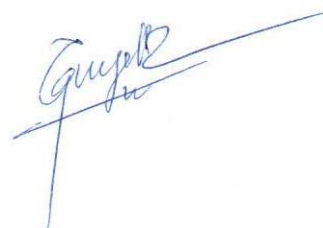


*На правах рукописи*



Чан Куэт Тханг

**ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ  
ДЕМПФИРУЮЩИХ ХАРАКТЕРИСТИК СЛОИСТЫХ  
МЕТАЛЛОПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ**

Специальность:

1.1.7. Теоретическая механика, динамика машин

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание учёной степени  
кандидата технических наук

Москва – 2024

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)».

**Научный руководитель:** **Рабинский Лев Наумович**, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой «Перспективные материалы и технологии аэрокосмического назначения», профессор кафедры «Сопротивление материалов, динамика и прочность машин» Московского авиационного института.

**Официальные оппоненты:** **Митряйкин Виктор Иванович**, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры «Машиноведения и инженерной графики» Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ».

**Королев Вадим Вадимович**, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Транспортное строительство» Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования "Российский университет транспорта".

**Ведущая организация:** Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.»

Защита диссертации состоится в 13 часов 00 минут 17 мая 2024 г. на заседании диссертационного совета 24.2.327.13, при федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», по адресу: 125993, г. Москва, Волоколамске шоссе, д.4.

С диссертацией можно ознакомиться в научно-технической библиотеке федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» по адресу: 125993, г. Москва, Волоколамское шоссе, д. 4 и на сайте: [https://mai.ru/events/defence/?ELEMENT\\_ID=179185](https://mai.ru/events/defence/?ELEMENT_ID=179185)

Автореферат разослан «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2024 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
24.2.327.13, к.т.н.



Орехов Александр Александрович

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### Актуальность

Увеличение прочности и снижение веса конструкции - одна из ключевых задач в авиационной промышленности. Однако, увеличение прочности материала может снизить его пластичность, что повышает риск хрупкого разрушения. Это ограничивает использование традиционных высокопрочных материалов и требует разработки новых легких материалов с улучшенными характеристиками. Такими материалами являются металлокомпозиты на основе алюмокомпозита, который широко используется в аэрокосмической технике. При этом возникает необходимость прогнозирования и изучения их динамических свойств.

Определение динамических характеристик таких материалов, включая исследование частотных характеристик и определение коэффициентов потерь, имеет большое значение, так как вибрационные нагрузки являются распространенными воздействиями на конструкции в авиации. Результаты исследований могут быть весьма полезными на практике, например, для точной оценки динамических свойств композитов, применяемых в авиационной промышленности. Это важно для снижения шума и вибраций, что способствует повышению комфорта пассажиров и обеспечению безопасности оборудования. **Актуальность** диссертационной работы определяется повышенными требованиями по снижению шума и повышению демпфирующих характеристик в авиационных системах и конструкционных материалах. Применение алюмокомпозитов в составе композитных авиационных конструкций требует детального исследования их динамических характеристик и их зависимости от параметров армирования.

**Целью работы** является разработка экспериментально-расчетных методов достоверного определения динамических свойств многослойных композитов на основе стеклопластика и алюмокомпозита.

**Объектом исследований** настоящей диссертации являются композиционные материалы на основе стеклопластика и алюмокомпозита.

**Предметом исследования** являются динамические характеристики слоистых композиционных материалов на основе стеклопластика и алюмокомпозита.

**Задачей исследования** являются:

– определение механических характеристик образцов сплава Al-Li, стеклопластика и алюмокомпозита при испытаниях на одноосное растяжение. Обработка результатов статических испытаний для определения механических свойств материалов;

– исследование динамических свойств образцов сплава Al-Li, стеклопластика и алюмокомпозита при частоте 20 - 60 Гц, построение амплитудно-частотных характеристик и определение коэффициентов потерь;

– определение упругих свойств монослоя на основе известных значений

динамических характеристик образцов композитов с разными схемами армирования и на основе решения обратных задач в рамках различных моделей слоистых композитов (классическая модель балки, модель с учетом податливости на сдвиг);

– исследование влияния межслойного сдвига и краевого эффекта в заделке и других факторов на динамические свойства слоистых композитов с разными схемами армирования.

**Методы исследования.** Для определения динамических свойств рассматриваемых материалов применялись аналитические и численные методы, включающие в себя теорию упругости, теорию многослойных балок и теорию дифференциальных уравнений. Реализация поставленной задачи осуществлялась на основе математического пакета Wolfram Mathematica.

При выполнении численного моделирования задач с использованием метода конечных элементов применялся программный комплекс COMSOL Multiphysics.

Динамические свойства материалов рассчитывались на основе анализа амплитудно-частотных характеристик (АЧХ), полученных методом быстрого преобразования Фурье. Коэффициенты потерь определялись на основе вычисления логарифмического декремента затухания свободных колебаний для различных уровней деформаций балки. Определение свойств монослоев композитов выполнено на основе решения обратных задач в рамках метода комплексных модулей.

**Научная новизна** работы определяется следующими полученными результатами:

– предложен новый экспериментально-теоретический метод идентификации динамических свойств алюмокомпозитов, основанный на экспериментальном анализе параметров свободных затухающих колебаний консольно-закрепленных образцов и решении обратной задачи механики слоистых балок для определения комплексной частоты и эффективного коэффициента потерь материала, в которой упругие и диссипативные свойства монослоев композитов моделируются в рамках метода комплексных модулей;

– впервые проведено исследование влияния амплитуд деформаций на демпфирующие характеристики алюмокомпозита, исследовано влияние трехмерных эффектов в зоне заделки образцов, и определены характерные значения коэффициентов потерь в продольном и поперечном направлении в монослоях композита в составе однородных и металлокомпозитных структур;

– проведен анализ точности подходов к решению обратных задачи идентификации диссипативных свойств композитов, включающий использование статических упругих свойств монослоев или их динамических свойств с последовательным и одновременным поиском коэффициентов потерь.

**Практическая ценность** работы заключается в разработке метода проведения динамических испытаний и численно-аналитического расчета динамических свойств слоистых композиционных материалов. Важность представленных результатов на практике связана с точными оценками динамических характеристик слоистых композитов, используемых в аэрокосмической промышленности, поскольку снижение шума и вибраций является важным вопросом для безопасности оборудования, а также для повышения комфорта пассажиров.

**Достоверность** научных положений, выводов и полученных результатов подтверждается использованием строгих и апробированных подходов теории упругости, теории многослойных балок и механики композиционных материалов, результатами аналитического и численного моделирования, а также результатами экспериментальных исследований, выполненных с использованием высокоточного оборудования и с соблюдением стандартов проведения испытаний.

Численное моделирование осуществлялось с применением пакета COMSOL Multiphysics, при этом был проведен тщательный подбор размеров конечно-элементной сетки, отвечающих требованиям сходимости результатов расчетов. Результаты моделирования хорошо согласуются с аналитическими и экспериментальными данными.

**Апробация работы** Результаты диссертационного исследования докладывались и обсуждались на конференциях:

1. А.В. Бабайцев, Ю.О. Соляев, Ч.К. Тханг. Исследование динамических свойств композиционных материалов на основе титана. XI Международная научно-практическая конференция “Проблемы безопасности на транспорте”. Гомель. 2021. Часть 2. Стр 119.

2. О.А. Прокудин, Ю.О. Соляев, Л.Н. Рабинский, К.Т. Чан. Динамические испытания сэндвич балок с несущими слоями из Сиал. XXVII международный симпозиум «Динамические и технологические проблемы механика конструкции и сплошных сред» имени А.Г. Горшкова. Кременки. 2021. Том 1. Стр 190.

3. И.А. Андреев, А.В. Бабайцев, Ч.К. Тханг. Исследование механических свойств металлокомпозитов на основе алюминия и титана. XXVII международный симпозиум «Динамические и технологические проблемы механика конструкции и сплошных сред» имени А.Г. Горшкова. Кременки. 2021. Том 2. Стр 10-11.

4. А.В. Бабайцев, Т.Т. Фозилов, К.Т. Чан. Влияние различных способов демпфирования на вибрационных и шумовые колебания конструкций. XXVIII международный симпозиум «Динамические и технологические проблемы механика конструкции и сплошных сред» имени А.Г. Горшкова. Кременки. 2022. Том 2. Стр 14-15.

5. А.В. Бабайцев, Ч.К. Тханг, Н.Т. Лонг. Метод определения динамических характеристик сиалов. «Проблемы безопасности на транспорте». Материалы XII международной научно – практической конференции. Посвященной 160 летию белорусской железной дороги. 2022. Часть 2. Стр 167-168.

6. А.В. Бабайцев, Л.Н. Рабинский, П.С. Шестеркин, Куэт Тханг Чан. Влияние компонентов на динамические характеристики сиалов. XXVIII международный симпозиум «Динамические и технологические проблемы механика конструкции и сплошных сред» имени А.Г. Горшкова. 2022. Том 2. Стр14-15.

7. Рабинский. Л.Н, Соляев. Ю.О, Чан. К.Т, Нгуен. Т.Л. Идентификация свойств монослоя стеклопластика на основе динамических испытаний консольных балок. XXIX международный симпозиум «Динамические и технологические проблемы механика конструкции и сплошных сред» имени А.Г. Горшкова. 2023. Том 1. Стр 180.

**Объём и структура диссертации.** Диссертация состоит из введения, 5 глав, заключения и списка литературы. Общий объем работы составляет 138 страниц, включая 62 рисунков и 73 таблиц. Список литературы содержит 97 источников.

### **Основное содержание работы**

**Во введении** обоснована актуальность темы, формируются цели и задачи исследования, представлены научная новизна и теоретическая и практическая ценность полученных результатов и их достоверность.

**В первой главе** представлен аналитический обзор литературы по тематике исследований, кратко изложена история развития и типичные характеристики металлополимерных композиционных материалов, в частности, это алюмостеклопластик (GLARE), исследованию которого в России были посвящены работы Е.Н. Каблова, В.В. Антипова, Н.Ю. Серебренниковой и др. Дается описание основных методов для определения динамических свойств слоистых композиционных материалов, которые ранее рассматривались, в том числе, в работах В.Н. Паймушина, А. Чате, В.В. Васильева и др. Проводится анализ их преимуществ и недостатков.

**Во второй главе** представлено описание применяемых материалов и методов проведения испытаний. В диссертационной работе используются материалы из сплава Al-Li, стеклопластика и алюмостеклопластика. Для каждого испытания было подготовлено по три аналогичных образца каждой укладки.

Все испытания проводились при комнатной температуре  $T \approx 22 (\pm 1)^\circ\text{C}$ . Квазистатические испытания проводились с помощью универсальной испытательной машины Instron 5969 с бесконтактным видеозкстензометром AVE 2 в соответствии с ASTM D3039 с использованием программного обеспечения Bluehill 3 для определения модуля упругости образцов в их продольном направлении. Скорость движения траверсы в испытаниях на растяжение составляла 0,5 мм/мин. Снимок образца в захватах испытательной установки представлен на рисунке 1.



Рисунок 1. Образец перед испытанием на растяжение

Динамические испытания проводились по схеме, представленной на рисунке 2. Образцы жестко закреплялись в металлических захватах с одного конца, а другой конец оставлялся свободен. Далее наносился удар по свободному концу металлическим ударником либо задавалось начальное отклонение конца балки от положения равновесия. Перемещения, в зоне свободного конца образцов измерялись лазерным датчиком и переводились в программу, которая позволяет регистрировать диаграммы смещение/время и сохранять их в табличном и графическом виде. Длина свободного конца балки  $L$  (вне захватов) была определена таким образом, чтобы обеспечить заданную собственную частоту колебаний балки  $\omega_0$  (20 - 60 Гц). Определенные значения длин, которые были использованы для балок с различными схемами укладки, приведены ниже в таблице 1. Максимальное отклонение балки составило в начальный момент испытаний  $A_0 = 0,08L$  для работы материала в условиях малых деформаций и малых относительных прогибов.

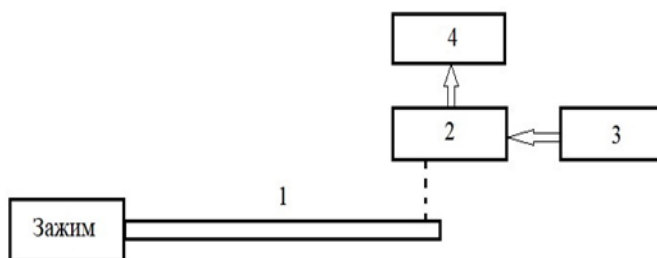


Рисунок 2. Схема проведения динамического испытания

1. Исследуемый образец
2. Лазерный датчик перемещения
3. Регулируемый источник питания
4. Компьютер для сборки и программа обработки результатов

Таблица 1 - Размеры исследуемых образцов.

	Материалы	Рабочая лина, мм	Ширина, мм	Толщина, мм	Количество
1	Сплав Al-Li	176 - 143 - 101	$19,7 \pm 0,2$	0,7	3
2	Стеклопластик				
2.1	C-[0] <sub>4</sub>	184 - 150 - 106,5	$20,03 \pm 0,27$	$1,08 \pm 0,11$	3
2.2	C-[0/90] <sub>2c</sub>	180 - 147 - 103	$20,29 \pm 0,19$	$1,10 \pm 0,15$	3
2.3	C-[±45] <sub>2c</sub>	142 - 119 - 82	$20,21 \pm 0,2$	$1,04 \pm 0,10$	3
2.4	C-[90] <sub>4</sub>	133 - 104 - 75	$20,64 \pm 0,24$	$1,08 \pm 0,01$	3
3	Алюмостеклопластик				
3.1	GLARE-[0]	258 - 211 - 148,5	$19,98 \pm 0,15$	$1,477 \pm 0,05$	3
3.2	GLARE-[0/90] <sub>c</sub>	254 - 210 - 147	$19,92 \pm 0,20$	$1,496 \pm 0,06$	3
3.3	GLARE-[±45] <sub>c</sub>	249 - 202 - 143	$19,89 \pm 0,19$	$1,490 \pm 0,08$	3
3.4	GLARE-[90]	253,5 - 206 - 144	$19,9 \pm 0,12$	$1,473 \pm 0,10$	3

**В третьей главе** диссертации представлены результаты экспериментальных испытаний.

Результаты квазистатических испытаний на растяжение представлены на рисунках 3 - 4, где показаны кривые зависимости напряжения от деформации, полученные для образцов стеклопластика и алюмостеклопластика с различными схемами армирования. Процессы накопления повреждений и разрушение образцов не рассматривались в настоящей работе и нагрузки прикладывалась достаточно малые, не повреждающие образец. Из диаграмм определялся статический модуль упругости для различных вариантов армирования композитов. Видно, что упругое поведение композитов является характерным - с наиболее высокой жесткостью образцов, содержащих продольные слои стеклопластика, и с наименьшей жесткостью у образцов с поперечным армированием.

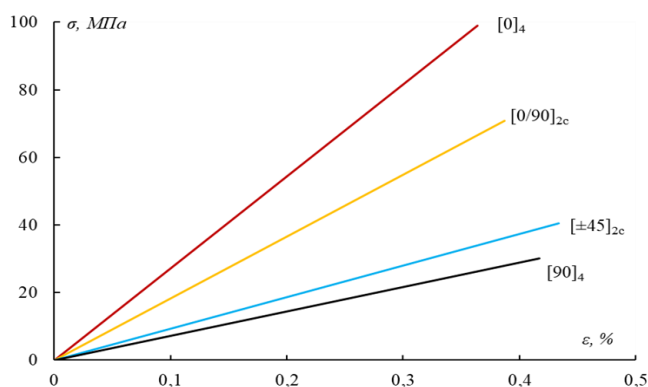


Рисунок 3. Диаграмма напряжение-деформации при статических испытаниях на растяжение стеклопластика

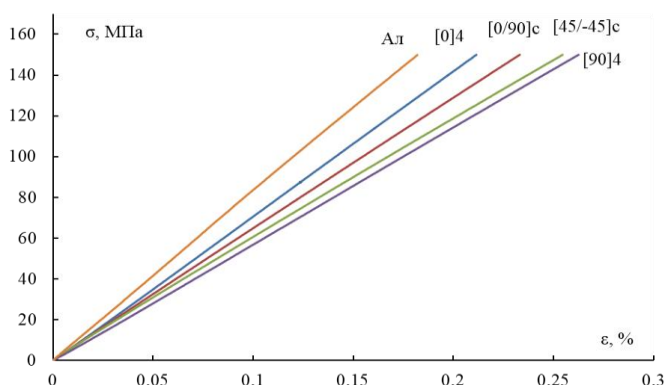


Рисунок 4. Диаграмма напряжение-деформации при статических испытаниях на растяжение сплава Al-Li и GLARE



Данные динамических испытаний были получены на основе методики, указанной в главе 2. Первая собственная частота балки была вычислена на основе (АЧХ), полученных методом быстрого преобразования Фурье, коэффициент потерь определялся методом вычисления логарифмического декремента затухания колебаний с 4 под-диапазонами прогибов и соответствующих им максимальных деформаций. Обработка результатов проводилась в Wolfram Mathematica.

*Метод логарифмического декремента:*

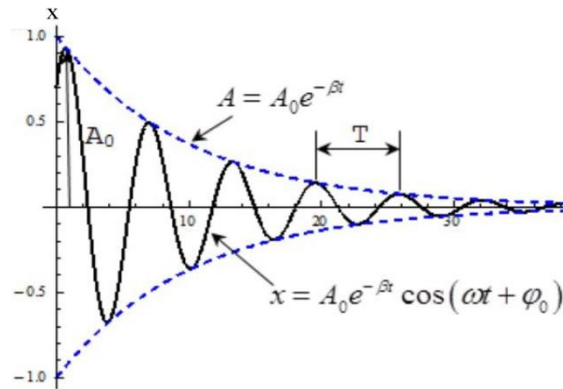


Рисунок 5. Затухающие колебания

Известно, что уравнение затухающих колебаний описывает движение реальных колебательных систем ( на рисунке 5). В дифференциальной форме, оно

записывается следующим образом: 
$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$$

Из этого выражения можно получить еще одну каноническую форму:

$$x = A e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0)$$

Здесь,  $x$  и  $t$  - координаты пространства и времени;

$A$  - первоначальная амплитуда;

$\beta$  - коэффициент затухания, который зависит от сопротивления среды  $r$  и массы колеблющегося объекта  $m$ ;  $\varphi_0$  - начальная фаза;

$\omega$  - циклическая частота затухающих колебаний.

Период затухающих колебаний 
$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$$

Если слабое демпфирование ( $\beta \rightarrow 0$ ), то: 
$$T = T_0 = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega_0} \quad (1)$$

Затухающие колебания можно рассматривать как гармонические колебания, амплитуда которых изменяется экспоненциально:  $A = A_0 e^{-\beta t}$

Декремент затухания - это отношение амплитуд двух последовательных циклов колебаний, соответствующих моментам времени, отличающимся на период:

$$\delta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T \quad (2)$$

Затем коэффициент демпфирования определяется по логарифмическому уменьшению следующим образом:  $\zeta = \frac{\delta}{\sqrt{4\pi^2 + \delta^2}}$ ; Если  $\delta \ll 1$  то  $\zeta = \frac{\delta}{2\pi}$

Коэффициент потерь определен по формуле:  $\eta = 2\zeta = \frac{\delta}{\pi}$  (3)

Из (1), (2), (3) получаем:  $\eta = \frac{\beta}{f\pi}$  (4)

Формула (4) является основой для определения коэффициента потерь методом логарифмического декремента затухания колебаний (рис.5).

В результате экспериментов было установлено, что значение коэффициента потерь слоистых материалов сильно зависят от амплитуды колебаний. Более высокие амплитуды колебаний приводят к более высоким значениям идентифицированных коэффициентов потерь. Для определения зависимости динамических свойств от амплитуды, было предложено разделить полный диапазон амплитуд отклонений конца балки, которые реализуются в течение первых ~ 100 циклов колебаний, на 4 под-диапазона, в которых отклонение изменяется в пределах  $A_0 \dots \frac{1}{3}A_0$ ,  $\frac{1}{2}A_0 \dots \frac{1}{4}A_0$ ,  $\frac{1}{3}A_0 \dots \frac{1}{6}A_0$  и  $< \frac{1}{6}A_0$ .

Найденные далее в этих под-диапазонах коэффициенты потерь были связаны со значением максимальной деформации. Иллюстрация выполненного анализа во временной области приведена на рисунке 6. Приближение экспоненциального затухания в четырех под-диапазонах показано сплошными линиями, и видно, что вне этих диапазонов (пунктирные линии) постоянная скорость затухания (определяемая коэффициентом потерь) недостаточно точно описывает экспериментальные данные.

Собственные частоты, коэффициенты потерь для данной рабочей длин образцов определялись как среднее значение трех повторных испытаний.

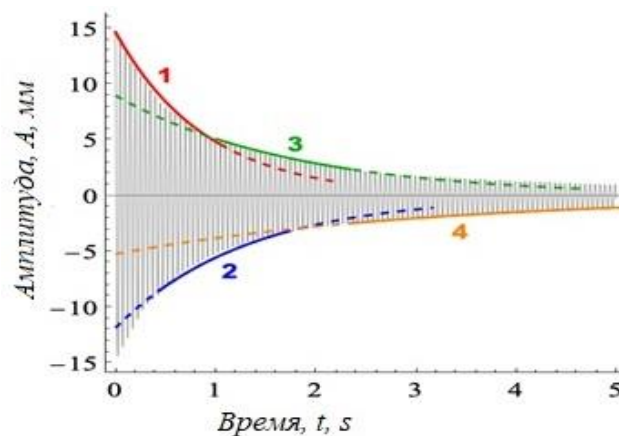


Рисунок 6. Определение коэффициента потерь методом логарифмического декремента затухания колебаний в четырех под-диапазонах амплитуды колебаний

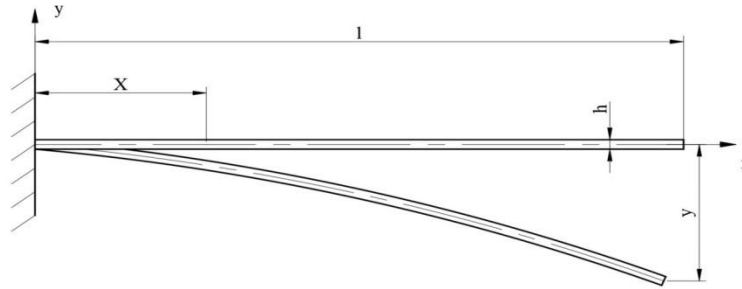


Рисунок 7. Свободное колебание консольной балки

Расчет деформации исследуемых образцов при динамических испытаниях.

Для определенных коэффициентов потерь определялась их зависимость от реализующихся максимальных деформаций в материале образца. При рассматриваемом консольном изгибе, максимальные деформации реализуются в заделке. Для оценки этих деформаций рассматриваются свободные колебания консольной балки с постоянным поперечным сечением  $F$ , плотностью  $\rho$  материала, толщиной  $h$  (рис.7).

Дифференциальное уравнение колебаний в теории изгиба имеет вид:

$$EJ_z \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} = q(x,t) \quad (5)$$

Здесь  $q(x,t)$  - распределенная инерционная нагрузка, которая возникает при

движении балки:

$$q(x,t) = -m_x \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}(x,t) = -\rho F \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}(x,t) \quad (6)$$

Здесь  $m_x = \rho F$  - погонная масса балки.

Из уравнения (5) и (6) получим дифференциальное уравнение свободных колебаний балки без учета диссипативных свойств системы:

$$EJ_z \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} + \rho F \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}(x,t) = 0 \quad (7)$$

Для решения задачи применим метод разделения переменных, т.е:

$$y(x,t) = X(x)B(t) = X(x)\sin \omega t \quad (8)$$

Подставляя решение (8) в уравнение (7) получим:

$$X^{IV} - \beta^4 X = 0 \quad (9)$$

$$\beta^4 = \frac{\rho F \omega^2}{EJ_z}$$

Решение уравнения (9) запишем в общем виде:

$$X = C_1 \sin \beta x + C_2 \cos \beta x + C_3 \sinh \beta x + C_4 \cosh \beta x \quad (10)$$

Произвольные постоянные  $C_i$  ( $i = 1,2,3,4$ ) определяются из граничных условий

консольной балки:

$$y(0,t) = \frac{\partial y}{\partial x}(0,t) = 0 \quad (11)$$

$$M_z(1,t) = Q_y(1,t) = 0 \quad (12)$$

Подставляя выражение (10) в граничные условия (11), (12), получим:

$$C_2 + C_4 = 0 \quad (13)$$

$$C_1 + C_3 = 0 \quad (14)$$

$$-C_1 \sin \beta l - C_2 \cos \beta l + C_3 \sinh \beta l + C_4 \cosh \beta l = 0 \quad (15)$$

$$-C_1 \cos \beta l + C_2 \sin \beta l + C_3 \cosh \beta l + C_4 \sinh \beta l = 0 \quad (16)$$

Приравнявая нулю определитель этой системы, получим:

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \beta l & -\cos \beta l & \sinh \beta l & \cosh \beta l \\ -\cos \beta l & \sin \beta l & \cosh \beta l & \sinh \beta l \end{vmatrix} = 0$$

Отсюда  $\sin \beta l \cos \beta l = -1$ .

Наименьший корень этого трансцендентного уравнения принимает приближенное значение:

$$\beta l = 1,875$$

Из выражений (13), (14), (15) и (16) найдем  $C_1, C_2, C_3, C_4$

Для консольной балки также, известно:

$$M_x = EI_x \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}(x, t); \quad \varepsilon = \frac{h}{2} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}(x, t); \quad \varepsilon_{\max} = \left| \frac{h}{2} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}(0, 0) \right|$$

В итоге,  $\varepsilon_{\max}$  - максимальная деформация в балке определяется по формуле:

$$\varepsilon_{\max} = \frac{(1,875)^2 h A_i}{2l^2} \frac{\sin \beta l + \sinh \beta l}{\sin \beta l \cosh \beta l - \cos \beta l \sinh \beta l}$$

Здесь,  $A_i = X(l)$  - амплитуда колебаний консольной балки, которая определяется в динамических испытаниях в данный момент времени.

Зависимости коэффициентов потерь для различных максимальных деформаций и частот вибраций, полученные при динамических испытаниях всех испытанных образцов представлены на рисунках 8 - 10.

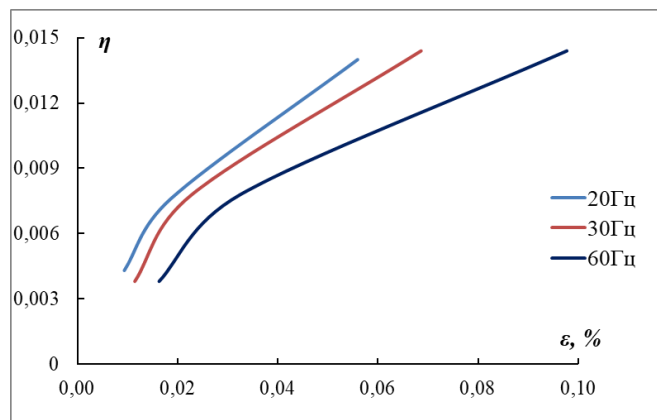


Рисунок 8. Коэффициенты потерь сплава Al-Li, найденные при различных частотах и амплитудах деформации в ходе экспериментальных испытаний.

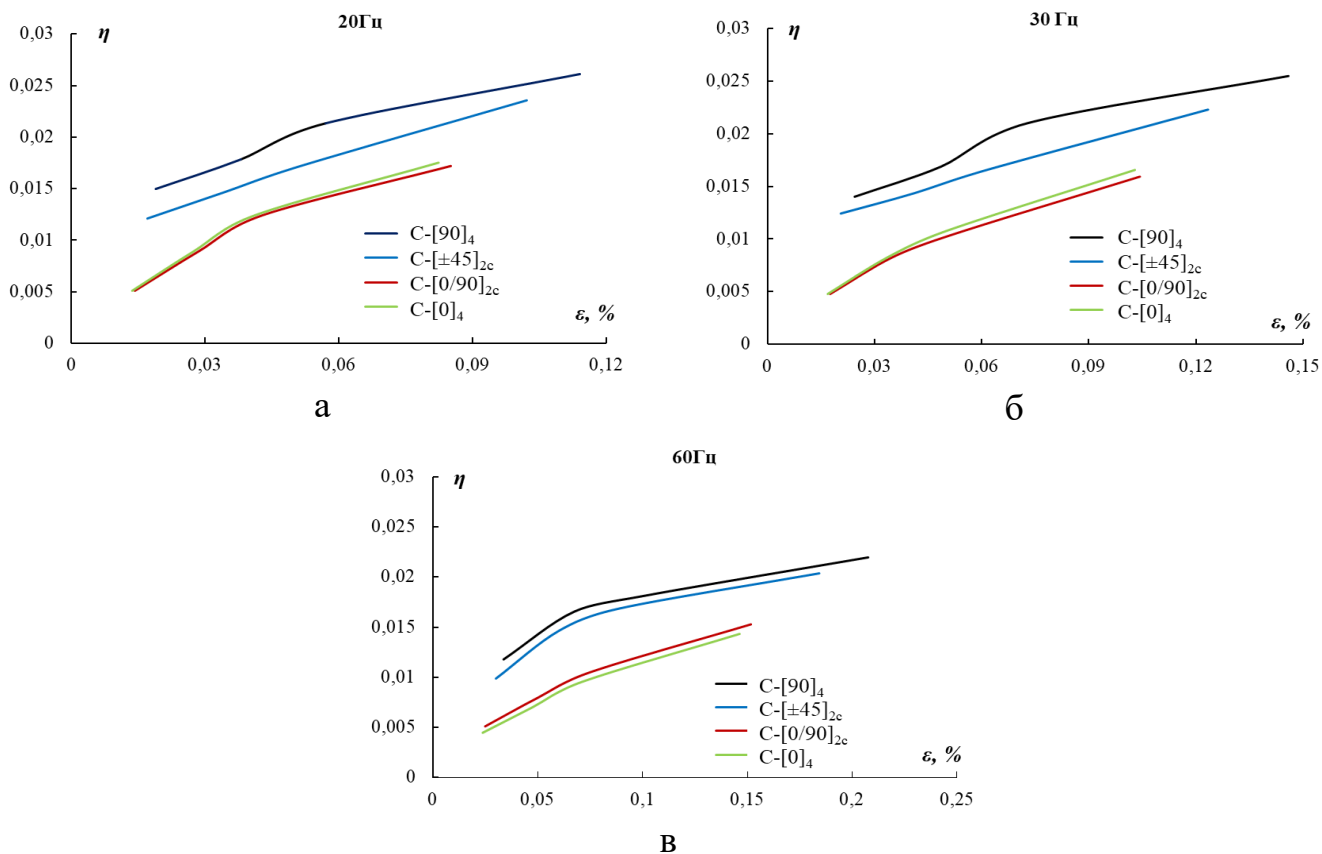


Рисунок 9. Коэффициенты потерь образцов стеклопластика, найденные при различных схемах армирования, частотах и деформациях в динамических испытаниях. а:  $\omega_0 = 20$  Гц; б:  $\omega_0 = 30$  Гц; в:  $\omega_0 = 60$  Гц

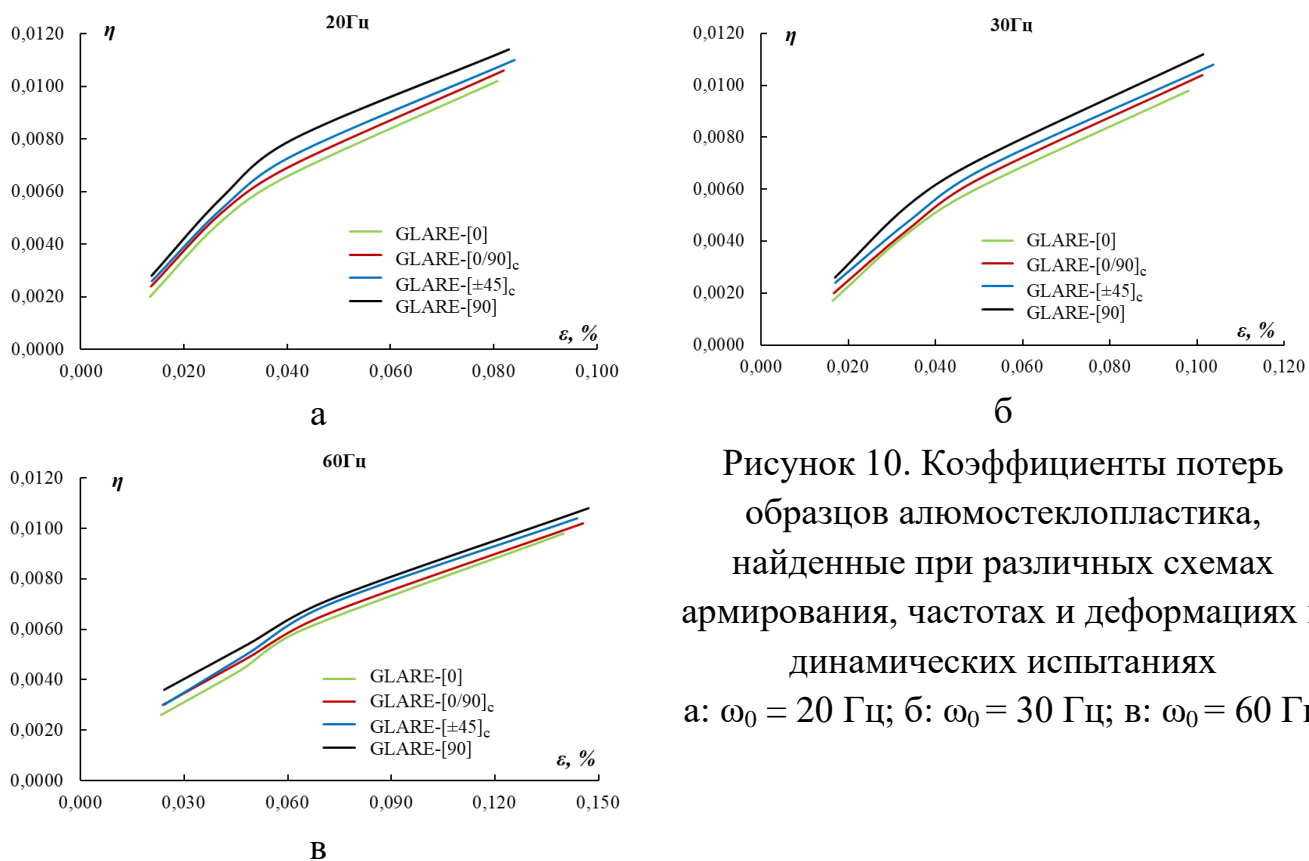


Рисунок 10. Коэффициенты потерь образцов алюмостеклопластика, найденные при различных схемах армирования, частотах и деформациях в динамических испытаниях а:  $\omega_0 = 20$  Гц; б:  $\omega_0 = 30$  Гц; в:  $\omega_0 = 60$  Гц

**В четвертой главе** проведена идентификация статических упругих и динамических свойств монослоя по известным значениям динамических характеристик образцов композитов с разными схемами армирования. Эта идентификация выполнена на основе теории многослойных балок и метода комплексных модулей.

Для стеклопластика:

Первая собственная частота консольной балки была рассчитана на основе

соотношения:

$$\omega_0 = \frac{\beta}{2\pi} \sqrt{\frac{D}{H\rho}} \quad (17)$$

где  $\rho$  - плотность материала;

$D = I_2 - \frac{I_1^2}{I_0}$  - жесткость балки при изгибе;  $I_i$  - коэффициенты жесткости,

которые задаются формулами:

$$I_0 = bh \sum_{k=1}^4 E_x^{(k)}, \quad I_1 = \frac{1}{2}bh \sum_{k=1}^4 E_x^{(k)}(t_{k-1} + t_k), \quad I_2 = \frac{1}{3}bh \sum_{k=1}^4 E_x^{(k)}(t_{k-1}^2 + t_{k-1}t_k + t_k^2) \quad (18)$$

Где  $E_x^{(k)} = Q_{11}^{(k)} - (Q_{12}^{(k)})^2 / Q_{22}^{(k)}$  представляют собой модуль Юнга  $k$ -го слоя в направлении оси балки, рассчитанный в соответствии с классической теорией слоистых композитов через константы жесткости однослойного материала  $Q_{ij}^{(k)}$  с учетом угла ориентации волокна  $\theta_k$ . Матрица констант жесткости в нотации Фойгта имеет вид:

$$\mathbf{Q}_k = \mathbf{T}_k^{-1} \mathbf{Q} \mathbf{T}_k \quad (19)$$

$$\mathbf{T}_k = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta_k & \sin^2 \theta_k & 2 \cos \theta_k \sin \theta_k \\ \sin^2 \theta_k & \cos^2 \theta_k & -2 \cos \theta_k \sin \theta_k \\ -\cos \theta_k \sin \theta_k & \cos \theta_k \sin \theta_k & \cos^2 \theta_k - \sin^2 \theta_k \end{pmatrix} \quad (20)$$

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Q} = \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{pmatrix} \quad (21)$$

Здесь,  $Q_{ij}^{(k)}$  компоненты матрицы  $\mathbf{Q}_k$ , и  $Q_{ij}$  компоненты матрицы  $\mathbf{Q}$ , которые определяют ортотропные свойства однонаправленного слоя:

$$Q_{11} = E_1 / (1 - \nu_{12}\nu_{21}); \quad Q_{22} = E_2 / (1 - \nu_{12}\nu_{21}); \quad Q_{12} = \nu_{12}E_2 / (1 - \nu_{12}\nu_{21}); \\ Q_{66} = G_{12}; \quad \nu_{21}E_1 = \nu_{12}E_2$$

Свойства монослоя неизвестны и должны быть найдены на основе обратного анализа. Рассматривая затухающие гармонические процессы, мы можем использовать метод комплексных модулей и задать упругие свойства монослоя следующим образом:

$$E_1^* = E_1(1 + i\eta_1); \quad E_2^* = E_2(1 + i\eta_2); \quad G_{12}^* = G_{12}(1 + i\eta_{12}) \quad (22)$$

где, знак (\*) обозначает комплексные величины,  $E_1, E_2, G_{12}$  - модули упругости,  $\eta_1, \eta_2, \eta_{12}$  - коэффициенты потерь, связанные с деформациями вдоль и поперек ориентации волокон и сдвигом в плоскости, соответственно. Коэффициент Пуассона обычно считается действительно значным в теории демпфирования слоистых материалов.

Подставляя комплексные модули (22) в решение (18) - (21), можем найти комплексную частоту балки, которую затем можно использовать для нахождения собственной частоты и эффективного коэффициента потерь следующим образом:

$$\omega_0 = \sqrt{\operatorname{Re}((\omega_0^*)^2)}, \quad \eta = \frac{\operatorname{Im}((\omega_0^*)^2)}{\operatorname{Re}((\omega_0^*)^2)} \quad (23)$$

На основе представленных соотношений выполнялся обратный анализ, чтобы согласовать рассчитанные собственные частоты и эффективные коэффициенты потерь балок с различной схемой армирования с полученными экспериментальными данными. Подгонка выполнялась с использованием алгоритма Нелдера-Мида, реализованного в математической программе Wolfram Mathematica.

Определялся оптимальный набор свойств монослоя материала  $E_1, E_2, G_{12}, \nu_{12}, \eta_1, \eta_2, \eta_{12}$ , позволяющий минимизировать относительные погрешности между экспериментальными и расчетными данными для динамических характеристик балок из стеклопластика в приближении наименьших квадратов следующим образом:

$$f(E_1, E_2, \nu_{12}, G_{12}, \eta_1, \eta_2, \eta_{12}) \rightarrow \min; \quad f = \sqrt{\sum_{i=1}^4 (\Delta \omega_{0,i})^2 + \sum_{i=1}^4 (\Delta \eta_{0,i})^2} \quad (24)$$

$$\Delta \omega_{0,i} = \frac{\omega_{0,i}^{(\text{экспер})} - \omega_{0,i}^{(\text{расчет})}}{\omega_{0,i}^{(\text{экспер})}}; \quad \Delta \eta_{0,i} = \frac{\eta_{0,i}^{(\text{экспер})} - \eta_{0,i}^{(\text{расчет})}}{\eta_{0,i}^{(\text{экспер})}}$$

Где,  $\omega_{0,i}^{(\text{экспер})}$  - экспериментальная частота;  $\omega_{0,i}^{(\text{расчет})}$  - расчетная частота

Поиск оптимальных значений упругих и демпфирующих свойств монослоя проводился в следующих диапазонах знаний, которые охватывают типичные свойства стеклопластика:

$$10 < E_1 < 50 \text{ [ГПа]}; \quad 1 < E_2 < 20 \text{ [ГПа]}; \quad 1 < G_{12} < 15 \text{ [ГПа]}; \quad (25)$$

$$0 < \nu_{12} < 0,4; \quad 0 < \eta_1, \eta_2, \eta_{12} < 0,2$$

Таким образом, рассматриваемые выражения (17) - (25) соответствуют задаче нелинейной оптимизации с ограничениями. Обратный анализ был проведен для каждой частоты и амплитуды колебаний, рассмотренных в ходе испытаний, чтобы были оценены амплитудо-зависимые и частотно-зависимые свойства монослоя материала.

Для алюмокомпозитов:

Идентификация упругих свойств монослоя GLARE выполняется аналогично расчету характеристик стеклопластика с добавлением упругих свойств алюминия. Эффективная плотность определяется по формуле:

$$\rho_{GLARE} = \rho_{Al} \frac{3h_{Al}}{h} + \rho_{стекло} \frac{4h_{стекло}}{h} \quad (26)$$

Здесь,  $\rho_{GLARE}$  - плотность GLARE;  $\rho_{Al} = 2650 \text{ кг/м}^3$  - плотность сплава Al-Li ;  $\rho_{стекло} = 1738 \text{ кг/м}^3$  - плотность стеклопластика.

$h_{Al}$  - толщина одного слоя сплава Al-Li;  $h_{стекло}$  - толщина одного монослоя стеклопластика;  $h$  - общая толщина GLARE

Приведенные модули упругости для алюминиевых слоев вычисляются в предположении изотропии сплава:

$$Q_{11}(Al) = E_{Al} / (1 - \nu_{Al}^2); \quad Q_{22}(Al) = E_{Al} / (1 - \nu_{Al}^2); \quad Q_{12}(Al) = \nu_{Al} E_{Al} / (1 - \nu_{Al}^2) \quad (27)$$

$$G_{12}(Al) = \frac{E_{Al}}{2(1 + \nu_{Al})}; \quad Q_{66} = G_{12} \quad (28)$$

Далее определялся оптимальный набор свойств монослоев  $E_1, E_2, G_{12}, \nu_{12}, E_{12}, \nu_{Al}, \eta_1, \eta_2, \eta_{12}, \eta_{Al}$  для динамических характеристик балок из GLARE в приближении наименьших квадратов следующим образом:

$$f(E_1, E_2, \nu_{12}, G_{12}, E_{Al}, \nu_{Al}, \eta_1, \eta_2, \eta_{12}, \eta_{Al}) \rightarrow \min$$

$$f = \sqrt{\sum_{i=1}^4 (\Delta \omega_{0,i})^2 + \sum_{i=1}^4 (\Delta \eta_{0,i})^2}; \quad \Delta \omega_{0,i} = \frac{\omega_{0,i}^{(экспер)} - \omega_{0,i}^{(расчет)}}{\omega_{0,i}^{(экспер)}}; \quad \Delta \eta_{0,i} = \frac{\eta_{0,i}^{(экспер)} - \eta_{0,i}^{(расчет)}}{\eta_{0,i}^{(экспер)}} \quad (29)$$

Где,  $\omega_{0,i}^{(экспер)}$  - экспериментальная частота;  $\omega_{0,i}^{(расчет)}$  - расчетная частота

Оптимальные значения упругих и демпфирующих свойств монослоев композита определялись в следующих диапазонах:

$$10 \leq E_1 \leq 70 \text{ [ГПа]}; \quad 1 \leq E_2 \leq 18 \text{ [ГПа]}; \quad 1 \leq G_{12} \leq 10 \text{ [ГПа]}; \quad 70 \leq E_{12} \leq 85 \text{ [ГПа]}; \\ 0,1 \leq \nu_{12} \leq 0,35; \quad 0,3 \leq \nu_{Al} \leq 0,35; \quad 0 < \eta_1, \eta_2, \eta_{12} \leq 0,05; \quad 0 < \eta_{Al} \leq 0,015 \quad (30)$$

Относительное отклонение по частоте вычислялось по формуле:

$$\Delta \omega = \frac{|\omega_{0,расчет} - \omega_{0,экспер}|}{\omega_{0,экспер}} 100, \% \quad (31)$$

$$\text{Среднеквадратичная ошибка: } f = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\Delta_i)^2}, \quad i=1 \dots n \quad (32)$$

В результате проведенных расчетов в четвертой главе диссертации было проведено определение упругих и диссипативных характеристик монослоев GLARE с данными в главе 3 методом обратного анализа. При этом рассматривались три стратегии решения рассматриваемых обратных задач:



1. Обратный анализ для коэффициентов потерь с заданием известных статических модулей монослоев, определенных предварительно по данным статических испытаний. Результаты идентификации свойств монослоев на рисунке 11, а соответствующие ошибки прогноза на рисунках 12 - 14.

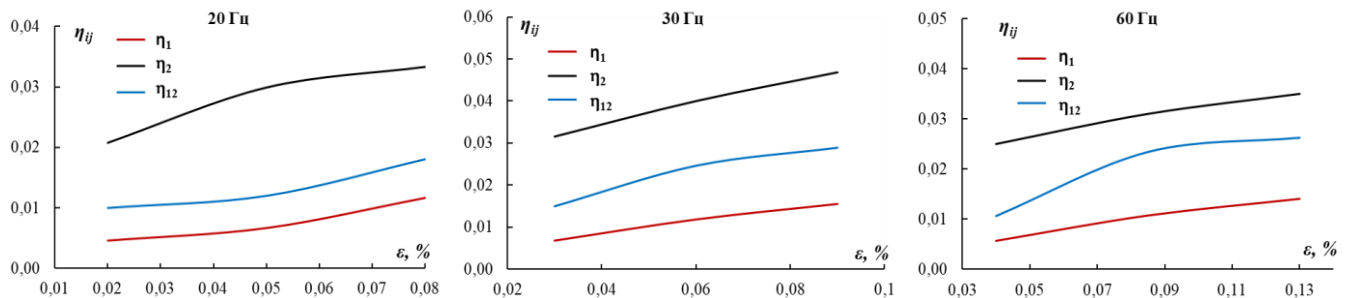


Рисунок 11. Коэффициенты потерь монослоев GLARE, найденный на основе обратного анализа. а:  $\omega_0 = 20$  Гц; б:  $\omega_0 = 30$  Гц; в:  $\omega_0 = 60$  Гц.

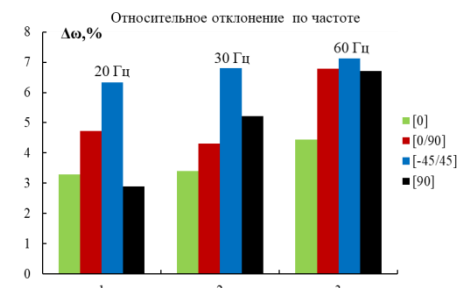


Рисунок 12. Относительное отклонение по частоте с различными схемами армирования.

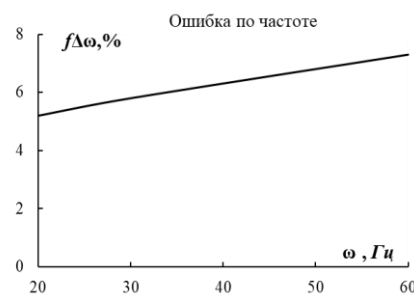


Рисунок 13. Зависимость ошибки по прогнозу собственной частоты с изменением частоты колебаний.

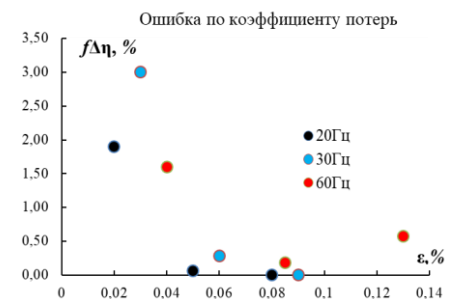


Рисунок 14. Зависимость ошибки по прогнозу коэффициента потерь с изменением амплитуды колебаний.

2. Обратный анализ с последовательной идентификацией динамических упругих свойств и коэффициентов потерь на основе данных динамических испытаний. Решение обратной задачи выполнялось вначале только на основе расчета собственной частоты образцов и, соответственно, идентификации упругих свойств монослоев. Затем решение обратной задачи выполнялось для определения эффективного коэффициента потерь образцов и идентификации коэффициентов потерь монослоев композита. Результаты расчета и ошибки расчета представлены на рисунках 15 - 18.

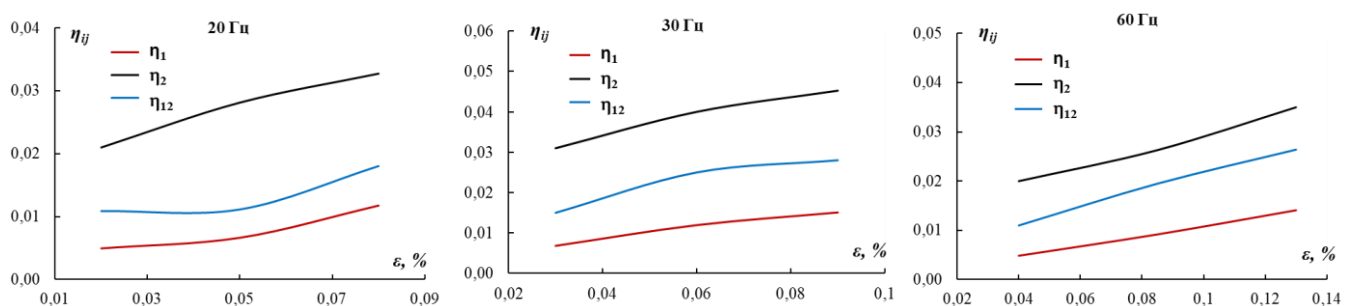


Рисунок 15. Коэффициенты потерь монослоев GLARE, найденный на основе обратного анализа. а:  $\omega_0 = 20$  Гц; б:  $\omega_0 = 30$  Гц; в:  $\omega_0 = 60$  Гц.

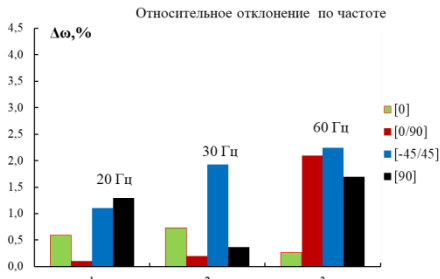


Рисунок 16. Относительное отклонение по частоте с различными схемами армирования.

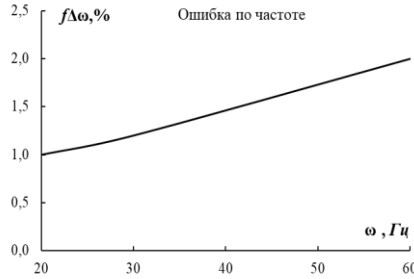


Рисунок 17. Зависимость ошибки по прогнозу собственной частоты с изменением частоты колебаний.

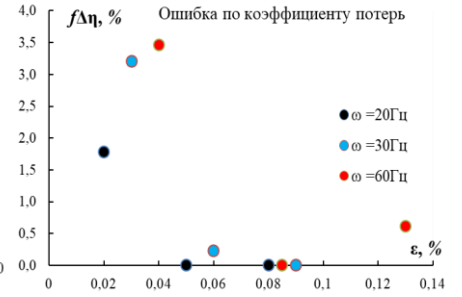


Рисунок 18. Зависимость ошибки по прогнозу коэффициента потерь с изменением амплитуды колебаний.

3. Обратный анализ с одновременной идентификацией упругих динамических модулей и коэффициентов потерь на основе данных динамических испытаний. на основе данных динамических испытаний. Результаты и ошибки такого подхода к идентификации представлены на рисунках 19 - 22.

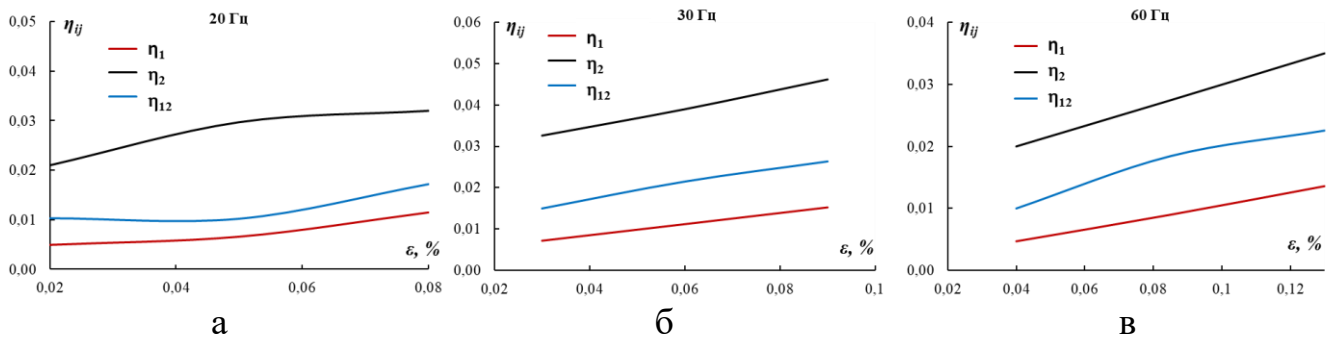


Рисунок 19. Коэффициенты потерь монослоев GLARE, найденный на основе обратного анализа. а:  $\omega_0 = 20$  Гц; б:  $\omega_0 = 30$  Гц; в:  $\omega_0 = 60$  Гц.

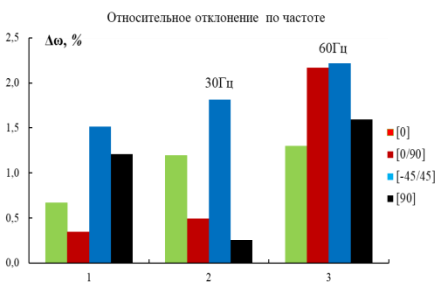


Рисунок 20. Относительное отклонение по частоте с различными схемами армирования.

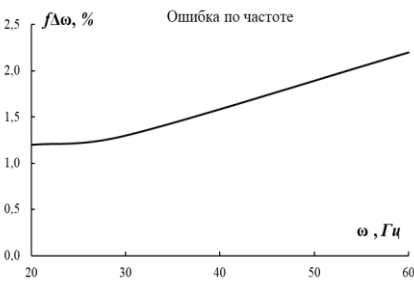


Рисунок 21. Зависимость ошибки по прогнозу собственной частоты с изменением частоты колебаний.

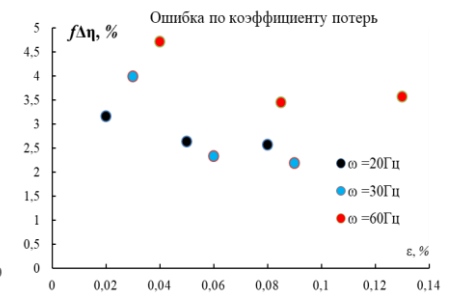


Рисунок 22. Зависимость ошибки по прогнозу коэффициента потерь с изменением амплитуды колебаний.

Таким образом были найдены коэффициенты потерь монослоев, а также относительное отклонение по частоте, ошибка по коэффициенту потерь, ошибка по частоте (получаемые при использовании в расчете идентифицированных свойств монослоев) для образцов GLARE с различными схемами армирования. Было установлено, что наиболее точные результаты идентификации и наименьшие ошибки прогноза, обеспечивает вариант идентификации, указанный выше под номером 2 с последовательной идентификацией упругих и диссипативных свойств монослоев алюмокомпозитного пластика. Применение статических свойств дает погрешности в анализе динамического поведения образцов, а одновременная идентификация упругих и диссипативных свойств монослоев приводит к усложнению решения обратной задачи и повышению численных ошибок.

4. Дополнительно было проведено исследование влияния модуля сдвига в плоскости  $G_{12}$  на ошибку результатов идентификации модулей упругости монослоев. Для этого решалась следующая задача:

$$f(E_1, E_2, \nu_{12}, G_{12}, E_{Al}, \nu_{Al}) \rightarrow \min; \quad f_{\Delta E} = \sqrt{\sum_{i=1}^4 (\Delta E_i)^2}; \quad \Delta E_i = \frac{E_i^{(\text{экспер})} - E_i^{(\text{расчет})}}{E_i^{(\text{экспер})}}$$

Полученные результаты представлены на рисунке 23. Было установлено, что идентификацию модуля сдвига в плоскости целесообразно проводить в рамках отдельного анализа в целях повышения достоверности расчетов. Проводилось варьирование значения этого модуля при решении обратной задачи, сформулированной только относительно остальных характеристик монослоя. Далее из минимума ошибки расчетов (рис.23) можно достоверно установить значение модуля  $G_{12}$ , обеспечивающего наиболее высокую точность расчетов.

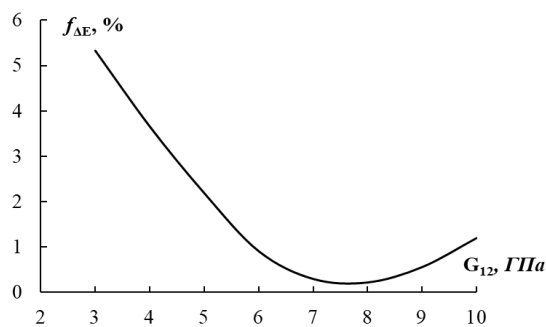


Рисунок 23. Влияние  $G_{12}$  на ошибку при идентификации модулей упругости слоев.

5. Далее проводилось исследование влияния межслойного сдвига на динамические свойства балки. Был проведен анализ воздействия межслойного сдвига на динамические свойства GLARE в рамках модели консольной балки Тимошенко.

Рассматривалась балка, показанная на рисунке 24, нагруженная поперечно распределенной нагрузкой ( $q$ ) и концевыми усилиями и моментом ( $V_b, N_b, M_b$ ).

Толщина  $h$  намного меньше ее длины  $l$ . Также предполагалось, что балка нагружена только в плоскости  $xz$ .

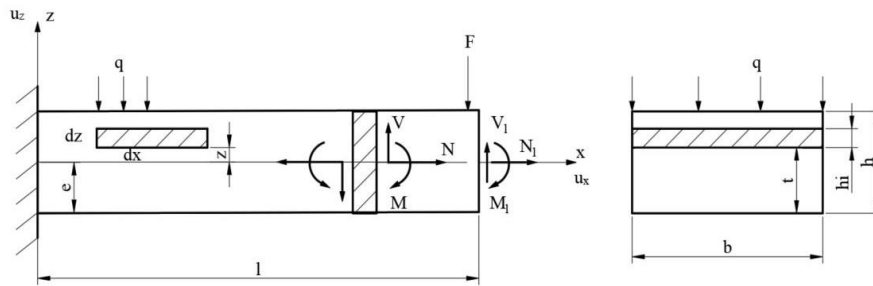


Рисунок 24. Балка, нагруженная поверхностной нагрузкой и концевыми силой и моментом

Предполагаем:

$$u_z = w(x); \quad u_x = u(x) + z\theta(x); \quad \theta = \theta(x)\sin \omega t; \quad w = w(x)\sin \omega t$$

Здесь,  $w$  - отклонение балки.

$u$  и  $\theta$  - осевое смещение и угол поворота поперечного сечения балки соответственно.

$h$  - толщина балки;  $l$  - рабочая длина балки;

$b$  - ширина балки;  $h_i = t_i - t_{i-1}$  - толщина  $i$ -го слоя.

Используя уравнения движения свободных колебаний балки Тимошенко получаем:

$$D \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - S \left( \theta + \frac{\partial w}{\partial x} \right) - C_\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - D_\rho \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = 0 \quad (33)$$

$$S \left( \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) - B_\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (34)$$

Где,  $D = I_2 - \frac{I_1^2}{I_0}$  - жесткость балки при изгибе;  $I_i$  - коэффициенты жесткости

задаются формулой :

$$I_0 = bh \sum_{k=1}^n E_x^{(k)}; \quad I_1 = \frac{1}{2} bh \sum_{k=1}^n E_x^{(k)} (t_{k-1} + t_k); \quad I_2 = \frac{1}{3} bh \sum_{k=1}^n E_x^{(k)} (t_{k-1}^2 + t_{k-1}t_k + t_k^2)$$

$$S = \frac{h^2}{\sum_{i=1}^n \frac{h_i}{bG_i}} - \text{жесткость балки при поперечном сдвиге;}$$

$G_i$  - Модуль межслойного сдвига стекла или алюминии;

$n$  - количество слоев, в этой работе  $n = 7$ ;

$C_\rho = J_0(e_\rho - e)$  - коэффициенты связи, связывающий поперечное и вращательное движения балочного элемента;  $J_i$  - коэффициенты инерции, задаются

формулой:

$$J_n = \frac{1}{k+1} \sum_{i=1}^n b_i \rho_i (t_i^{k+1} - t_{i-1}^{k+1}) \quad (k = 0, 1, 2);$$

$e$  - координата плоскости отсчета;

$e_\rho$  - аналогична координате нейтральной оси  $e$ , определяется формулой:  $e_\rho = \frac{J_1}{J_0}$

$$\text{При симметричной структуре балки: } e_\rho = e = \frac{h}{2}, C_\rho = 0 \quad (35)$$

$D_\rho = J_2 - 2eJ_1 + e^2J_0$  - поворотный элемент инерции;

$B_\rho = J_0$  - это инерционный элемент, соответствующий поступательному перемещению балочного элемента.

Из уравнений (33), (34), (35) получим дифференциальные уравнения:

$$D \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - S(\theta + \frac{\partial w}{\partial x}) - D_\rho \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = 0 \quad (36)$$

$$S(\frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}) - B_\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (37)$$

Из системы уравнений (36), (37) получим связь углов поворота сечений балки с прогибами в предположении, что реализуются гармонические колебания с круговой частотой  $\omega$  (штрихами далее обозначены производные по  $x$ ):

$$\theta(x) = \frac{B_\rho D \omega^2 w'(x) + S^2 w'(x) + D S w'''(x)}{(D_\rho \omega^2 - S) S} \quad (38)$$

Уравнения (36), (37) могут быть преобразованы в следующее уравнение, записанное только относительно прогибов балки в предположении, что реализуются гармонические колебания:

$$\omega^2 B_\rho (\frac{D_\rho \omega^2}{S} - 1) w(x) + \omega^2 (\frac{B_\rho D}{S} + D_\rho) w''(x) + D w^{IV}(x) = 0 \quad (39)$$

Предполагая:  $A = \omega^2 B_\rho (\frac{D_\rho \omega^2}{S} - 1); \quad B = \omega^2 (\frac{B_\rho D}{S} + D_\rho)$

Уравнение (39) преобразовано в виде:

$$A w(x) + B w''(x) + D w^{IV}(x) = 0 \quad (40)$$

Решение уравнения (40) имеет в виде:

$$w(x) = e^{\sqrt{\frac{B}{D} \frac{\sqrt{B^2 - 4AD}}{D}} x} C1 + e^{-\sqrt{\frac{B}{D} \frac{\sqrt{B^2 - 4AD}}{D}} x} C2 + e^{\sqrt{\frac{B}{D} \frac{\sqrt{B^2 - 4AD}}{D}} x} C3 + e^{-\sqrt{\frac{B}{D} \frac{\sqrt{B^2 - 4AD}}{D}} x} C4 \quad (41)$$

Граничные условия задачи о свободных колебаниях консольной балки имеют вид:

$$\begin{aligned} x = 0: & \quad w(0) = 0; & \quad \theta(0) = 0 \\ x = l: & \quad M(l) = D\theta'(l) = 0; & \quad V(l) = S(w'(l) + \theta(l)) = 0 \end{aligned} \quad (42)$$

где, на одном конце задается отклонение а на другом ненагруженном конце  $M$  - изгибающий момент и  $V$  - перерезывающее усилие.

Решение уравнения (39) с краевыми условиями (42) будет определять динамические характеристики для слоистой консольной балки из GLARE. Для нахождения коэффициентов потерь GLARE, при решении уравнения (39) применен метод комплексных модулей. В соответствии с этим методом, значение собственных частот и коэффициентов потерь определяется на основе соотношений:

$$\omega_0 = \sqrt{\text{Re}((\omega_i^*)^2)}, \quad \eta = \frac{\text{Im}((\omega_i^*)^2)}{\text{Re}((\omega_i^*)^2)} \quad (43)$$

Было проведено сопоставление прогнозов классической модели балки и балки Тимошенко для упругих и диссипативных свойств образцов алюмокомпозитного пластика. Эти результаты показаны на рисунках 25 - 26. Было установлено, что при работе в упругой области деформаций межслоевые эффекты на должны существенно влиять на динамические свойства алюмокомпозитного пластика для стандартных образцов большого удлинения. Однако, это влияние может быть значительным при использовании образцов малого удлинения и при высоких амплитудах деформаций, которые могут приводить к существенно нелинейным и пластическим деформациям материала вблизи заделки.

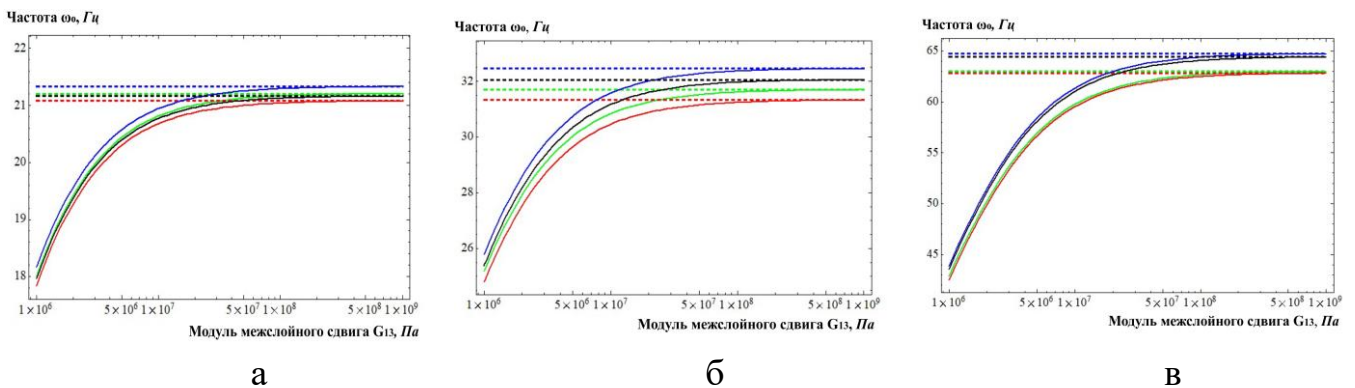


Рисунок. 25. Диаграммы собственных частот GLARE с различными схемами армирования в зависимости от модуля межслойного сдвига монослоев GLARE при различных частотах. а.  $\omega_0 = 20$  Гц; б.  $\omega_0 = 30$  Гц; в.  $\omega_0 = 60$  Гц.

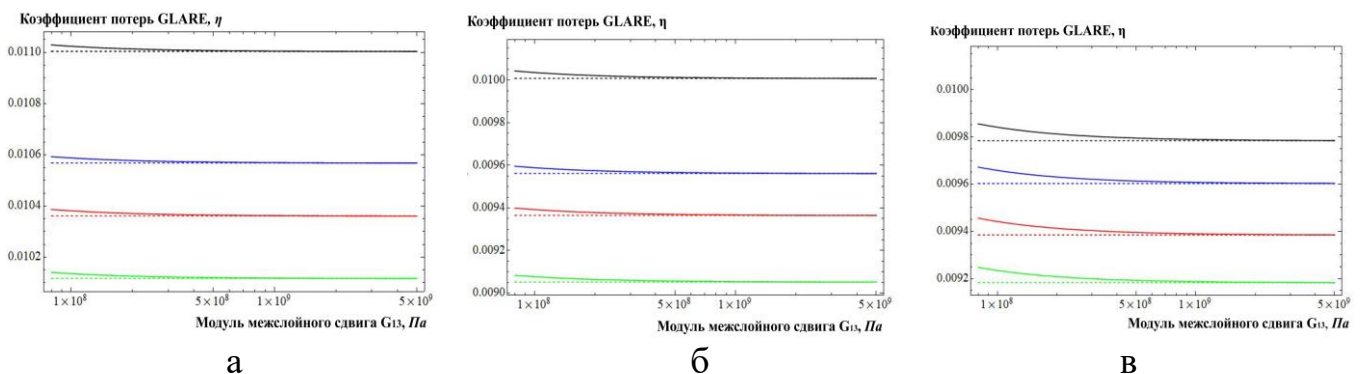


Рисунок 26. Диаграммы коэффициентов потерь GLARE с различными схемами армирования в зависимости от модуля межслойного сдвига монослоев GLARE при различных частотах. а.  $\omega_0 = 20$  Гц; б.  $\omega_0 = 30$  Гц; в.  $\omega_0 = 60$  Гц.

### В пятой главе

Представлены результаты численного моделирования динамических характеристик образцов стеклопластика с учетом трехмерной концентрации напряжений в зоне закрепления в программном комплексе COMSOL Multiphysics. Дается расчет собственной частоты, коэффициента потерь балки и оценка влияния обжатия в захвате на динамические свойства затухающих колебаний балки из стеклопластика с различными схемами армирования. В данном моделировании материал считался ортотропным и использовался интерфейс *Eigenfrequency* заданием комплексных характеристик слоев материалов. Проводилось трехмерное моделирование с элементами типа *solid* для слоев стеклопластика. Характер концентрации напряжений вблизи заделки представлен на рисунке 27.

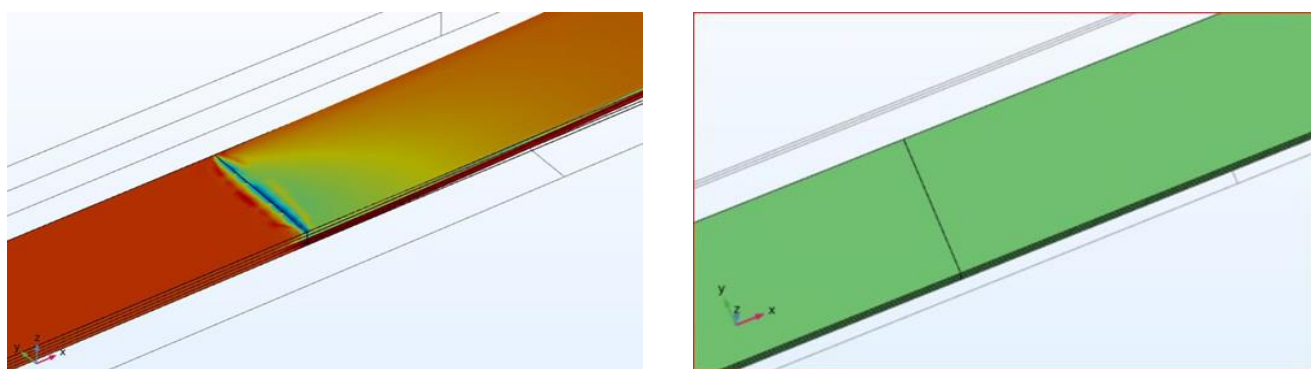


Рисунок 27. Нормальные напряжения в балке вдоль Oz вблизи заделки.  
а. С обжатием                      б. Без обжатия

Полученные результаты первой собственной частоты и коэффициента потерь представлены в таблице 2. Установлена хорошая согласованность эксперимента, численного моделирования и аналитических расчетов. Показано, что учет обжатия в зоне заделки приводит к незначительным поправкам по собственной частоте и по эффективному коэффициенту потерь для рассмотренных образцов и при решении обратных задачи с целью идентификации свойств монослоев, обжатием можно пренебрегать.

Таблица 2 - Полученные результаты первой собственной частоты и коэффициента потерь при различных методах.

Укладка	Рабочая длина балки	Численный метод				Аналитический метод		Эксперимен- тальный метод	
		С обжатием		Без обжатия		$\omega_0$ , Гц	$\eta$	$\omega_0$ , Гц	$\eta$
	l, мм	$\omega_0$ , Гц	$\eta$	$\omega_0$ , Гц	$\eta$				
C-[0] <sub>4</sub>	184	20,40	0,0167	20,37	0,0166	19,92	0,0168	20,08	0,0172
	150	30,63	0,0155	30,58	0,0155	30,05	0,0157	30,18	0,0162
	106,5	60,49	0,0147	60,34	0,0146	59,05	0,0141	59,95	0,0139
C-[0/90] <sub>2с</sub>	180	20,30	0,0169	20,27	0,0168	20,24	0,0170	20,06	0,0166
	147	30,38	0,0157	30,32	0,0157	30,35	0,0160	30,19	0,0154
	103	61,57	0,0148	61,41	0,0148	61,24	0,0143	60,36	0,0146
C-[±45] <sub>2с</sub>	142	22,65	0,0191	22,61	0,0190	20,40	0,0208	20,40	0,0208
	119	31,20	0,0183	31,14	0,0182	29,62	0,0201	29,62	0,0201
	82	64,56	0,0174	64,37	0,0173	60,16	0,0188	60,16	0,0188
C-[90] <sub>4</sub>	133	19,05	0,0231	19,02	0,0230	20,37	0,0233	20,39	0,0234
	104	31,09	0,0225	31,03	0,0224	31,56	0,0228	31,60	0,0229
	75	59,60	0,0210	59,40	0,0209	60,39	0,0196	60,40	0,0196

### Основные результаты диссертационной работы:

В данной диссертационной работе разработан экспериментально - теоретический метод исследования и идентификации динамических характеристик слоистых металлополимерных композиционных материалов с учетом влияния частоты амплитуды деформаций. Основные результаты:

- изготовлены образцы из алюминиевого сплава, стеклопластика и алюмостеклопластика (GLARE) с различными схемами армирования;
- проведены статические и динамические испытания для определения механических свойств материалов;
- получены значения собственных частот и коэффициентов потерь в динамических испытаниях исследуемых образцов;
- по результатам экспериментального исследования композитов с различными схемами армирования идентифицированы упругие свойства монослоя;
- предложен новый аналитический метод для идентификации свойств монослоя алюмостеклопластика на основе последовательного решения обратной задачи, в которой в первую очередь определяются упругие характеристики монослоев и затем, с использованием найденных модулей упругости ортотропных слоев, проводится идентификация их диссипативных параметров. Показано, что иные подходы (с использованием статических свойств или с использованием одновременной идентификации модулей упругости и коэффициентов потерь)



приводят к повышенным ошибкам в результатах задачи идентификации характеристик монослоя;

– проведен численный расчет в конечно-элементном комплексе COMSOL Multiphysics для моделирования динамических характеристик образцов в приближении трехмерной теории. Показано, что полученные численные результаты хорошо согласуются с аналитическим решением и экспериментальными данными. Показано, что усилие обжатия в заделке незначительно влияет на результаты расчетов эффективных характеристик и результаты идентификации параметров монослоя композитов;

– на основе полученных результатов установлено, что коэффициент потерь композитов увеличивается с увеличением амплитуды вибрации и незначительно уменьшается с увеличением частоты. Наибольший коэффициент потерь для образцов стеклопластика со схемой армирования  $[90]_4$  и в образцах GLARE с аналогичным армирование слоев стеклопластика, что установлено впервые. Наименьший коэффициент потерь реализуется для образцов со схемой армирования стеклопластика  $[0]_4$  и в образцах GLARE с аналогичным армирование слоев стеклопластика, однако, соответствующие коэффициенты потерь не являются пренебрежимо малыми (что иногда полагается в расчетах) и должны учитываться с остальными коэффициентами.

Результаты исследований могут быть использованы для уточненной оценки динамических свойств композиционных материалов, применяемых в авиационной технике. Предложенная методика идентификации динамической свойств монослоя металлополимерных композитов может быть использована при моделировании и выборе оптимальных схем армирования материалов в целях снижения вибраций и шума, для управления резонансными частотами и обеспечения безопасности оборудования.

## **СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ**

### **Научные статьи в журналах, рекомендуемых ВАК**

1. Прокудин О.А., Рабинский Л.Н., Чан Куэт Тханг. Определение динамических характеристик металлополимерного слоистого стержня. Труды МАИ. № 120. 2021. DOI: 10.34759/trd-2021-120-06

2. Чан Куэт Тханг. Идентификация динамических свойств монослоя в металло-полимерном слоистом композите. Труды МАИ. № 134. 2024.  
URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=178456>

### **Работы в журналах, входящих в базы МСЦ**

1. G.I. Kriven, S.A.Lurie, T.Q. Thang, A.A.Orekhov. Strength, Stiffness and Damping Properties of Whiskerized Fiber Composites with Longitudinal Shear.

Mechanics, Computations, Applications. 2021. 12(4). Pp 1-22.  
DOI:10.1615/CompMechComputApplIntJ.2021039237

2. Grigory V. Fedotenko, Dmitry I. Makarevskii, Yana A. Vahterova, Trah Quyet Thang. The inverse non-stationary problem of identification of defects in an elastic rod. INCAS Bulletin. 2021. 13. Pp 57-66. DOI: 10.13111/2066-8201.2021.13.S.6

3. A.G.Getmantov, Tran Quyet Thang. Dielectric Properties of Nanocomposites based on Epoxy Resins and Titanium Dioxide. International journal of Circuits, systems and processing. 2021. Vol 15. Pp 1400-1406. DOI: 10.46300/9106.2021.15.150

4. Elena Kuznetsova, Tran Quyet Thang. Synthesis and Structure of Nanocomposites based on Linear Polymers and Nanoparticles of Titanium Dioxide. International journal of Circuits, systems and processing. 2021. Vol 15. Pp 1407-1413. DOI: 10.46300/9106.2021.15.151

5. Rabinskiy L.N., Vakhneev S.N., Ershova A.Y., Serpicheva E.V., Tran Q.T. Investigation of the effect of rolled products in layers of glass-fiber reinforced plastic on static and dynamic properties. Journal of the Balkan Tribological Association. 2021. Vol 27(4). Pp 684 – 696.

6. T.Q. Thang, E.L. Kuznetsova. Effect of High Velocity Deformation on Strength of Armored Composite Materials. Turkish Journal of Computer and Mathematics Education. 2021. Vol.12 No.2 (2021), Pp 2709-2713.  
DOI: <https://doi.org/10.17762/turcomat.v12i2.2296>

7. Tran Quyet Thang, L.N. Rabinskiy, Yury Solyaev, Fedor Nasonov. Inverse analysis of the amplitude-dependent damping properties of epoxy/glass fiber laminates. Composites: Mechanics, Computations, Applications: An International Journal. 2024. 15(2). Pp 15-29. DOI:10.1615/CompMechComputApplIntJ.2023049468