

---

УДК: 533.601 (075.8)

## **Некоторые вопросы оптимизации профиля крыла малоразмерного беспилотного летательного аппарата**

**Пархаев Е.С.\*, Семенчиков Н.В.\*\***

*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия*

*\*e-mail: Egor.Parhaev@yandex.ru*

*\*\*e-mail: semenchikovnv@rambler.ru*

### **Аннотация**

В работе рассмотрены некоторые аспекты оптимизации крыльевых профилей в приложении к аэродинамическому проектированию малоразмерных беспилотных летательных аппаратов. Представлены примеры численного решения задачи оптимизации прямым методом по одному и более критериям, полученные при малых числах Рейнольдса. Показано, что для построения практически значимых профилей решение задачи оптимизации необходимо реализовывать в многокритериальной постановке.

**Ключевые слова:** профиль крыла, оптимизация, малоразмерный беспилотный летательный аппарат, малые числа Рейнольдса.

### **Введение**

В настоящее время в качестве нового перспективного направления развития беспилотных летательных аппаратов рассматриваются мини - и микро - беспилотные летательные аппараты (МБПЛА) самолетной схемы. Повышенный

интерес к этому классу авиационной техники объясняется появлением новых достижений в области миниатюризации компонентов ЛА и новых концепций практического применения таких аппаратов.

Дальнейшее развитие МБПЛА требует повышения их аэродинамической эффективности. Аэродинамика указанных аппаратов существенно отличается от аэродинамики ЛА большой размерности. В частности, обтекание профилей крыла МБПЛА происходит при малых, часто критических числах Рейнольдса  $Re = 10^4 \dots 5 \cdot 10^5$ . При таких числах Рейнольдса в окрестности профилей возможно возникновение ламинарно - турбулентного перехода, сопровождающегося отрывом потока (отрывным пузырем), вызывающего нелинейное скачкообразное изменение по определяющим параметрам аэродинамических характеристик профиля крыла и ухудшение летно-технических характеристик всего ЛА. Чтобы обеспечить наилучшие летно-технические характеристики МБПЛА необходимо в процессе аэродинамического проектирования крыла МБПЛА оптимизировать используемые при этом профили крыла.

### **Постановка задачи**

Аэродинамическое проектирование профиля зависит от множества ограничений и требований, которые, как правило, конфликтуют между собой.

Задача оптимизации профиля может быть сформулирована, как максимизация по некоторым переменным проектных параметров профиля крыла. Решением такой задачи является определенное сочетание геометрических параметров, обеспечивающее максимальные значения аэродинамических характеристик МБПЛА,

таких как, например, аэродинамическое качество. При этом во внимание берется ряд заданных аэродинамических, технологических и других ограничений.

Запишем математическую формулировку этой задачи:

Найти  $\min F(X)$ ,  $X \in R^n$

при следующих ограничениях  $c_i(X) = 0, i = 1, 2, \dots, n$ ;

$$c_i(X) \geq 0, i = n + 1, \dots, m;$$

где  $F(X)$  – целевая функция, а  $c_i(X)$  – функция ограничений.

В качестве целевых функций выступают зависимости аэродинамических коэффициентов профиля от его геометрических параметров.

### **Метод оптимизации профиля крыла**

Известны прямые и обратные методы оптимизации профиля крыла. При использовании прямого метода проводят последовательное изменение геометрических параметров контура профиля и пересчитывают аэродинамические характеристики профиля [1, 2]. Решение считается найденным, когда достигаются необходимые заданные аэродинамические характеристики профиля. В обратных методах с целью обеспечения требуемых аэродинамических характеристик профиля, как правило, варьируются распределения скорости по профилю крыла [3, 4]. Обратные методы являются традиционными в аэродинамике. Прямой метод численной оптимизации крыльевых профилей является более поздним.

В данной работе использован прямой метод численной оптимизации профиля. Его обобщенная структурная схема приведена на рис. 1.



Рис. 1 Блок-схема прямого метода численной оптимизации

### Аэродинамическая модель

Так как в прямом методе необходимо проводить расчет параметров обтекания и аэродинамических характеристик профиля, то при выборе метода их расчета (аэродинамической модели) предпочтение необходимо отдать тому методу, в котором учитываются все особенности обтекания профиля крыла при малых числах Рейнольдса (эффекты ламинарно-турбулентного перехода и отрывные явления). Кроме того, метод и алгоритм расчета должны быть эффективными и экономичными.

Одной из немногих таких аэродинамических моделей является комплекс Xfoil [5], в котором при анализе аэродинамики профилей решается задача вязко-невязкого взаимодействия. Сначала рассчитываются параметры обтекания профиля невязким потоком. Для этого используется панельный метод. Учет влияния вязкости производится с помощью расчета параметров пограничного слоя интегральным методом. Для предсказания ламинарно-турбулентного перехода применяется

получивший широкое признание полуэмпирический  $e^n$ -метод [6], разработанный на основе линейной теории устойчивости и использующий экспериментальные данные. Данный метод позволяет моделировать рост пространственных волн Толлмина-Шлихтинга, которые вызывают переход. Степень роста амплитуды волны определяется из решения уравнения Орра-Зоммерфельда, связанного с местными величинами форм - параметра и толщиной потери импульса пограничного слоя.

Эффективность программного комплекса Xfoil подтверждается результатами сравнения данных, полученных с его помощью, с экспериментальными данными и с результатами расчетов с помощью других аэродинамических моделей, [7, 8] (в том числе с широко распространенной на сегодняшний день SST-моделью, дополненной моделью ламинарно-турбулентного перехода Лантри-Ментера, [8]). SST-модель турбулентности представляет собой комбинацию моделей турбулентности типа «k- $\epsilon$ », которая лучше описывает свойства свободных сдвиговых течений, и типа «k- $\omega$ », как наиболее подходящая для моделирования пристеночных течений. В модели ламинарно-турбулентного перехода Лантри – Ментера добавлено два уравнения переноса: уравнение переноса для перемежаемости и уравнение, определяющее число Рейнольдса начала ламинарно-турбулентного перехода.

#### *Параметрическое описание профиля крыла*

При использовании прямого метода оптимизации одной из важнейших задач является выбор и построение подходящей параметрической модели профиля.

Для этого существует целый ряд методов параметризации, таких как дискретная параметризация [9], метод конформного отображения [10],

аналитическое и полиномиальное представления контура профиля [9]. Различные подходы к параметризации профиля подробно рассмотрены в работе [11].

При решении задачи оптимизации профилей дискретный метод (использование 150-200 точек как переменных проектирования) не удобен, потому что он требует больших вычислительных затрат, и при этом сложно обеспечивать гладкость получаемых контуров. Более предпочтительным для параметризации контура профиля является применение аналитических и полиномиальных функций.

Суть такой параметризации сводится к описанию верхней и нижней дужек профиля функцией вида:

$$y = y_{баз} - \sum_{j=1}^N \alpha_j f_j(x),$$

где  $\alpha_j$  - переменная,  $N$  - количество переменных,  $f_j(x)$  - параметрическая функция,  $y_{баз}$  - ордината средней линии исходного профиля.

При выборе параметрической кривой для решения задачи оптимизации профиля крыла:

1. необходимо использовать как можно меньшее количество переменных проектирования, при котором возможно совпадение распределений давления исходного и интерполируемого контуров;
2. параметрическая кривая должна обеспечивать возможность получения практически реализуемых профилей (во многом это осуществляется за счет наложения дополнительных ограничений, например, условия отсутствия самопересечения дуг);
3. необходимо обеспечить гладкость кривой контура профиля;

4. кривая должна обеспечивать аппроксимацию широкого класса профилей (вогнутых, выпуклых, S-образных).

В частности, в качестве параметрической функции, удовлетворяющей приведенным выше требованиям, можно использовать функцию Хикса-Хинна, [1]:

$$f_i(x) = \sin^4(\pi x^{\beta_i}) \text{ , где } \beta_i = \frac{\ln(0.5)}{\ln(x_{m_i})} \quad i = 1, \dots, n,$$

где  $x_{m_i}$  – координата точки максимума.

### *Ограничения*

Известно, что получение адекватного решения задачи оптимизации невозможно без наложения ограничений. В первую очередь для задач оптимизации профилей при дозвуковом обтекании необходимо обеспечить гладкое сочленение параметрических кривых в носке профиля. Возможно наложение ограничений по коэффициенту момента тангажа. При равных коэффициентах момента, как правило, удастся фиксировать вогнутость оптимизируемого профиля. Также, необходимо ограничивать толщину профиля и толщину его задней кромки. Стоит отметить, что проблема ограничений до конца не решена. Дело в том, что часто важные ограничения невозможно количественно описать должным образом.

### *Алгоритм оптимизации*

В данной работе в качестве алгоритма оптимизации использовался так называемый генетический алгоритм, [12]. Этот алгоритм относится к стохастическим методам численной оптимизации. Для создания новой геометрии профиля в нем используются: случайные изменения проектных параметров, отбор

контуров с наилучшими значениями целевых функций, а также образование новых переменных на основе линейных комбинаций существующих.

### Результаты оптимизации

Ниже приводятся некоторые примеры оптимизации профилей, полученные с помощью описанного выше метода. В качестве исходных профилей использовались известные профили S1223, DAI1335 и другие, спроектированные с помощью традиционных обратных методов оптимизации, [16-18]. Оптимизация профилей возможна при выборе различных критериев оптимизации, одного или нескольких.

#### *Примеры однокритериальной оптимизации профилей*

*Пример №1.* Одной из классических оптимизационных задач аэродинамики является нахождение профиля крыла с максимальным значением подъемной силы. Величина коэффициента максимальной подъемной силы определяет наименьшую допустимую скорость полета, и соответственно, взлетно-посадочные характеристики аппарата. Рассмотрим ее решение на следующем примере (рис. 2).

*Найти  $\max F(X) \equiv C_{ya}|_{\alpha=12^\circ}$ , при  $Re=200000$ .*

*Ограничения:  $11\% \leq \bar{c} \leq 13\%$ ,  $\bar{t}_{зк}=1\%$*

*где  $\bar{c} = \frac{c}{b}$  - относительная толщина профиля,*

*$\bar{t}_{зк} = \frac{t_{зк}}{b}$  - относительная толщина задней кромки профиля,*

*$C_{ya}|_{\alpha=12^\circ}$  - коэффициент подъемной силы профиля при угле атаки 12 градусов.*

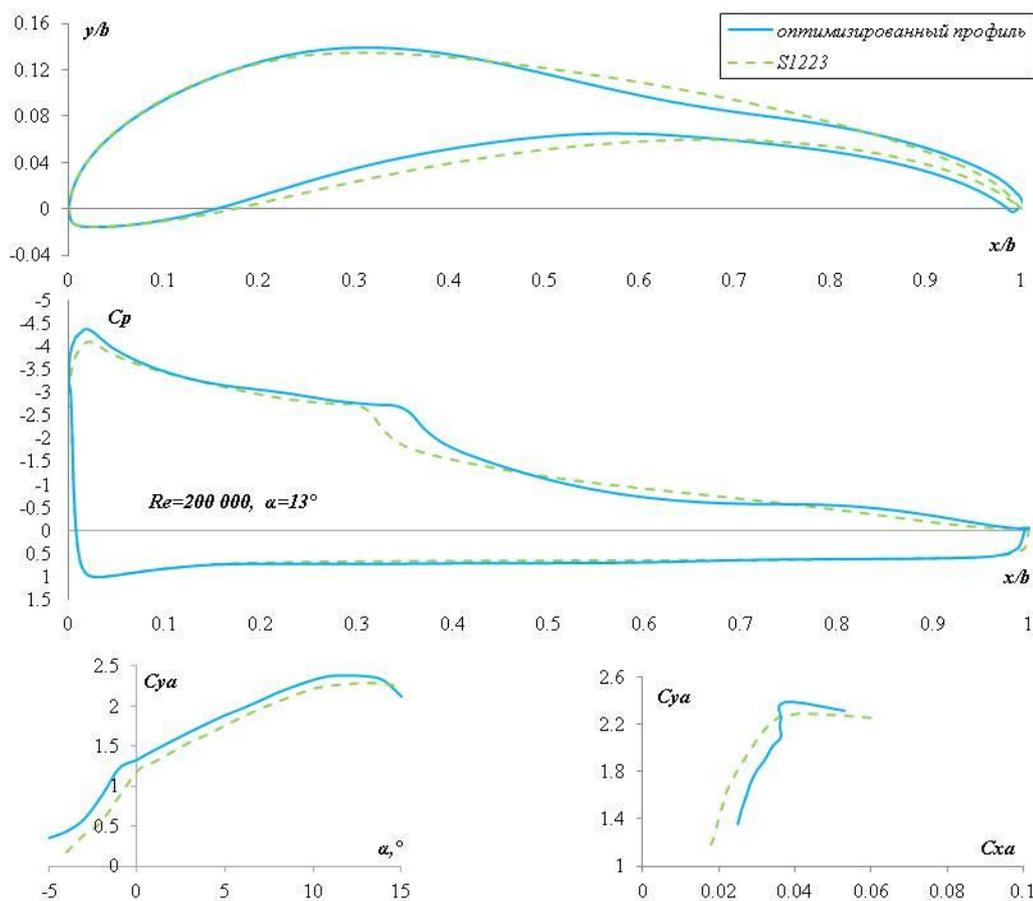


Рис. 2 Сравнение контуров и аэродинамических характеристик исходного и оптимизированного профилей при оптимизации по критерию максимальной подъемной силы

На рис. 2 представлены контуры исходного и оптимизированного профилей, а также приведены зависимости  $C_{ya} = f(\alpha)$ , поляры  $C_{xa} = f(C_{ya})$  и зависимости коэффициентов давления  $C_p$  от относительной координаты точки контура профиля  $x/b$ ,  $C_p = f(x/b)$ . Видно, что основные изменения контура профиля имеют место при  $x/b > 0.28$ , а коэффициент подъемной силы оптимизированного профиля на 5% больше аналогичного коэффициента исходного профиля во всем диапазоне изменения его углов атаки. Сравнение коэффициентов давления в точках контура оптимизированного и исходного профилей позволяет сказать, что рост коэффициентов подъемной силы в основном вызван изменением верхней ветви

контура профиля. При этом увеличивается ламинарный участок течения, и при  $0.28 < x/b < 0.32$  растет перепад давления между нижней и верхней ветвями контура профиля.

*Пример №2.* Для следующего примера (рис. 3) в качестве критерия оптимизации был выбран коэффициент мощности. В практическом смысле максимизация этого коэффициента приводит к уменьшению потребной для обеспечения горизонтального полета МБПЛА мощности, и, соответственно, увеличивает продолжительность полета.

$$\text{Найти } \max F(X) \equiv \frac{C_y a^{\frac{3}{2}}}{C_x a} \Big|_{\alpha=6^\circ} \text{ при } Re=200000,$$

$$\text{Ограничения: } 11\% \leq \bar{c} \leq 13\%, M_{z_{DAI1335}} \equiv M_{z_{опт}}, \bar{t}_{зк\ DAI1335} \equiv \bar{t}_{зк_{опт}}$$

$\frac{C_y a^{\frac{3}{2}}}{C_x a} \Big|_{\alpha=6^\circ}$  - коэффициент мощности профиля при угле атаки  $\alpha = 6^\circ$ ;

$M_{z_{DAI1335}} \equiv M_{z_{опт}}$  - условие равенства коэффициентов момента исходного и оптимизируемого профилей;

$\bar{t}_{зк\ DAI1335} \equiv \bar{t}_{зк_{опт}}$  - условие равенства относительных толщин задней кромки исходного и оптимизируемого профилей.

Из графиков  $C_p = f(x/b)$  на рис. 3 видно, что вязкое и невязкое распределения давлений по контуру оптимизированного профиля очень близки, это говорит о минимизации или даже полном устранении составляющей полного профильного сопротивления - сопротивления давления. Физически это означает, что произошло

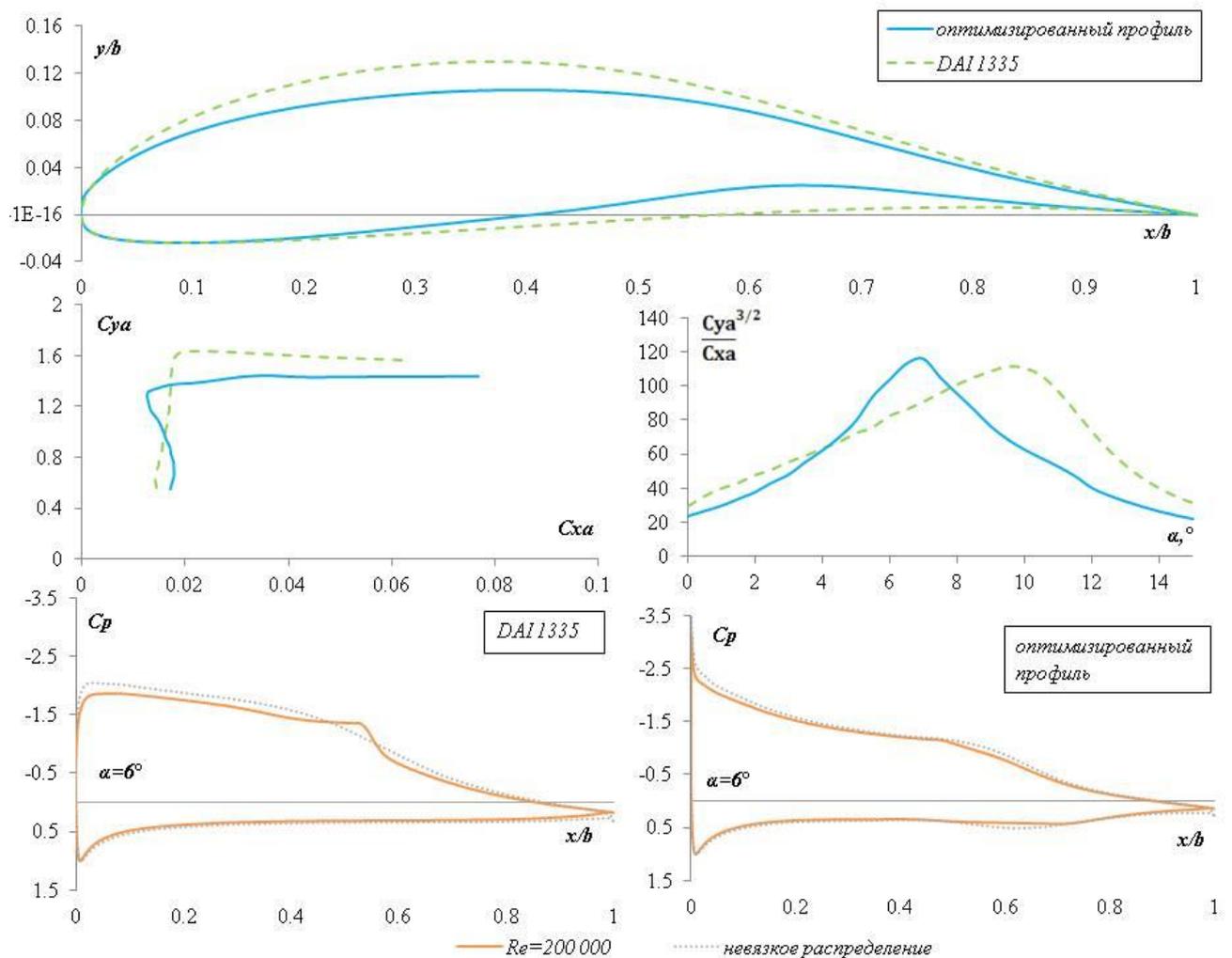


Рис. 3 Сравнение контуров и аэродинамических характеристик исходного и оптимизированного профилей по критерию уменьшения потребляемой мощности

устранение местного отрыва потока (отрывного пузыря). Также можно сказать, что перемещение максимума коэффициента мощности оптимизированного профиля на угол атаки, равный 6 градусам, связано с увеличением вогнутости нижней ветви контура, а также со смещением положения ее вогнутости назад относительно исходного профиля.

*Пример №3.* Рассмотрим еще один пример оптимизации для случая с обтекания профиля с меньшим, чем в примерах №1 и №2 числом Рейнольдса. В

качестве критерия оптимизации возьмем минимальный коэффициент сопротивления профиля  $C_{xa}$  при угле атаки  $6^\circ$ .

Найти  $\min F(X) \equiv C_{xa}|_{\alpha=6^\circ}$  при  $Re=40000$ ,

Ограничения:  $7\% \leq \bar{c} \leq 9\%$ ,  $\bar{t}_{zk\ b9005} \equiv \bar{t}_{zkopt}$

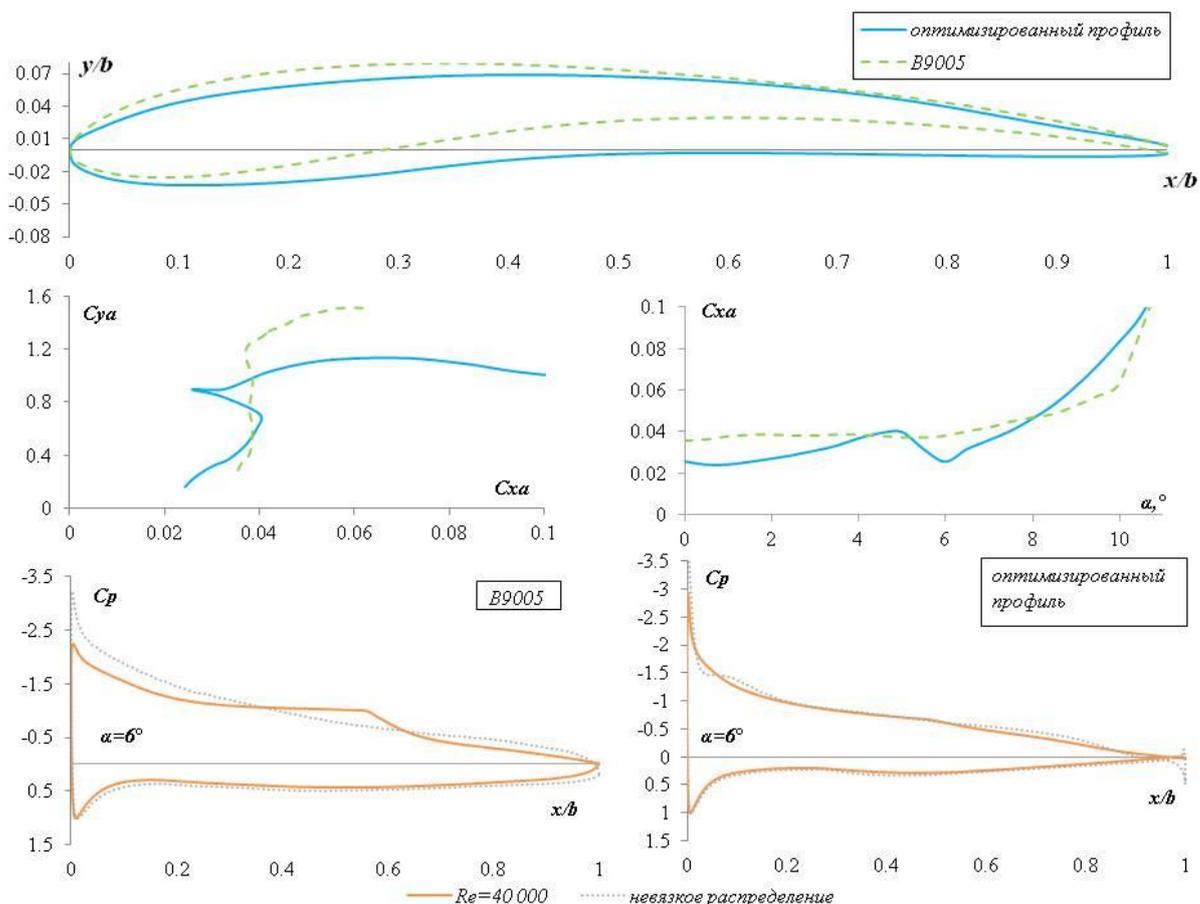


Рис. 4. Сравнение аэродинамических характеристик исходного и оптимизированного профилей

Так как в данном случае не были установлены ограничения по коэффициенту момента тангажа, то уменьшение коэффициента сопротивления произошло во многом за счет уменьшения вогнутости всего профиля. Из сравнения распределения давления по контуру исходного и оптимизированного профиля видно (рис. 4), что

при оптимизации профиля удастся в значительной степени уменьшить размер области местного отрыва. Однако чтобы это обеспечить, необходимо уменьшить кривизну верхней дужки оптимизированного профиля по сравнению с кривизной дужки исходного профиля. Анализируя поляру на рис. 4, следует отметить, что минимум коэффициента сопротивления достигается в более узком диапазоне коэффициентов подъемной силы, чем в примерах №1 и №2 с большим, чем в данном примере, числом Рейнольдса. Этот факт говорит о том, что с уменьшением числа Рейнольдса повышается чувствительность отрывного пузыря к изменениям угла атаки. Данный пример хорошо демонстрирует физическую суть обтекания профиля крыла при малых числах Рейнольдса. Ясно, что при малых числах Рейнольдса, когда силы вязкости преобладают, незначительное увеличение кривизны верхней дужки профиля будет приводить к возникновению неблагоприятного градиента давления, и как следствие к появлению местного отрыва потока и росту сопротивления.

Из приведенных выше примеров однокритериальной оптимизации профилей при малых числах Рейнольдса можно сделать следующие выводы:

1. Оптимизация профиля по тому или иному аэродинамическому критерию (независимо от его вида) происходит во многом за счет полного или частичного устранения области местного отрыва вблизи верхней дужки профиля, тем самым приближая распределение давления по ней к распределению при безотрывном обтекании профиля идеальным (невязким) потоком.

2. Устранить местный отрыв удастся только в очень узком диапазоне углов атаки.
3. Полученные профили становятся “ламиниризованными”, со смещенной назад точкой перехода. Геометрически это достигается за счет меньшей кривизны верхней дужки профиля. У получающихся в результате такой оптимизации профилей незначительное изменение угла атаки может приводить к резкому ухудшению аэродинамических характеристик профиля.

Другими словами, из анализа приведенных выше результатов однокритериальной оптимизации следует, что при использовании для нее различных аэродинамических критериев при малых числах Рейнольдса получаются профили, работоспособные только в узком диапазоне изменения их углов атаки. На самом деле диапазон изменения углов атаки МБПЛА достаточно широк. Поэтому для получения оптимальных профилей, которые можно использовать на практике для крыльев МБПЛА, необходимо решать задачу оптимизации профилей с учетом данного фактора.

Кроме того БПЛА – многофункциональный объект, при проектировании которого необходимо учитывать также много других ограничений: проектные, конструктивные, прочностные и т. д. Это означает, что необходимо проводить многокритериальную оптимизацию.

#### *Пример многокритериальной оптимизации профилей*

Если при многокритериальной оптимизации используются однородные критерии, например, одна и та же аэродинамическая характеристика при разных

углах атаки, то многокритериальную оптимизацию называют многоточечной. В случае использования нескольких неоднородных критериев, когда при решении оптимизационной задачи участвуют не только аэродинамические критерии, но и критерии, связанные, например, с конструкцией или прочностью МБПЛА, оптимизация называется многоцелевой или многодисциплинарной.

В данной работе ниже приведен пример многокритериальной оптимизации только по однородным критериям.

В этом случае самым распространенным, простым и в то же время эффективным является метод оптимизации, основанный на свертывании всех однородных критериев в один единственный обобщенный (интегральный) критерий, [13]. Он представляет собой сумму критериев, «взвешенных» коэффициентами их относительной важности или «весами». Это так называемый метод «взвешенной суммы».

Интегральный критерий определяется как:

$$F(X) = w_1 f_1 + \dots + w_m f_m,$$

где  $f_1 \dots f_m$  – значения целевых функций выбранных критериев оптимизации,  $w_1 \dots w_m$  – весовые коэффициенты (обычно в сумме равные единице), предназначены для учета относительной важности, значимости выбранного критерия.

Стоит отметить, что весовой коэффициент никак не связан с реальной значимостью цели для постановщика задачи, а значение взвешенного критерия лишено как такового содержательного “физического” смысла.

Рассмотрим пример шеститочечной оптимизации по критерию максимального коэффициента мощности с равномерным распределением весового коэффициента  $w = 1/6$ . В случае, когда количество критериев больше двух, возникает сложность перебора всех возможных вариаций весовых коэффициентов. Это требует больших вычислительных затрат, которые пропорциональны количеству выбранных критериев. Задача ставится следующим образом:

$$\max F(X) \equiv \frac{1}{6} \frac{C_{ya}^3}{C_{xa}} \Big|_{\alpha=0^\circ} + \frac{1}{6} \frac{C_{ya}^3}{C_{xa}} \Big|_{\alpha=2^\circ} + \frac{1}{6} \frac{C_{ya}^3}{C_{xa}} \Big|_{\alpha=4^\circ} + \frac{1}{6} \frac{C_{ya}^3}{C_{xa}} \Big|_{\alpha=6^\circ} + \frac{1}{6} \frac{C_{ya}^3}{C_{xa}} \Big|_{\alpha=8^\circ} + \frac{1}{6} \frac{C_{ya}^3}{C_{xa}} \Big|_{\alpha=10^\circ}$$

при  $Re=200000$ ,

Ограничения:  $11\% \leq \bar{c} \leq 13\%$ ,  $Mz_{DAI1335} \equiv Mz_{онт}$ ,  $\bar{t}_{зк DAI1335} \equiv \bar{t}_{зконт}$

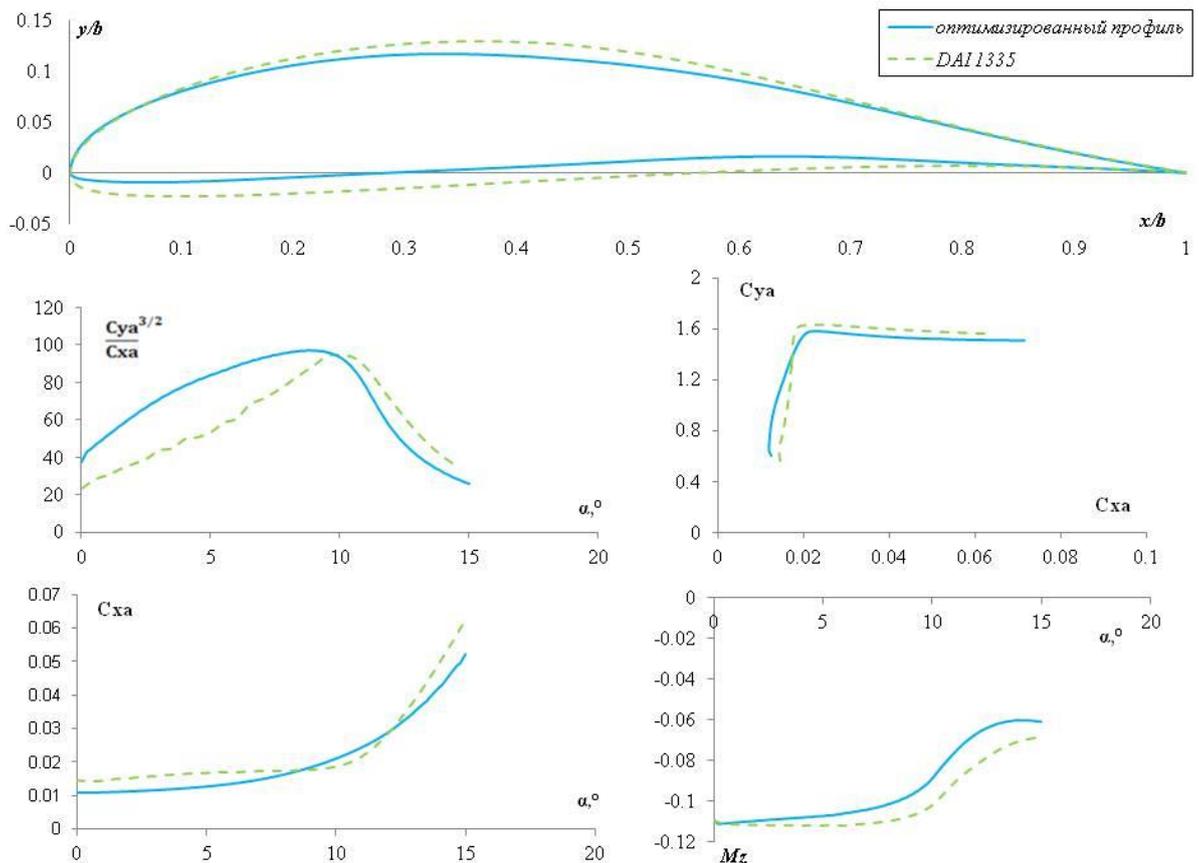


Рис. 5 Сравнение аэродинамических характеристик исходного и оптимизированного профилей

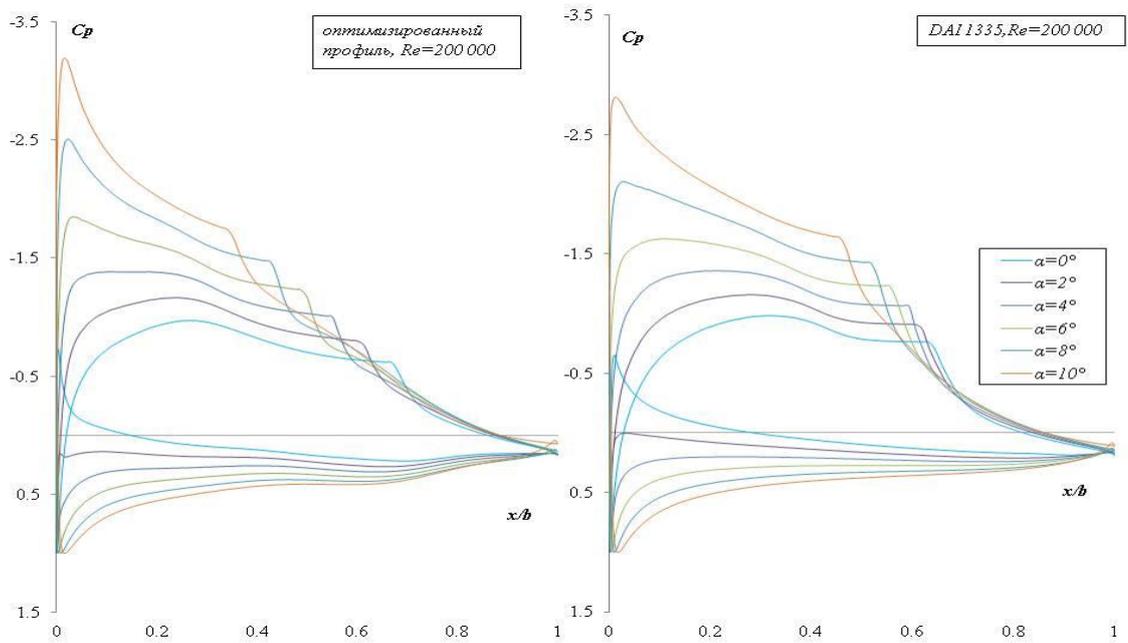


Рис. 6 Сравнение распределений давлений исходного и оптимизированного профилей при различных углах атаки

Сравнивая в данном примере распределения давления по контурам исходного и оптимизированного профилей (рис. 6), можно сделать вывод о том, что при каждом угле атаки в том и другом случаях верхняя дужка профилей обтекается с отрывом потока и образованием «пузыря». Однако в случае оптимизированного профиля размер этих отрывных областей меньше, чем у исходного профиля. Соответственно меньше и потери, связанные с отрывом (сопротивление давления), что и приводит к увеличению коэффициента мощности в диапазоне углов атаки от 0 до 10 градусов.

Из графиков на рис.3 и рис. 7 видно, что профиль, полученный при многокритериальной оптимизации, имеет в широком диапазоне углов атаки (за исключением области  $\alpha \approx 7^\circ$ ) большие значения коэффициента мощности, чем

исходный профиль и профиль, найденный при использовании однокритериальной оптимизации.

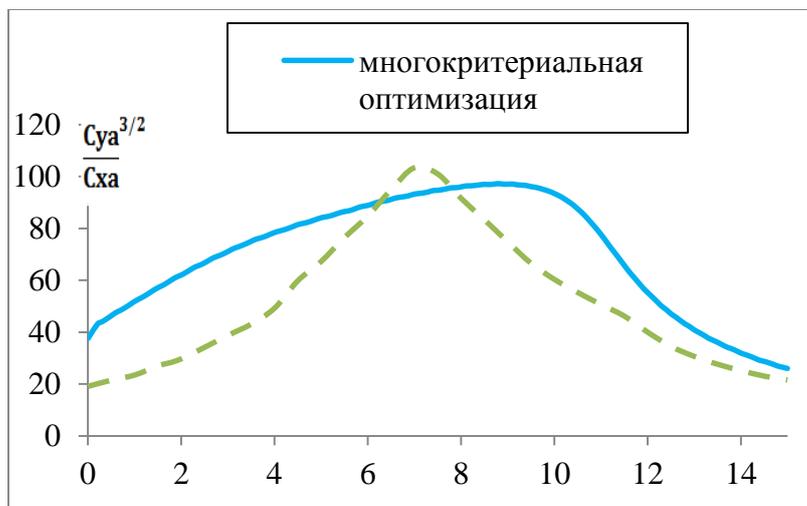


Рис. 7 Сравнение зависимостей коэффициента мощности от угла атаки

Таким образом, многокритериальный подход позволяет в той или степени получить работоспособные на практике профили.

### Библиографический список

1. Hicks R.M., Henne P.A. Wing design by numerical optimization, Journal of Aircraft, №7, Vol.15, 1978, pp. 407-412.
2. Hicks R.M., Murman E.M., and G.N. Vanderplaats. An assessment of airfoil design by numerical optimization, NASA TM X-3092, July 1974. available at: <http://ntrs.nasa.gov>
3. Ильинский Н.Б., Абзалилов Д.Ф. Математические проблемы проектирования крыловых профилей. – Казань, Казанский университет, 2011, - 284 с.
4. Selig M.S., Maughmer M.D, Multipoint inverse airfoil design method based on conformal mapping, AIAA Journal, № 5, Vol.30, 1992, pp. 1162-1170.

5. Drela M. XFOIL Subsonic Airfoil Development System, available at: <http://web.mit.edu/drela/Public/web/xfoil/>
6. Ingen J. V. The eN method for transition prediction. Historical review of work at TU Delft AIAA paper 2008-3830 , 38th Fluid Dynamics Conference and Exhibit, Seattle, Washington, 23 - 26 June 2008.
7. Mark D., Maughmer and James G. Coder, «Comparisons of Theoretical Methods for Predicting Airfoil Aerodynamic Characteristics,» Journal of Aircraft, No. 1, Vol. 51, 2014, pp. 183-191.
8. Langtry R.B., Menter F.R., Correlation–Based Transition Modeling for Unstructured Parallelized Computational Fluid Dynamics Codes, AIAA Journal, № 12, Vol.47, 2009, pp. 2894-2906.
9. Manas S. Khurana, Hadi Winarto, Arvind K. Sinha. Airfoil Geometry Parameterization through Shape Optimizer and Computational Fluid Dynamics, AIAA paper 2008-295, 46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit 7 - 10 January, Reno, Nevada 2008.
10. Sorensen T. M. Viscous Airfoil Optimization Using Conformal Mapping Coefficients as Design Variables, Massachusetts: MIT, Master Thesis, 1991, available at: <http://raphael.mit.edu/>
11. Samareh J. A. A Survey of Shape Parameterization Techniques, CEAS/AIAA/ICASE/NASA Langley International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics, 1999, available at: <http://www.cs.odu.edu/>

12. Батищев Д.И., Неймарк Е.А., Старостин Н.В. Применение генетических алгоритмов к решению задач дискретной оптимизации // Учебно-методические материалы по программе повышения квалификации, Нижний Новгород 2007, доступно на <http://m.chorus-nnsu.ru/>
13. Подиновский В.В., Потапов М.А. Метод взвешенной суммы критериев в анализе многокритериальных решений. PRO ET CONTRA // Бизнес-Информатика, 2013. Т. 3. № 25. С. 41-48.
14. Mueller T. Aerodynamic measurements at low Reynolds numbers for fixed wing micro aerial vehicles, RTO AVT/VKI Special Course on Development and Operation of UAVs for Military and Civil Applications, 1999, pp. 1-32, available at: <http://www3.nd.edu/>
15. Shyy W., Lian Y., Tang J., Viieru D., Liu H. Aerodynamics of Low Reynolds, 2008, available at: <http://www.cambridge.org/>
16. Drela M. Low-Reynolds-Number Airfoil Design for the M.I.T. Daedalus Prototype: A Case Study, Journal of Aircraft, № 8, Vol. 25, 1988, pp. 724-732.
17. Selig M.S. Giguere P. New Airfoils for small horizontal wind turbine, 1998, available at: <http://m-selig.ae.illinois.edu/>
18. Selig M. High-lift low Reynolds number airfoil design, Journal of Aircraft, №. 1, Vol. 34, 1997, pp. 72-79.