sin(\beta_3 - \beta_2)}{\sin \beta_3} \right] \cdot x_2 & + 0 \cdot x_3 & + 0 \cdot x_4 = \dot{A}_1 - \dot{A}_2 \\ \sin \beta_1 \cdot x_1 - \sin \beta_2 \cdot x_2 & + 0 \cdot x_3 & + 0 \cdot x_4 = 0 \\ 0 \cdot x_1 & + \sin \beta_2 \cdot x_2 & - \sin \beta_3 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 = 0 \\ 0 \cdot x_1 & + \frac{\sin(\beta_3 - \beta_2)}{\sin \beta_3} \cdot x_2 & + \cos \beta_3 \cdot x_3 + 1 \cdot x_4 = \dot{A}_2 \end{cases} \quad (8)$$

– с учетом данных таблицы 1 система (8) примет следующий вид:

$$\begin{cases} 0,980581 \cdot x_1 - 1,039776 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 = 120 \\ 0,196116 \cdot x_1 - 0,208958 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 = 0 \\ 0 \cdot x_1 + 0,208958 \cdot x_2 - 0,22239 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 = 0 \\ 0 \cdot x_1 + 0,061851 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 + 1 \cdot x_4 = 2480 \end{cases} \quad (9)$$

Как видно, в первом уравнении системы (9) диагональный коэффициент не является преобладающим, поэтому второе уравнение умножаем на (-4,8) и прибавляем его к первому, затем первое уравнение системы (9) умножаем на 10 и прибавляем третье уравнение. Получим систему:

$$\begin{cases} 0,39224 \cdot x_1 - 0,158822 \cdot x_2 + 0,22239 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 = 1200 \\ 0,196116 \cdot x_1 - 0,208958 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 = 0 \\ 0 \cdot x_1 + 0,208958 \cdot x_2 - 0,22239 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 = 0 \\ 0 \cdot x_1 + 0,061851 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 + 1 \cdot x_4 = 2480 \end{cases} \quad (10)$$

Второе уравнение системы (10) умножаем на (-2) и к нему прибавляем третье уравнение, затем третье уравнение системы (11) умножаем на 0,5 и прибавляем его к 4-му уравнению. Получаем систему:

$$\begin{cases} 0,39224 \cdot x_1 - 0,158822 \cdot x_2 + 0,22239 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 = 1200 \\ -0,392232 \cdot x_1 + 0,626874 \cdot x_2 - 0,22239 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 = 0 \\ 0 \cdot x_1 + 0,208958 \cdot x_2 - 0,22239 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 = 0 \\ 0 \cdot x_1 + 0,16633 \cdot x_2 + 0,111195 \cdot x_3 + 1 \cdot x_4 = 2480 \end{cases} \quad (11)$$

В системе (11) диагональные элементы преобладают. Выражаем из 1-го уравнения  $x_1$ , из 2-го –  $x_2$ , из 3-го –  $x_3$  и из 4-го –  $x_4$ . Получаем систему:

$$\begin{cases} x_1 = 0,404491 \cdot x_2 - 0,566974 \cdot x_3 + 3059 \\ x_2 = 0,625695 \cdot x_2 - 0,354760 \cdot x_3 \\ x_3 = 0,93960 \cdot x_2 \\ x_4 = 0,16633 \cdot x_2 - 0,111195 \cdot x_3 + 2480 \end{cases} \quad (12)$$

Определяем  $a$ :

$$a = \begin{pmatrix} 0 & 0,404491 & -0,566974 & 0 \\ 0,625695 & 0 & 0,354760 & 0 \\ 0 & 0,93960 & 0 & 0 \\ 0 & -0,16633 & -0,111195 & 0 \end{pmatrix}; \beta = \begin{pmatrix} 3059 \\ 0 \\ 0 \\ 2480 \end{pmatrix}.$$

При этом  $\|a\|_1 = \max\{0,971465, 0,980455, 0,93960, 0,277525\} = 0,980455 < 1$ , т.е.

теорема о достаточном условии сходимости системы доказана. Принимаем точность  $\varepsilon = 1000i$ . По формуле (5) находим число потребных итераций  $k = 55$ .

Итак, необходимо методом простых итераций с точностью  $\varepsilon = 1000i$  решить систему (12). Расчеты будем вести по формуле

$$\begin{cases} x_1^{(k+1)} = 0,404491 \cdot x_2^{(k)} + 0,566974 \cdot x_3^{(k)} + 3059 \\ x_2^{(k+1)} = 0,625695 \cdot x_1^{(k)} + 0,354760 \cdot x_3^{(k)} \\ x_3^{(k+1)} = 0,93960 \cdot x_2^{(k)} \\ x_4^{(k+1)} = -0,16633 \cdot x_2^{(k)} + 0,111195 \cdot x_3^{(k)} + 2480 \end{cases} \quad (13)$$

Результаты сводим в таблицу 2.

Таблица 2. Результаты промежуточных значений системы уравнений (13)

к	$x_1^{(k)}$	$x_2^{(k)}$	$x_3^{(k)}$	$x_4^{(k)}$	$\ x^{(k)} - x^{(k-1)}\ _1$
0	3059	0	0	2480	-
1	3059	1918	0	2480	1918 > 1000
2	4832	3018	2795	1661	2795 > 1000
3	5893	4031	3781	1135	1261 > 1000
4	6837	5029	4732	1388	1164 > 1000
5	7722	5956	4276	1120	1122 > 1000
-	-	-	-	-	-
55	26560	24438	21560	894	875 < 1000
	$\delta_{D_1} = 4,2 \%$	$\delta_{D_2} = 1,5 \%$	$\delta_{D_3} = 2,8 \%$	$\delta_{L_{\Sigma}} = 11,8 \%$	

Вывод. Для точных значений  $\beta_i^T$  входные параметры значения искомых параметров в зависимости от величины заданной точности определяются достаточно хорошо.

Определяем  $D_3$  для точного значения  $\beta_i^T$  аналитическим путем, пользуясь данными таблицы 1.

$$D_3^T = \frac{(B_1 - B_2) \sin \beta_1 \sin \beta_2}{\sin \beta_3 \sin(\beta_2 - \beta_1) - \sin \beta_1 \sin(\beta_3 - \beta_2)} =$$

$$= \frac{120 \cdot 0,196116 \cdot 0,208958}{0,22339 \cdot 0,0138 - 0,196116 \cdot 0,013} = \frac{4,892}{0,00022} = 22236 \text{ и } \delta_{D_3} = 1,1\%.$$

Таким образом, решение задачи при точных значениях входных данных как с использованием метода простых итераций, так и с использованием аналитического метода позволяет достаточно точно определить выходные параметры ( $D_i^T, V_u = \frac{L_u}{t}$ ).

### Оценка точности определения дальности до воздушной цели и ее скорости при неточных значениях входных параметров ( $\beta_i^T$ )

а) пусть в определении углов допущена ошибка  $\Delta\beta = \pm 0,1^\circ$ . Примем, что ошибка распределена так, что мы получили следующие углы:

$$\begin{cases} \beta_1^{i\phi} = \beta_1^T + \Delta\beta = 11,309932 + 0,1 = 11,409932^\circ \\ \beta_2^{i\phi} = \beta_2^T + \Delta\beta = 12,061309 + 0,1 = 12,161309^\circ \\ \beta_3^{i\phi} = \beta_3^T + \Delta\beta = 12,849448 + 0,1 = 12,949448^\circ \end{cases} \quad (14)$$

В (14) верхние индексы обозначают: Т– точное значение углов;  $i\phi$  – значения углов с ошибкой. С учетом данных (14) система уравнений (8) примет вид

$$\begin{cases} 0,980237 \cdot x_1 + \left[ 0,978288 + \frac{\sin 0,988139}{\sin 12,949448} \right] \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 = 120, \\ 0,197827 \cdot x_1 + 0,207251 \cdot x_2 - 0 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 = 0, \\ 0 \cdot x_1 + 0,207251 \cdot x_2 - 0,224091 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 = 0, \\ 0 \cdot x_1 + 0,076957 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 + 1 \cdot x_4 = 2480. \end{cases} \quad (15)$$

В системе (15) в уравнении 1 преобладание диагонального элемента не выполняется. Вычтем из 1-го уравнения 2-е, умноженное на "n", которое найдем из соотношения

$$(0,980237 - 0,197827 \cdot n)x_1 - (1,055245 - 0,207251 \cdot n)x_2 + 0 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 = 120$$

с учетом условия  $(0,980237 - 0,197827 \cdot n) \geq (1,055245 - 0,207251 \cdot n)$ . Отсюда

находим  $n \geq \frac{0,075008}{0,009424} \geq 7,909$ . Возьмем  $n = 7,9$ . Получаем систему.

$$\begin{cases} -0,582596 \cdot x_1 + 0,582038 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 = 120, \\ 0,97827 \cdot x_1 - 0,207251 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 = 0, \\ 0 \cdot x_1 + 0,207251 \cdot x_2 - 0,224091 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 = 0, \\ 0 \cdot x_1 + 0,076957 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 + 1 \cdot x_4 = 2480. \end{cases} \quad (16)$$

Второе уравнение умножаем на (-2) и прибавляем к нему третье. Получаем систему. Затем третье уравнение системы (16) прибавляем к четвертому. Получаем систему

$$\begin{cases} -0,582596 \cdot x_1 + 0,582038 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 = 120, \\ 0,397726 \cdot x_1 + 0,621753 \cdot x_2 - 0,224091 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 = 0, \\ 0 \cdot x_1 + 0,207251 \cdot x_2 - 0,224091 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 = 0, \\ 0 \cdot x_1 + 0,275502 \cdot x_2 - 0,224091 \cdot x_3 + 1 \cdot x_4 = 2480. \end{cases} \quad (17)$$

В выражении (17) диагональные коэффициенты преобладают, т.к.

$$\begin{aligned}
|-0,581596| &> |0,582038| ; \\
|0,621753| &> |-0,397726| + |-0,224091| > |0,621817|; \\
|-0,224091| &> |0,20725| ; |1| > |0,275502| + |-0,224091| .
\end{aligned}$$

С учетом (17) находим

$$\begin{cases}
\text{— из 1-го уравнения} & x_1 = 0,999x_2 - 206; \\
\text{— из 2-го уравнения} & x_2 = 0,639685x_2 + 0,360418x_3; \\
\text{— из 3-го уравнения} & x_3 = 0,924852x_2 \\
\text{— из 4-го уравнения} & x_4 = 0,223091x_3 - 0,275502x_2 + 2480
\end{cases} \quad (18)$$

$$a = \begin{pmatrix} 0 & 0,99904 & 0 & 0 \\ 0,639685 & 0 & 0,360418 & 0 \\ 0 & 0,924852 & 0 & 0 \\ 0 & 0,275502 & 0,224091 & 0 \end{pmatrix}; \beta = \begin{pmatrix} 206 \\ 0 \\ 0 \\ 2480 \end{pmatrix}.$$

При этом  $\|a\|_1 = \max(0,99904, 0,946103, 0,924852, 0,499593) = 0,99104 < 1$ . Таким образом, условие сходимости выполняется, но сходимость будет очень плохой. Возьмем для примера  $\varepsilon = 1000i$  и вычислим число итераций, обеспечивающих заданную точность

$$k + 1 \geq \frac{\lg \varepsilon + \lg(1 - \|a\|) - \lg \beta}{\lg \|a\|} = \frac{3 + 0,00042 - 3,4}{0,0004} = 7490,$$

т.е. практически при такой ошибке во входных параметрах данный метод применять нецелесообразно, т.к. сходимость процесса получается настолько медленной, что невозможно достичь удовлетворительной близости к решению.

б) берем ошибку  $\Delta \beta = \pm 1' = 0.017^\circ$ . Закон распределения тот же, т.е.

$$\begin{cases} \beta_1^{i\phi} = \beta_1^T + \Delta\beta = 11,309932 + 0,017 = 11,326932, \\ \beta_2^{i\phi} = \beta_2^T + \Delta\beta = 12,061309 - 0,017 = 12,044309, \\ \beta_3^{i\phi} = \beta_3^T + \Delta\beta = 12,849448 + 0,017 = 12,866448. \end{cases} \quad (19)$$

Тогда, с учетом данных система (8) примет вид

$$\begin{cases} \sin\beta_1^{i\phi} = 0,196407, \cos\beta_1^{i\phi} = 0,980522, \\ \sin\beta_2^{i\phi} = 0,208668, \cos\beta_2^{i\phi} = 0,977986, \\ \sin\beta_3^{i\phi} = 0,222679, \cos\beta_3^{i\phi} = 0,974892. \end{cases} \quad (20)$$

$$\begin{cases} 0,980552 \cdot x_1 - 1,0424 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 = 120, \\ 0,196407 \cdot x_1 - 0,208668 \cdot x_2 - 0 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 = 0, \\ 0 \cdot x_1 + 0,208668 \cdot x_2 - 0,222679 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 = 0, \\ 0 \cdot x_1 + 0,064436 \cdot x_2 - 0 \cdot x_3 + 1 \cdot x_4 = 2480. \end{cases} \quad (21)$$

Преобладание диагонального элемента в первом уравнении системы (18) не выполняется, поэтому умножаем уравнение 2 на 5,044. Получим систему вида:

$$\begin{cases} -0,010325 \cdot x_1 + 0,01012 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 = 120, \\ 0,196407 \cdot x_1 - 0,208668 \cdot x_2 - 0 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 = 0, \\ 0 \cdot x_1 + 0,208668 \cdot x_2 - 0,222679 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 = 0, \\ 0 \cdot x_1 + 0,064436 \cdot x_2 - 0 \cdot x_3 + 1 \cdot x_4 = 2480. \end{cases} \quad (22)$$

В (22) имеем  $|-0,01025| > |0,01012|$ ;  $|-0,208668| > |0,196407|$ ;

$|-0,222679| > |0,208668|$ ;  $|1,0| > |0,064436|$ , т.е. диагональные элементы преобладают.

Находим

$$\begin{cases} - \text{из 1-го уравнения} & x_1 = 11707 - 0,987317x_2; \\ - \text{из 2-го уравнения} & x_2 = 0,941242x_1; \\ - \text{из 3-го уравнения} & x_3 = 0,937134x_2; \\ - \text{из 4-го уравнения} & x_4 = 2480 - 0,064436x_2 \end{cases}$$

Тогда получаем



$$a = \begin{pmatrix} 0 & 0,987317 & 0 & 0 \\ 0,941242 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,937134 & 0 & 0 \\ 0 & -0,064436 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \beta = \begin{pmatrix} 11707 \\ 0 \\ 0 \\ 2480 \end{pmatrix}$$

При этом  $\alpha = \max(0,987317, 0,941242, 0,937134, 0,064436) = 0,987317 < 1$ , следовательно, условие сходимости выполнено. Вычисляем число итераций, обеспечивающих заданную точность  $\varepsilon = 1000i$

$$k + 1 \geq \frac{\lg \delta + \lg(1 - \|a\|) - \lg \beta}{\lg \|a\|} = \frac{3 - 1,8968 - 3,394}{0,0055} = 598.$$

$k > 597$ , т.е. сходимость процесса получается очень плохая даже при ошибке во входных параметрах всего  $\Delta\beta = \pm 1'$ .

в) возьмем ошибку  $\Delta\beta = \pm 3,6'' = 0,001^\circ$ . Закон распределения принимаем таким же, как и в п.п. (а), (б), т.е.

$$\begin{cases} \beta_1^{i\phi} = \beta_1^T + \Delta\beta = 11,309932 + 0,001 = 11,310932^\circ; \\ \beta_2^{i\phi} = \beta_2^T + \Delta\beta = 12,061309 - 0,001 = 12,060309^\circ; \\ \beta_3^{i\phi} = \beta_3^T + \Delta\beta = 12,849448 + 0,001 = 12,850448^\circ. \end{cases} \quad (23)$$

Тогда получаем

$$\begin{cases} \sin\beta_1^{i\phi} = 0,196133, \cos\beta_1^{i\phi} = 0,980577, \\ \sin\beta_2^{i\phi} = 0,208942, \cos\beta_2^{i\phi} = 0,977928, \\ \sin\beta_3^{i\phi} = 0,222407, \cos\beta_3^{i\phi} = 0,974954. \end{cases} \quad (24)$$

С учетом данных (20) система (8) примет вид

$$\begin{cases} 0,980577 \cdot x_1 - 1,039928 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 = 120 \\ 0,196133 \cdot x_1 - 0,208942 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 = 0 \\ 0 \cdot x_1 + 0,208942 \cdot x_2 - 0,222407 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 = 0 \\ 0 \cdot x_1 + 0,062004 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 + 1 \cdot x_4 = 2480 \end{cases} \quad (25)$$

Умножаем второе уравнение (25) на 4,65 и вычитаем из первого. Получаем систему. Затем первое уравнение системы умножаем на 10, а второе умножаем на 0,5 и прибавляем к третьему. Получаем систему.

$$\left. \begin{array}{l} 0,68559 \cdot x_1 - 0,68348 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 = 1200. \\ 0,196133 \cdot x_1 - 0,208942 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 = 0. \\ 0,098066 \cdot x_1 + 0,104471 \cdot x_2 - 0,222407 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 = 0. \\ 0,098066 \cdot x_1 + 0,166475 \cdot x_2 - 0,222407 \cdot x_3 + 1 \cdot x_4 = 2480. \end{array} \right\} (26)$$

В системе (26) диагональные коэффициенты являются преобладающими.

$$\left[ \begin{array}{l} - \text{из 1-го уравнения} \\ - \text{из 2-го уравнения} \\ - \text{из 3-го уравнения} \\ - \text{из 4-го уравнения} \end{array} \right. \begin{array}{l} x_1 = 0,9868x_2 + 1750; \\ x_2 = 0,9387x_1; \\ x_3 = 0,44093x_1 + 0,469729x_2; \\ x_4 = 0,0988066x_1 - 0,166475x_2 + 0,222407x_3 + 2480 \end{array}$$

Из (26) определяем

$$a = \begin{pmatrix} 0 & 0,9968 & 0 & 0 \\ 0,9387 & 0 & 0 & 0 \\ 0,44093 & 0,469725 & 0 & 0 \\ -0,098806 & -0,166475 & 0,222407 & 0 \end{pmatrix}; \beta = \begin{pmatrix} 1750 \\ 0 \\ 0 \\ 2480 \end{pmatrix}.$$

При этом  $\|a\|_1 = \max(0,9848, 0,9387, 0,910655, 0,487688) = 0,9868 < 1$ ,

следовательно, условие сходимости выполнено. Принимаем точность  $\varepsilon = 1000i$ .

Определяем число итераций, обеспечивающих заданную точность

$$k + 1 \geq \frac{\lg \varepsilon + \lg(1 - \|a\|) - \lg \beta}{\lg \|a\|} = \frac{3 - 1,894 - 3,290}{0,005802} = 354,2 \quad (27)$$

$k=355$  таким образом, для решения задачи необходимо выполнить не менее 355 итераций. Методом простых итераций расчет будем вести по формулам

$$\begin{cases} x_1^{(k+1)} = 0,404491 \cdot x_2^{(k)} + 0,566974 \cdot x_3^{(k)} + 3059, \\ x_2^{(k+1)} = 0,625695 \cdot x_1^{(k)} + 0,354760 \cdot x_3^{(k)}, \\ x_3^{(k+1)} = 0,93960 \cdot x_2^{(k)}, \\ x_4^{(k+1)} = -0,16633 \cdot x_2^{(k)} + 0,111195 \cdot x_3^{(k)} + 2480. \end{cases} \quad (28)$$

Результаты сводим в таблицу 3.

Таблица 3

## Результаты промежуточных вычислений

к	$x_1^{(k)}$ , м	$x_2^{(k)}$ , м	$x_3^{(k)}$ , м	$x_4^{(k)}$ , м	$\ x^{(k)} - x^{(k-1)}\ _1$	
0	1750	0	0	2480	-	
1	1750	1642	772	1982	1642 > 1000	
2	3387	1642	1543	2405	1637 > 1000	
3	3388	3149	2264	1943	1537 > 1000	
4	4920	4617	3678	2124	1532 > 1000	
5	6352	4618	4338	2047	1432 > 1000	
6	6353	5963	4969	2053	1345 > 1000	
7	7634	7166	5602	1968	1341 > 1000	
-	-	-	-	-	-	

Из таблицы 3 видно, что норма разности между двумя последующими приближениями с увеличением номера итерации уменьшается, что характеризует сходящийся процесс, однако его сходимость крайне плохая. Таким образом, при наличии ошибки во входных параметрах даже в тысячные доли градуса метод простых итераций практически непригоден для определения значений выходных параметров. С учетом этого факта вместо метода простых итераций более логично в нашем случае применять метод Зейделя, который, как известно, имеет то преимущество, что он всегда сходится для нормальных систем линейных алгебраических уравнений, т.е. таких систем, в которых матрица  $A$  является симметрической и положительно определенной. Известно, что систему таких

алгебраических уравнений с невырожденной матрицей  $A$  можно преобразовать к нормальной, если ее умножить слева на матрицу  $A$ . Таким образом, система  $A^T \cdot A_x = A_a^T$  получается нормальной, а матрица  $A^T A$  – симметрической. В решаемой задаче имеется система алгебраических уравнений, записанная в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} \sin \beta_1 & -\sin \beta_2 & 0 & 0 \\ \cos \beta_1 & -\cos \beta_2 & 0 & 1 \\ 0 & \sin \beta_2 & -\sin \beta_3 & 0 \\ 0 & \cos \beta_2 & -\cos \beta_3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \hat{A}_1 \\ 0 \\ \hat{A}_2 \end{pmatrix} \text{ или} \quad (29)$$

$A \cdot x = \hat{A}$ , где

$$A = \begin{pmatrix} \sin \beta_1 & -\sin \beta_2 & 0 & 0 \\ \cos \beta_1 & -\cos \beta_2 & 0 & 1 \\ 0 & \sin \beta_2 & -\sin \beta_3 & 0 \\ 0 & \cos \beta_2 & -\cos \beta_3 & 1 \end{pmatrix}; \hat{A} = \begin{pmatrix} 0 \\ \hat{A}_1 \\ 0 \\ \hat{A}_2 \end{pmatrix}; x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}.$$

Умножив (29) слева на  $A^T$ , получим  $A^T \cdot A \cdot x = A^T \cdot \hat{A}$ , где

$$A^T \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & -\sin \beta_1 \sin \beta_2 - \cos \beta_1 \cos \beta_2 & 0 & \cos \beta_1 \\ -\sin \beta_1 \sin \beta_2 - \cos \beta_1 \cos \beta_2 & 2 & -\sin \beta_1 \sin \beta_3 - \cos \beta_1 \cos \beta_3 & 0 \\ 0 & -\sin \beta_2 \sin \beta_3 - \cos \beta_2 \cos \beta_3 & 1 & -\cos \beta_3 \\ \cos \beta_1 & 0 & -\cos \beta_3 & 2 \end{pmatrix}$$

Возьмем ошибку в определении углов  $\Delta\beta = \pm 0.1$ . Пусть она распределена так, что

$$\begin{cases} \beta_1^{i\phi} = \beta_1^T + \Delta\beta = 11,409932 \\ \beta_2^{i\phi} = \beta_2^T + \Delta\beta = 11,961309 \\ \beta_3^{i\phi} = \beta_3^T + \Delta\beta = 12,849448 \end{cases}, \text{ тогда } \begin{cases} \sin \beta_1^{i\phi} = 0,197827, \cos \beta_1^{i\phi} = 0,9800237 \\ \sin \beta_2^{i\phi} = 0,207251, \cos \beta_2^{i\phi} = 0,978288 \\ \sin \beta_3^{i\phi} = 0,224409, \cos \beta_3^{i\phi} = 0,974568 \end{cases} \quad (30)$$

С учетом (30)  $A^T \cdot A$  и  $A^T \cdot \hat{A}$  будут иметь вид

$$A^T \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & -0,999954 & 0 & 0,980237 \\ -0,999954 & 2 & -0,994408 & 0 \\ 0 & -0,99918 & 1 & -0,974568 \\ 0,980237 & 0 & -0,974568 & 2 \end{pmatrix} \quad (31)$$

С учетом выражений (30), (31) получим систему

$$\begin{cases} 1 \cdot x_1 & -0,999954 \cdot x_2 & + 0 \cdot x_3 & + 0,980237 \cdot x_4 & = 1200 \\ 0,999954 \cdot x_1 & + 2 \cdot x_2 & - 0,994408 \cdot x_3 & + 0 \cdot x_4 & = 0 \\ 0 \cdot x_1 & - 0,990918 \cdot x_2 & + 1 \cdot x_3 & - 0,974568 \cdot x_4 & = 0 \\ 0,980237 \cdot x_1 & + 0 \cdot x_2 & - 0,974568 \cdot x_3 & + 2 \cdot x_4 & = 2480 \end{cases} \quad (32)$$

Матрица системы (32) является симметрической и положительно определенной, т.е. система является нормальной, а для нее метод Зейделя сходится, т.е. использование этого метода для определения выходных параметров более рационально. Тем не менее он дает положительные результаты только при ошибках в измерении углов  $\beta_1^i$ , имеющих порядок  $10^{-3}$  -  $10^{-4}$  градуса.

### **Оценка точности определения дальности до воздушной цели и ее скорости при многократном измерении угловых координат**

Точность в определении  $D$  и  $\dot{D}$  ВЦ возрастает, если увеличивать число засечек. Но этот способ требует значительного увеличения времени до  $20 \div 25$  с на операцию решения задачи. Однако в настоящее время появились пассивные датчики, которые могут измерять угловые координаты ВЦ с интервалом времени  $t \approx 1 \cdot 10^{-2} \dots 0,5 \cdot 10^{-2}$  с. С учетом этого появляется возможность измерять искомые данные (углы) многократно, используя "пучок" замеров при измерении углов  $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$  (рисунок 2).

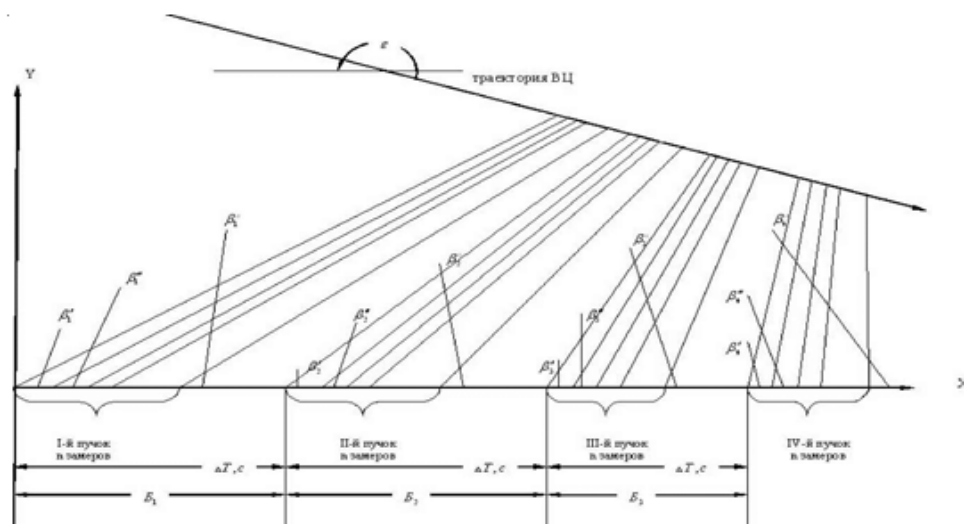


Рисунок 2 – Схема сближения носителя и цели при многократном измерении угловых положений цели

В каждом "пучке" " $n$ " замеров. Интервал времени  $t$  между двумя засечками постоянный, его величина зависит от технических возможностей измерителя. Интервал времени между пучками тоже постоянен. Он берется из технических соображений. С учетом этого  $T = nt + \Delta T$ , где  $t$  – интервал времени между двумя соседними засечками,  $\Delta T$  – период времени между пучками.

Как показали подсчеты, суммарное время, необходимое для определения дальности и скорости в случае полета ВО по прямолинейной траектории с  $\varepsilon \neq 0$ ,  $T_{\Sigma} = 3T_c + n \cdot t \approx 12$  с, для режима с  $\varepsilon = 0$   $T_{\Sigma} = 10 \dots 11$  с.

Покажем один "пучок" на отдельном рисунке (рисунке 3).

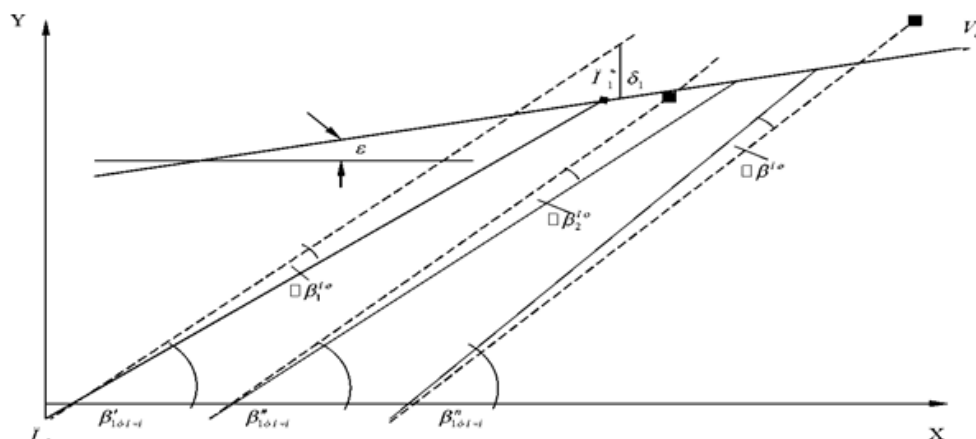


Рисунок 3 – Схема сближения носителя и цели при одном пучке измерений угловых положений цели

$D_1^*$  – дальность, соответствующая углу  $\beta_1^{i\phi}$ . Точки, обозначенные  $\blacklozenge$ , лежат относительно теоретической прямой  $y = tg \varepsilon \cdot x + b$  на расстоянии  $\delta_i$  (ошибка).

Рассмотрим функцию  $F(k, b) = \sum_{i=1}^n [y_i - (kx_i + b)]^2 = \sum_{i=1}^n \delta_i^2$ , где  $k = tg \varepsilon$ ,  $y_i, x_i$  –

координаты точек, обозначенные значком \*, коэффициенты  $k$  и  $\beta$  неизвестные.

Требуется найти эти коэффициенты, при которых функция  $F(k, b)$  имеет минимум.

Так как  $F(k, b)$  – функция двух переменных, то получим

$$\begin{cases} \frac{dF}{dk} = 2 \sum_{i=1}^n [y_i - (ax_i + b)] x_i \\ \frac{dF}{db} = -2 \sum_{i=1}^n [y_i - (ax_i + b)] \end{cases} \quad (33)$$

Приравняв найденные производные нулю и решив полученную систему, найдем

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n y_i x_i = k \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \sum_{i=1}^n x_i^2 \\ \sum_{i=1}^n y_i = k \sum_{i=1}^n x_i + bn \end{cases} \quad (34)$$

Алгоритм решения задачи по определению D и  $\dot{D}$  ВЦ следующий.

Задаемся количеством "n" засечек в пучке. Как известно из опыта, приемлемый результат получается при  $n = 15-25$ .

Исходя из технических возможностей измерителя и тактических соображений, выбираем  $\Delta t$ , интервал времени  $\Delta t_i$  между пучками.

Определим  $D_1^{i\phi}, D_2^{i\phi}, D_3^{i\phi}$ . Например,

$$\begin{cases} D_1^{i\phi} = \frac{(B_1 - B_2) \sin \beta_2^{i\phi} \sin \beta_3^{i\phi}}{\sin \beta_3^{i\phi} \sin(\beta_2^{i\phi} - \beta_1^{i\phi}) - \sin \beta_1^{i\phi} \sin(\beta_3^{i\phi} - \beta_2^{i\phi})} \\ \dots \\ D_1^{n\phi} = \frac{(B_1 - B_2) \sin \beta_2^{n\phi} \sin \beta_3^{n\phi}}{\sin \beta_3^{n\phi} \sin(\beta_2^{n\phi} - \beta_1^{n\phi}) - \sin \beta_1^{n\phi} \sin(\beta_3^{n\phi} - \beta_2^{n\phi})} \end{cases} \quad (35)$$

Аналогичным образом поступаем с  $D_2^{r\phi}, \dots, D_2^{ni\phi}; D_3^{r\phi}, \dots, D_3^{ni\phi}$  и т.д.

Если принимаем  $\varepsilon = 0$ , то мы всего получим  $3n$  точек с координатами  $x_i^{i\phi}$  и  $y_i^{i\phi}$ . Определив координаты точек, мы приступаем к обработке полученных данных с использованием МНК (система (35)) и находим  $k$  и  $b$ .

Расчеты показывают, что при  $n = 20, \dots, 25$  ошибка в определении дальности составляет от 17 до 10 %.



## Выводы

Проведена оценка точности параметров движения воздушной цели на основе применения метода прямых итераций для системы линейных уравнений, описывающих процесс сближения истребителя с целью. При этом выявлен ряд особенностей:

в случае точных входных параметров скорость сходимости высокая, число итераций достигает  $k = 55$ , для среднеквадратических значений дальности и скорости соответственно  $\delta_{D_1}$  = от 1,5 до 4,2 % ,  $\delta_{V_{ц}}$  = 11,8 % ;

в случае неточных входных параметров (ошибка  $\Delta\beta = \pm 0,1^\circ$   $\Delta\beta = \pm 1'$ ,  $\Delta\beta = \pm 3,6'' = 0,001^\circ$ ) число итераций соответственно равно  $k = 7490$ ,  $k = 598$ ,  $k = 355$ , скорость сходимости низкая, что не обеспечивает удовлетворительной близости к решению. При этом преимущество применения метода Зейделя в данном случае обусловлено тем, что он всегда сходится для нормальных систем линейных алгебраических уравнений.

Точность оценивания дальности до воздушной цели и ее скорости можно повысить при многократном измерении угловых координат (используя "пучок" замеров). Расчеты показали, что при  $n = 20, \dots, 25$  ошибка в определении дальности составляет от 7 до 10%.

## Библиографический список

1. Быстров Р.П., Загорин Г.К., Соколов А.В., Федорова Л.В. Пассивная радиолокация: методы обнаружения объектов: монография. - М.: Радиотехника, 2008. - 320 с.

2. Ильин Е.М., Климов А.Э., Пашин Н.С., Полубехин А.И., Черевко А.Г., Шумский В.Н. Пассивные локационные системы. Перспективы и решения // Вестник СибГУТИ. 2015. № 2. С. 7 - 20.
3. Griffiths H.D., Baker C.J. An Introduction to Passive Radar, New York, Artech House, 2017, 110 p.
4. Испулов А.А., Митрофанова С.В. Оценка точности алгоритмов сопровождения маневрирующей воздушной цели по угловым координатам // Воздушно-космические силы. Теория и практика. 2017. № 4. С. 22 – 29.
5. Житков С.А., Ашурков И.С., Захаров И.Н., Лешко Н.А., Цыбульник А.Н. Методика обнаружения аэродинамической цели, движущейся по прямолинейной траектории в пространстве // Труды МАИ. 2019. № 109. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=111392>. DOI: [10.34759/trd-2019-109-14](https://doi.org/10.34759/trd-2019-109-14)
6. Дрогалин В.В., Дудник П.И., Канащенков А.И. Определение координат и параметров движения источников радиоизлучений по угломерным данным в однопозиционных бортовых радиолокационных системах // Зарубежная радиоэлектроника. 2002. № 3. С. 64 – 94.
7. Wang R., Deng Y. Bistatic SAR System and Signal Processing Technology, Springer, 2018, 286 p.
8. Boers Y., Ehlers F., Koch W., Luginbuhl T., Stone L.D., Streit R.L. Track before Detect Algorithms // Journal on Advances in Signal Processing, 2008, Article ID 13932. DOI: [10.1155/2008/413932](https://doi.org/10.1155/2008/413932)

9. Евдокименков В.Н., Ляпин Н.А. Минимаксная оптимизация маневров преследования противника в условиях ближнего воздушного боя // Труды МАИ. 2019. № 106. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=105735>
10. Верба В.С. Авиационные комплексы радиолокационного дозора и наведения. Состояние и тенденции развития. - М.: Радиотехника, 2008. - 432 с.
11. Кирюшкин В.В., Волков Н.С. Межпозиционное отождествление результатов измерений и определение координат воздушных целей в многопозиционной радиолокационной системе на беспилотных летательных аппаратах // Теория и техника радиосвязи. 2019. № 1. С. 107 – 116.
12. Быстров Р.П., Соколов А.В., Чесноков Ю.С. Методы современной военной радиолокации // Вооружение, политика, конверсия. 2004. № 5. С. 36 – 40.
13. Ефанов В.В., Закота А.А., Волкова А.С., Изосимов А.В. Способ управления вооружением летательного аппарата в условиях скрытного наблюдения за целью // Труды МАИ. № 112. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=116555>. DOI: [10.34759/trd-2020-112-15](https://doi.org/10.34759/trd-2020-112-15)
14. Закота А.А., Ефанов В.В., Гунькина А.С. Методика оценки точности определения параметров движения воздушной цели в условиях скрытного наблюдения за ней // Труды МАИ. № 115. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=111392>. DOI: [10.34759/trd-2020-112-15](https://doi.org/10.34759/trd-2020-112-15)
15. Закота А.А., Ефанов В.В. и др. Способ сопровождения воздушной цели и оптический прицел со следящим дальномером для его осуществления. Патент № 2549552 РФ, МПК7 F41G 7/26. Бюлл. № 30, 27.04.2015.

16. Закота А.А., Ефанов В.В. и др. Способ распознавания цели и устройство для его осуществления. Патент № 2478898 РФ, МПК7 F41G 7/26. Бюлл. № 10, 27.04.2013.
17. Закота А.А., Ефанов В.В. Угломерный метод определения дальности до воздушных объектов. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2018660657, 28.08.2018.
18. Бахвалов И.С., Жидков Н.Н., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний. – 636 с.
19. Панюкова Т.А. Численные методы. – М.: КД Либроком, 2018. – 224 с.
20. Косарев В.П., Андриющенко Т.Т. Численные методы линейной алгебры. – СПб.: Лань П, 2016. – 496 с.

# **A technique for accuracy evaluation for airborne target movement parameters determining under condition of its covert observation based on iteration method application**

**Efanov V.V.\*, Zakota A.A.\*\*\*, Gunkina A.S.\*\*\***

*MESC Air Force «Air Force Academy named after professor N.E. Zhukovskii and Yu.A. Gagarin», 54a, Starykh bol'shevikov, Voronezh, 394064, Russia*

\*e-mail: [efanov55@mail.ru](mailto:efanov55@mail.ru)

\*\*e-mail: [500vvs@rambler.ru](mailto:500vvs@rambler.ru)

\*\*\*e-mail: [volan100@mail.ru](mailto:volan100@mail.ru)

## **Abstract**

The article presents the analysis of the two approaches, namely positional and positional-rapid ones, for target movement parameters determining based on its track angles. It was revealed herewith that methods based the above said approaches are not employed at present.

With the positional approach application, only absolute or relative coordinates characterizing the target space position are being employed, while the positional-velocity method allows determining both velocity and acceleration of the moving target, enabling dynamics evaluation of its spatial movement. Within the framework of the latter approach phase coordinates of the target, mother aircraft and measurement are being represented as vectors in multi-dimensional space of states. The coordinates' estimates herewith may be formed either in both Cartesian and polar coordinates based on either real or artificially generated measurements.

The positional approach to the coordinates' evaluation is being realized based on the azimuthal-elevation, triangulation and kinematic methods. The azimuthal-elevation method

employs the results of azimuth and elevation angle simultaneous measurements of the stationary ground target. The slant distance to the target is being determined based on the values of altitude and elevation angle. The scope of its application is restricted.

With the action against stationary ground targets, both triangulation and kinematic methods are used. The triangulation method for the target position determining employs analytical dependencies between the sides and angles of a triangle, which vertexes are associated with the target and radar station. This method implies solving algebraic equations. However, its application is restricted due to problems associated with the targets identification, staying at the same angular position. The simplest kinematic method rests upon the notion of the equations describing the process of reciprocal motion of the aircraft and the target including a motioning target. The state-of-the-art kinematic method, which might be named dynamic-kinematic, is based on mathematical description of reciprocal movement of a target and radar carrying aircraft in the state space.

The positional-velocity approach to estimating the target coordinates is being realized base on the pseudo triangulation and kinematic methods. The kinematic method is inapplicable due to the impossibility of nonlinear filtering of Markov processes implementation.

The authors propose a mathematical model for indirect parameters determining of the airborne target based on description of the objects rendezvous procedure in the form of linear equations corresponding to various options of the situational scenery while rendezvous. The article demonstrates the process of the system of linear equations preparation to the iteration process. Estimation of degree of convergence of system of linear equations, describing the

rendezvous process of the objects at various values of the input parameters, was performed.

It was revealed herewith that:

The degree of convergence for the system of equations which describe the process for objects approaching each other with different values of input parameters has been estimated.

The results obtained show that:

- In case of the exact input parameters the degree of convergence is high, and the number of iterations achieves  $k = 55$  for the mean-square values of range and velocity of correspondingly from  $\delta_{D1} = 1.5\%$  to  $\delta_{D1} = 4.2\%$  and  $\delta_{L1} = 11.8\%$ ;

- In case of inaccurate input parameters (the error  $\Delta\beta = \pm 0.1^\circ$ ,  $\Delta\beta = \pm 1'$ ,  $\Delta\beta = \pm 3.6'' = 0.001^\circ$ ) the number of iterations equals correspondingly  $k = 7490$ ;  $k = 598$ ;  $k = 355$ , the degree of convergence is poor, which does not ensure satisfactory closeness to the solution. Zeidel method application in this case herewith is stipulated by its constant convergence for the normal systems of linear algebraic equations.

Accuracy evaluation of the range to the airborne target and its velocity can be increased with multiple measuring of angular coordinates (using a “bunch” of measurements). Practical computations revealed that with  $n = 20-25$  the error in the range determining was from 15% to 20%, and in velocity determining was 20%–25%.

**Keywords:** indirect determination of airborne target parameters, accuracy characteristics, target movement parameters determining algorithms.

## References

1. Bystrov R.P., Zagorin G.K., Sokolov A.V., Fedorova L.V. *Passivnaya radiolokatsiya: metody obnaruzheniya ob"ektov* (Passive radar: objects detection methods), Moscow, Radiotekhnika, 2008, 320 p.
2. Il'in E.M., Klimov A.E., Pashchin N.S., Polubekhin A.I., Cherevko A.G., Shumskii V.N. *Vestnik SibGUTI*, 2015, no. 2, pp. 7 - 20.
3. Griffiths H.D., Baker C.J. *An Introduction to Passive Radar*, New York, Artech House, 2017, 110 p.
4. Ispulov A.A., Mitrofanova S.V. *Vozdushno-kosmicheskie sily. Teoriya i praktika*, 2017, no. 4, pp. 22 – 29.
5. Zhitkov S.A., Ashurkov I.S., Zakharov I.N., Leshko N.A., Tsybul'nik A.N. *Trudy MAI*, 2019, no. 109. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=111392>. DOI: [10.34759/trd-2019-109-14](https://doi.org/10.34759/trd-2019-109-14)
6. Drogalin V.V., Dudnik P.I., Kanashchenkov A.I. *Zarubezhnaya radioelektronika*, 2002, no. 3, pp. 64 – 94.
7. Wang R., Deng Y. *Bistatic SAR System and Signal Processing Technology*, Springer, 2018, 286 p.
8. Boers Y., Ehlers F., Koch W., Luginbuhl T., Stone L.D., Streit R.L. Track before Detect Algorithms, *Journal on Advances in Signal Processing*, 2008, Article ID 13932. DOI: [10.1155/2008/413932](https://doi.org/10.1155/2008/413932)
9. Evdokimenkov V.N., Lyapin N.A. *Trudy MAI*, 2019, no. 106. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=105735>



10. Verba V.S. *Aviatsionnye komplekсы radiolokatsionnogo dozora i navedeniya. Sostoyanie i tendentsii razvitiya* (Radar watch and guidance aircraft systems. State and trends of development), Moscow, Radiotekhnika, 2008, 432 p.
11. Kiryushkin V.V., Volkov N.S. *Teoriya i tekhnika radiosvyazi*, 2019, no. 1, pp. 107 – 116.
12. Bystrov R.P., Sokolov A.V., Chesnokov Yu.S. *Vooruzhenie, politika, konversiya*, 2004, no. 5, pp. 36 – 40.
13. Efanov V.V., Zakota A.A., Volkova A.S., Izosimov A.V. *Trudy MAI*, no. 112. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=116555>. DOI: [10.34759/trd-2020-112-15](https://doi.org/10.34759/trd-2020-112-15)
14. Zakota A.A., Efanov V.V., Gun'kina A.S. *Trudy MAI*, no. 115. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=111392>. DOI: [10.34759/trd-2020-112-15](https://doi.org/10.34759/trd-2020-112-15)
15. Zakota A.A., Efanov V.V. et al. *Patent № 2549552 RF*, MPK7 F41G 7/26. Byull. no. 30, 27.04.2015.
16. Zakota A.A., Efanov V.V. et al. *Patent № 2478898 RF*, MPK7 F41G 7/26. Byull. no. 10, 27.04.2013.
17. Zakota A.A., Efanov V.V. *Svidetel'stvo o gosudarstvennoi registratsii programmy dlya EVM 2018660657*, 28.08.2018.
18. Bakhvalov I.S., Zhidkov N.N., Kobel'kov G.M. *Chislennye metody* (Numerical methods), Moscow, BINOM. Laboratoriya znanii, 636 p.
19. Panyukova T.A. *Chislennye metody* (Numerical methods), Moscow, KD Librokom, 2018, 224 p.
20. Kosarev V.P., Andryushchenko T.T. *Chislennye metody lineinoi algebry* (Numerical methods of linear algebra), Saint Petersburg, Lan' P, 2016, 496 p.