

На правах рукописи

УДК: 629.78



Мин Тейн

**ОПТИМИЗАЦИЯ ТРАЕКТОРИЙ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ С
ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭВОЛЮЦИОННОЙ СТРАТЕГИИ С АДАПТАЦИЕЙ
КОВАРИАЦИОННОЙ МАТРИЦЫ**

Специальность 05.07.09

Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени доктора технических наук

Москва – 2018

Работа выполнена на кафедре 601 «Космические системы и ракетостроение» федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет, МАИ)»

Научный консультант

Константинов Михаил Сергеевич

Доктор технических наук, профессор, профессор кафедры 601 «Космические системы и ракетостроение» Московского Авиационного Института (национального исследовательского университета)

Официальные оппоненты:

Овчинников Михаил Юрьевич

Доктор физико-математических наук, профессор, Заведующий сектором №4 «Ориентация и управление движением», Отдела №5 «Механика космического полета и управление движением» Института прикладной математики им. М.В.Келдыша Российской академии наук

Назаров Анатолий Егорович

Доктор технических наук, заместитель начальника отдела, Акционерное общество «Научно-производственное объединение имени С.А. Лавочкина»

Старинова Ольга Леонардовна

Доктор технических наук, профессор, профессор кафедры «Космическое машиностроение», Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королева (национального исследовательского университета)

Ведущая организация

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «**Российский университет дружбы народов**»

Защита состоится 26 июня 2018 года в 16:00 на заседании диссертационного совета Д 212.125.12 в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» (МАИ) по адресу: 125993, г. Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д. 4.

С диссертацией можно ознакомиться в научно-технической библиотеке Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» (МАИ) по адресу: 125993, г. Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д. 4, и на сайте МАИ по адресу:

https://mai.ru/events/defence/doctor/index.php?ELEMENT_ID=90024

Автореферат разослан «___» апреля 2018 г.

Отзывы, заверенные печатью, просьба высылать по адресу: 125993, г. Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д. 4, МАИ, Ученый совет МАИ.

Ученый секретарь диссертационного совета Д 212.125.12,
кандидат технических наук, доцент

Старков А. В.

Общая характеристика работы

Диссертационная работа посвящена разработке методов оптимизации траекторий межорбитального перелета в окрестности одного гравитирующего тела (прежде всего, Земли) и траекторий межпланетного перелета. Основное внимание уделяется оптимизации траекторий перелетов, в которых используются не только традиционные химические двигательные установки, но и перспективные электроракетные двигательные установки. Исследуются и оптимизируются, как траектории перелета с относительно простой схемой (например, прямой перелет к некоторому небесному телу), так сложные многомаршрутные траектории перелета (например, траектории межпланетного перелета с последовательностью гравитационных маневров).

Актуальность представляемой работы определяется:

- целесообразностью повышения эффективности выполнения транспортных космических маневров с использованием электроракетных двигательных установок благодаря их высокому удельному импульсу;
- необходимостью разработки математических моделей, описывающих оптимальные траектории космических аппаратов (КА) с электроракетной двигательной установкой (ЭРДУ) при использовании сложной схемы межорбитальных и межпланетных перелетов;
- необходимостью совершенствования методов оптимизации космических маневров, разработки алгоритмов, обеспечивающих сходимость тех итерационных процедур, без которых не обходится ни один поиск оптимальной траектории космического перелета;
- необходимостью развивать подходы, позволяющие надеяться на получение глобальной, а не локальной экстремали при траекторной оптимизации в механике космического полета. При оптимизации траекторий межорбитального и межпланетного перелета существует несколько (иногда очень много) экстремалей. Оптимальное решение соответствует глобальной экстремали. В настоящее время успехи в разработке методов поиска глобальной экстремали (глобального экстремума) очень скромны. В настоящей работе предпринимается попытка продвижения в этом направлении.

Основными целями диссертационной работы являются:

- повышение эффективности космических транспортных систем с ЭРДУ при реализации межорбитальных и межпланетных перелетов;
- совершенствование методических основ механики космического полета с малой тягой; совершенствование методов проектирования траекторий КА с малой тягой.

Достижение сформулированных целей потребовало решения следующих **научно-технических задач**:

- Разработка универсальной методики для решения краевой задачи принципа максимума Л. С. Понтрягина, основанной на применении нового численного метода безусловной оптимизации (СМАЕС), относящегося к группе метаэвристических методов и представляющего собой некоторую специфическую модификацию алгоритма эволюционной стратегии.
- Разработка универсальной методики оптимизации сложных схем межпланетного перелета КА с использованием гравитационных маневров у промежуточных планет и дополнительных импульсов скорости на гелиоцентрических участках перелета. Реализация рассматриваемой методики основана на применении новых численных методов глобальной оптимизации.

Метод проведения исследования – расчетно-теоретический. Основным подходом при решении задач траекторной оптимизации космического аппарата с электроракетной двигательной установкой является использование непрямого метода - принципа максимума Л.С. Понтрягина. При этом задача оптимального управления сводится к краевой задаче для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Решение краевой задачи сводится к численному решению системы нелинейных уравнений. Для решения этой системы рассматривается задача безусловной минимизации скалярной функции нескольких переменных, выражающей сумму квадратов невязок для рассматриваемой краевой задачи. Эта функция принимает только

неотрицательные значения, ее нижняя грань равна нулю, причем она достижима только на тех значениях переменных, которые удовлетворяют системе нелинейных уравнений. Для минимизации этой функции используется численный метод эволюционной стратегии (Evolution Strategy) с адаптацией ковариационной матрицы (Covariance Matrix Adaptation). Для исследования и анализа оптимальных программ управления тяги ЭРДУ используется численное моделирование. При оптимизации траекторий межпланетных перелетов используется метод грависфер нулевой протяженности.

Объектом исследования являются траектории движения космического аппарата с электроракетной (малой тяги) или химической (большой тяги) двигательной установкой.

Предметом исследования являются методы оптимизации траекторий движения космических аппаратов, оснащенных электроракетными или химическими двигательными установками при рассмотрении различных схем межпланетных или межорбитальных перелетов.

Научная новизна полученных в работе результатов заключается в следующем:

- Сформирована методическая база для решения задачи оптимального управления движением КА с ЭРДУ с помощью совместного использования условий оптимальности принципа максимума и численного метода оптимизации, представляющего собой эволюционную стратегию с адаптацией ковариационной матрицы.
- Разработан устойчивый и регулярный с вычислительной точки зрения метод оптимизации многовитковых межорбитальных перелетов КА с ЭРДУ между некомпланарными орбитами не только при рассмотрении задачи оптимального быстрого действия, но и для задачи минимизации затрат топлива при фиксированном времени перелета, основанный на совместном использовании условий оптимальности непрямого метода и эволюционной стратегии с адаптацией ковариационной матрицы.
- Разработан устойчивый и регулярный метод решения задач траекторной оптимизации при рассмотрении прямых гелиоцентрических перелетов КА с идеально-регулируемой ЭРДУ и для КА с нерегулируемым двигателем на основе совместного использования необходимых условий оптимальности принципа максимума, и численного алгоритма эволюционной стратегии с адаптацией ковариационной матрицы.
- Предложен подход к оптимизации траекторий КА с ЭРДУ, идея которого состоит в том, чтобы свести задачу оптимизации (в том числе краевую задачу принципа максимума) к задаче безусловного минимума вспомогательной функции, состоящей из суммы квадратов невязок краевой задачи принципа максимума и оптимизируемого критерия, взятого с весовым коэффициентом для получения глобального оптимума.
- Разработаны и описаны алгоритмы анализа и оптимизации сложных схем межпланетного перелета КА к небесным телам Солнечной системы с использованием гравитационных маневров у промежуточных планет и дополнительных импульсов скорости на гелиоцентрических участках перелета с использованием метода эволюционной стратегии с адаптацией ковариационной матрицы.
- Разработан трехступенчатый метод решения сквозной задачи оптимизации для сложных траекторий перелета КА с ЭРДУ с совместным использованием полного набора условий оптимальности принципа максимума и метода эволюционной стратегии с адаптацией ковариационной матрицы.

Практическая значимость работы заключается в следующем:

- Разработаны новый методический подход для решения задач оптимизации траекторий межорбитальных и межпланетных перелетов КА с ЭРДУ.
- Разработана методика проектирования сложных схем межпланетного перелета КА к небесным телам Солнечной системы с использованием гравитационных маневров у промежуточных планет и дополнительных импульсов скорости на гелиоцентрических участках перелета.
- С использованием разработанных методов и программного обеспечения можно проводить проектно-баллистический анализ ряда перспективных космических миссии в том числе:
 - ✓ выведение КА с низкой околоземной орбиты на ГСО с использованием космической транспортной системы на базе РН, ХРБ и ЭРДУ;

- ✓ выведение КА на систему рабочих гелиоцентрических орбит для исследования Солнца;
- ✓ выведение КА на орбиту около планеты назначения для исследования этой планеты или его спутников.
- Разработанные методы могут быть использованы при разработке программных продуктов, обеспечивающих решение широкого круга задач для анализа перспективных космических транспортных средств.

Достоверность полученных результатов: Достоверность полученных результатов подтверждается сравнением с результатами, опубликованными другими авторами, в том числе российскими, американскими и европейскими исследователями.

Реализация результатов работы. Полученные теоретические, методические и практические результаты использовались на кафедрах 601 и 202, и в НИИ ПМЭ МАИ.

На защиту выносятся:

- Комплекс методов оптимизации межорбитальных и межпланетных траекторий КА с ЭРДУ на основе совместного применения условий оптимальности принципа максимума и численного алгоритма эволюционной стратегии с адаптацией ковариационной матрицы.
- Результаты анализа свойств оптимальных траекторий межорбитальных и прямых межпланетных перелетов КА с ЭРДУ.
- Результаты анализа оптимизации сложных схем межпланетного перелета КА с использованием гравитационных маневров у промежуточных планет и дополнительных импульсов скорости на гелиоцентрических участках перелета.
- Результаты анализа оптимизации прямых и сложных схем выведения КА с ЭРДУ на систему рабочих гелиоцентрических орбит.
- Результаты оптимизации сложных схем межпланетного перелета КА к Юпитеру.

Апробация работы проведена на международных и российских конференциях, включая конгрессы международной астронавтической федерации (2012; 2014; 2015), международный симпозиум по программному обеспечению и методам астродинамики (6th ICATT, Дармштадт, Германию, 2014), международную научную конференцию «Системный анализ, управление и навигация» (Евпатория, Украина, 2012), международный симпозиум по глобальной оптимизации траекторий (Рим, Италия, 2014), 13-ую конференцию по новым проблемам космоса (the 13th Reinventing Space Conference. Oxford, UK, 2015), международные конференции «Авиация и Космонавтика» (Москва, 2011; 2013; 2014; 2017), IX конференцию молодых ученых, посвященную дню космонавтики «Фундаментальные и прикладные космические исследования» (Москва, ИКИ РАН, 2012), конференцию «Управление в технических, эргатических, организационных и сетевых системах» УТЭОСС-2012, (Ст. Петербург, 2012), научные чтения, посвященные разработке творческого наследия К.Э. Циолковского (Калуга, 2009; 2011; 2012; 2013; 2014; 2015; 2016), объединенные Научные Чтения по космонавтике (Москва, 2010; 2012; 2013; 2014; 2015; 2016; 2018). Результаты работы представлялись на семинарах механико-математического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова, кафедры 601 МАИ и НИИ ПМЭ МАИ.

Личный вклад и публикации. Все результаты, приведенные в диссертации, получены лично автором. Основные результаты опубликованы в 45 работах, из которых одна монография [1], 10 [2-11] – в изданиях из списка ВАК Минобрнауки России и 7 [12-18] – в иностранных рецензируемых изданиях.

Структура и объем работы. Работа состоит из введения, шести глав, заключения и списка использованных источников. Диссертация содержит 265 страниц, 117 рисунков, 60 таблиц. Список использованных источников содержит 216 наименований.

Содержание работы

В первой главе описывается общая методология оптимизации, основанная на совместном использовании необходимых условий оптимальности и эволюционной стратегии с адаптацией ковариационной матрицы (СМАЕС). Необходимые условия оптимальности используются для выражения управляющих переменных как функций сопряженных переменных, которые подчиняются фазовым элементам. Удовлетворение всех необходимых

условий с использованием СМАЕС гарантирует (локальную) оптимальность решения и называем эту методологию непрямой алгоритмом с СМАЕС.

Задача траекторной оптимизации рассматривается в качестве отдельных оптимизационных проблем (*задач оптимизации для управляемых динамических систем*). В качестве такой динамической системы рассматривается КА с ЭРДУ. Будем рассматривать движение управляемой динамической системы (объекта) на отрезке времени Δ , границы, которого t_0, t_f (в общем случае) могут быть, как зафиксированы, так и полагаться свободными.

$$\dot{\mathbf{x}} - \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p}, t) = \mathbf{0}, \quad (1)$$

В записанном равенстве \mathbf{x} – вектор фазовых переменных, \mathbf{u} – вектор-функция управлений, \mathbf{p} – вектор оптимизируемых параметров динамической системы. Ограничения, налагаемые на концы траектории управляемой динамической системы, в общем виде могут быть представлены следующим образом:

$$\Psi(t_0, \mathbf{x}(t_0), t_f, \mathbf{x}(t_f), \mathbf{p}) = \mathbf{0}, \quad \Psi: (\mathbf{R}^1 \times \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^1 \times \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^p) \rightarrow \mathbf{R}^k. \quad (2)$$

Так же могут быть рассмотрены аналогичные ограничения типа равенств вида (2) в промежуточных точках траектории:

$$\Psi_j(t_j^-, \mathbf{x}(t_j^-), t_j^+, \mathbf{x}(t_j^+), \mathbf{p}) = \mathbf{0}. \quad (3)$$

Здесь моменты времени t_j принадлежат внутренности отрезка Δ и $t_j^+ - t_j^- = 0$. В качестве основного будем рассматривать следующее представление для целевого функционала:

$$J = \varphi(t_0, t_f, \mathbf{x}(t_0), \mathbf{x}(t_f), \mathbf{p}) + \int_{t_0}^{t_f} f^0(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}, t) dt. \quad (4)$$

Для приведения задачи оптимизации с функционалом смешанного типа (1) – (4) к стандартной терминальной постановке (Майера) добавим к системе (1) следующее уравнение

$$\dot{y} - f^0(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}, t) = 0$$

тем самым искусственно увеличивая размерность фазового вектора рассматриваемой управляемой динамической системы. Следовательно, получаем следующее представление для функционала (4) в «терминальном» виде:

$$J = \varphi(t_0, t_f, \mathbf{x}(t_0), \mathbf{x}(t_f), \mathbf{p}) + (y(t_f) - y(t_0)), \quad (4^*)$$

при этом очевидно, что значение $y(t_0)$ может быть выбрано произвольно. Для удобства, положим его равным нулю. Следуя формализму принципа максимума, введем функцию Понтрягина следующим образом:

$$H = \lambda_y f^0(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}(t)) + \lambda^T \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}(t), t) + \lambda_p^T \dot{\mathbf{p}} + \lambda_t, \quad (5)$$

Оптимальное управление определяется исходя из условий максимума функции (5):

$$\mathbf{u}^*(t) = \underbrace{\arg \max}_{\mathbf{u} \in U} H$$

Кроме того, почти всюду вдоль оптимальной траектории должно также выполняться второе условие из группы условий максимума:

$$H^* + \lambda_t (\equiv) 0 \quad \forall t \in \Delta, \quad (6)$$

где $H^* = H(\mathbf{x}(t), \mathbf{p}(t), \mathbf{u}^*(t), \lambda(t), t)$ – оптимальный гамильтониан задачи. Вектор функция $\lambda(t)$ (функциональный множитель Лагранжа), как известно, удовлетворяет т.н. сопряженной системе дифференциальных уравнений:

$$\dot{\lambda}_y = -\frac{\partial H^*}{\partial y}; \quad \dot{\lambda} = -\frac{\partial H^*}{\partial \mathbf{x}}; \quad \dot{\lambda}_p = -\frac{\partial H^*}{\partial \mathbf{p}}; \quad \dot{\lambda}_t = -\frac{\partial H^*}{\partial t}.$$

Следуя формализму принципа максимума, введем терминант (концевую функцию Лагранжа) рассматриваемой задачи оптимального управления. Так как в работе предполагается рассматривать оптимизационные проблемы, содержащие условия (типа равенств) на конечном числе промежуточных точек траектории динамической системы (КА с ЭРДУ), то в концевой блок задачи необходимо включить также условия вида (3). Тогда

$$l = \alpha_0 \left(\varphi(t_0, t_f, \mathbf{x}(t_0), \mathbf{x}(t_f), \mathbf{p}) + (y(t_f) - y(t_0))) + \mathbf{v}^T \Psi(t_0, \mathbf{x}(t_0), t_f, \mathbf{x}(t_f), \mathbf{p}) + \sum_{j=1}^{N_j} \mathbf{v}_j^T \Psi_j(t_j^-, \mathbf{x}(t_j^-), t_j^+, \mathbf{x}(t_j^+), \mathbf{p}) + \sum_{j=1}^{N_j} v'_j (t_j^+ - t_j^-) + \sum_{j=1}^{N_j} v^y_j (y(t_j^+) - y(t_j^-)) \right).$$

В приведенном выражении N_j – число промежуточных точек траектории (им соответствуют моменты времени t_j). Действительные числа и векторы α_0 , \mathbf{v} , \mathbf{v}_j , v'_j , v^y_j – т.н. числовые множители Лагранжа, общее число и размерность которых определяется в зависимости от условий вида (2) и (3). Согласно условиям основной теоремы принципа максимума, данные множители (числовые), в свою очередь, удовлетворяют следующим двум условиям неотрицательности и нетривиальности:

$$\alpha_0 \geq 0, \quad \alpha_0 + \|\mathbf{v}\|_E + \sum_{j=1}^{N_j} \|\mathbf{v}_j\|_E + \sum_{j=1}^{N_j} |v'_j| + \sum_{j=1}^{N_j} |v^y_j| > 0,$$

Выбор значения множителя Лагранжа при функционале задачи α_0 , как известно, обеспечивает нормировку сопряженных переменных. При этом выполнение условия нетривиальности обеспечивает $\|\lambda(t)\|_{BV} \neq 0$ всюду на Δ . На концах оптимальной траектории и в ее промежуточных точках должны выполняться следующие условия (условия трансверсальности):

$$\eta = \{t, y\}, \quad \zeta = \{\mathbf{x}, \mathbf{p}\}: \quad (7)$$

$$\lambda_\eta(t_0) = \frac{\partial l}{\partial \eta} \Big|_{t_0}, \quad \lambda_\eta(t_j^+) = \frac{\partial l}{\partial \eta} \Big|_{t_j^+}, \quad \lambda_\eta(t_f) = -\frac{\partial l}{\partial \eta} \Big|_{t_f}, \quad \lambda_\eta(t_j^-) = -\frac{\partial l}{\partial \eta} \Big|_{t_j^-},$$

$$\lambda_\zeta(t_0) = \frac{\partial l}{\partial \zeta} \Big|_{t_0}, \quad \lambda_\zeta(t_j^+) = \frac{\partial l}{\partial \zeta} \Big|_{t_j^+}, \quad \lambda_\zeta(t_f) = -\frac{\partial l}{\partial \zeta} \Big|_{t_f}, \quad \lambda_\zeta(t_j^-) = -\frac{\partial l}{\partial \zeta} \Big|_{t_j^-}.$$

Приведенные выражения (5) – (7) и следствия из них вместе составляют набор необходимых условий оптимальности для рассматриваемой задачи оптимального управления. При этом необходимо отметить, что, так как функция Понтрягина задачи (5) не зависит от переменной $y(t)$, то согласно уравнениям сопряженной системы $\lambda_y = \text{const}$, и из условий трансверсальности (7) следует, что $\lambda_y = -\alpha_0$. Дифференциальное уравнение относительно сопряженной переменной $\lambda_t(t)$ также может быть исключено из рассмотрения, так как оно не оказывает никакого влияния на решение задачи.

При рассмотрении каждой конкретной задачи траекторной оптимизации КА с ЭРДУ в ходе последующего изложения, условия оптимальности (5) – (7) и следствия из них каждый раз будут представлены в явном виде. Здесь же (в качестве примера) можно ограничиться условиями, непосредственно вытекающими из условий максимума и трансверсальности, которые позволяют (если это необходимо в конкретной рассматриваемой задаче), например, определить оптимальные промежуточные моменты времени t_j , или границы отрезка Δ в случае, если они заранее не задаются. Их можно представить в следующем наиболее общем виде:

$$\left. \begin{aligned} H^* \Big|_{t_0} + \frac{\partial l}{\partial t_0} = 0, \quad H^* \Big|_{t_f} - \frac{\partial l}{\partial t_f} = 0, \\ H^* \Big|_{t_j^+} - H^* \Big|_{t_j^-} + \frac{\partial \tilde{l}}{\partial t_j^+} + \frac{\partial \tilde{l}}{\partial t_j^-} = 0, \quad \tilde{l} = l - \sum_{j=1}^{N_j} v'_j (t_j^+ - t_j^-). \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Для определения оптимального значения какого-либо параметра p_j (элемента вектора \mathbf{p}), будут использоваться следующие простые условия (вытекающие из условий трансверсальности (7)): $\int_{\Delta} \frac{\partial H^*}{\partial p_j} dt = 0$. Если же неизвестный параметр p_j (или параметры) входит в функционал

рассматриваемой задачи, то приведенное ранее условие можно, например, заменить следующим,

по аналогии: $\frac{\partial l}{\partial p_j} \Big|_{t_0} = \int_{\Delta} \frac{\partial H^*}{\partial p_j} dt.$

Для всех рассматриваемых в диссертационной работе задач оптимального управления в качестве нормирующего множителя положим $\alpha_0 = 1$. Применение необходимых условий оптимальности принципа максимума в рассматриваемом случае сводит оптимизационную проблему к многоточечной краевой задаче для системы обыкновенных дифференциальных

уравнений. Как известно, решение данной задачи сводится к численному решению системы нелинейных уравнений вида

$$\mathbf{f}(\mathbf{z}) = \mathbf{0}, \quad \mathbf{z} \in \mathbf{R}^m. \quad (9)$$

Основная трудность решения системы уравнений (9) заключается в получении начального приближения – то есть в получении первой оценки неопределенных условий на одном конце, которая создает решение, близкое к указанным условиям на другом конце. Экстремальные решения, которые очень чувствительны к небольшим изменениям неутонченных граничных условий являются причиной этого значительного затруднения. Поскольку система уравнения для фазовых переменных и система уравнения Эйлера-Лагранжа связаны между собой, численное интегрирование с плохим приближением начальных условий приводит к «диким» траекториям в пространстве фазовых состояний. Эти траектории могут быть совершенно неприемлемыми, потому что значения $\mathbf{x}(t)$ и / или $\lambda(t)$ превышают числовой диапазон компьютера.

Для преодоления проблемы этой чувствительности был предложен ряд методов. Один довольно очевидный подход – начать итерационный процесс с хорошим начальным приближением. Основная идея рассматриваемых методов продолжения или гомотопии (работы В. Г. Петухова) состоит в том, чтобы последовательно решить несколько задач и использовать решение одной задачи как исходное предположение для слегка измененной последующей задачи.

Для решения системы уравнения (9) в настоящей диссертационной работе будет использоваться следующий известный прием. Вместо непосредственного решения системы нелинейных уравнений $\mathbf{f}(\mathbf{z})=\mathbf{0}$ будем рассматривать задачу минимизации следующей скалярной функции m переменных:

$$F(\mathbf{z}) = \frac{1}{2} \mathbf{f}(\mathbf{z}) \mathbf{f}^T(\mathbf{z}), \quad F: \mathbf{z} \in \mathbf{R}^m \rightarrow \mathbf{R}^1, \quad (9^*)$$

выражающей сумму квадратов невязок рассматриваемой краевой задачи (в общем случае – многоточечной). Очевидно, что $F(\mathbf{z})$ принимает только неотрицательные значения и ее нижняя грань равна нулю, причем она достижима только на тех значениях \mathbf{z}^* , для которых справедливо $\mathbf{f}(\mathbf{z}^*)=\mathbf{0}$. Для минимизации функции (9) всюду в диссертационной работе будем использовать численный метод СМАЕС. Если решение системы нелинейных уравнений (9) существует, то глобальный минимум (9*) равен нулю. Наша задача – найти этот глобальный минимум. Если существуют несколько решений, то следует найти все нулевые минимумы (9*) оценить решения по критерию оптимизации, и из них выбрать наилучшее решение.

Ниже представлена общая схема решения краевой задачи с использованием СМАЕС.

Вход: начальное приближение неизвестных параметров
Выход: фазовые и сопряженные переменные экстремальной траектории
Do While: Ошибка в краевых условиях задачи больше заданной точности
 Интегрирование траектории от t_0 до t_f ;
 вычисление невязки в краевых условиях задачи;
 обновление неизвестных параметров с помощью СМАЕС
End

В данной главе дается описание численного метода решения задач безусловной оптимизации, повсеместно используемого в рамках диссертационной работы для решения краевых задач принципа максимума, а также для задач поиска минимума скалярной функции нескольких переменных, возникающих при рассмотрении оптимизационной проблемы проектирования межпланетных траекторий со сложным маршрутом в импульсной постановке. При решении краевых задач принципа максимума в качестве минимизируемой рассматривается функция вида (9), выражающая сумму квадратов невязок для системы нелинейных уравнений вида (9*).

Важно отметить следующее. С помощью проведения соответствующих вычислений нетрудно установить, что для описанных типов задач поиска безусловного минимума скалярной функции n переменных характерна весьма сложная *многоэкстремальная* структура многообразия ее значений. Такое многообразие может быть изображено гиперповерхностью на

некотором множестве пространства \mathbf{R}^{n+1} , которое на практике ограничено. При этом в ряде случаев приходится довольствоваться одной лишь непрерывностью целевой функции на множестве ее аргументов. Все это вместе приводит к значительным сложностям поиска решения при использовании численных методов минимизации, использующих в своей основе оценки производных первого или второго порядка.

Общая условная классификация методов этой оценки включает в себя методы линейного поиска (градиентные, квазиньютоновские и т.д.) и методы доверительного интервала (гибридные алгоритмы на основе квазиньютоновских и градиентных, для которых характерно управление длиной шага посредством оценки точности локальной аппроксимации минимизируемой функции). Их эффективность в данном случае оказывается весьма невысока по следующим причинам. В своей основе данные методы, так или иначе, должны использовать локальную аппроксимацию целевой функции в некоторой сравнительно малой окрестности. Во-первых, это налагает достаточно жесткие требования к дифференцируемости рассматриваемой функции (для сходимости данных методов требуется дифференцируемость вплоть до производных второго порядка). Во-вторых, именно «локальная природа» этих методов не позволяет создать эффективный механизм управления шагом, позволяющий преодолевать сложную «топографию» многообразия значений целевой функции. Это означает, что их область сходимости всегда будет ограничена сравнительно небольшим регионом, для которого можно выявить преимущественно одну (локальную) структуру направлений убывания. Таким образом, при использовании методов линейного поиска или же методов, построенных на оценках доверительного интервала, вопрос о нахождении глобального экстремума целевой функции не возникает. При этом также крайне желательно достаточно точно оценивать производные, что, как оказывается, далеко не всегда представляет собой простую задачу.

В рамках настоящей работы предлагается использовать численный метод оптимизации, не являющийся локальным и не требующий оценки производных минимизируемой функции. В качестве основной информации, необходимой для построения и работы алгоритма данного численного метода, используются только вычисленные на каждой его итерации значения целевой функции (целевого функционала). Тем самым удается существенно понизить требования, предъявляемые непосредственно к минимизируемой функции. Это важно, т.к. отсутствие необходимости в оценке производных фактически понижает их только лишь до непрерывности (абсолютной) на некотором множестве в пространстве \mathbf{R}^n , отвечающем «зоне поиска» точки минимума. При этом сама «зона поиска» всегда может быть определена достаточно широкой для того, чтобы в должной мере исследовать сложную «топографию» многообразия значений минимизируемой функции, что позволяет рассматриваемому методу претендовать на глобальность.

В диссертационной работе в качестве основного численного метода минимизации используется алгоритм СМАЕС, предложенный Хансеном и Остермайером. Он представляет собой значительную модификацию ядра базовых алгоритмов, относящихся к эволюционным стратегиям (ES – Evolution Strategy). Для этого метода характерна значительная «дерандомизация» (т.е. исключение случайности выбора, детерминированный выбор) основных параметров его «управления». Таким образом, осуществляется максимально возможное исключение случайных факторов из применяемых в алгоритме механизмов выбора длины шага и определения его направления. При этом понятия величины шага и выбора его направления в рассматриваемом методе следует понимать не в привычном нам «локальном» ключе, как в случае с использованием оценки производных в численных методах оптимизации, а в «условно глобальном», при котором итеративно происходит трансформация «зоны поиска», заданной на начало работы алгоритма.

Стоит отметить, что одним из основных механизмов, предложенных авторами и эффективно реализующих описанную трансформацию «зоны поиска», является итеративная адаптация ковариационной матрицы (СМА - Covariance Matrix Adaptation). Последняя характеризует облако «рассеяния» признаков каждой отдельной особи в популяции (т.е. ее *фенотип*) при генерации каждого последующего поколения. Тем самым фактически реализуется концепция «управления мутацией», несколько противоречащая естественным механизмам биологической эволюции.

В отличие от генетических алгоритмов и различных их модификаций, эволюционные стратегии в целом позволяют несколько проще и более направленно воспроизводить естественные процессы генерации новых поколений. В ходе этих процессов происходит постепенное (от поколения к поколению) закрепление некоторого выбираемого «наследственного признака», формально определяющего *фенотип* отдельной особи в популяции, и для этой цели эффективно используются известные механизмы генетики и общей биологии: *мутация*, *селекция* и (в меньшей степени) *рекомбинация*. Процессы селекции и рекомбинации формально позволяют выявить такие особи популяции, потомство которых должно обеспечить закрепление целевого признака при генерации следующего поколения, либо выявить те особи в текущем поколении, для которых обеспечивается наилучшее значение так называемой «функции приспособленности». Под «функцией приспособленности» обычно подразумевается некоторое качественное свойство или отдельный признак, характерный для каждой отдельной особи рассматриваемой популяции.

При этом процессы селекции и рекомбинации в целом можно описать с помощью использования различных моделей. Они могут быть как условно детерминированными, т.е. полученными из некоторых опытных или же эвристических соображений (например, при рассмотрении естественных процессов в биологии), или чисто случайными. Процесс мутации особей популяции при переходе от поколения к поколению всегда представляется чисто стохастическим, так как в биологии не существует естественных механизмов «управляемой» мутации. Вследствие этого отклонение (девиация) каких либо признаков отдельной особи популяции (при последовательной генерации потомков) может быть описано случайным вектором или числом и, как правило, моделируется в численных алгоритмах с помощью обычного нормального распределения (и его многомерного варианта).

В рассматриваемом эволюционном процессе мутация может обеспечивать увеличение вероятности закрепления найденных ранее «удачных» (с точки зрения значения функции приспособленности) признаков особи популяции в фенотипе особей следующего поколения. Таким образом, исходя из приведенных выше и преимущественно эвристических соображений, можно говорить о попытках создания некоторого «условно управляемого» эволюционного процесса, конечной целью которого является улучшение функции приспособленности особей популяции за конечное число поколений. При этом должна быть выработана некоторая *эволюционная стратегия*, определяющая и регулирующая рассматриваемые механизмы биологической эволюции. Следовательно, имея возможность полноценного «управления» процессами селекции, рекомбинации и мутации, можно выработать более «детерминированный» эволюционный процесс, максимально исключив из него случайные факторы при воспроизведении естественных механизмов биологической эволюции от поколения к поколению.

Рассматриваемый в настоящей работе алгоритм CMAES представляет собой модификацию эволюционной стратегии, в которой в полной мере реализованы приведенные выше эвристические соображения. Так, предложенная авторами схема адаптации матрицы ковариаций решает проблему практической реализации «управляемой» мутации. В процессе работы алгоритма это фактически приводит к повышению вероятности включения найденного удачного набора признаков в фенотип особей следующего поколения. Чтобы дать краткое, но достаточное для понимания основной структуры и сути рассматриваемого численного алгоритма (CMAES) описание, сначала приводятся некоторые вспомогательные положения, важные для практической реализации алгоритма.

Далее описан «основной шаг» рассматриваемого численного алгоритма модифицированной эволюционной стратегии, реализующего рассмотренный принцип «условно детерминированного» эволюционного процесса. При этом используются механизмы управления «направленной» мутации для набора признаков (фенотипа) особей популяции. Совместно с эффективным механизмом *селекции* они образуют мощный инструмент для построения (и отслеживания) множества *нелокальных направлений убывания* для функции приспособленности, т.е. для минимизируемой функции $f(\mathbf{x})$. Последнее здесь особенно важно, так как именно отмеченная *нелокальность* непосредственно определяет «глобальные» возможности рассматриваемого численного метода оптимизации. Отметим, что практически

все методы оптимизации в рамках своей окончательной формализации так или иначе используют одни и те же базовые понятия и определения. Среди них особое место занимают понятия *длины шага* и его *направления*. Например, рассматривая вопросы, связанные с получением необходимых условий оптимальности в рамках общей теории экстремальных задач, и, опираясь фактически на чисто «локальные» понятия (такие как *производная*), мы зачастую сталкиваемся с необходимостью введения некоторых дополнительных вспомогательных и весьма специфичных понятий и категорий. Типичным примером является выделение так называемого *пространства направлений*, элементы которого образуют некоторые характерные множества – *множества направлений*. Эти множества комплексно отражают интересующее нас поведение исследуемой на экстремум функции (т.е. *убывание или возрастание*) в некоторой локальной и, по существу, всегда *ограниченной* области.

Таким образом, формируется основной понятийный аппарат в теории экстремальных задач. При этом мы одновременно получаем понятие длины шага и направления в строго «локальном» смысле. Данный понятийный аппарат практически без изменений переносится в плоскость рассмотрения численных методов оптимизации, построение которых основано на итеративном использовании того или иного механизма, осуществляющего выбор *направления* шага и его *длины*. При этом, ввиду общности введенного понятийного аппарата, в большинстве классических численных методов оптимизации (методах линейного поиска, доверительной области и т.д.) при их построении используются «локальные средства». Рассматриваемый в настоящей работе численный алгоритм безусловной оптимизации СМАЕС в своем построении также использует тот же базовый понятийный аппарат, то есть применительно к нему можно выделить те же стандартные понятия *длины шага* и его *направления*. Но при этом он выгодно отличается от большинства известных «классических» численных алгоритмов минимизации функции тем, что в рассматриваемом случае данные понятия уже не являются локальными, и для их определения используются специфические механизмы, в основе которых лежат чисто эвристические соображения. Таким образом, в рамках рассматриваемого метаэвристического алгоритма можно рассматривать понятия длины шага и его направления в некотором «условно глобальном» или же «квазиглобальном» смысле. При этом следует избегать термина глобальный, как характеристику анализируемого метода так как для работы описываемого алгоритма на практике (как и для любого другого) всегда приходится ограничить «область поиска» решения.

Рассмотрим реализацию механизмов итеративного выбора *направления* и определения *длины шага* в рамках рассматриваемого алгоритма эволюционной стратегии. Используя свойство устойчивости многомерного нормального распределения относительно линейных преобразований (т.е. аддитивность и однородность), определяющий фенотип каждой отдельной особи популяции в следующем $(g+1)$ -ом поколении можно представить следующим образом:

$$\mathbf{x}^{(g+1)}_j \sim \mathbf{m}^{(g)} + \sigma^{(g)} N(\mathbf{0}, C^{(g)}), \quad j=1 \dots \lambda. \quad (10)$$

Здесь $N(\mathbf{0}, C^{(g)})$ – нормальное распределение случайного вектора, центрированное относительно $\mathbf{0}$, $\sigma^{(g)} \in \mathbf{R}_+ \setminus \{0\}$ – масштабирующий (скалярный, строго положительный) множитель, или «обобщенное стандартное отклонение» (по терминологии авторов алгоритма). Как это следует из выражения (10), параметр $\sigma^{(g)}$ напрямую «масштабирует» облако распределения случайного вектора (что позволяет пропорционально изменять длины полуосей соответствующего гиперэллипсоида). Индекс j соответствует номеру каждой отдельной особи популяции, чей набор признаков (фенотип) в следующем поколении определяется посредством (10). Всего популяция насчитывает λ особей, их число остается неизменным при переходе от поколения к поколению.

Ясно, что основными параметрами, полностью определяющими основной шаг алгоритма, является тройка $(\mathbf{m}^{(g)}, C^{(g)}, \sigma^{(g)})$. При каждой следующей итерации, т.е. при генерации набора признаков особей следующего поколения с помощью выражения (10), требуется каким-то образом производить их *обновление*. Единственно возможный путь реализации процесса обновления заключается в проведении некоторой *апостериорной* оценки, с использованием при этом только единственной доступной информации о значениях функции

приспособленности для текущего поколения особей популяции. Последнее и определяет связи между основными управляющими параметрами алгоритма ($\mathbf{m}^{(g)}$, $C^{(g)}$, $\sigma^{(g)}$).

В целом, приведенное общее описание для базового шага алгоритма можно упрощенно проиллюстрировать следующей схемой, представленной на рисунке 1.

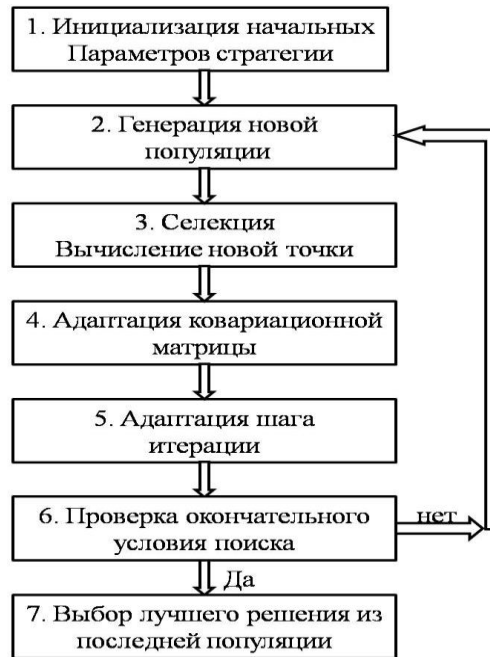


Рисунок 1 Упрощенная схема алгоритма рассматриваемой эволюционной стратегии с адаптацией параметров распределения. Показаны основные этапы, формирующие базовый шаг алгоритма.

Перейдем к описанию процессов *обновления* (или же *адаптации*) для тройки управляющих параметров ($\mathbf{m}^{(g)}$, $C^{(g)}$, $\sigma^{(g)}$) рассматриваемого алгоритма эволюционной стратегии в рамках его базового шага. С помощью выражения (10) в генерируемой для каждого g -ого поколения популяции из λ особей происходит отбор (*селекция*) *лучших*, «элитных» особей μ (естественно, $\mu < \lambda$). Набор их признаков (фенотип) обладает наилучшим значением функции приспособленности для данного поколения популяции. Именно элитные особи должны дать «потомство», чтобы закрепить найденный удачный набор признаков в следующем $(g+1)$ -ом поколении. При этом предполагается, что общее количество особей в популяции не изменяется при переходе от поколения к поколению и по размеру всегда равно λ . Реализация подобного механизма отбора в структуре алгоритма обеспечивается с помощью *смещения* оценки математического ожидания для набора признаков особей следующего поколения популяции $\mathbf{m}^{(g)} \rightarrow \mathbf{m}^{(g+1)}$ на основе информации о значениях функции приспособленности у выявленных μ элитных особей. Последнее осуществляется следующим образом: при каждом *обновлении* значения $\mathbf{m}^{(g)}$ для векторов вида $\mathbf{x}_{i:\lambda}$, отвечающих наборам признаков элитных особей популяции, вычисляется их *средневзвешенное значение* $\mathbf{m}^{(g+1)}$. Далее оно используется для смещения центра распределения при генерации следующего поколения из λ особей. Для вычисления *средневзвешенного* $\mathbf{m}^{(g+1)}$ авторы алгоритма предлагают использовать следующие выражения:

$$\left. \begin{aligned}
 &\mathbf{m}^{(g)} \rightarrow \mathbf{m}^{(g+1)}: \\
 &\mathbf{m}^{(g+1)} = \sum_{i=1}^{\mu} \omega_i \cdot \mathbf{x}_{i:\lambda}^{(g+1)}, \\
 &\omega_i \geq 0, \quad \sum_{i=1}^{\mu} \omega_i = 1, \\
 &\omega_i = \frac{\omega'_i}{\sum_{k=1}^{\mu} \omega'_k}, \quad \omega'_i = \ln(\mu + 0.5) - \ln(i).
 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

В приведенном выражении (11) векторы вида $\mathbf{x}_{i:\lambda}^{(g+1)}$ ($i \leq \mu$) соответствуют набору признаков отдельных элитных особей (μ особей) популяции. Их можно определить при помощи простой сортировки по убыванию значений функции приспособленности:

$$\left. \begin{aligned}
S^{(g+1)} &= \bigcup_{j=1}^{\lambda} \mathbf{x}_j^{(g+1)}, \\
\mathbf{x}_{i:\lambda}^{(g+1)} &= \arg \min_{\mathbf{x}_j^{(g+1)} \in S^{(g+1)}} f(\mathbf{x}_j^{(g+1)}), \\
\forall i : i \in \mathbb{N} \setminus \{1\}, i \leq \mu &\Rightarrow \\
S^{(g+1)} &= S^{(g+1)} \setminus \{\mathbf{x}_{i-1:\lambda}^{(g+1)}\} \\
\mathbf{x}_{i:\lambda}^{(g+1)} &= \arg \min_{\mathbf{x}_j^{(g+1)} \in S^{(g+1)}} f(\mathbf{x}_j^{(g+1)}),
\end{aligned} \right\}$$

Здесь множество $S^{(g+1)}$ состоит из отдельных наборов признаков (векторов \mathbf{x}_j) для рассматриваемой популяции из λ особей. Веса ω_i , входящие в выражение (11), подобраны специальным образом так, чтобы обеспечить экспоненциальный характер «влияния» фенотипа $\mathbf{x}_{i:\lambda}^{(g+1)}$ *наилучших особей среди μ элитных* при формировании значения $\mathbf{m}^{(g+1)}$. Другими словами, центр распределения $\mathbf{m}^{(g+1)}$ всегда будет ощутимо смещаться в сторону тех элитных особей, для которых значение функции приспособленности является наименьшим в текущем $(g+1)$ -ом поколении популяции. Это обеспечивается близким к экспоненциальному росту значений весов ω_i по мере убывания номера i ($i \leq \mu$) для отобранных наборов признаков элитных особей $\mathbf{x}_{i:\lambda}^{(g+1)}$, которые отсортированы по убыванию функции приспособленности.

Механизм обновления (*адаптации*) ковариационной матрицы C в рамках кратко описанного ранее базового шага алгоритма осуществляется так. Этап обновления параметров распределения, описываемый выражением (10), представляется наиболее важным, т.к. именно адаптация матрицы C обеспечивает реализацию механизма «направленной» мутации, что наравне с механизмом «направленной» селекции делает в принципе возможной реализацию «условно детерминированного» эволюционного процесса. С точки зрения формализации рассматриваемого численного алгоритма процедура адаптации ковариационной матрицы (как и обновление параметра \mathbf{m}) в первую очередь позволяет задать некоторый эквивалент направлению шага приращения векторного аргумента \mathbf{x} минимизируемой функции. На практике это обеспечивается посредством ориентации облака распределения случайного вектора (\mathbf{x}) по направлению нелокального убывания целевой функции.

Очевидно, что для обновления ковариационной матрицы $C^{(g)} \rightarrow C^{(g+1)}$ необходимо использовать единственную доступную информацию о наборе признаков особей популяции $(g+1)$ -ого поколения, а именно отвечающие им значения функции приспособленности (как и ранее на этапе селекции $\mathbf{m}^{(g)} \rightarrow \mathbf{m}^{(g+1)}$). На основе данной информации необходимо определить направленную оценку (по терминологии авторов алгоритма – «*направленный эстиматор*») ковариационной матрицы $C^{(g+1)}$. Используя её, с помощью выражения (10) при генерации набора признаков для особей следующего поколения популяции, можно увеличить вероятность проявления ранее обнаруженных удачных признаков. В работах авторов рассматривалось несколько возможных вариантов построения такого *направленного эстиматора*. Например, один из самых простых – вычислять ковариационную матрицу $C^{(g+1)}$ согласно ее определению:

$$C^{(g+1)} = \frac{1}{\lambda} \sum_{j=1}^{\lambda} (\mathbf{x}_j^{(g+1)} - \mathbf{m}^{(g)}) (\mathbf{x}_j^{(g+1)} - \mathbf{m}^{(g)})^T.$$

Очевидно, что данный вариант «эстиматора» $C^{(g+1)}$ не имеет *направленности*, так как не использует информацию о значениях функции приспособленности для текущего поколения популяции. Поэтому он является неудовлетворительным с точки зрения возможного применения в составе алгоритма. Для формирования надлежащей «*направленности*» эстиматора кажется вполне естественным и очевидным вновь обратиться к опробованной ранее (при *селекции*) схеме с «элитными» особями (μ), выявляемыми апостериорно. В итоге авторами чисто эмпирическим путем был получен следующий способ вычисления «направленного эстиматора» ковариационной матрицы $C^{(g+1)}$:

$$C_{\mu}^{(g+1)} = \sum_{i=1}^{\mu} \omega_i (\mathbf{x}_{i:\lambda}^{(g+1)} - \mathbf{m}^{(g)}) (\mathbf{x}_{i:\lambda}^{(g+1)} - \mathbf{m}^{(g)})^T. \quad (12)$$

В приведенном выражении (12) весовые коэффициенты ω_i определяются все так же согласно выражениям (11). Видно, что представленный эстиматор $C_{\mu}^{(g+1)}$ в полной мере использует информацию о значениях целевой функции, так как при его определении используются наборы признаков $\mathbf{x}_{i:\lambda}^{(g+1)}$, отвечающие элитным особям. При этом происходит дополнительное *усиление* направленной деформации гиперэллипсоида облака распределения, которое характеризует девиацию набора признаков каждой отдельной особи популяции от некоторого центрирующего значения $\mathbf{m}^{(g)}$. Это осуществляется с помощью весовых коэффициентов ω_i , по *направлению* векторов $\mathbf{x}_{i:\lambda}^{(g+1)}$ с наименьшими значениями индекса i , так же как при вычислении смещения $\mathbf{m}^{(g)} \rightarrow \mathbf{m}^{(g+1)}$. Тем самым и реализуется механизм отслеживания нелокальных направлений убывания целевой функции. Это можно легко проиллюстрировать изображениями, приведенными на рисунке 2. Вместе они отражают базовый шаг рассматриваемого нами алгоритма эволюционной стратегии с адаптацией параметров распределения.

В левой части рисунка 2 представлено облако распределения случайного вектора \mathbf{x} , отражающего девиацию набора признаков особей относительно некоторого центрированного значения $\mathbf{m}^{(0)}$ (показано «жирным» крестиком). Представленное распределение изотропно, т.е. поверхность гиперэллипсоида равной плотности распределения представляет собой гиперсферу. Это обусловлено тем, что при генерации первого поколения популяции особей в качестве ковариационной матрицы $C^{(g)}$ всегда используется единичная, умноженная на некоторый масштабирующий скалярный множитель $\sigma^{(g)}$. Фактически этим задается начальная область поиска Q , что характерно исключительно для *первого шага* алгоритма (т.е. генерации первого поколения), но никак не уменьшает общность структуры входящих в него операций. Для перехода к генерации набора признаков особей следующего поколения популяции необходимо обновить (адаптировать) параметры распределения в выражении (10), т.е. $\mathbf{m}^{(0)} \rightarrow \mathbf{m}^{(1)}$, $C^{(0)} \rightarrow C^{(1)}$, $\sigma^{(0)} \rightarrow \sigma^{(1)}$. Для этого из полученного изотропного распределения отбирается (селекция) μ векторов $\mathbf{x}_{i:\lambda}^{(1)}$ (наборы признаков), соответствующих «элитным» особям, для которых значения функции приспособленности оказываются наилучшими. После этого с помощью выражений (11) и (12), на практике реализующих механизмы «направленной» *селекции* и «направленной» *мутации*, происходит переопределение параметров \mathbf{m} и C .

Результатом являются направленное смещение математического ожидания и направленная деформация эллипсоида распределения (вместе с переориентацией его осей в общем случае) по направлению убывания целевой функции. Последнее показано в центральной части рисунка 2. На всех трех приведенных изображениях тонкие пунктирные линии соответствуют изолиниям значения минимизируемой функции (линейной в рассматриваемом примере). После окончания базового шага алгоритма и завершения процедуры адаптации параметров распределения с помощью выражения (10) можно будет сгенерировать новый набор признаков для λ особей популяции (т.е. для потомства элитных особей). При этом, как показано в правой части рисунка 2, происходит закрепление в следующем поколении популяции наилучших найденных наборов признаков особей. Помимо этого увеличивается вероятность того, что потомство унаследует от своих родителей общую положительную динамику развития набора признаков. Именно это отражено в направленном смещении математического ожидания и соответствующей деформации гиперэллипсоида облака распределения случайного вектора. Последнее приводит к увеличению числа особей популяции, для которых девиация компонент случайного вектора, определяющего их фенотип, скоррелирована с характерными направлениями целевой функции. Начиная с генерации нового поколения популяции базовый шаг алгоритма повторяется. Итерационный процесс (при переходе от поколения к поколению) продолжается до срабатывания заданного критерия останова (их, как правило, несколько). Об этом и о механизме обновления «глобального шага» $\sigma^{(g)}$ будет сказано в ходе дальнейшего изложения.

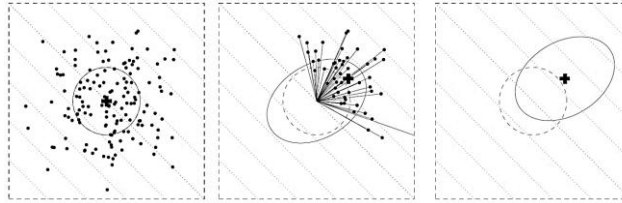


Рисунок 2 Обновление управляющих параметров распределения ($m^{(g)}$, $C^{(g)}$) в ходе базового шага алгоритма. На приведенных изображениях, построенных на плоскости изолиний целевой функции (линейной в рассматриваемом примере), показано: математическое ожидание (толстый «жирный» крестик) для набора признаков отдельных особей популяции (точки на плоскости); гиперэллипсоиды облака распределения случайного вектора (тонкие сплошные линии), определяющие форму данных эллипсоидов, отвечают равному значению плотности вероятности многомерного нормального распределения. На левом рисунке показано первое поколение популяции, характеризуемое изотропным облаком распределения случайного вектора. В центре изображены процессы направленного смещения математического ожидания (селекции) и адаптации ковариационной матрицы (деформация эллипсоида распределения), основанные на информации о значениях целевой функции в точках, отвечающих «элитным» особям. Представлен механизм отслеживания *направлений*. В правой части рисунка изображены адаптированные параметры распределения, которые будут использованы при генерации фенотипа особей следующего поколения. Видно, что потомство элитных особей с большей вероятностью унаследует удачный набор признаков. При этом возрастет и число особей, девиация фенотипа которых скоррелирована с направлением убывания целевой функции.

В целом, на данном этапе заканчивается общее описание базового шага алгоритма и соответствующих ему этапов адаптации параметров распределения, отражающих процессы «направленных» (или управляемых) селекции и мутации. Остается пока нераскрытым вопрос только об эффективном управлении масштабирующим параметром $\sigma^{(g)}$ (длиной «глобального» шага), которое напрямую определяет сходимость метода (общую и локальную). Для его решения авторы алгоритма предлагают дальнейшее усовершенствование процедур адаптации управляющих параметров ($C^{(g)}$, $\sigma^{(g)}$), используя для этого эвристические соображения, в той или иной степени реализующие процессы обучения. Кроме того, реализация текущей версии алгоритма требует проведения достаточно большого объема вычислений минимизируемой функции, т.к. качество описываемых процессов итеративной *адаптации* управляющих параметров распределения напрямую зависит от количества особей популяции, от числа элитных особей и т.д. Здесь под «качеством» мы понимаем точность полученных оценок средневзвешенного $m^{(g+1)}$ и направленного эстиматора $C_{\mu}^{(g+1)}$.

Основным общим недостатком всех метаэвристических алгоритмов, в том числе рассматриваемого численного метода оптимизации, является значительное число потребных вычислений функции. Для того, чтобы нивелировать этот недостаток, требуется максимально использовать накопленную информацию о ранее сделанных удачных шагах алгоритма, т.е. использовать эффект *кумуляции*, или *накопления*. При реализации данного подхода с целью обновления параметров ($C^{(g)}$, $\sigma^{(g)}$) авторы алгоритма предлагают использовать несколько независимых механизмов простого «обучения». Первый из них предполагает использование всей доступной информации, накопленной в ходе эволюционного процесса. Так, например, можно использовать следующее простое выражение для оценки направленного эстиматора ковариационной матрицы:

$$C^{(g+1)} = \frac{1}{g+1} \sum_{i=0}^g \frac{1}{(\sigma^{(i)})^2} C_{\mu}^{(i+1)}. \quad (13)$$

Видно, что «отмасштабированные» оценки для направленного эстиматора C_{μ} , найденные на предыдущих поколениях популяции, фактически просто суммируются с равными «весами». Интуитивно понятно, что накопленная в ходе g -ых поколений информация в данном случае не должна иметь *равный вес*. Здесь можно воспользоваться следующей аналогией с локальными методами: в близкой окрестности решения направление шага метода изменяется не так сильно, как, например, в начале работы алгоритма. Таким образом, для рассматриваемого *нелокального* метода, в котором преимущественные направления убывания целевой функции могут быть определены достаточно быстро (на первых поколениях популяции), можно использовать

аналогичный механизм «стабилизации» направлений. Этот механизм состоит в смещении веса информации, применяемой для оценки ковариационной матрицы, в сторону предпоследних поколений эволюционного процесса. Подобное смещение «веса» при оценке матрицы $C^{(g+1)}$ (стабилизирующее «актуальное» направление убывания) использовано в следующей «модификации» приведенного ранее выражения (13):

$$\left. \begin{aligned} C^{(g+1)} &= (1 - c_{\text{cov}})C^{(g)} + c_{\text{cov}} \frac{1}{(\sigma^{(g)})^2} C_{\mu}^{(g+1)} = \\ &= (1 - c_{\text{cov}})C^{(g)} + c_{\text{cov}} \sum_{i=1}^{\mu} \omega_i \mathbf{y}_{i:\lambda}^{(g+1)} \mathbf{y}_{i:\lambda}^{(g+1)\text{T}}, \\ \mathbf{y}_{i:\lambda}^{(g+1)} &= (\mathbf{x}_{i:\lambda}^{(g+1)} - \mathbf{m}^{(g)}) / \sigma^{(g)}. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

В приведенном выражении весовой коэффициент c_{cov} , $0 \leq c_{\text{cov}} \leq 1$ непосредственно характеризует степень использования информации с предыдущего поколения при оценке направленного эстиматора ковариационной матрицы. Выбор и обновление данного параметра представляется весьма существенным для рассматриваемого численного метода оптимизации. Авторы алгоритма отмечают независимость выбора значения c_{cov} от вида минимизируемой функции, и предлагают в процессе алгоритма определять его следующим образом:

$$c_{\text{cov}} = \min(\mu_{\text{eff}}, n^2) / n^2.$$

Данная оценка для параметра c_{cov} подобрана авторами на основе анализа результатов работы алгоритма при исследовании на минимум выпукло-квадратичных функций. В работах авторов показано, что, применяя выражение (14) для последовательного обновления направленного эстиматора ковариационной матрицы $C^{(g+1)}$, удается достаточно сильно снизить число особей в популяции без ощутимой потери качества ее оценки.

Также для повышения качества оценки направленного эстиматора с помощью выражения (14) при общем *снижении численности популяции* авторы алгоритма предлагают использовать концепцию т.н. *эволюционного пути*. Она основана на использовании накопления (кумуляции) информации о ранее выполненных «удачных» смещениях вектора математического ожидания $\mathbf{m}^{(g)} \rightarrow \mathbf{m}^{(g+1)}$. Основная «идея» данной концепции базируется на использовании *направления смещения* $\mathbf{m}^{(g)} \rightarrow \mathbf{m}^{(g+1)}$ при формировании ориентации гиперэллипсоида облака рассеяния случайного вектора. Это означает, что «направленность» эстиматора ковариационной матрицы $C^{(g+1)}$ должна быть согласована с *направлениями смещения* $\mathbf{m}^{(g)} \rightarrow \mathbf{m}^{(g+1)}$. Последнее также является эффективным механизмом «стабилизации» общего направления шага приращения рассматриваемого алгоритма при малом числе особей в популяции. Итак, в качестве такого *эволюционного пути* будем рассматривать *вектор* $\mathbf{p}_C \in \mathbf{R}^n$, который при переходе от поколения к поколению определяется следующим образом:

$$\mathbf{p}_C^{(g+1)} = (1 - c_c) \mathbf{p}_C^{(g)} + \sqrt{c_c (2 - c_c)} \mu_{\text{eff}} \frac{\mathbf{m}^{(g+1)} - \mathbf{m}^{(g)}}{\sigma^{(g)}}, \quad (15)$$

где $\mathbf{p}_C^{(g)}$ – *эволюционный путь* в g -ом поколении, c_c – параметр обучения (весовой коэффициент) эволюционного пути, как и ранее $0 \leq c_c \leq 1$. Начальное значение вектора $\mathbf{p}_C^{(0)}$ принимается равным $\mathbf{0}$. Выражение вида

$$\sqrt{c_c (2 - c_c)} \mu_{\text{eff}}$$

представляет собой т.н. *нормализующий коэффициент* (или *масштабирующий коэффициент*), который подбирается так, чтобы в процессе выполнения шагов алгоритма вектор $\mathbf{p}_C^{(g)}$ всегда «содержался» в границах облака распределения $N(\mathbf{0}, C^{(g)})$. Для эффективного определения значения параметра c_c можно использовать следующее простое выражение: $c_c = 4 / (4 + n)$. Таким образом, применяя концепцию *эволюционного пути*, авторы алгоритма предлагают следующее окончательное выражение для эффективной оценки направленного эстиматора ковариационной матрицы $C^{(g+1)}$, полученное на основе (14) и используемое при рассмотрении популяции с малым числом особей:

$$C^{(g+1)} = \left. \begin{aligned} & (1 - c_{\text{cov}})C^{(g)} + c_{\text{cov}} \left(1 - \frac{1}{\mu_{\text{cov}}} \right) \sum_{i=1}^{\mu} \omega_i \mathbf{y}_{i,\lambda}^{(g+1)} \left(\mathbf{y}_{i,\lambda}^{(g+1)} \right)^T + \\ & + \frac{c_{\text{cov}}}{\mu_{\text{cov}}} \mathbf{p}_C^{(g+1)} \left(\mathbf{p}_C^{(g+1)} \right)^T, \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Здесь в качестве весового коэффициента μ_{cov} авторы предлагают использовать значение оценки μ_{eff} . Представленное выражение (16) обеспечивает эффективное отслеживание нелокальных направлений убывания минимизируемой функции и при этом не требует проведения значительного объема вычислений, т.к. число особей популяции может быть выбрано относительно небольшим. Последнее особенно выделяет рассматриваемую в диссертационной работе модификацию алгоритма эволюционной стратегии с описанным механизмом адаптации ковариационной матрицы (СМАЕС) среди прочих метаэвристических алгоритмов. Преимущества данной модификации состоят в следующем: 1) при сравнительно малом количестве имеющейся информации о значениях целевой функции она позволяет без потери «глобальности» эффективно отслеживать ее направления убывания; 2) «искусственная стабилизация» направления шага приращения метода позволяет увеличить скорость его сходимости к решению.

Теперь остается кратко описать предлагаемый авторами алгоритма механизм *обновления (адаптации)* «масштабирующего» параметра распределения $\sigma^{(g)}$, фактически определяющего длину «глобального» шага для рассматриваемого численного метода оптимизации. Для этого также предполагается использовать концепцию эволюционного пути. В данном случае вводится понятие *сопряженного эволюционного пути*, который описывается следующим вектором $\mathbf{p}_\sigma \in \mathbf{R}^n$:

$$\mathbf{p}_\sigma^{(g+1)} = (1 - c_\sigma) \mathbf{p}_\sigma^{(g)} + \sqrt{c_\sigma (2 - c_\sigma) \mu_{\text{eff}}} \left(C^{(g)} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\mathbf{m}^{(g+1)} - \mathbf{m}^{(g)}}{\sigma^{(g)}}, \quad (17)$$

где, $\mathbf{p}_\sigma^{(0)} = \mathbf{0}$, а весовой коэффициент $c_\sigma < 1$. Использование в приведенном выражении матрицы $(C^{(g)})^{-1/2}$ фактически позволяет трансформировать (или же нормализовать) вектор \mathbf{p}_σ , так, чтобы он принадлежал распределению $N(\mathbf{0}, I)$. Далее используется эмпирическое предположение о том, что длину шага не требуется менять только в том случае, когда предыдущие шаги алгоритма $\sim \frac{\mathbf{m}^{(g+1)} - \mathbf{m}^{(g)}}{\sigma^{(g)}}$ оказываются никак не *скореллированы*. В качестве оценки потребности

изменения параметра σ можно воспользоваться следующим выражением, фактически отражающим корреляцию между длиной вектора \mathbf{p}_σ (19) и математическим ожиданием для длин случайных векторов из распределения $N(\mathbf{0}, I)$:

$$\ln \sigma^{(g+1)} = \ln \sigma^{(g)} + \frac{c_\sigma}{d_\sigma \mathbf{E} \|N(\mathbf{0}, I)\|} \left(\|p_\sigma^{(g+1)}\| - \mathbf{E} \|N(\mathbf{0}, I)\| \right),$$

где d_σ – демпфирующий параметр, регулирующий скорость изменения величины $\sigma^{(g)}$. Параметры c_σ и d_σ были подобраны авторами алгоритма чисто эмпирическим путем. Полученное выражение можно представить в более удобной форме:

$$\sigma^{(g+1)} = \sigma^{(g)} \exp \left(\frac{c_\sigma}{d_\sigma} \left(\frac{\|p_\sigma^{(g+1)}\|}{\mathbf{E} \|N(\mathbf{0}, I)\|} - 1 \right) \right) \quad (18)$$

Таким образом, выражение, записанное в форме (20), используется в качестве основного механизма адаптации «глобального» шага метода. На этом мы заканчиваем описание механизмов *адаптации* трёх основных параметров распределения ($\mathbf{m}^{(g)}$, $C^{(g)}$, $\sigma^{(g)}$) в рамках основного шага рассматриваемой эволюционной стратегии, а вместе с тем и описание самого алгоритма.

Общие замечания по методу СМАЕС

Эффективность применения данного метода для рассматриваемых в диссертационной работе оптимизационных проблем механики космического полета заключается в следующем.

Во-первых, этот метод не является *локальным*, и в результате решения можно надеется на нахождение *глобального оптимума*. Это будет зависеть от целого ряда факторов, и основными являются: надлежащее определение первоначальных границ

области поиска решения Q и количество особей популяции λ . Последнее является стандартной трудностью для всех метаэвристических алгоритмов. Но за счет использования в процессе итеративного решения задачи ряда интересных механизмов управления основными параметрами шага алгоритма рассматриваемый метод может позволить выйти за пределы начальной области поиска решения. Эти механизмы реализуют условно детерминированное отслеживание характерных нелокальных направлений для целевой функции и эффективный выбор длины «глобального» шага. К тому же предложенные авторами алгоритма механизмы обновления трех ключевых параметров базового шага метода не требуют значительного размера популяции, т.к. снижение количества особей в популяции в целом не приводит к качественному ухудшению информации о значениях минимизируемой функции

Во-вторых, при решении известных оптимизационных проблем механики космического полета мы достаточно часто сталкиваемся с высокой чувствительностью сходимости в зависимости от выбора начального приближения. Это, в свою очередь, приводит к многочисленным отказам при использовании классических (как правило, локальных) численных методов. Используемый в работе метод показал хорошую вычислительную устойчивость и продемонстрировал сходимость даже в случае абсолютно произвольного начального приближения.

Основное преимущество метода СМАЕС по сравнению с другими модификациями алгоритма эволюционной стратегии, а также с метаэвристическими алгоритмами в целом, заключается в том, что он в своей структуре фактически использует классический и притом строго детерминированный аппарат, характерный для локальных численных методов оптимизации (с качественной точки зрения). Последнее реализовано в структуре алгоритма СМАЕС отслеживанием «глобальных» направлений убывания целевой функции и эффективным механизмом выбора длины «глобального» шага приращения.

В данной главе для сравнительного анализа эффективности разных численных методов оптимизации рассматривается задача оптимизации траектории перелета КА с идеально-регулируемой ЭРДУ к Марсу. Математическая модель, описывающая движение КА, имеет следующий вид:

$$\dot{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \mathbf{V} \\ -\frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} + \frac{T}{m} \mathbf{u} \\ -\frac{T^2}{2P} \end{bmatrix} \quad \text{Где } \mathbf{X} = [\mathbf{r} \quad \mathbf{V} \quad m]^T, \mathbf{r} = [x \quad y \quad z]^T, \mathbf{V} = [v_x \quad v_y \quad v_z]^T. \mathbf{r} - \text{вектор положения КА, } \mathbf{V} - \text{вектор скорости КА, } \mathbf{X} - \text{вектор состояния КА, } \mu - \text{гравитационная константа Солнца, } T - \text{величина тяги ЭРДУ, } m - \text{масса КА, } P - \text{реактивная мощность двигателя, } \mathbf{u} - \text{орт направления вектора тяги.}$$

С помощью принципа максимума задача оптимального управления сводится к следующей краевой задаче.

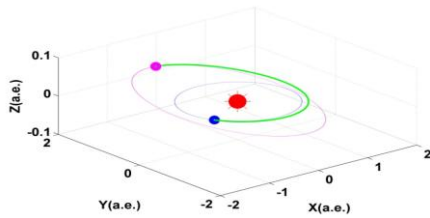
$$\mathbf{g}(\mathbf{z}) = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{КА}(t_f) - \mathbf{r}_f(t_f) \\ \mathbf{V}_{КА}(t_f) - \mathbf{V}_f(t_f) \\ \lambda_m(t_f) - 1 \end{bmatrix} = \mathbf{0}. \quad (19)$$

При этом неизвестный вектор этой краевой задачи \mathbf{z} состоит из 7 скалярных величин: сопряженных переменных в начальной точке гелиоцентрической траектории. Для решения описанной краевой задачи, рассмотрим задачу нахождения таких компонентов вектора неизвестных начальных условий \mathbf{z} , которые минимизируют сумму квадратов невязок системы (19).

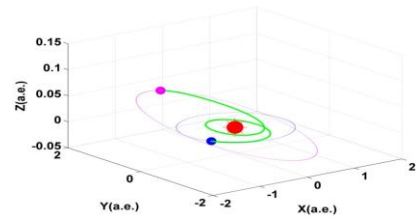
$$G(\mathbf{z}) = \mathbf{g}(\mathbf{z})^T \mathbf{g}(\mathbf{z}). \quad (20)$$

Функция (20) рассматривается минимизируемым функционалом. Для численного анализа рассматриваются следующие характеристики КА и транспортной операции: начальная масса КА – 1000кг; максимальная мощность – 5.884 кВт; дата старта КА от Земли – 20.04.2035. время перелета – 350 суток.

Для рассматриваемой задачи перелета к Марсу с идеально-регулируемой двигательной установкой было найдено два решения (две экстремали, удовлетворяющие условиям принципа максимума).



Первое решение



Второе решение

Рисунок 3. Траектория гелиоцентрического перелета к Марсу. Идеально-регулируемый ЭРДУ.

• Приведены результаты сравнительного анализа эффективности использования нескольких хорошо известных методов минимизации функции нескольких переменных: [trust-region – dogleg, trust-region – reflective, levenberg – marquardt, метод роя частиц; генетический алгоритм; гибридный алгоритм (метод роя частиц + метод активного набора «active – set»); гибридный алгоритм (генетический алгоритм + метод последовательного квадратичного программирования); гибридный алгоритм (алгоритм имитации отжига + метод активного набора)]. Показателями эффективности рассматривались следующие характеристики:

- Получено ли решение задачи (найдена или нет какая-нибудь экстремаль, обеспечена ли сходимость метода)?
- Какая экстремаль получена, первая или вторая
- Число вычислений критериальной функции (суммы квадратов невязок). Это число определяет трудоемкость используемого метода.

Как начальное приближение для неизвестных параметров краевой задачи было выбрано 7 совокупностей этих параметров $\lambda^T(t_0)=[\lambda_x(t_0), \lambda_y(t_0), \lambda_z(t_0), \lambda_{v_x}(t_0), \lambda_{v_y}(t_0), \lambda_{v_z}(t_0), \lambda_m(t_0)]$:

$$\lambda(t_0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}; \lambda(t_0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \lambda(t_0) = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}; \lambda(t_0) = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \lambda(t_0) = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \lambda(t_0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \lambda(t_0) = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Выводы из проведенного тестирования разных методов минимизации функции многих переменных для оптимизации рассматриваемого перелета к Марсу с идеально-регулируемой ЭРДУ можно сформулировать так:

- 1) Для всех семи рассмотренных вариантов начального приближения неизвестных параметров краевой задачи принципа максимума только метод СМАЕС обеспечил нахождение оптимальной траектории перелета к Марсу.
- 2) При использовании этого метода во всех случаях масса КА, доставляемая в окрестность Марса, оказывалась большой (907.5 кг). По-видимому, справедливо утверждение, что полученное решение является глобальным экстремумом для анализируемой перелетной траектории.

После этого рассматривается задача оптимизации траектории перелета КА нерегулируемой ЭРДУ к Марсу для анализа сходимости разных численных методов оптимизации. Уравнение движения КА можно представить в следующем виде:

$$\dot{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \mathbf{V} \\ -\frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} + \frac{\delta T}{m} \mathbf{u} \\ -\frac{\delta T}{w} \end{bmatrix} \quad (21)$$

где $\mathbf{x}=[\mathbf{r} \ \mathbf{v} \ m]^T$, $\mathbf{r}=[x \ y \ z]^T$, $\mathbf{V}=[v_x \ v_y \ v_z]^T$. \mathbf{X} – вектор состояния КА, μ – гравитационная константа Солнца, T – величина тяги ЭРДУ, m – масса КА, w – эффективная скорость истечения ЭРДУ, \mathbf{u} – направление вектора тяги ЭРДУ, \mathbf{r} – вектор положения КА, \mathbf{V} – вектор скорости КА, δ – функция тяги (функция включения и выключения ЭРДУ). Требуется переместить КА с массой m_0 из начального состояния $(\mathbf{r}_0, \mathbf{V}_0)$, определяемого датой старта от Земли в целевое

состояние $(\mathbf{r}_f, \mathbf{V}_f)$, определяемое датой подлета к окрестности Марса, за определенное время. Функционал, который требуется максимизировать, есть конечная масса КА:

$$J = \max m_f \quad (22)$$

Гамильтониан задачи оптимального управления следующий:

$$H = \lambda_r^T \mathbf{V} + \lambda_v^T \left[-\frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} + \frac{\delta T}{m} \mathbf{u} \right] - \lambda_m \frac{\delta T}{w}, \quad (23)$$

где $\lambda_r = [\lambda_x \ \lambda_y \ \lambda_z]^T$ – сопряженный вектор к вектору положения КА, $\lambda_v = [\lambda_{vx} \ \lambda_{vy} \ \lambda_{vz}]^T$ – сопряженный вектор к вектору скорости КА (базис вектор) и λ_m – сопряженная переменная к массе КА. Исходя из условия максимума гамильтониана, можно утверждать, что направление вектора тяги коллинеарно базис вектору:

$$\mathbf{u} = \frac{\lambda_v}{\lambda_v}. \quad (24)$$

Гамильтониан может быть представлен в следующем виде:

$$H = \lambda_r^T \mathbf{V} + \lambda_v^T \left[-\frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} \right] + \delta S T, \quad (25)$$

где $S = \frac{\lambda_v}{m} - \frac{\lambda_m}{w}$ – функция переключения; $\lambda_v = \sqrt{\lambda_{vx}^2 + \lambda_{vy}^2 + \lambda_{vz}^2}$ и $\delta = \begin{cases} 1, & \text{если } S > 0; \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$.

Уравнения оптимального движения КА следующие:

$$\dot{\mathbf{X}} = \frac{\partial H}{\partial \lambda}; \quad \dot{\lambda} = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{X}}; \quad (26)$$

где $\lambda = [\lambda_r \ \lambda_v \ \lambda_m]^T$. Дифференциальные уравнения для сопряженных переменных имеют следующую форму:

$$\frac{d\lambda_r}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{r}} = \frac{\mu}{r^3} \lambda_v - \frac{3\mu}{r^5} \mathbf{r} \mathbf{r}^T \lambda_v; \quad \frac{d\lambda_v}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{V}} = -\lambda_r; \quad \frac{d\lambda_m}{dt} = -\frac{\delta T}{m^2} \lambda_v$$

Для численного анализа рассматриваются следующие характеристики КА и транспортной операции: начальная масса КА – 1000кг; тяга ЭРДУ - 0.4Н; удельный импульс – 3000 с; дата старта КА от Земли – 20.04.2035; время перелета – 350 суток. Краевые условия в начале и конце гелиоцентрической траектории рассматриваются такими же, как (19). Для рассматриваемой задачи перелета к Марсу с нерегулируемой ЭРДУ было найдено всего одно решение. На оптимальной траектории в окрестность Марса можно доставить КА массой 824.6 кг. Напомним, что при использовании идеально-регулируемого ЭРДУ максимальная конечная масса КА равна 907.5 кг (на 83 кг больше).

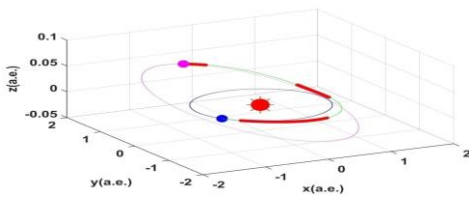


Рисунок 4. Траектория гелиоцентрического перелета к Марсу

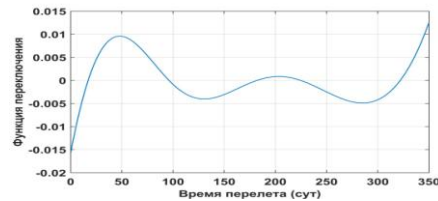


Рисунок 5. Функция переключения ЭРДУ как функция времени перелета к Марсу.

Как и при исследовании задачи оптимизации перелета с идеально-регулируемой ЭРДУ для рассматриваемого перелета с нерегулируемой ЭРДУ был проведен сравнительный анализ эффективности использования нескольких хорошо известных методов минимизации функции нескольких переменных. Анализировались аналогичные показатели эффективности.

Было выбрано 5 совокупностей начального приближения неизвестных параметров краевой задачи $\lambda^T(t_0) = [\lambda_x(t_0), \lambda_y(t_0), \lambda_z(t_0), \lambda_{vx}(t_0), \lambda_{vy}(t_0), \lambda_{vz}(t_0), \lambda_m(t_0)]$:

$$\lambda(t_0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}; \lambda(t_0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}; \lambda(t_0) = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}; \lambda(t_0) = \begin{bmatrix} -0.809093088432252 \\ -0.318880152643743 \\ 0.021252710196353 \\ 0.627416895817389 \\ -0.860559957278684 \\ -0.170397919513681 \\ 0.823546075459133 \end{bmatrix}; \lambda(t_0) = \begin{bmatrix} 0.195732843208838 \\ 0.274640330048980 \\ -0.001714425566619 \\ 0.041783482949454 \\ 0.258013070295979 \\ -0.005769087279028 \\ 0.016561095236080 \end{bmatrix}.$$

Среди приведенных наборов начальных условий два последних набора соответствуют двум решениям (двум экстремалам) краевой задачи для рассмотренного выше варианта КА с идеально-регулируемой ЭРДУ. Из проведенных тестов только метод СМАЕС для всех вариантов начального приближения неизвестных параметров краевой задачи обеспечил получение оптимальной траектории межпланетного перелета. Можно отметить эффективность метода Левенберг – Марквардт в случае, когда начальное приближение для неизвестных параметров краевой задачи берется из решения задачи оптимизации межпланетного перелета для КА с идеально-регулируемой ЭРДУ. При этом метод обеспечивает быструю сходимость и число вычислений минимизируемой суммы квадратов невязок краевой задачи существенно меньше, чем при использовании метода СМАЕС. Такой результат показывает обоснованность подходов многих авторов (В.Г. Петухов и др), которые активно используют оптимизацию перелетов КА с идеально-регулируемым двигателем, как предварительную ступень для оптимизации перелетов КА с нерегулируемой ЭРДУ.

Во второй главе рассматривается задача оптимизации траектории многовиткового перелета космического аппарата между некомпланарными орбитами. В качестве критерия оптимизации рассматривается или минимизируемое время выполнения космического маневра (задача быстрогодействия), или время работы двигателя (минимизируемое моторное время при фиксированном времени выведения). Движение КА рассматривается под влиянием двух сил: гравитационной силы притяжения КА Землей и силой тяги нерегулируемой ЭРДУ. Величина тяги и эффективная скорость истечения ЭРДУ считаются постоянными величинами. Гравитационное поле Солнца рассматривается как ньютоновское. Предполагается, что ЭРДУ может включаться и выключаться многократно. Для того, что бы избежать сингулярностей орбитальных элементов, используются равноденственные элементы.

$$h = \sqrt{\frac{P}{\mu}}; e_x = e \cos(\Omega + \omega); e_y = e \sin(\Omega + \omega); i_x = tg\left(\frac{i}{2}\right) \cos(\Omega); i_y = tg\left(\frac{i}{2}\right) \sin(\Omega) \text{ и } F = \Omega + \omega + \nu$$

Требуется перевести КА с начальной массой m_0 с начальной орбиты $h = h_0, e_x = e_{x0}, e_y = e_{y0}, i_x = i_{x0}, i_y = i_{y0}$ на конечную орбиту $h = h_f, e_x = e_{xf}, e_y = e_{yf}, i_x = i_{xf}, i_y = i_{yf}$ за заданное или минимизируемое время. Рассматриваются следующие задачи минимизации функционала

$J = \int_0^{t_f} \delta \frac{T}{w} dt \rightarrow \min$	$J = \int_0^{t_f} dt \rightarrow \min$
Для задачи минимизации затрат топлива	Для задачи оптимального быстрогодействия

Для решения задачи используется формализм принципа максимума, и решение сводится к решению краевой задачи. Краевые условия имеют вид:

$$\mathbf{f}(\mathbf{z}) = \begin{pmatrix} h(t_f) - h_f \\ e_x(t_f) - e_{xf} \\ e_y(t_f) - e_{yf} \\ i_x(t_f) - i_{xf} \\ i_y(t_f) - i_{yf} \\ \lambda_F(t_f) - \lambda_{Ff} \\ \lambda_m(t_f) - 1 \end{pmatrix} = 0 \quad \text{для задачи с фиксированным временем перелета}$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{z}) = \begin{pmatrix} h(t_f) - h_f \\ e_x(t_f) - e_{xf} \\ e_y(t_f) - e_{yf} \\ i_x(t_f) - i_{xf} \\ i_y(t_f) - i_{yf} \\ \lambda_F(t_f) - \lambda_{Ff} \\ H(t_f) \end{pmatrix} = 0 \quad \text{для задачи на оптимальное быстрогодействие}$$

Невязки краевой задачи являются функциями вектора неизвестных параметров краевой задачи. Учитывая это, записанные равенства следует рассматривать как уравнения относительно вектора неизвестных параметров краевой задачи: $\mathbf{z} = [\lambda_{n0} \ \lambda_{ex0} \ \lambda_{ey0} \ \lambda_{ix0} \ \lambda_{iy0} \ \lambda_{F0} \ \lambda_{m0}]^T$

для задачи с фиксированным временем и $\mathbf{z} = [\lambda_{n0} \ \lambda_{ex0} \ \lambda_{ey0} \ \lambda_{ix0} \ \lambda_{iy0} \ \lambda_{F0} \ t]^T$ для задачи на оптимальное быстрогодействие.

Рассматривается возможность использования метода эволюционной стратегии с адаптацией ковариационной матрицы. Общая идея разработанного подхода к оптимизации траекторий КА при использовании метода эволюционной стратегии с адаптацией ковариационной матрицы состоит в следующем.

✓ Используя условия принципа максимума, задача оптимизации траектории межорбитального перелета сводится к краевой задаче для системы дифференциальных уравнений.

✓ Краевые условия задачи $\mathbf{f}(\mathbf{z})=0$ записываются в виде суммы квадратов невязок $\mathbf{f}(\mathbf{z})^T \mathbf{f}(\mathbf{z})=0$ (\mathbf{z} – вектор неизвестных параметров краевой задачи).

✓ Критерием оптимизации для использования эволюционной стратегии рассматривается сумма $\varepsilon g(\mathbf{z}) + \mathbf{f}(\mathbf{z})^T \mathbf{f}(\mathbf{z})$,

где $g(\mathbf{z})$ – показатель эффективности рассматриваемого межорбитального перелета (он вводится так, чтобы требовалось обеспечить минимум этого показателя), ε – некоторый весовой множитель. Этот множитель рассматривается как параметр продолжения в процессе решения оптимизационной проблемы. Конечное значение этого параметра равно нулю.

✓ Из этого следует, что на конечном этапе исследования важно найти решение краевой задачи в окрестности того минимума, к которому нас привел итерационный процесс с использованием эволюционной стратегии.

✓ При этом важно удовлетворить только необходимые условия оптимальности $\mathbf{f}(\mathbf{z})=0$.

В главе представлены численные результаты и их сравнение с результатами, полученными другими авторами. В качестве примера рассматриваются две постановки.

В первом примере рассматривается перелет с вытянутой эллиптической орбиты с фокальным параметром 11625 км, эксцентриситетом 0.75 и наклоном 7 градусов на круговую экваториальную орбиту радиусом 42165 км за минимальное время. Начальная масса КА составляет 1500 кг, тяга ЭРДУ принята равной 0.2 Н, а удельный импульс ЭРДУ – 19561.82 м/с. Результаты анализа представлены в Таблице 1.

Таблица. 1. Сравнение минимального времени для перелета

Автор решения	Полученный результат (длительность перелета), сутки
Мин Тейн	177.3604
В. Г. Петухов	177.3602
MIPELEC	176.8357
Caillau J.V. и др.	177.7375

На рисунке 6, 7 и 8 показаны зависимости фокального параметра, радиуса перицентра и радиуса апоцентра, изменение эксцентриситета орбиты и изменение наклона орбиты как функции времени перелета.

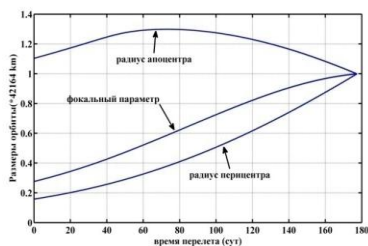


Рисунок 6. Изменение размеров орбиты как функции времени перелета

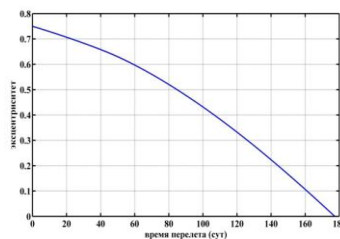


Рисунок 7. Изменение эксцентриситета орбиты как функции времени перелета

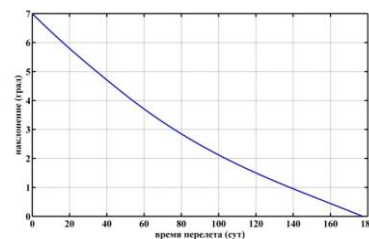


Рисунок 8. Изменение наклона орбиты как функции времени перелета

Во втором примере рассматривается задача оптимального некомпланарного перелета между эллиптической и круговой орбитами при фиксированном времени перелета. В этой задаче рассматривается перелет с эллиптической орбиты с радиусом апогея 34171 км, радиусом перигея 6595 км и наклоном 63.17 градусов на круговую экваториальную орбиту радиусом 42160 км. Начальная масса КА – 776 кг, тяга ЭРДУ – 0.166 Н, удельный импульс ЭРДУ – 1500 с.

Минимальное время для этого перелета по нашим оценкам составляет 191.389 суток. Для этой задачи минимальное время перелета получилось 191.406 Петуховым В. Г. В таблице 2 представлены массовые характеристики космической транспортной системы при увеличении продолжительности перелета. В таблице 2 C_{tf} – коэффициент, определяющий длительность перелета. Время перелета рассчитывается следующим образом: $TOF = C_{tf} * T_{fmin}$, где TOF – требуемое (фиксированное) время перелета, T_{fmin} – минимально-возможное время перелета.

Таблица 2. Массовые характеристики при увеличении продолжительности перелета

Коэффициент Ctf	Конечная масса КА, кг	Масса рабочего тела ЭРДУ, кг
1	589.39235	186.607
1.005	591.29669	184.70331
1.025	595.32484	180.67516
1.05	598.44321	177.5568
1.1	603.4089	172.5911
1.5	618.9915	157.0085
2	627.68597	148.314025
3	637.173449	138.82655
4	642.16445	133.83554

На рисунке 9 представлены проекции траекторий на плоскость земного экватора для некоторых рассматриваемых случаев перелета. На этих рисунках, активные участки показаны красным цветом, пассивные – зеленым.

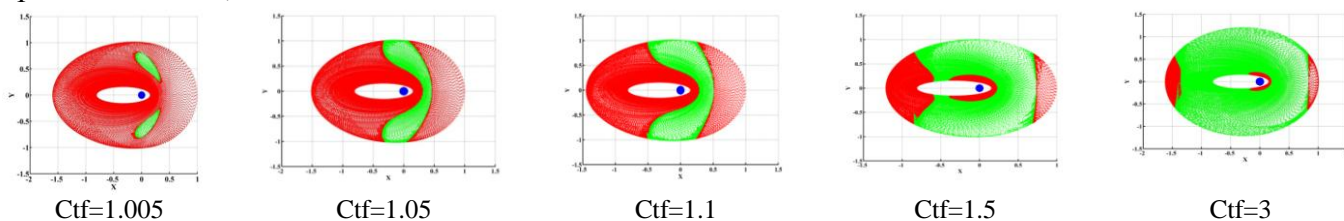


Рисунок 9 Проекция траекторий перелета на плоскость экватора

В главе так же рассмотрена типовая транспортная операция – выведение КА на геостационарную орбиту (ГСО) с низкой околоземной орбиты высотой 200 км и наклоном 51.6° для транспортной системы с удельным импульсом двигателя 600-900 с. Полагаем, что масса КА на начальной орбите 8000 кг, что соответствует транспортным возможностям ракеты-носителя «Союз-2-1б». Критерием оптимизации рассматривается характеристическая скорость маневра. Минимум этой скорости в рассматриваемой постановке соответствует минимуму требуемой массы топлива или максимуму конечной массы КА. Проанализирован диапазон начальных реактивных ускорений 2.5-12.5 мм/с². Представлены результаты анализа оптимальной траектории перелета для трех значений времени перелета: 25, 30 и 35 суток. Основной результат работы – определение характеристической скорости как функции начального реактивного ускорения и удельного импульса двигателя КА. Используя эти результаты, разработчики новых типов двигательных установок (например, установок с нагревом рабочего тела с использованием солнечных концентраторов) смогут корректно оценивать их эффективность, оценивать оптимальные характеристики установок для рассматриваемой типовой транспортной операции.

На рисунке 10, 11 и 12 показаны характеристики оптимальной траектории перелета на плоскость экватора (для варианта; тяга ракетного двигателя – 80 Н, удельный импульс двигателя – 900 с, время перелета – 30 суток). Активные участки траектории выделены красным, пассивные - зеленым. За единицу расстояния выбран радиус ГСО. Сама ГСО (её безразмерный радиус равен 1) не показана.

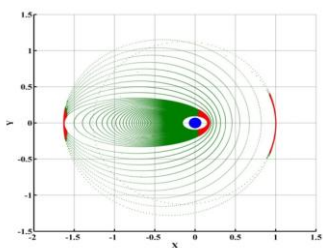


Рисунок 10. Проекция траектории перелета на плоскость экватора. За единицу расстояния принят радиус ГСО

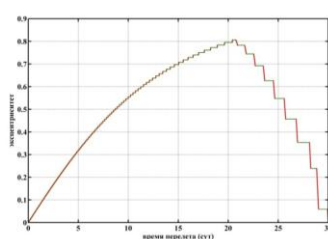


Рисунок 11. Изменение оскулирующего эксцентриситета вдоль траектории перелета

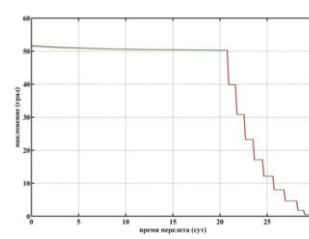


Рисунок 12. Изменение оскулирующего наклона вдоль траектории перелета

В таблице 3 приведены результаты оптимизации рассматриваемой типовой транспортной операции выведения на ГСО как функции двух важнейших проектно-

баллистических характеристик: начального реактивного ускорения и удельного импульса двигателя. Строки таблицы соответствуют 9-ти значениям начального реактивного ускорения (от 2.5 мм/с² до 12.5 мм/с² с равномерным шагом 1.25 мм/с²). Столбцы таблицы соответствуют четырем значениям удельного импульса (600, 700, 800 и 900с). Аппроксимация данных таблицы должна позволить пользователю найти характеристическую скорость маневра для исследуемых характеристик КА и его двигательной установки. Требуемое для перелета топливо определяется по характеристической скорости, а эффективность выполнения транспортной задачи оценивается с использованием корректных массовых и энергетических моделей. Это позволяет оптимизировать характеристики транспортной системы, в частности, характеристики двигательной установки.

Таблица 3. Характеристическая скорость для рассмотренных значений реактивного ускорения и удельного импульса двигателя. Время перелета 30 суток

Начальное реактивное ускорение, мм/с ²	Удельный импульс двигателя			
	600 с	700 с	800 с	900 с
2.50	6.3666	6.5244	6.6564	6.7741
3.75	5.6516	5.7413	5.8084	5.8654
5.00	5.3517	5.3973	5.4364	5.4817
6.25	5.1798	5.2205	5.2628	5.2841
7.50	5.0641	5.1145	5.1220	5.1471
8.75	5.0047	5.0324	5.0595	5.0689
10.00	4.9485	4.9659	4.9856	5.0152
11.25	4.8969	4.9225	4.9691	4.9880
12.50	4.8709	4.9201	4.9376	4.9808

Аппроксимация данных таблицы позволит оценивать характеристическую скорость перелета на ГСО для значений реактивного ускорения и удельного импульса в рассмотренных диапазонах. В общем случае следует использовать двухмерную аппроксимацию. Если анализируется проект с известным значением удельного импульса, то можно использовать одномерную аппроксимацию. Так, при времени перелета 30 суток и удельном импульсе 900 с зависимость характеристической скорости Vh от величины начального реактивного ускорения a_0 [мм/с²] можно представить в виде: $Vh(a_0) = \frac{4.966}{1 - 0.757 \exp(-0.418 a_0)} \frac{\text{км}}{\text{с}}$. Точность приведенной

аппроксимации не хуже 0.5% в рассматриваемом диапазоне реактивных ускорений.

В третьей главе рассматривается задача оптимизации траекторий прямых гелиоцентрических перелетов космического аппарата с малой тягой и использовании принципа максимума. Задача оптимизации траектории сведена к задаче минимизации суммы квадратов разности краевых условий и критерия оптимизации (массы требуемого топлива) с весовым коэффициентом. Весовой коэффициент рассматривается как параметр продолжения по итерационному процессу решения задачи оптимизации, и его окончательное значение равно нулю. Этот подход был проверен в процессе решений задачи оптимизации траектории перелета КА к Марсу, к Юпитеру и на рабочую гелиоцентрическую орбиту. Математическая модель для анализа и оптимизации траектории гелиоцентрического перелета КА с ЭРДУ использовалась как в первой главе для задачи нерегулируемой ЭРДУ.

При анализе полета к Марсу некоторые характеристики ЭРДУ (ее удельный вес, удельная масса топливной системы и системы электроснабжения, эффективность ЭРДУ) принимаются за известные. Критерий оптимизации - масса КА, доставляемого к Марсу, за вычетом массы ЭРДУ, массы топливной системы и массы энергетической установки. В этом случае проанализирован широкий диапазон значений удельных импульсов ЭРДУ (2650, 2700 ... 3350с) и ее тяги 216, 217, ..., 230 мН. Было решено более 400 краевых задач с получением оптимальных значений тяги и удельного импульса. Используемый метод эволюционной стратегии с использованием адаптации ковариационной матрицы позволил справиться с задачей оптимизации очень быстро и без каких-либо затруднений со сходимостью. В этом примере рассматривается оптимизация траектории полета к Марсу для КА с ЭРДУ со следующими характеристиками: дата отлета от Земли – 20 апреля 2035 года; гиперболический

избыток скорости равен нулю; длительность перелета равна 350 дням; начальная масса КА равна 1000 кг. Полезная нагрузка рассматривается как критерий оптимизации. Она максимизируется и подсчитывается следующим образом:

$$m_u = m_o - m_{ep} - m_{fss} \cdot m_{ep} = \gamma P; P = \frac{TW}{2\eta} \quad m_{fss} = (1 + a_t)m_p$$

Здесь m_u – полезная нагрузка (конечная масса КА за вычетом массы энергетической системы и системы двигателя), m_o – начальная масса КА, m_{ep} – масса электроракетной двигательной установки (ЭРДУ), m_{fss} – масса системы снабжения топливной системы с требуемым количеством топлива, γ – удельная масса энергодвигательной установки; P – входная электрическая мощность для ЭРДУ и η – коэффициент полезного действия ЭРДУ, m_p – масса требуемого топлива и a_t – удельная масса системы снабжения топливом.

Здесь представляются результаты численного анализа для следующих двух наборов проектных характеристик, которые отличаются КПД ЭРДУ: 1) полный КПД ЭРДУ 70%; 2) полный КПД ЭРДУ 50%. Изолинии массы полезной нагрузки (m_u) показаны на рисунках 13 и 14.

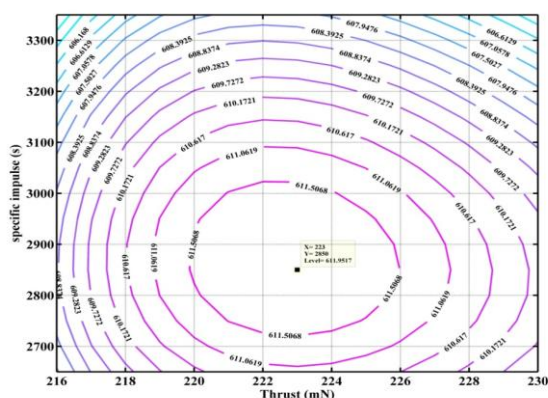


Рисунок 13. Масса полезной нагрузки для первого варианта системы электроснабжения и ЭРДУ ($\gamma=40\text{kg/kW}$, $\eta=0.7$, $a_t=0.1$) как функция тяги (ось абсцисс, мН) и удельного импульса (ось ординат, сек)

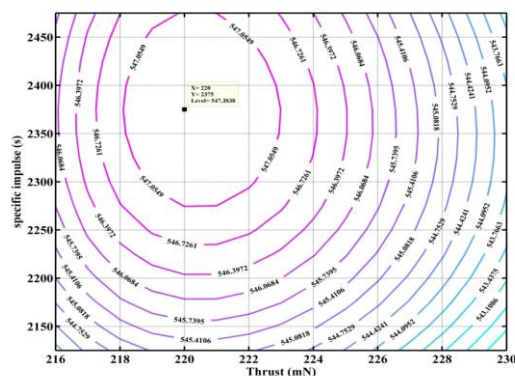


Рисунок 14. Масса полезной нагрузки для второго варианта системы электроснабжения и ЭРДУ ($\gamma=40\text{kg/kW}$, $\eta=0.5$, $a_t=0.1$) как функция тяги (ось абсцисс, мН) и удельного импульса (ось ординат, сек)

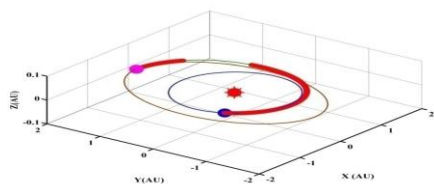


Рисунок 15. Оптимальная траектория КА с ЭРДУ к Марсу (тяга 220 мН и удельный импульс 2375 сек)

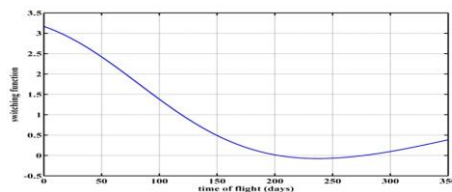


Рисунок 16. Изменение функции переключения

Таблица 4. Результаты совместной оптимизации траектории полета КА к Марсу и основные проектные параметры ЭРДУ для различных значений проектных параметров, характеризующих уровень используемых технологий.

№	η	γ	a_t	c	T	$m(t_f)$	m_p	$m_{ЭДУ}$	m_u	P
	--	kg/kW	--	s	mN	kg	kg	kg	kg	W
1	0.7	40	0.1	2868.8	222.66	809.95	190.06	388.04	611.96	4474.40
2	0.5	40	0.1	2373.9	220.39	775.11	224.89	452.61	547.39	5130.73
3	0.5	80	0.1	1579.2	214.30	681.96	318.04	615.34	384.66	3318.70
4	0.5	40	0.2	2494.1	221.02	784.69	215.31	474.61	525.39	5405.96

В задаче прямого перелета к Юпитеру для КА с ЯЭРДУ рассматривалась как пример, демонстрирующей многоэкстремальность оптимальных траекторий. Используя разработанный алгоритм оптимизации траектории КА с ЭРДУ, основанный на СМАЕС проанализированы

разнообразные типы экстремумов, некоторые из которых имеют одинаковое количество оборотов гелиоцентрического перелета. В этом случае принимались все входные характеристики из работы. Предполагается, что в начальной точке гелиоцентрического перелета масса КА равна 16150 кг. Начальный гиперболический избыток скорости полета КА от Земли равен нулю. Входная электрическая мощность ЭРДУ равна 200 кВт. Тяга ЭРДУ равна 6.4527757 Н, а ее удельный импульс равен 4500 сек. Дата старта и время гелиоцентрического перелета к Юпитеру также будет взята из работы – 05.02.2017 и 1200 дней соответственно. Проанализируем подлет КА к Юпитеру с нулевым гиперболическим избытком скорости (задача нулевой стыковки с Юпитером). Критерием оптимизации является конечная масса КА, которая максимизируется.

Таблица 5. Характеристики полученных экстремумов. Прямой перелет КА с ЯЭРДУ к Юпитеру

Номер экстремума	Количество оборотов	Конечная масса КА (кг)
1	0	2268.38
2	0	1739.30
3	0	1746.67
4	1	10693.68
5	2	7661.82
6	3	5429.07
7	4	3903.51
8	5	2826.89
9	6	1944.49
10	7	1225.73

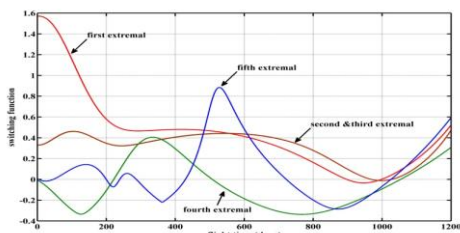


Рисунок 17. Функция переключения для первых пяти экстремалей (найденного) решения

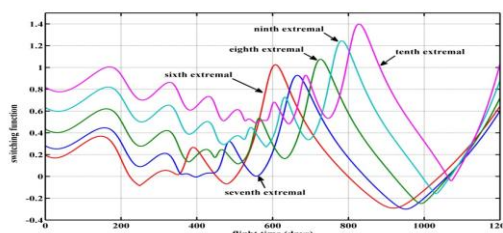


Рисунок 18. Функция переключения для последних пяти экстремалей (с 6-ой по 10-ую) (найденного) решения

При фиксированном времени межпланетного перелета и при нулевом гиперболическом избытке скорости отлета от Земли условие оптимальности даты старта можно представить в виде равенства значений функций переключения двигателя $S(t)$ для начальной и конечной точек межпланетного перелета. Оптимальная дата старта - 23.09.2017 года. Масса КА, Доставляемая в окрестность Юпитера масса КА в этом случае равна 11354.63кг.

$$\mathbf{g}(\mathbf{z}) = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{КА}(t_f) - \mathbf{r}_{Ю}(t_f) \\ \mathbf{V}_{КА}(t_f) - \mathbf{V}_{Ю}(t_f) \\ \lambda_m(t_f) - 1 \\ \delta(t_o)S(t_o) - \delta(t_f)S(t_f) \end{bmatrix} = 0$$

В качестве выбираемых параметров выступают 8 скалярных переменных

$$\mathbf{z} = [\lambda_x \quad \lambda_y \quad \lambda_z \quad \lambda_{vx} \quad \lambda_{vy} \quad \lambda_{vz} \quad \lambda_m \quad t_o].$$

В случае оптимизации даты старта краевые условия задачи оптимизации перелета в формулировке принципа максимума примут следующий вид:

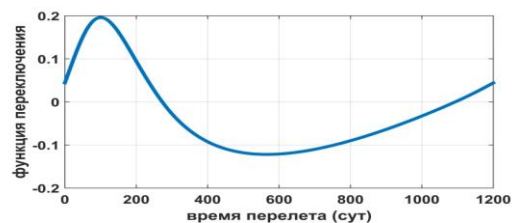


Рисунок 19. Функция переключения двигателя с оптимизацией даты старта

$$\mathbf{g}(\mathbf{z}) = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{KA}(t_f) - \mathbf{r}_o(t_f) \\ \mathbf{V}_{KA}(t_f) - \mathbf{V}_o(t_f) \\ \lambda_m(t_f) - 1 \\ \delta(t_o)TS(t_o) + \delta(t_f)TS(t_f) - \frac{|\mathbf{V}_\infty|}{|\lambda_{vo}|}(\lambda_{ro}, \lambda_{vo}) \end{bmatrix} = 0$$

При этом неизвестными величинами краевой задачи остаются те же самые 8 скалярных переменных, с которыми мы встречались в уравнении $\mathbf{z} = |\lambda_x \lambda_y \lambda_z \lambda_{vx} \lambda_{vy} \lambda_{vz} \lambda_m t_o|$.

Анализируемая транспортная космическая система базируется на ракете-носителе «Ангара -5», химическом разгонном блоке «КВТК». Из материалов государственного космического научно-производственного центра «имени М.В.Хруничева» следует, что космическая транспортная система на базе РН «Ангара -5» при старте с космодрома «Плесецк» может вывести на низкую околоземную орбиту КА общей массой 24235 кг. Характеристики ХРБ «КВТК» взяты тоже из материалов. Основные характеристики ХРБ «КВТК» и ниже. Основные характеристики РБ «КВТК»

1. Конечная масса, кг	3330
3. Рабочий запас топлива, максимальный, кг	19600
4. Удельный импульс двигателя, с	470

Основные характеристики ЭРДУ

Тяга	3.508701Н
Удельный импульс	4650 сек

Таблица 6. Оптимальная дата старта и доставляемая к Юпитеру масса КА как функция гиперболического избытка скорости при отлете от Земли

Величина гиперболического избытка скорости (м/с)	Оптимальная дата старта	Конечная масса КА (кг)
0	28.10.2018	6185.0
100	31.10.2018	6198.7
200	03.11.2018	6211.2
300	05.11.2018	6222.0
400	08.11.2018	6230.7
500	11.11.2018	6237.3
600	13.11.2018	6241.9
700	16.11.2018	6244.7
800	18.11.2018	6245.9
900	21.11.2018	6245.6
1000	23.11.2018	6244.1
1100	26.11.2018	6241.7

Из таблицы следует, что доставляемая к Юпитеру максимальная масса КА составляет 6245.9 кг. Такая масса доставляется к Юпитеру при гиперболическом избытке скорости при отлете от Земли равном 800 м/с. Зависимость массы КА от величины гиперболического избытка скорости достаточно пологая. Изменение этой величины на 100 м/с приводит к уменьшению выводимой массы менее чем на 1 кг.

При оптимизации даты старта и величины гиперболического избытка скорости краевые условия задачи оптимизации перелета в формулировке принципа максимума примут следующий вид:

$$\mathbf{g}(\mathbf{z}) = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{KA}(t_f) - \mathbf{r}_o(t_f) \\ \mathbf{V}_{KA}(t_f) - \mathbf{V}_o(t_f) \\ \lambda_m(t_f) - 1 \\ \delta(t_o)TS(t_o) - \delta(t_f)TS(t_f) + \frac{|\mathbf{V}_\infty|}{|\lambda_{vo}|}(\lambda_{ro}, \lambda_{vo}) \\ |\lambda_{vo}| + \lambda_{mo} \left(\frac{\partial m_o}{\partial V_\infty} \right) \end{bmatrix} = 0$$

Для краевой задачи неизвестными параметрами являются 9 компонент вектора $\mathbf{z} = |\lambda_x \lambda_y \lambda_z \lambda_{vx} \lambda_{vy} \lambda_{vz} \lambda_m t_o V_\infty|$. Пренебрегая гравитационными потерями скорости при работе ХРБ, мы можем получить величину производной массы КА в начале гелиоцентрического перелета по величине

гиперболического избытка скорости $\frac{\partial m_o}{\partial V_\infty}$ из

следующих соотношений:

$$\Delta V = \sqrt{\frac{2\mu}{r_o} + V_\infty^2} - \sqrt{\frac{\mu}{r_o}}; m_o = M_o e^{\frac{-\Delta V}{W}} - m_{dryChUS}; \frac{\partial m_o}{\partial V_\infty} = \left(-\frac{M_o e^{\frac{-\Delta V}{W}}}{W}\right) \frac{1}{2} \frac{2V_\infty}{\sqrt{\frac{2\mu}{r_o} + V_\infty^2}}.$$

Здесь r_o – радиус круговой орбиты старта ХРБ; M_o – масса КА с ХРБ на круговой орбите; W – удельный импульс ХРБ; $m_{dryChUS}$ – сухая масса ХРБ и m_o – масса КА в начале гелиоцентрической траектории. Решая краевую задачу, получаем следующие результаты: оптимальная величина гиперболического избытка скорости равна 840.25 м/сек; оптимальная дата старта – 19.11.2018; масса КА, доставляемого в окрестность Юпитера, составляет 6246.1 кг. На рисунке 3.15 дано пространственное изображение оптимальной траектории прямого перелета к Юпитеру.



Рисунок 20. Оптимальная траектория прямого перелета к Юпитеру

Проводится анализ задачи оптимизации траектории прямого выведения космического аппарата с электроракетной двигательной установкой ограниченной тяги на рабочую гелиоцентрическую орбиту, которая характеризуется низким перигелием и большим наклоном к плоскости эклиптики. Предполагается, что ракета-носитель «Союз-2» выводит космический аппарат с космодрома «Байконур» на низкую околоземную орбиту. Химический разгонный блок «Фрегат» обеспечивает старт КА с этой орбиты и выход на гиперболическую траекторию отлета от Земли. После выхода на эту траекторию химический разгонный блок «Фрегат» отделяется от космического аппарата. Электроракетная двигательная установка (на базе двух ионных двигателей типа «RIT-22») обеспечивает перелет КА на рабочую гелиоцентрическую орбиту. Считается, что космическая транспортная система на базе ракеты-носителя «Союз-2» при старте с космодрома «Байконур» может вывести КА общей массой 8250 кг на низкую околоземную орбиту. Основные использованные характеристики разгонного блока «Фрегат» представлены ниже.

Конечная масса РБ	980 кг
Рабочий запас топлива, максимальный	5600 кг
Удельный импульс двигателя	333,2 с

Основные характеристики ионного двигателя типа «RIT-22» следующие: входная электрическая мощность 5 кВт, тяга 150 мН, удельный импульс 4500 с. Предполагается, что в рассматриваемой двигательной установке используются два параллельно работающих двигателя типа RIT-22. Рабочая гелиоцентрическая орбита имеет следующие характеристики: радиус перигелия считается равным 60-ти радиусам Солнца, большая полуось – 0.7 а.е., наклонение к плоскости эклиптики – 30° а долгота восходящего узла и аргумент перигея орбиты рассматриваются как произвольные. Необходимо найти оптимальные характеристики проекта и программу управления движением КА на всем перелете, которые смогут обеспечить выведение КА максимальной массы на рабочую орбиту. Рассматривается следующая краевая задача с условиями трансверсальности.

$$\mathbf{g}(\mathbf{z}) = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - p_f \\ V^2 - \frac{2}{r} - h_f \\ \sigma_z - \sqrt{p_f} \cos(i_f) \\ (\sigma_z V_y - \sigma_y V_z) 2v_1 + \frac{2xv_2}{r^3} + V_y v_3 - p_x \\ (\sigma_x V_z - \sigma_z V_x) 2v_1 + \frac{2yv_2}{r^3} - V_x v_3 - p_y \\ (\sigma_y z - \sigma_x y) 2v_1 + 2V_x v_2 - y \cdot v_3 - p_{V_x} \\ \lambda_m(t_f) - 1 \end{pmatrix} = 0 \quad \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{r^3 V_z p_z - z \cdot p_{V_z}}{2A_1} \\ \frac{r^3 [(V_x \sigma_y - V_y \sigma_x) p_{V_z} - (\sigma_x y - \sigma_y x) p_z]}{2A_1} \\ \frac{p_{V_y}}{x} - \frac{A_2 p_{V_z} + A_3 p_z}{xA_1} \end{pmatrix}.$$

$$A_1 = \sigma_y x z - \sigma_x y z + r^3 V_z (\sigma_y V_x - \sigma_x V_y);$$

$$A_2 = \sigma_x z^2 - \sigma_z x z + r^3 V_y (\sigma_y V_x - \sigma_x V_y); \quad A_3 = r^3 [V_y (\sigma_y x - \sigma_x y) + V_z (\sigma_z x - \sigma_x z)].$$

где $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ – безразмерные компоненты вектора площади, p_f – заданный безразмерный фокальный параметр орбиты, h_f – заданная безразмерная константа энергии орбиты и i_f – заданное наклонение орбиты. Напомним, что компоненты вектора площадей, компоненты радиус-вектора КА и вектора его скорости связаны следующим образом:

$$\sigma_x = yV_z - zV_y; \sigma_y = zV_x - xV_z; \sigma_z = xV_y - yV_x; r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}; V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}.$$

Дата старта КА считается заданной – 25 марта 2016 г. Время перелета на заданную гелиоцентрическую орбиту фиксировано и составляет пять лет. Гиперболический избыток скорости при отлете от Земли рассматривается равным 1.8 км/с при начальной массе КА 1959.4 кг. Существование множества экстремалей решения задачи мешало выбрать оптимальную траекторию. Было найдено более 20 экстремалей. На рисунке 21 показана траектория гелиоцентрического перелета КА на целевую рабочую гелиоцентрическую орбиту для наилучшей экстремали (т.е. экстремаль, обеспечивающая максимальную массу на рабочей орбите) на плоскость эклиптики x-y, а справа – на плоскость x-z эклиптической системы координат. Толстой линией обозначены активные участки траектории, а тонкой – пассивные участки. Точками отмечены орбита Земли и конечная рабочая орбита. На траектории КА 7 пассивных и 8 активных участков. КА делает немного меньше 6.5 витков вокруг Солнца. Конечная масса КА – 1346.8 кг, требуемая масса ксенона – 612.5 кг. Долгота восходящего узла и аргумент перигелия конечной орбиты получаются 163.86° и -1.19° соответственно.



Рисунок 21. Гелиоцентрическая траектория перелета. Слева – проекция на плоскость эклиптики, справа – на плоскость x-z

В четвертой главе проанализированы схемы межпланетных перелетов КА, оснащенных химическими двигательными установками и осуществляющих несколько гравитационных маневров. Химическая двигательная установка может обеспечить импульсное изменение вектора скорости КА в следующих случаях: при выведении с планетоцентрической орбиты на отлетную планетоцентрическую траекторию, при выведении с подлетной планетоцентрической орбиты на орбиту искусственного спутника планеты, на гелиоцентрических участках перелета по сложному маршруту (deep space maneuver) и при проведении гравитационного маневра (активный гравитационный маневр). Использование приведенного в главе материала может распространяться не только на анализ транспортных возможностей КА с традиционными химическими двигателями, но и на выявление рациональных маршрутов транспортных космических систем с ЭРДУ. В последующих главах показано, как рациональные маршруты, полученные с помощью описанного в этой главе метода, могут быть оптимизированы в случае их реализации с использованием ЭРДУ. Сформулирована задача оптимизации сложной схемы межпланетного перелета как задача поиска безусловного экстремума. При этом автоматически

выполняются условия попадания в окрестность планеты назначения и в окрестность планет, у которых проводятся гравитационные маневры.

Рассмотрим произвольный i -ый ($i=1, \dots, n$) единичный гелиоцентрический перелет от $(i-1)$ -ой планеты к i -ой планете из анализируемого сложного маршрута. Его траектория в рамках рассматриваемой схемы перелета состоит из двух участков (назовем их «сегментами»), каждый из которых рассматривается в рамках ограниченной задачи двух тел (Солнце – КА):

- Первый сегмент гелиоцентрической траектории начинается с отлета от $(i-1)$ -ой планеты и заканчивается в точке, где за счет включения химического двигателя импульс скорости (на гелиоцентрическом участке перелета) изменяет вектор скорости КА;
- Второй сегмент траектории начинается в точке, где дается импульс скорости на гелиоцентрическом участке перелета, и заканчивается подлетом к i -ой планете.

Рассмотрим характеристики первого сегмента траектории. Выбор даты старта или даты гравитационного манера фиксирует положение КА в момент начала каждого единичного гелиоцентрического перелета «планета – планета» $\mathbf{r}(T_{i-1})$. Вектор скорости $(i-1)$ -ой планеты $\mathbf{V}_{pl(i-1)}(T_{i-1})$ в выбранные даты и вектор гиперболического избытка скорости отлета от планеты $\mathbf{V}_{\infty(i-1)}$ дают в сумме вектор гелиоцентрической скорости КА в начальной точке гелиоцентрического перелета. Выбранные значения $\mathbf{r}(T_{i-1})$ и $\mathbf{V}_{o(i-1)}(T_{i-1})$ являются радиус-вектором положения и вектором гелиоцентрической скорости КА в начальной точке гелиоцентрического перелета «планета – планета». Если значения этих векторов известны, можно определить элементы орбиты КА на первом сегменте этого перелета (до импульса скорости на гелиоцентрическом участке траектории в момент T_{dvi}).

Для второго сегмента траектории принимаются за известные следующие характеристики: Начальный радиус вектор КА $\mathbf{r}(T_{dvi})$; Конечный радиус вектор КА. Он равен радиус-вектору i -ой планеты, к которой осуществляется подлет на этом участке $\mathbf{r}_{pli}(T_i)$; Время перелета на сегменте траектории $T_i - T_{dvi}$. Если перечисленные характеристики известны, анализ траектории перелета на рассматриваемом сегменте траектории сводится к решению задачи Ламберта. Решение уравнения Ламберта дает возможность получить траекторию на втором сегменте траектории перелета, найти элементы орбиты КА на сегменте, начальный $\mathbf{V}(T_{dvi}^+)$ и конечный $\mathbf{V}(T_i^-)$ векторы гелиоцентрической скорости КА на сегменте. Найденные векторы скоростей дают возможность определить требуемый импульс скорости на гелиоцентрической участке траектории в момент T_{dvi} $\mathbf{dV}_i = \mathbf{V}(T_{dvi}^+) - \mathbf{V}(T_{dvi}^-)$ и вектор гиперболического избытка скорости подлета к i -ой планете $\mathbf{V}_{\infty}^- = \mathbf{V}(T_i^-) - \mathbf{V}_{pli}(T_i)$. В последнем соотношении $\mathbf{V}_{pli}(T_i)$ – это вектор скорости i -ой планеты в момент реализации около неё гравитационного маневра.

Анализ единичного перелета от $(i-1)$ -ой планеты к i -ой планете в рассматриваемом маршруте показывает, что характеристики перелетной траектории определяются следующим набором входных данных: датами пролета $(i-1)$ -ой и i -ой планеты, вектором гиперболического избытка скорости отлета от $(i-1)$ -ой планеты и датой выполнения импульса скорости на гелиоцентрическом участке перелета. Выходными характеристиками анализа рассматриваются величина импульса скорости в глубоком космосе и вектор гиперболического избытка скорости при подлете к i -ой планете. Проведенный анализ единичного перелета от $(i-1)$ -ой планеты к i -ой планете на рассматриваемом маршруте позволяет вернуться к сквозной оптимизации всей сложной схемы перелета, сформулированной в виде задачи безусловной минимизации.

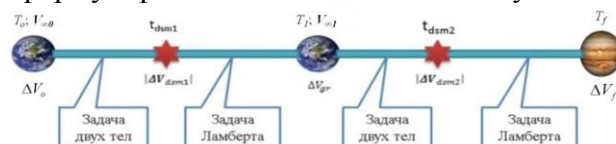


Рисунок 22. Иллюстрация к формулировке задачи оптимизации траектории перелета с одним гравитационным маневром

Критерием оптимальности рассматривается сумма следующих величин: 1) требуемый импульс скорости с низкой околоземной орбиты при отлете от Земли; 2) требуемый импульс скорости для торможения при подлете к планете значения; 3) импульсов скорости в глубоком космосе; 4) импульса скорости при гравитационных маневрах у промежуточных планет.

$$f(\mathbf{x}) = \Delta V_o + \Delta \mathbf{V}_{dsmj} + \Delta V_{grj} + \Delta V_f$$

Рассмотрим следующий набор выбираемых (оптимизируемых) характеристик: 1) Дата старта от Земли (в рассматриваемую эпоху) T_0 ; 2) Даты проведения гравитационных маневров T_1, T_2, \dots, T_n ; 3) Даты реализации импульсов скорости на гелиоцентрических участках траектории $T_{dv1}, T_{dv2}, \dots, T_{dv(n+1)}$; 4) Дата подлета к планете назначения T_f ; 5) Вектор гиперболического избытка скорости при старте от Земли $V_{\infty 0}$; 6) Вектора гиперболического избытка скорости после гравитационных маневров $V_{\infty 1}, V_{\infty 2}, \dots, V_{\infty n}$.

Минимизируемая функция, зависящая от большого числа $(5n+6)$ переменных, имеет большое число локальных минимумов, и нахождение глобального минимума является очень сложной задачей. Для нахождения хорошего минимума тестированы возможности использования нескольких стохастических, локальных и гибридных методов оптимизации. Для тестирования эффективности методов рассматривалась задача оптимизации траектории перелета по схеме Земля - Земля - Юпитер. В качестве начального приближения оптимизируемых характеристик маршрута были взяты следующие характеристики:

1. дата старта от Земли - 10.07.2019г;
2. вектор гиперболического избытка скорости при отлете от Земли [2;2;2] км/с;
3. время гелиоцентрического перелета Земля - Земля 650 дней;
4. момент осуществления импульса скорости на гелиоцентрическом перелете Земля - Земля задавался в середине этого перелета;
5. вектор гиперболического избытка скорости после гравитационного маневра у Земли [3;3;3] км/с;
6. время перелета гелиоцентрического перелета Земля - Юпитер 1000 дней;
7. момент осуществления импульса скорости на гелиоцентрическом перелете Земля - Юпитер задавался в середине этого перелета.

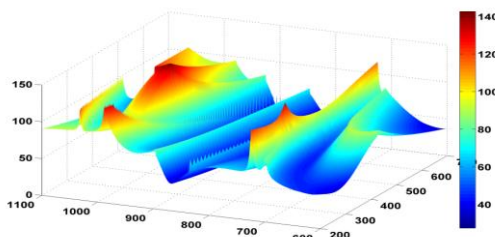


Рисунок 23. Суммарный импульс скорости как функции время гелиоцентрического перелета Земля – Земля и время гелиоцентрического перелета Земля – Юпитер (Для этого зафиксированы значения остальных характеристик такими, какими они приведены левее, и варьируются время перелета Земля – Земля и время перелета Земля – Юпитер)

Таблица 7. Характеристики траектории Земля - Земля – Юпитер

	Active-set	Interior points	sqp	CMAES
дата старта	24.07.2019	09.07.2019	26.06.2019	24.06.2019
гиперболический избыток скорости при старте от Земли (м/с)	7940.5	6264.9	5328.7	5197.2
требуемый импульс скорости при старте с базовой околоземной орбиты (км/с)	5789.9	4883.1	4447.4	4390.7
дата выполнения импульса скорости на гелиоцентрическом перелете Земля - Земля	12.02.2020	28.04.2020	06.07.2020	27.06.2020
величина импульса скорости при гелиоцентрическом перелете Земля - Земля	241.8	566.0	623.1	609.8
дата гравитационного маневра у Земли	25.04.2021	21.04.2021	27.04.2021	03.05.2021
гиперболический избыток скорости при гравитационном маневре у Земли (м/с)	9151.1	9720.6	9530.7	9381.4
радиус перигея гиперболы пролета (км)	7779.3	7357.3	6778.1	6778.1
Импульс скорости при гравитационном маневре(м/с)	-	-	35.4	-
дата выполнения импульса скорости на гелиоцентрическом перелете Земля - Юпитер	1.1.2022	03.09.2022	-	-
величина импульса скорости на гелиоцентрическом перелете Земля - Юпитер	235.4	5.6	-	-
дата подлёта КА к Юпитеру	22.01.2024	25.01.2024	05.03.2024	30.05.2024

гиперболический избыток скорости при подлете к Юпитеру (м/с)	5943.1	6058.9	6125.9	6341.8
требуемый импульс скорости при торможении в окрестности Юпитера (м/с)	294.7	306.3	313.1	335.5
суммарное время полета (сут)	1642.5	1660.4	1713.9	1802.7
суммарный импульс скорости (м/с)	6561.8	5761.1	5419.0	5335.9

Таблице 8. Характеристики траектории Земля - Земля – Юпитер. Тестирование гибридных методов

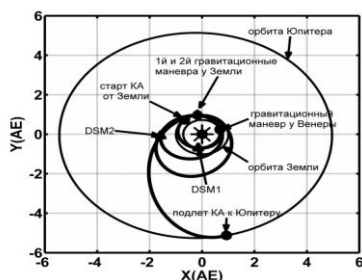
	GA+Active-set	SA+Interior points	PSO+SQP
дата старта	01.11.2019	23.09.2019	08.09.2019
гиперболический избыток скорости при старте от Земли (км/с)	4.0329	12.6621	9.3343
требуемый импульс скорости при старте с базовой околоземной орбиты (км/с)	3.9412	8.9939	6.6493
дата выполнения импульса скорости на гелиоцентрическом перелете Земля - Земля	16.11.2020	24.09.2019	06.03.2020
величина импульса скорости при гелиоцентрическом перелете Земля - Земля	1.5797	0.2277	0.0692
дата гравитационного маневра у Земли	15.06.2022	02.05.2021	27.05.2021
гиперболический избыток скорости при гравитационном маневре у Земли (км/с)	9.2395	12.5855	9.6456
радиус перигея гиперболы пролета (км)	6778.1	6778.1	6778.1
импульс скорости при гравитационном маневре (км/с)	3.6609	0.5359	0
дата выполнения импульса скорости на гелиоцентрическом перелете Земля - Юпитер	09.08.2022	18.11.2021	29.05.2021
величина импульса скорости на гелиоцентрическом перелете Земля - Юпитер	0.0404	3.3166	0.069
дата подлёта КА к Юпитеру	02.07.2024	22.04.2024	05.07.2025
гиперболический избыток скорости при подлете к Юпитеру (км/с)	6.4754	8.1067	7.6406
требуемый импульс скорости при торможении в окрестности Юпитера (км/с)	0.3497	0.5472	0.04863
суммарное время полета (сут)	1704.5	1672.97	2127.5
суммарный импульс скорости (км/с)	9.5719	13.6214	7.2049
Число вычислений минимизируемого суммарного импульса скорости	220231	7469	76805

Основным выводом из исследования является метод СМАЕС можно рекомендовать для оптимизации сложных схем межпланетных перелетов для транспортных систем с химическими ракетными двигателями, схем, анализируемых с использованием импульсной аппроксимации активных участков траектории полета. С использованием СМАЕС анализировали сложные схемы к Юпитеру, Сатурну, Плутону и астероиду TV135. В данной главе представлены основные характеристики траекторий перелета. Из них представим наиболее интересные траектории с точки зрения реализации будущих межпланетных миссий.

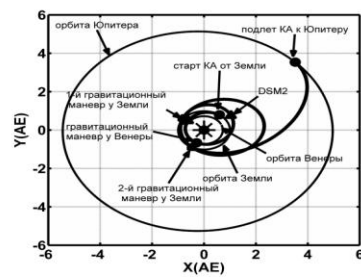
Таблица 9. Основные характеристики траектории Земля – Венера – Земля – Земля – Юпитер для двух вариантов дат старта

	1-ый вариант	2-ой вариант
дата старта	01.02.2025	15.11.2029
гиперболический избыток скорости при старте от Земли	3620.45 м/с	3478.56 м/с
требуемый импульс скорости с базовой околоземной орбиты	3805.85 м/с	3762.33 м/с
дата выполнения импульса скорости на гелиоцентрическом перелете Земля - Венера	21.05.2025	Нет импульса
величина импульса скорости на гелиоцентрическом перелете Земля - Венера	203.62 м/с	0 м/с
дата гравитационного маневра у Венеры	25.07.2025	04.04.2030

гиперболический избыток скорости у Венеры	6259.15 м/с	5411.93 м/с
дата выполнения импульса скорости на гелиоцентрическом перелете Венера - Земля	03.02.2026	Нет импульса
величина импульса скорости на гелиоцентрическом перелете Венера - Земля	307.26 м/с	0 м/с
дата первого гравитационного маневра у Земли	01.01.2027	15.02.2031
гиперболический избыток скорости у Земли при первом гравитационном маневре у неё	10598.93 м/с	9558.74 м/с
дата выполнения импульса скорости на гелиоцентрическом перелете Земля - Земля	Нет импульса	14.12.2031
величина импульса скорости на гелиоцентрическом перелете Земля - Земля	0 м/с	16.85 м/с
дата второго гравитационного маневра у Земли	03.12.2028	22.05.2033
гиперболический избыток скорости при втором гравитационном маневре у Земли	10609.31 м/с	9489.25 м/с
дата подлёта к Юпитеру	05.01.2032	08.11.2035
гиперболический избыток скорости при подлете к Юпитеру	5905.05 м/с	5933.21 м/с
требуемый импульс скорости при торможении в окрестности Юпитера	877.39 м/с	885.60 м/с
суммарный импульс скорости	5194.12 м/с	4664.78 м/с
суммарное время полета	2529.28 сут.	2184.14 сут.



1-ый вариант



2-ой вариант

Рисунок 24. Проекция на плоскость эклиптики траектории перелета КА по маршруту Земля – Венера – Земля – Земля – Юпитер.

Таблица 10. Основные характеристики траектории Земля – Венера – Венера – Земля – Юпитер – Сатурн

дата старта	06.04.2039
гиперболический избыток скорости при старте от Земли	4619.5 м/с
требуемый импульс скорости с базовой околоземной орбиты	4806.6 м/с
Время перелета Земля-Венера	215.2 сут
гиперболический избыток скорости при первом гравитационном маневре у Венеры	6283.6 м/сек
Дата выполнения первого гравитационного маневра у Венеры	07.11.2039
Время перелета Венера-Венера	399.9 сут
Дата выполнения дополнительного импульса	27.05.2040
импульс скорости на гелиоцентрическом перелете Венера - Венера	1432.6м/сек
Дата выполнения второго гравитационного маневра у Венеры	11.12.2040
гиперболический избыток скорости при втором гравитационном маневре у Венеры	14483.3 м/сек
Время перелета Венера-Земля	66.73 сут
Дата выполнения гравитационного маневра у Земли	15.02.2041
гиперболический избыток скорости при гравитационном маневре у Земли	17862.5 м/с
Время перелета Земля-Юпитер	549.8 сут
дата выполнения гравитационного маневра у Юпитера	19.08.2042
гиперболический избыток скорости при гравитационном маневре у Юпитера	10744.3 м/с
Время перелета Юпитер-Сатурн	3000.0 сут
Дата подлета КА к Сатурну	05.11.2050
гиперболический избыток скорости при подлете к Сатурну	4806.6м/сек
требуемый тормозной импульс скорости в окрестности Сатурна	321.3 м/с

суммарный импульс скорости	5923.5 м/с
суммарное время полета	11.585 года

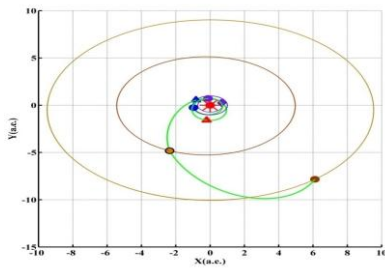


Рисунок 25. Траектория перелета по маршруту Земля – Земля – Юпитер – Сатурн.

В пятой главе рассматривается задача оптимизации траектории межпланетных перелетов КА с использованием гравитационных маневров и малой тяги к планете значения или на рабочую гелиоцентрическую орбиту. Предполагается использование пассивных гравитационных маневров, при которых движении КА в грависфере планеты не предусматривает включения маршевого двигателя КА. Задача оптимизации траектории перелета КА анализируется с помощью принципа максимума. При этом задача оптимального управления движением КА сводится к многоточечной краевой задаче. Критерием оптимизации является конечная масса КА (она максимизируется), а в случае фиксированной величины гиперболического избытка скорости при старте от Земли – требуемый запас массы рабочего тела электроракетной двигательной установки (он минимизируется).

Вектор начальных условий для анализа гелиоцентрической траектории полета имеет вид:

$$\mathbf{X}(t_0) = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_E(t_0) \\ \mathbf{V}_E(t_0) + V_{\infty 0}^+ \frac{\lambda_{v0}}{\lambda_{v0}} \\ m_0 \end{bmatrix}$$

где, $\mathbf{r}_E(t_0)$ и $\mathbf{V}_E(t_0)$ – радиус-вектор и вектор скорости Земли в момент старта КА; $V_{\infty 0}^+$ – гиперболический избыток скорости при старте; $\frac{\lambda_{v0}}{\lambda_{v0}}$ – орт базис-вектора в начальный момент времени; m_0 – масса КА после отделения ХРБ.

На рисунке 26 представлена схема изменения базис-вектора при гравитационном маневре с минимальной высотой пролета планеты. Базис-вектор рассматривается в виде суммы двух компонент: коллинеарной компоненты $\lambda_{v'}^{\parallel}$ (она направлена вдоль вектора гиперболического избытка скорости) и перпендикулярной компоненты $\lambda_{v'}^{\perp}$ (она перпендикулярна вектору гиперболического избытка скорости). Условия оптимальности гравитационного маневра дают соотношения, связывающие компоненты базис-вектора до и после гравитационного маневра. Оказывается, что перпендикулярная компонента базис-вектора не меняет свою величину и всегда направлена в сторону гравитационного центра: $\lambda_{v-}^{\perp} = \lambda_{v+}^{\perp}$. Величина коллинеарной компоненты базис-вектора при гравитационном маневре изменяется.

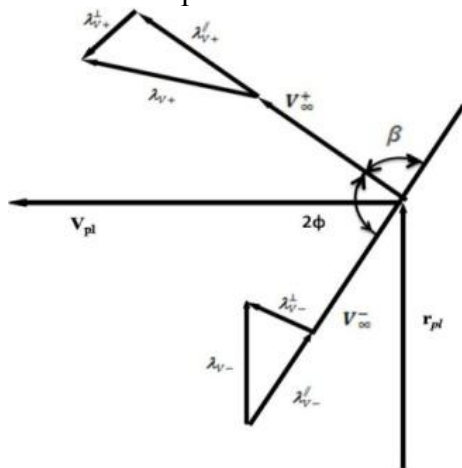


Рисунок 26. Схема изменения базис-вектора при гравитационном маневре с

Справедливо следующее равенство:

$$\lambda_{v+}^{\parallel} = \lambda_{v-}^{\parallel} + 2A\lambda_{v-}^{\perp}$$

где $A = \frac{2}{\operatorname{tg} \varphi} \frac{V_{\infty-}^2}{V_p^2 + V_{\infty-}^2}$, $\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \varphi}}{\cos \varphi}$,

$$\cos \varphi = \frac{V_p^2}{V_p^2 + V_{\infty-}^2} \text{ и } V_p^2 = \frac{\mu_{pl}}{r_{p \min}}.$$

минимальной высотой пролета

Так как при гравитационном маневре масса КА не меняется, то сопряженная переменная к массе тоже не меняется. Краевые условия для анализируемой проблемы включают условия в точках гравитационных маневров и в конечной точке траектории перелета. Краевыми условиями в точках гравитационных маневров рассматриваются следующие условия.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{r}_{pli} - \mathbf{r}_{SCi} \\ V_{\infty i}^- - V_{\infty i}^+ \\ \beta_{\max i} - \beta_i \\ \lambda_{Vi-}^T \left[\mathbf{V}_{\infty i}^- \times \mathbf{V}_{\infty i}^+ \right] \\ \lambda_{Vi+}^T \left[\mathbf{V}_{\infty i}^- \times \mathbf{V}_{\infty i}^+ \right] \\ \lambda_{Vi-}^\perp - \lambda_{Vi+}^\perp \\ \lambda_{Vi+}^{//} - \lambda_{Vi-}^{//} - 2A\lambda_{Vi-}^\perp \\ \lambda_{ri-}^T \mathbf{V}_{\infty i}^- - \lambda_{ri+}^T \mathbf{V}_{\infty i}^+ \end{bmatrix} = 0$$

В этом уравнении индекс i соответствует номеру гравитационного маневра ($i=1,2,\dots,n$). Векторное произведение векторов обозначено квадратными скобками и крестом.

Коллинеарные компоненты подлетного ($\lambda_{Vi-}^{//}$ с индексом «-») и отлетного ($\lambda_{Vi+}^{//}$ с индексом «+») базис-векторов, перпендикулярные компоненты базис-вектора $\lambda_{Vi-}^\perp, \lambda_{Vi+}^\perp$ можно найти так: $\lambda_{Vi\pm}^\perp = \lambda_{Vi\pm}^T \mathbf{e}_\pm^\perp$, $\lambda_{Vi\pm}^{//} = \lambda_{Vi\pm}^T \mathbf{e}_\pm^{//}$.

$$\text{где } \mathbf{e}_\pm^{//} = \frac{\mathbf{V}_{\infty i}^\pm}{|\mathbf{V}_{\infty i}^\pm|}, \mathbf{e}^b = \frac{\mathbf{V}_{\infty i}^- \times \mathbf{V}_{\infty i}^+}{|\mathbf{V}_{\infty i}^- \times \mathbf{V}_{\infty i}^+|}, \mathbf{e}_\pm^\perp = \frac{\mathbf{e}^b \times \mathbf{V}_{\infty i}^\pm}{|\mathbf{e}^b \times \mathbf{V}_{\infty i}^\pm|}.$$

$10n$ скалярных равенств, входящих выше представленного уравнения, следует рассматривать как $10n$ краевых условий в точках гравитационных маневров у промежуточных планет. При подлете к планете назначения необходимо удовлетворить условиям нулевой стыковки КА с планетой назначения. Масса КА при подлете к планете назначения (конечная масса) максимизируется. При этом краевые условия в конечной точке траектории рассматриваются как в (21).

Таким образом, полный набор краевых условий рассматриваемой задачи есть совокупность векторных равенств (выше представленного уравнения) и (21). Они содержат $10n+7$ скалярных условий типа равенства. Неизвестными выбираемыми параметрами краевой задачи можно рассматривать следующие $10n+7$ параметров: сопряженные переменные в начальной точке гелиоцентрического перелета $\lambda_{ro}, \lambda_{vo}, \lambda_{mo}$, даты выполнения гравитационных маневров, сопряженные переменные и векторы гиперболического избытка скорости после гравитационного маневра $t_{gri}, \lambda_{ri}, \lambda_{vi}, \mathbf{V}_{\infty i}^+$ ($i=1, 2, \dots, n$).

Следует отметить сложность и трудоемкость поиска решения сформулированной многоточечной краевой задачи. Это обусловлено следующими обстоятельствами:

- 1) высокая размерность краевой задачи (её порядок равен $10n+7$);
- 2) разнородность выбираемых параметров $10n+7$;
- 3) существование большого числа локальных решений (многоэкстремальность).

Перечисленные трудности заставляют отказаться от решения сформулированной проблемы сквозной оптимизации. В настоящей главе предлагается пренебречь некоторыми из сформулированных условий оптимальности, в связи, с чем получаемое решение правильнее назвать квазиоптимальным. Из перечисленных условий оптимальности решено отказаться от:

1. условий оптимальности дат гравитационных маневров (эти даты можно получить из решения вспомогательной задачи).

2. условий связи компонент базис-вектора при гравитационном маневре.

Базис-вектор после гравитационного маневра будет рассматриваться как независимый выбираемый параметр для анализа и оптимизации следующего гелиоцентрического перелета. Кроме дат гравитационных маневров будут фиксироваться векторы гиперболического избытка скоростей после каждого гравитационного маневра, которые тоже будут получены в ходе решения вспомогательной задачи.

Для решения сформулированной проблемы предлагается ввести вспомогательную задачу. Объясним существо вспомогательной задачи на примере оптимизации траектории перелета от Земли к Юпитеру с двумя гравитационными маневрами у Земли. Вспомогательная задача рассматривается как задача оптимизации импульсного перелета по маршруту Земля – Земля – Юпитер. То есть рассматривается перелет от Земли к Юпитеру с одним гравитационным маневром у Земли. Можно интерпретировать эту задачу, как задачу перелета к

Юпитеру, в которой не анализируется участок гелиоцентрической траектории с момента старта КА от Земли до первого гравитационного маневра и исследуется только заключительная часть маршрута: Земля (первый гравитационный маневр) – Земля (второй гравитационный маневр) – Юпитер. При этом рассматривается возможность использования на перелете дополнительных импульсов скорости на гелиоцентрических участках перелета и импульса скорости при втором гравитационном маневре у Земли.

Таким образом анализированы траектории перелета КА с ЭРДУ к Юпитеру по схеме Земля-Земля-Земля-Юпитер и называем полученную траекторию квазиоптимальной и представлены основные характеристики траектории перелета.

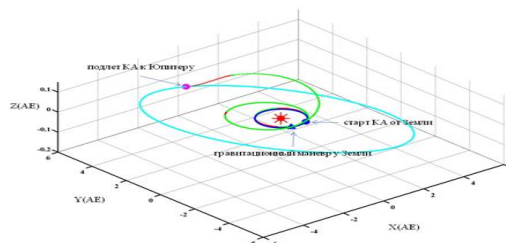
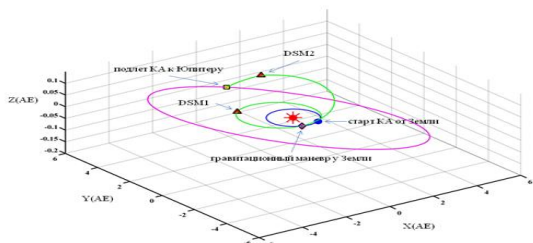


Рисунок 27 Траектория перелета Земля – Земля – Юпитер Рисунок 28. Гелиоцентрическая траектория Земля – Земля – Земля – Юпитер.

А так же анализированы траектории выведения КА с ЭРДУ на систему гелиоцентрических орбит для исследования Солнца по схемам Земля – Земля – Венера и Земля – Земля – Венера – Земля – Венера. Представлены основные характеристики траектории выведения.

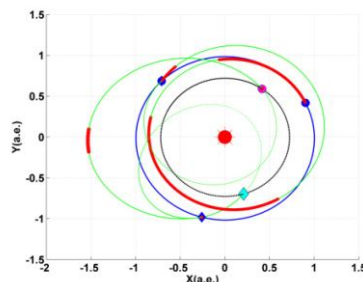
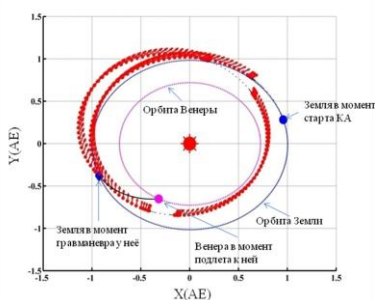


Рисунок 29. Проекция на плоскость эклиптики X-Y траектории гелиоцентрического перелета Земля – Земля – Венера

Рисунок 30. Проекция на плоскость эклиптики X-Y траектории гелиоцентрического перелета Земля – Земля – Венера – Земля – Венера

Представленные результаты в этой главе показывают, что предлагаемый подход к решению задачи многоточечной краевой задачи при траекторной оптимизации межпланетного перелета КА с ЭРДУ. Этот подход может быть широко использована при решении различных задач баллистического проектирования КА с ЭРДУ по сложной схеме перелета и гарантирован, получить квазиоптимальную траекторию.

В шестой главе описывается метод оптимизации межпланетных траекторий КА с малой тягой и гравитационными маневрами при использовании полного набора условий оптимальности принципа максимума с использованием CMAES. Выбор рациональных маршрутов (последовательности гравитационных маневров) предлагается проводить с использованием решения задачи импульсной формулировке которой подробно описана в третьей главе. При оптимизации траекторий КА с ЭРДУ анализируется выбранная последовательность гравитационных маневров. Рассматриваемую задачу оптимального управления можно свести к многоточечной краевой задаче для системы обыкновенных дифференциальных уравнений с использованием формализма принципа максимума (описана в пятой главе).

Предлагаемый метод решения рассматриваемой оптимизационной задачи подразумевается на три этапа.

1) Решение некоторой вспомогательной задачи. В ней анализируется и выбирается маршрут перелета к планете назначения, реализуемый последовательностью гравитационных

маневров и импульсов скорости на гелиоцентрических участках перелета. Критерием оптимальности вспомогательной задачи рассматривается суммарный импульс скорости на всем маршруте перелета. Из решений вспомогательной задачи выбираются только те, на которых величина импульсов скорости относительно невелика, с тем, чтобы работа ЭРДУ могла обеспечить приращение скорости.

2) Выбранный маршрут из вспомогательной задачи и некоторые его характеристики (даты гравитационных маневров, вектора гиперболических избытков скорости после гравитационных маневров) на втором этапе исследования не варьируются и считаются равными характеристикам, полученным при решении вспомогательной задачи. При характеристиках, полученных во вспомогательной задаче, решается задача оптимального перелета КА с ЭРДУ.

3) На третьем – заключительном – этапе исследования полученное на втором этапе решение используется как начальное приближение для решения сформулированной выше задачи сквозной оптимизации.

Анализировали траектории перелета КА с ЭРДУ к Юпитеру по следующим маршрутам:

1) Земля – Земля – Юпитер; 2) Земля – Земля – Земля – Юпитер; 3) Земля – Венера – Земля – Земля – Юпитер; 4) Земля – Земля – Венера – Земля – Земля – Юпитер и 5) Земля – Земля – Венера – Марс – Венера – Земля – Юпитер. Анализируемая транспортная космическая система базируется на ракете-носителе «Ангара -5», химическом разгонном блоке «КВТК». Характеристики этой системы представлены в третьей главе.

Таблица 11. Масса КА, доставляемого к Юпитеру, для различных маршрутов перелета:

Номер маршрута	Схема маршрута	Масса КА, доставляемая к Юпитеру (кг)
1	Земля – Земля – Юпитер	6611
2	Земля – Земля – Земля – Юпитер	7157
3	Земля – Венера – Земля – Земля – Юпитер	7098
4	Земля – Земля – Венера – Земля – Земля – Юпитер	7300
5	Земля – Земля – Венера – Марс – Венера – Земля – Юпитер	7101

Таблица 12. Основные характеристики второго маршрута, полученные в задаче сквозной оптимизацией по сравнению с решением вспомогательной задачи

Характеристики	Значения
Дата старта от Земли	29.05.2019
Гиперболический избыток скорости при старте от Земли (м/с)	800.0
Масса КА в начале гелиоцентрической траектории (кг)	8617.3
Требуемая масса топлива для гелиоцентрической траектории «Земля – Земля» (кг)	363.2
Дата подлета к Земле для осуществления гравитационного маневра	17/07/2020
Гиперболический избыток скорости после первого гравитационного маневра (м/с)	5137.5
Требуемая масса топлива для гелиоцентрической траектории «Земля – Земля» (2) (кг)	123.4
Дата подлета к Земле для второго гравитационного маневра	31/05/2022
Гиперболический избыток скорости после второго гравитационного маневра у Земли(м/с)	9338.9
Требуемая масса топлива для гелиоцентрической траектории «Земля – Юпитер» (кг)	974.0
Дата подлета к Юпитеру	21.03.2025
Масса КА при подлете к Юпитеру (кг)	7156.7
Полное время перелета (сутки)	2123,0

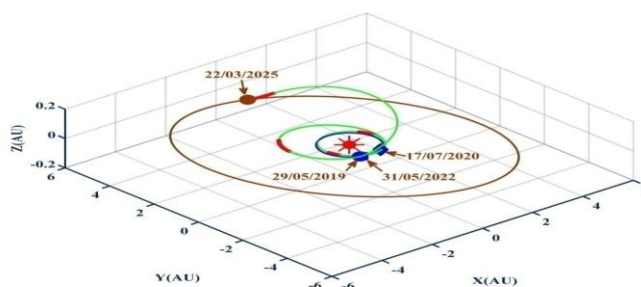


Рисунок 31. Траектория перелета КА с ЭРДУ к Юпитеру с использованием второго маршрута

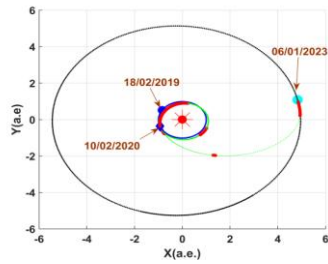


Рисунок 32. Траектория перелета КА с ЭРДУ по маршруту Земля - Земля – Юпитер)

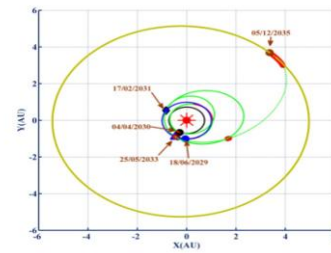


Рисунок 33. Траектория перелета КА с ЭРДУ по маршруту Земля–Венера–Земля–Земля–Юпитер

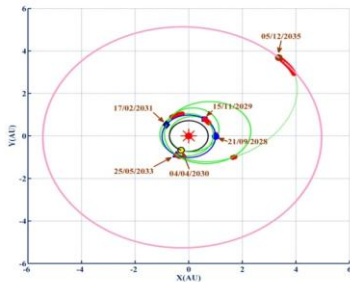


Рисунок 34. Траектория перелета КА с ЭРДУ по маршруту Земля–Земля–Венера–Земля–Земля–Юпитер)

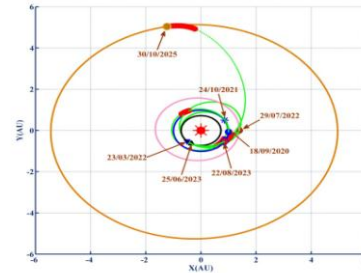


Рисунок 35. Траектория перелета КА с ЭРДУ по маршруту Земля - Земля - Венера - Марс - Венера - Земля - Юпитер

Выводы по работе

Предложен метод оптимизации траекторий межорбитального и межпланетного перелета, совмещающий использование необходимых условий оптимальности принципа максимума и эволюционной стратегии с адаптацией ковариационной матрицы (СМАЕС). Такая методология позволяет обойти трудности нахождения хорошего первого приближения при решении краевой задачи для системы обыкновенных дифференциальных уравнений, к которой сводится задача оптимального управления КА с ЭРДУ.

Для проектно-баллистического анализа транспортных космических систем разработан алгоритм использования метода эволюционной стратегии с адаптацией ковариационной матрицы (СМАЕС). Проведен сравнительный анализ его эффективности по сравнению с другими методами решения краевой задачи принципа максимума, которая рассматривается как задача минимизации суммы квадратов невязок краевых условий.

Показано, что метод СМАЕС обеспечивает получение оптимальной траектории межпланетного перелета для всех рассмотренных задач (и с идеально-регулируемой, и с нерегулируемой ЭРДУ) при всех рассмотренных начальных приближениях для неизвестного вектора параметров краевой задачи.

В более простой задаче оптимизации перелета КА с идеально-регулируемой ЭРДУ хорошая сходимость обеспечивается в ряде случаев методом Левенберга – Марквардта, трудоемкость которого (число вычислений минимизируемой суммы квадратов невязок) существенно меньше, чем при использовании СМАЕС. Однако рекомендовать этот метод трудно даже для оптимизации траектории перелета КА с идеально-регулируемой ЭРДУ, потому что в случаях неудачного набора начальных приближений для неизвестных параметров краевой задачи этот метод не обеспечивает сходимость к оптимальному решению.

Преимущества метода СМАЕС еще более очевидны для решения более сложной задачи оптимизации перелета КА с нерегулируемой ЭРДУ. Только этот метод обеспечил получение оптимальной траектории межпланетного перелета для всех рассмотренных вариантов начального приближения неизвестных параметров краевой задачи.

Метод Левенберга – Марквардта эффективен в том случае, когда начальное приближение для неизвестных параметров краевой задачи берется из решения задачи оптимизации перелета КА с идеально-регулируемой ЭРДУ. При этом метод обеспечивает быструю сходимость, а число вычислений минимизируемой суммы квадратов невязок краевой задачи существенно меньше, чем при использовании метода СМАЕС. Такой результат

показывает обоснованность использования многими исследователями [В.Г. Петухов и другие] оптимизации перелетов КА с идеально-регулируемым двигателем как предварительной ступени для оптимизации перелетов КА с нерегулируемой ЭРДУ.

Проведенное тестирование показало, что универсальным эффективным методом решения краевой задачи принципа максимума при оптимизации межпланетных перелетов КА с ЭРДУ можно считать метод эволюционной стратегии с адаптацией ковариационной матрицы.

Для оптимизации траектории многовиткового перелета КА между некомпланарными орбитами предложен подход, основанный на методе эволюционной стратегии с адаптацией ковариационной матрицы.

Предложенный метод позволяет эффективно решать не только задачи оптимального управления по минимуму времени выведения (задачи быстрогодействия), но и задачи оптимального управления по минимуму характеристической скорости при фиксированном времени выведения (задача с использованием пассивных участков на траектории выведения).

Проведен анализ свойств оптимальных траекторий и типов законов оптимального управления движением КА на траекториях межорбитальных многовитковых перелетов. Сравнение результатов, полученных с использованием разработанного метода, с результатами, опубликованными другими авторами, подтвердило эффективность предлагаемого метода.

Подробно проанализирована типовая транспортная операция выведения КА на ГСО с низкой околоземной орбиты высотой 200 км и наклоном 51.6° . Для этого проведен анализ оптимальных характеристик траекторий перелета для диапазона удельных импульсов 600-900 с и диапазона начальных реактивных ускорений $2.5 \dots 12.5 \text{ мм/с}^2$. Основным результатом является представление характеристической скорости как функции удельного импульса двигателя и начального реактивного ускорения.

Разработаны математические модели, алгоритмы и программные средства для оптимизации траектории многовитковых перелетов КА с низкой околоземной орбиты на высокие рабочие орбиты, в частности на геостационарную орбиту.

Предложен подход к оптимизации траекторий КА с ЭРДУ, идея которого состоит в том, чтобы свести задачу оптимизации (в том числе краевую задачу принципа максимума) к задаче безусловного минимума вспомогательной функции, состоящей из суммы квадратов невязок краевой задачи принципа максимума и оптимизируемого критерия, взятого с весовым коэффициентом. Весовой коэффициент используется в качестве параметра продолжения. Его начальная большая величина должна привести к области неизвестных параметров краевой задачи, в которой критерий оптимальности близок к глобальному минимуму, а конечная величина равна нулю. Это обеспечивает точное удовлетворение необходимым условиям принципа максимума и, как следствие, точное решение краевой задачи. Процесс минимизации предлагается выполнять при помощи разработанного метода, основанного на эволюционной стратегии с адаптацией ковариационной матрицы.

В рамках разработанного подхода произведен численный анализ трех задач – оптимизации перелета КА с ЭРДУ к Марсу, Юпитеру и на рабочую гелиоцентрическую орбиту с целью исследования Солнца.

Решены сотни краевых задач для анализа совместной оптимизации траектории полета КА с ЭРДУ к Марсу и его основных проектных параметров. Это позволило получить рекомендации по рациональным диапазонам тяги и удельного импульса ЭРДУ для рассмотренных космических миссий.

При анализе прямого перелета КА с ЭРДУ к Юпитеру обнаружены новые типы экстремалей с различным количеством полных оборотов вокруг Солнца. Свойства этих экстремалей могут считаться типичными.

Для выбора оптимальных даты старта и величины гиперболического избытка скорости для межпланетного перелета КА с ЭРДУ сформулирована краевая задача с условиями трансверсальности принципа максимума.

Проанализирована задача оптимизации траектории прямого выведения КА с ЭРДУ на рабочую гелиоцентрическую орбиту, позволяющую исследовать полярные области Солнца. Получены необходимые условия оптимальности для перелета на такую орбиту, выполнение которых обеспечивается решением краевой задачи.

Разработаны и описаны алгоритмы анализа и оптимизации сложных схем межпланетного полета для проектирования маршрутов межпланетного полета КА к небесным телам Солнечной системы (Юпитеру, Сатурну, Плутону, астероиду TV135) с использованием гравитационных маневров у промежуточных планет (Венеры, Земли, Марса, Юпитера, Сатурна) и дополнительных импульсов скорости на гелиоцентрических участках перелета. Постановка задачи предполагала использование активных гравитационных маневров, за счет чего ее удалось свести к задаче безусловной минимизации функции (суммарного импульса скорости) от характеристик рассматриваемого маршрута.

Для решения сформулированной задачи сквозной оптимизации протестированы различные методы локальной и глобальной оптимизации. Наиболее эффективным из них оказался метод эволюционной стратегии с адаптацией ковариационной матрицы. С его помощью оптимизирован и проанализирован ряд маршрутов КА к Юпитеру, Сатурну, Плутону и астероиду TV135. Из них выбрана наилучшая схема полета к Юпитеру для ближайших окон запуска и представлены основные характеристики траектории для этой схемы.

Сформулирована задача оптимизации траектории межпланетных перелетов КА с ЭРДУ к планете назначения или на рабочую гелиоцентрическую орбиту с использованием пассивных гравитационных маневров. Она сводится к многоточечной краевой задаче и решается с помощью принципа максимума. Для преодоления основной сложности решения предложен подход на основе использования решения вспомогательной задачи импульсного перелета. Полученное решение является квазиоптимальным из-за пренебрежения некоторыми из сформулированных условий оптимальности.

Представлены численные результаты оптимизации и основные характеристики траектории для перелета КА с ЭРДУ к Юпитеру при использовании космической транспортной системы Ангара-А5 и КВТК по маршрутам: Земля – Земля – Земля – Юпитер и Земля – Земля – Венера – Земля – Земля – Юпитер.

Представлены численные результаты квазиоптимизации и основные характеристики траектории перелета КА с ЭРДУ при использовании космической транспортной системы «Союз» и «Фрегат» на систему гелиоцентрических орбит для исследования Солнца по маршрутам: Земля – Земля – Венера и Земля – Земля – Венера – Земля – Венера.

Предложенные системы рабочих орбит со схемами выведения на них КА могут рассматриваться как альтернативы разрабатываемым проектам по исследованию Солнца.

Из-за сложности поставленной задачи и проблемы сходимости при оптимизации траектории очень непросто найти рациональную последовательность гравитационных маневров при решении сквозной задачи оптимизации для сложных траекторий перелета КА с ЭРДУ. Для преодоления этой трудности разработан метод решения задачи оптимизации траектории межпланетного перелета для КА с ЭРДУ с использованием серии гравитационных маневров. Использование этого метода предполагает проведение двух предварительных этапов исследования.

На первом этапе анализируется предварительная задача, в результате чего производится выбор рациональной траектории перелета с оценкой её характеристик. Предварительная задача формулируется как задача безусловного минимума функции нескольких параметров.

На втором этапе производится поиск начального приближения оптимизируемых характеристик (траектории) перелета (неизвестных параметров многоточечной краевой задачи сквозной оптимизации для сложной траектории межпланетного перелета КА с ЭРДУ). В анализируемой задаче используются характеристики, полученные на предыдущем этапе и сформулированные так, что каждый гелиоцентрический участок перелета КА с ЭРДУ для выбранной (общей) траектории перелета оптимизируется отдельно. На этом этапе используется принцип максимума. При этом решаются двухточечные краевые задачи 7-ого и 9-ого порядков. Благодаря выбранным характеристикам траектории перелета на первом этапе исследования отсутствуют сложности в решении этих краевых задач.

На третьем этапе исследования решается многоточечная краевая задача сквозной оптимизации принципа максимума и используются оптимальные характеристики траектории межпланетного перелета, полученные на втором этапе исследования. Трудностей со

сходимостью при итерационных процессах можно избежать за счет использования хороших начальных приближений, полученных на втором этапе исследования.

С использованием предложенного метода проанализированы перелеты КА с ЭРДУ к Юпитеру с использованием нескольких гравитационных маневров у промежуточных планет.

Перечисленные решенные задачи показали, что разработанный в настоящей работе методический подход обеспечивает эффективное решение задач оптимального проектирования траекторий космических аппаратов (как и для орбитальных перелетов, так и для межпланетных перелетов). Этот подход может быть использован при разработке программных продуктов, обеспечивающих решение широкого круга задач для анализа перспективных космических транспортных средств.

Публикации по теме диссертации

Монография

1. Константинов М.С., Петухов В.Г., **Мин Тейн**. Оптимизация траекторий гелиоцентрических перелетов. Издательство МАИ. 2015г. 259с.

В изданиях из рекомендованного ВАК Минобрнауки России перечня:

2. Константинов М.С., **Мин Тейн**. Метод оптимизации траектории перелета выведения КА с электроракетной двигательной установкой на ГСО// Вестник МАИ: 2009. – т.16, № 5, С.282-290.

3. Константинов М.С., **Мин Тейн**. Анализ сложных схем полета к Сатурну с использованием гравитационных маневров и импульсов скорости в глубоком космосе. Электронный журнал «Труды МАИ», №52, 2012г.

4. Константинов М.С., **Мин Тейн**. Оптимизация траектории выведения космического аппарата на рабочую гелиоцентрическую орбиту. Электронный журнал «Труды МАИ», №67, 2013г.

5. Константинов М.С., **Мин Тейн**. Анализ одной схемы полета космического аппарата для исследования Солнца. Электронный журнал «Труды МАИ», №71, 2013г.

6. Константинов М.С., **Мин Тейн**. Оптимизация прямых полётов к Юпитеру с ядерной электроракетной двигательной установкой. Вестник МАИ: 2013. – т.20, № 5, С.32-41.

7. Константинов М.С., **Мин Тейн**. Квазиоптимальные траектории полёта к Юпитеру с последовательностью гравитационных маневров у Земли. Вестник «НПО имени С.А. Лавочкина». № 4, 2015г. С 70-76.

8. Константинов М.С., Петухов В.Г., **Мин Тейн**. Анализ влияния мощности солнечной энергетической установки на характеристики проекта "Интергелио-Зонд" при использовании электроракетных двигателей. Известия Академии Наук "Энергетика", № 2, 2016. С 102-117.

9. Константинов М.С., **Мин Тейн**. Оптимизация траектории выведения космического аппарата на систему гелиоцентрических орбит. Космические исследования 2017, том 55, №3, с.226-235.

10. Константинов М.С., Орлов А.А., **Мин Тейн**. Анализ влияния мощности солнечной энергетической установки на характеристики перелета космического аппарата с солнечной электроракетной двигательной установкой к Юпитеру. Известия Академии Наук "Энергетика", № 3, 2017. С 97-113.

11. Константинов М.С., **Мин Тейн**. Оптимизация траектории выведения КА на геостационарную орбиту для транспортной системы с удельным импульсом двигателя 600-900 с. Электронный журнал «Труды МАИ», № 4, 2017г.

В рецензируемых иностранных изданиях:

12. Konstantinov M.S., Petukhov V.G., **Min Thein**. The one mission for Sun exploration. IAC paper, IAC-12-A3, 5, 5. 63th IAC, Naples, Italy, 2012.

13. Konstantinov M.S., Petukhov V.G., **Min Thein**. Optimization of spacecraft insertion into the system of heliocentric orbits for Sun exploration. IAC paper, IAC-14-C1.9.4. 65th IAC, Toronto, Canada, 2014.

14. Konstantinov M.S., Petukhov V.G., **Min Thein**. Analysis of the flight paths to Jupiter using the sequence of gravitational maneuvers. IAC paper, IAC-15-A3.IP.4. Jerusalem, Israel, 2015.
15. Konstantinov M.S., **Min Thein**. Method of interplanetary trajectory optimization for the spacecraft with low thrust and swing-bys. Acta Astronautica. №.136 (2017) p. 297-311.
16. Konstantinov M.S., **Min Thein**. Optimization of the trajectory of the spacecraft insertion into the system of heliocentric orbits. Cosmic research. Vol.55. issue 3, 2017. p. 214-223.
17. Konstantinov M.S., **Min Thein**. Preliminary optimization of the complicated interplanetary flight path of the spacecraft with electric propulsion. Procedia Engineering. Vol.185, 2017, p. 246-253.
18. Konstantinov M.S., **Min Thein**. Low thrust trajectory optimization using covariance matrix adaptation evolution strategy. The Advances in the Astronautical Sciences Series. vol.161 (2018). p.

Другие публикации:

19. Константинов М.С., **Мин Тейн**. Проектирование схем выведения космического аппарата на геостационарную орбиту при использовании химического разгонного блока и двигателей малой тяги.// Материалы XLIV научных чтений памяти К.Э. Циолковского. Калуга 2009. С. 119-120.
20. Константинов М.С., **Мин Тейн**. Метод оптимизации траектории выведения КА на ГСО при использовании электроракетной двигательной установки// Материалы XXXIV академических чтений по космонавтике. М.: 2010. С.119-120.
21. Константинов М.С., **Мин Тейн**. Проектирование сложных схем межпланетных перелетов.// Материалы XLVI научных чтений памяти К.Э. Циолковского. Калуга 2011. С. 120-121.
22. Константинов М.С., **Мин Тейн**. Анализ сложных схем полета к Сатурну с использованием гравитационных маневров и импульсов скорости в глубоком космосе. Тезисы докладов 10-ой Международной конференции «Авиация и Космонавтика - 2011». Москва, 2011. С.99 – 100.
23. Константинов М.С., **Мин Тейн**. Проектирование траектории космического паромы Земля – Марс – Земля с использованием гравитационных маневров и двигателей малой тяги. Тезисы докладов XXXIV академических чтений по космонавтике, 2012.
24. **Мин Тейн**. Оптимизация гелиоцентрической траектории космического аппарата для исследования Солнца. Тезисы докладов IX конференция молодых ученых, посвященная дню космонавтики «Фундаментальные и прикладные космические исследования» Москва ИКИ РАН, 2012г. С. 59-60.
25. Петухов В.Г., Федотов Г. Г., **Мин Тейн**. О многозначности экстремальных решений в задаче межорбитального перехода. Сборник тезисов докладов XVII международная научная конференция «Системный анализ, управление и навигация». Крым, Евпатория, 2012г. С. 52-53.
26. Константинов М.С., **Мин Тейн**. Оптимизация траектории выведения космического аппарата с двигателем малой тяги на гелиоцентрическую орбиту для исследования Солнца. Материалы XLVII научных чтений памяти К.Э. Циолковского. Калуга 2012. С. 170-171.
27. Константинов М.С., **Мин Тейн**. Оптимизация управления движением космического аппарата при его выведении на гелиоцентрическую орбиту для исследования Солнца. Материалы Конференции «Управление в технических, эргатических, организационных и сетевых системах» (УТЭОСС-2012), Ст. Петербург, 2012г. С.148-151.
28. Константинов М.С., **Мин Тейн**. Оптимизация одной схемы выведения космического аппарата на систему гелиоцентрических рабочих орбит для исследования Солнца. Материалы XXXVII академических чтений по космонавтике. М.: 2013. С.135-136.
29. Константинов М.С., **Мин Тейн**. Анализ результатов оптимизации прямых полётов к Юпитеру для КА с ядерной электроракетной двигательной установкой. Материалы XLVIII научных чтений памяти К.Э. Циолковского. Калуга 2013. С.112-113.
30. Константинов М.С., **Мин Тейн**. Анализ сложных схем полета к Юпитеру с использованием гравитационных маневров и импульсов скорости в глубоком космосе. Тезисы докладов 12-ой Международной конференции «Авиация и Космонавтика - 2013». Москва, 2013. С.256 – 258.

31. Константинов М.С., **Мин Тейн**. Квазиоптимальные траектории перелета к юпитеру с малой тягой при использовании двух гравитационных маневров у Земли. Материалы XXXVIII академических чтений по космонавтике. М.: 2014. С.107-108.
32. Константинов М.С., **Мин Тейн**. Оптимизация схемы выведения космического аппарата на систему гелиоцентрических орбит для исследования Солнца. Материалы XLIX научных чтений памяти К.Э. Циолковского. Калуга 2014. С.89-90.
33. Константинов М.С., **Мин Тейн**. Система гелиоцентрических орбит для исследования солнца. Тезисы докладов 13-ой Международной конференции «Авиация и Космонавтика - 2014». Москва, 2014. С.154 – 156.
34. Константинов М.С., **Мин Тейн**. Оптимизация траектории перелета к Юпитеру с малой тягой при использовании гравитационных маневров у Венеры, Земли и Марса. Материалы XXXIX академических чтений по космонавтике. М.: 2015. С.89-90.
35. Константинов М.С., **Мин Тейн**. Анализ многоэкстремальности при оптимизации траектории прямого перелета космического аппарата с электроракетной двигательной установкой в окосолнечное пространство. Материалы 50-х научных чтений памяти К.Э. Циолковского. Калуга 2015. С.147-148.
36. Константинов М.С., **Мин Тейн**. Метод оптимизации межпланетных траекторий КА с малой тягой и гравитационными маневрами. Материалы XL академических чтений по космонавтике. М.: 2016. С.80-81.
37. Константинов М.С., **Мин Тейн**. Оптимизация перелета космического аппарата с электроракетной двигательной установкой к Юпитеру. Полет. Общероссийский научно-технический журнал. том 2-3,2016. С. 30-37.
38. Константинов М.С., **Мин Тейн**. Оптимизация траекторий межорбитальных многовитковых перелетов космического аппарата с использованием эволюционной стратегии с адаптацией ковариационной матрицы. Материалы 52-х научных чтений памяти К.Э. Циолковского. Калуга 2016. С.188-189.
39. Константинов М.С., Финогенов С. Л., Коломенцев А. И., **Мин Тейн**. Совместная оптимизация траектории полета и характеристик космического аппарата с солнечным тепловым ракетным двигателем. Тезисы докладов 16-ой Международной конференции «Авиация и Космонавтика - 2017». Москва, 2017. С.267 – 268.
40. Константинов М.С., **Мин Тейн**. Использование солнечной электроракетной двигательной установки при выведение КА на гелиоцентрическую орбиту с низким перигелием и большим наклоном. Материалы XLII академических чтений по космонавтике. М.: 2018. С.98.
41. Константинов М.С., Финогенов С. Л., Коломенцев А. И., **Мин Тейн**, Тутуров А.А., Выбор основных проектных параметров разгонного блока с солнечным тепловым ракетным двигателем при оптимизации траектории. Материалы XLII академических чтений по космонавтике. М.: 2018. С.25-26.
42. Konstantinov M.S., Petukhov V.G., **Мин Тейн**, Elnikov R.V., Ivanyuhin A.V., Nikolichev I. A., Ngoc Dien Nguyen. The 7th Global Trajectory Optimisation Competition: Solution from the team RIAME/MAI". GTOC7 workshop, Rome 2015.
http://sophia.estec.esa.int/gtoc_portal/?page_id=707
43. Konstantinov M.S., **Мин Тейн**. Low cost mission for the Sun exploration using the system of heliocentric orbits. BIS-RS-2015-69. The 13th Reinventing Space Conference, Oxford, UK, 2015.
44. Konstantinov M.S., **Мин Тейн**, Nikolichev I.A. Optimization of low thrust multi-revolution transfers using the method of dual numbers. The 6th international conference on astrodynamics tools and techniques, Darmstadt, Germany, 2016.
45. Petukhov V.G., **Мин Тейн**, Ivanyuhin A.V. Joint optimization of main design parameters of electric propulsion system and spacecraft trajectory. The 6th international conference on astrodynamics tools and techniques, Darmstadt, Germany, 2016.

Множительный центр МАИ (НИУ)
Заказ от " __ " _____ 2018г. Тираж: 100 экз.