

# ПРИМЕНЕНИЕ РЕГУЛЯРИЗИРУЮЩИХ ПРОЦЕДУР ОБРАБОТКИ ДАННЫХ ПРИ НАВИГАЦИИ ГЕОСТАЦИОНАРНЫХ СПУТНИКОВ

Юрий Юрьевич МАХНЕНКО родился в 1955 г. в городе Кировограде. Ведущий инженер ГП «Космическая связь». Кандидат технических наук, старший научный сотрудник. Основные научные интересы — в области навигационно-баллистического обеспечения управления полетом КА. Автор более 140 научных работ.

Yury Yu. MAKHNENKO, Ph.D., was born in 1955, in Kirovograd. He is a Principal Engineer at the Space Communication State Enterprise. His major research interests are in the navigational and ballistic support for spaceflight control. He has published over 140 technical papers.

*Рассмотрены особенности применения регуляризирующих процедур при решении задачи обработки данных измерений для навигации геостационарного спутника, относящейся к классу некорректно поставленных краевых задач. Исследованы варианты навигации, связанные с необходимостью расширения состава уточняемых параметров, с дислокацией спутника в особой точке относительно наземной станции, а также с использованием измерений дальности от единственной станции. Делается вывод об эффективности применения для указанных вариантов регуляризирующих процедур обработки данных измерений с целью обеспечения необходимой точности и надежности навигации при минимальных затратах на ее реализацию.*

## 1. Постановка проблемы

Навигация любого КА соответствует решению общей математической задачи оценки состояния описываемой дифференциальными уравнениями системы по наблюдениям, относящейся к классу обратных краевых задач [1,2]. Такие задачи являются неустойчивыми (некорректными) в смысле допустимости ситуаций, когда даже малые возмущения в исходных данных вызывают значительные изменения в результатах их решения. Возникновение подобных ситуаций весьма вероятно при навигации геостационарных спутников, например ввиду крайне низкой динамики их движения по отношению к наземным измерителям [3].

Общий подход к получению достоверного решения некорректной задачи связан с понятием регуляризации и состоит в ее «доопределении» путем привлечения дополнительных наблюдений либо построении приближенного решения, удовлетворяющего некоторым априорным данным о нем [1, 2, 4]. Эта универсальная схема нашла применение в различных областях, связанных с обработкой данных наблюдений. Вместе с тем практика свидетельствует о том, что успешность ее реализации в конкретном приложении определяется специфической статистической картиной погрешностей наблюдений, ошибок используемых математических моделей, возможностью привлечения и степенью достоверности дополнительных данных и требует специального изучения.

Наиболее типичные ситуации для проявления «некорректных свойств» задачи навигации геостационарного спутника обычно связаны с необходимостью расширения состава уточняемых по результатам обработки измерений параметров либо с использованием ограниченного состава измерений [3, 5]. В первом случае включение в состав уточняемых дополнительных параметров таит опасность получения плохообусловленной матрицы соответствующей системы нормальных уравнений, что может приводить к недопустимому возрастанию ошибок ее решения.

Во втором случае стремление к сокращению состава измерительных средств (обычно — до одной управляющей полетом данного спутника станции для сокращения затрат, удобства выполнения навигации либо из-за географических ограничений) сталкивается с основной проблемой — крайне малой информативностью измерений дальности с наземного пункта в направлении нормали к плоскости орбиты, что приводит к низкой точности определения внеплоскостных параметров при использовании общей схемы обработки измерений по методу наименьших квадратов [5]. Эффективная регуляризирующая процедура для соответствующей краевой задачи состоит в дополнительном привлечении к обработке проводимых той же станцией измерений углового положения линии визирования на спутник [3, 5].

Применение указанной процедуры позволило соответствующему однопунктовому способу стать одним из наиболее популярных при решении задач навигации геостационарных спутников. В то же время существуют варианты особого геометрического положения спутника относительно станции, когда из-за резкого увеличения корреляционной связи между некоторыми из уточняемых параметров решение краевой задачи вновь становится неустойчивым [5]. Кроме того, необходимость проведения угловых измерений определяет жесткие требования к характеристикам антенного устройства, методам обработки измерений, и желательным является поиск и обоснование других возможных вариантов ее регуляризации.

Перечисленные примеры подтверждают необходимость применения новых регуляризирующих процедур для навигации геостационарного спутника. В статье изложены результаты исследований и рекомендации по использованию таких процедур.

## 2. Исследование применения новых регуляризирующих процедур при навигации геостационарных спутников

### 2.1. Расширение состава уточняемых параметров

Включение в состав уточняемых каких-то дополнительных параметров обычно производится для компенсации влияния неопределенностей знания этих параметров на точность навигации. Такими дополнительными параметрами для геостационарного спутника могут быть составляющие систематических погрешностей измерений, параметры корректирующего орбиту маневра, коэффициент светового давления и пр. [3, 5]. Однако необходимость уточнения расширенного состава параметров может приводить к обратному эффекту — существенному снижению точности навигации из-за значительных проблем с решением соответствующей краевой задачи.

Рассмотрим систему условных уравнений

$$\Delta Z = A\Delta q + g, \quad (1)$$

где  $\Delta Z = Z - Z_p$  — вектор отклонений измерений;

$\Delta q$  — вектор поправок к исходным значениям уточняемых параметров;  $A$  — матрица частных производных от измеряемых параметров по оцениваемым размерности  $m \times n$ ;  $g$  — вектор размерности  $m$ .

Для обоснования выбора регуляризирующей процедуры воспользуемся представлением решения соответствующей системы условных уравнений с помощью специального разложения ее матрицы  $A$  по сингулярным векторам и сингулярным значени-

ям, способствующего повышению вычислительной устойчивости подобной обработки [6]. Тогда решение системы (1) имеет вид [3]

$$\Delta q = Vp, \quad (2)$$

где

$$p = \{p_j\}_n; \quad p_j = \begin{cases} \frac{d_{1j}}{S_j}, & j = 1, 2, \dots, r; \\ 0, & r < j \leq n; \end{cases} \quad (3)$$

$$d = U^T \Delta Z = \begin{vmatrix} d_1 \\ d_2 \end{vmatrix} \begin{matrix} \}n \\ \}m-n \end{matrix}; \quad (4)$$

$$S = \begin{vmatrix} S_0 \\ 0 \end{vmatrix} \begin{matrix} \}n \\ \}m-n \end{matrix}; \quad (5)$$

$A = USV^T$  — сингулярное разложение матрицы  $A$  [6];

$S_0$  — диагональная матрица сингулярных чисел

$$S_1 \geq S_2 \geq \dots S_n \geq 0;$$

$U$  и  $V$  — ортонормированные матрицы соответственно левых и правых сингулярных векторов;

$n$  — число уточняемых параметров;

$m$  — число обрабатываемых измерений;

$r$  — число учитываемых компонент.

Число учитываемых компонент  $r$  является параметром регуляризации в рассматриваемой процедуре обработки, а выбор этого числа — ее ключевым моментом. Он может производиться различными способами: минимизацией евклидовой нормы вектора решения при ограничении на остаточную величину вектора невязки [1, 4]; минимизацией значения определителя или следа ковариационной матрицы ошибок определяемых параметров, минимизацией значения, максимального из группы уточняемых параметров относительного смещения [1, 2], и пр. Результаты проведенных исследований с использованием как модельных примеров, так и реальной измерительной информации показали, что наиболее достоверные оценки позволяет получить выбор параметра регуляризации  $r$  при минимизации следа ковариационной матрицы.

В табл. 1 приведены результаты оценки точности навигации спутника «Купон» [3] для одного из рассмотренных примеров расширения состава уточняемых параметров при их дополнении параметрами маневра, выполненного на интервале проведения сеансов измерений. Параметры включали модуль вектора тяги и два угла, задающие его ориентацию в пространстве. Исследовались различные

**Максимальные отклонения долготы и широты спутника «Купон» от эталонных значений при навигации с применением различных процедур обработки**

№ варианта	Применение регулизирующей процедуры	Число уточненных параметров коррекции	Максимальные отклонения			
			Мерный интервал		Прогноз на 7 суток	
			Долгота, угл.мин	Широта, угл.мин	Долгота, угл.мин	Широта, угл.мин
1	нет	-	0,65	0,68	3,12	0,71
2	нет	3	2,18	6,13	5,07	6,29
3	нет	2	1,31	1,84	3,89	1,94
4	нет	1	0,96	1,20	2,95	1,32
5	да	3	0,31	0,41	1,28	0,45
6	да	2	0,34	0,52	1,45	0,56

методы навигации: традиционной обработкой измерений без уточнения параметров маневра, с уточнением всех параметров; с уточнением только модуля тяги и одного из углов либо только модуля тяги; с использованием описанной выше регулизирующей процедуры.

Анализ приведенных в табл. 1 результатов убедительно показывает преимущества применения регулизирующей процедуры с дополнительным уточнением параметров маневра для существенного повышения точности навигации спутника.

### 2.2 Навигация при дислокации спутника в особой точке стояния

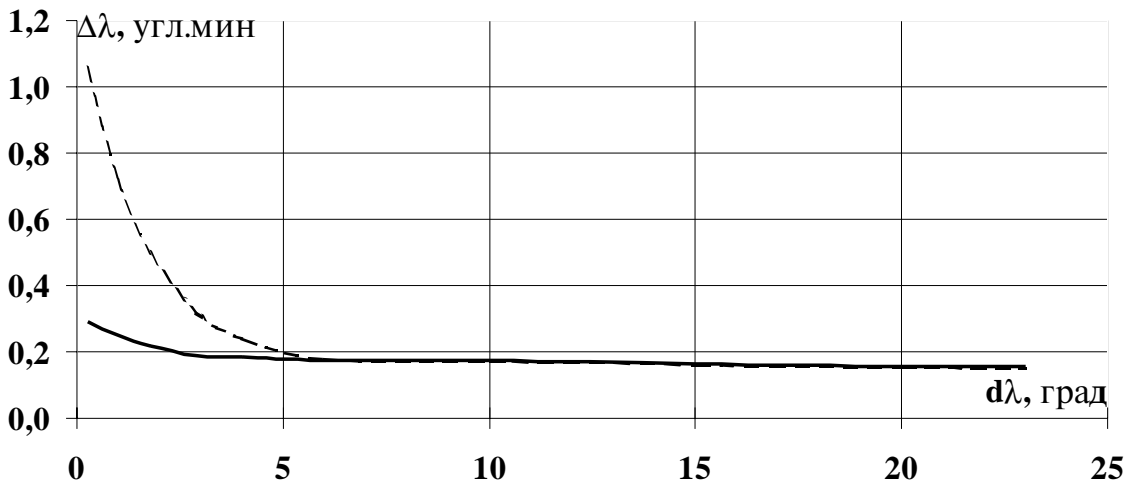
Одной из отмеченных ранее особенностей навигации геостационарного спутника является наличие вариантов его положения относительно выполняющей измерения станции, при которых применение обычной схемы обработки результатов измерений приводит к существенным ошибкам. При обслуживании спутника с территории РФ подобные варианты соответствуют близкому совпадению меридиана установки станции и долготы точки стояния спутника. Пунктирная кривая на рисунке демонстрирует возможность существенного возрастания предельной ошибки определения долготы спутника  $\Delta\lambda$  при уменьшении отклонения долготы его точки стояния от меридиана станции  $\Delta\lambda$  до 3–4°.

Причина отмеченной особенности состоит в том, что при малых  $d\lambda$  существенно уменьшается отклик в измерениях дальности и угла места на изменение долготы спутника. Этот отклик сохраняется только в измерениях угла азимута. Но согласно классической схеме обработки угловых измерений [3, 5] их постоянные систематические погрешности входят в состав уточняемых параметров. Таким образом, любое отклонение от расчетного

значения угла азимута может быть в равной степени объяснено как изменением долготы спутника, так и изменением систематической ошибки измерения угла азимута. При этом практически отсутствует какая-либо дополнительная информация о том, какой именно из двух этих факторов явился истинной причиной изменения измеренного значения угла азимута. Математически это выражается в наличии существенной зависимости (корреляции) между значением долготы и систематической составляющей ошибки измерения угла азимута при попытке их совместного уточнения, в плохой обусловленности матрицы соответствующей системы уравнений, в неустойчивой сходимости (возможно, даже расходимости) вычислительного процесса последовательных приближений.

Известные подходы к обеспечению требуемой точности навигации в указанной ситуации основаны на исключении из состава уточняемых одного из параметров, который сильно коррелирует с другими [2,4]. Таким параметром в данном случае следует считать постоянную систематическую погрешность измерения угла азимута. Хотя указанная мера и позволяет получать устойчивое решение, но открытым остается вопрос о соответствии принятого значения погрешности фактическому, который рекомендуется решать периодическим подключением дополнительного измерительного средства для проведения калибровки азимутального канала [5]. Однако привлечение дополнительных измерительных средств вынуждает заметно увеличить расходы на навигацию, что не всегда возможно.

Регуляризация описанной задачи может состоять в использовании дополнительных данных об ошибках уточняемых параметров. В общем виде они задаются в виде ковариационной матрицы ошибок [1]. Однако указанная матрица может быть достоверно известна далеко не всегда, при том что область воз-



Зависимость ошибки определения долготы спутника от разности долгот его точки стояния и наземной станции без применения (пунктир) и с применением (сплошная линия) процедуры регуляризации

возможных изменений постоянной систематической погрешности измерения угла азимута относительно априорно известного значения может быть уверенно определена диапазоном в 0,1—0,2 угл.мин. Поэтому соответствующую регуляризирующую процедуру целесообразно основывать на использовании наложения ограничения лишь на область изменения указанной погрешности при ее уточнении.

Проведенные исследования применения изложенной процедуры получения параметров орбиты геостационарного спутника при его дислокации в окрестности особой точки стояния как на модельных примерах, так и с использованием реальных измерений подтвердили ее высокую надежность. На рисунке сплошной линией изображен график зависимости ошибки определения долготы спутника от разности долгот его точки стояния и пункта установки станции, получаемый при использовании описанной регуляризирующей процедуры.

При реализации предложенной регуляризирующей процедуры на практике необходимо учитывать возможность наличия аномальных измерений, которые снижают точность навигации. Поэтому необходимо использовать процедуру исключения некачественных результатов измерений, например изложенную в [3].

### 2.3. Навигация спутника при использовании измерений дальности от единственной станции

Известные подходы к обеспечению возможности использования измерений только дальности от единственной станции основаны на регуляризации соответствующей краевой задачи за счет сокращения (изменения) уточняемых параметров либо за счет привлечения априорной информации того или иного вида об этих параметрах.

Один из таких подходов состоит в уточнении всего состава кинематических параметров только периодически с привлечением дополнительных средств в некоторых отдельных навигационных циклах. В промежуточных же циклах используются только дальности от одной станции и уточняются лишь внутриспоскожные параметры, а для внепоскожных параметров принимаются значения, получаемые в результате прогнозирования параметров орбиты на основании их значений в предыдущих циклах.

Среди известных подходов можно также назвать привлечение априорной информации об ошибках параметров орбиты спутника. Однако возможность получения достоверной априорной информации может быть обеспечена далеко не всегда.

Таким образом, общим недостатком известных подходов является определенный субъективизм в выборе состава параметров, уточняемых по результатам обработки данных измерения дальности от единственной станции, зависимость от наличия дополнительных данных об этих параметрах. Желательным является обеспечение возможности получения устойчивого решения только по одним дальностям при минимальном использовании априорных ограничений на исходные значения параметров орбиты.

Исследования показывают, что информация о внепоскожных параметрах орбиты геостационарного спутника в выборке измерений дальности, проведенных на определенных мерных интервалах с достаточной точностью, все же имеется. При этом проявление «некорректных свойств» задачи в данном случае состоит в возможности гипертрофированного возрастания ошибок определения внепоскожных параметров орбиты при превышении оп-

ределенного уровня погрешностей исходных данных. Поэтому очевидные пути поиска решения проблемы состоят в следующем:

- выявление и возможное уменьшение всех источников погрешностей;
- разработка способов регуляризации задачи для уменьшения ошибок определения внеплоскостных параметров орбиты.

Источниками погрешностей исходных данных при навигации геостационарного спутника являются применяемые модели измерений и модели его движения. Поэтому составными частями решения задачи должен быть анализ подходов и разработка способов уменьшения влияния погрешностей этих моделей на точность навигации.

Однако уменьшение влияния рассмотренных источников погрешностей до уровней, соответствующих остаточным невязкам в измерениях дальности порядка нескольких дециметров, является необходимой, но недостаточной мерой и не защищает полностью от проявления «некорректных свойств» навигационной задачи. Для повышения надежности навигации в рассматриваемом варианте необходимо применение дополнительной регуляризирующей процедуры.

В разработанном подходе в качестве одного из предположений используется уже отмеченная ранее крайне слабая корреляционная связь между внутривнутриплоскостными и внеплоскостными параметрами орбиты геостационарного спутника при их уточнении по данным обработки измерений дальности. Это позволяет производить их независимое уточнение без существенных потерь в точности.

Пусть  $l_1, l_2, l_3, l_4$  — совокупность внутривнутриплоскостных параметров орбиты спутника,  $f_1, f_2$  — совокупность внеплоскостных параметров орбиты (например, для системы оскулирующих элементов к внутривнутриплоскостным параметрам относятся большая полуось, эксцентриситет, аргумент перигея и средняя аномалия, а к внеплоскостным — наклонение орбиты и долгота восходящего узла). В качестве регуляризирующей процедуры исследовалось применение метода подбора решения некорректно поставленной задачи [1], предполагающего выполнение серии решений при различных значениях искомого параметра и выбор из них наилучшего по какому-то критерию. В их качестве могут использоваться предложенные в работах [1, 2, 4] критерии.

Однако исследование их применения показало, что для данной конкретной задачи они не позволяют обеспечивать необходимый уровень точности искомого решения. Оценки значительно более высокой точности были получены при применении

критерия по методу кросс-проверки [3, 7], основанного на разделении выборки полученных измерений на две части, по одной из которых осуществляется решение задачи, а по второй выполняется контроль качества такого решения.

Последовательность определения параметров орбиты спутника в соответствии с разработанным подходом имеет следующий вид:

1. Выполняются измерения дальности единственной станцией в течение временного интервала, составляющего не менее 1,5—2 суток, в сеансах продолжительностью 7—20 мин, следующих с интервалом не более 2 ч. Все полученные результаты измерений дальности образуют совокупность

$\{R_j\}_{j=1,2,\dots,M}$ , где  $M$  — общее число поступивших измерений.

2. Совокупность измерений дальности делится на две части: обучающую выборку  $\{Rt_j\}_{j=1,2,\dots,L}$  и контрольную выборку  $\{Rk_j\}_{j=1,2,\dots,N}$ . Подобное раз-

деление может выполняться различными способами. Исследования показали, что одним из возможных вариантов разделения является отнесение к обучающей выборке всех сеансов измерений, проведенных в первые сутки, а к контрольной — в следующие сутки интервала проведения измерений.

3. Выбираются исходные значения внеплоскостных параметров  $f_1, f_2$ . Конкретный выбор этих значений мало сказывается на характеристиках решения, однако желательно для ускорения сходимости выбирать их по крайней мере в области удержания спутника.

4. Решается задача определения орбиты статистической обработкой по методу наименьших квадратов измерений дальности из обучающей выборки с уточнением только внутривнутриплоскостных параметров  $l_1, l_2, l_3, l_4$ .

5. Рассчитывается значение функционала метода кросс-проверки по контрольной выборке измерений дальностей:

$$P(f_1, f_2) = \frac{\sum_{j=1}^N (Rk_j - R^n k_j(f_1, f_2))^2 p_j}{\sum_{j=1}^N p_j}, \quad (6)$$

где  $\{Rk_j\}_{j=1,2,\dots,N}$  — измерения дальности из контрольной выборки;  $\{R^n k_j(f_1, f_2)\}_{j=1,2,\dots,N}$  — предска-

занные (расчетные) значения измерений дальности из контрольной выборки, полученные при уточненных значениях внутриплоскостных параметров  $l_1, l_2, l_3, l_4$  и выбранных значениях внеплоскостных параметров  $f_1, f_2$ ;

$p_j$  — весовой коэффициент  $j$ -го измерения (для равноточных измерений все  $p_j = 1$ );

$N$  — общее число измерений в контрольной выборке.

6. Изменяется значение внеплоскостных параметров  $f_1, f_2$ . Такое изменение выполняется с учетом значений функционала  $P(f_1, f_2)$ , полученных на предыдущих этапах.

7. Расчеты повторяются с новыми значениями внеплоскостных параметров. В качестве оптимальных оценок параметров орбиты спутника (внутриплоскостных и внеплоскостных) производится выбор таких значений, при которых достигается наименьшее значение функционала метода кросс-проверки  $P(f_1, f_2)$ .

При практической реализации описанной регуляризирующей процедуры необходимо учитывать следующие обстоятельства:

— необходимо соблюдать требования к структуре интервала проведения измерений дальности и к точности этих измерений; для повышения надежности навигации целесообразно (когда это позволяют обстоятельства) обеспечивать более частое проведение сеансов и большую их длительность;

— важным является выполнение качественной отбраковки аномальных результатов измерений дальности, для чего необходимо применение описанной в [3] процедуры.

В табл. 2 представлены оценки точности навигации спутника KazSat-1 в 18 циклах измерений, проведенных с 12 августа по 10 декабря 2006 г., с помощью описанной регуляризирующей процедуры. Эти результаты подтверждают возможность обеспечивать надежное управление удержанием спутника в регламентируемой области  $\pm 3$  угл. мин относительно номинальной точки стояния.

### Выводы

Приведенные результаты исследований демонстрируют эффективность применения регуляризирующих процедур обработки данных измерений для

Таблица 2

Максимальные (по абсолютной величине) отклонения долготы и широты спутника KazSat-1, рассчитанные по измерениям только дальности станции Акколь, от соответствующих эталонных значений

№ цикла	Дата проведения 2006 г.	Максимальные отклонения			
		Интервал определения		Прогноз на 5 суток	
		Долгота, угл.мин.	Широта, угл.мин.	Долгота, угл.мин.	Широта, угл.мин.
1	12.08-13.08	0,11	0,34	0,25	0,38
2	19.08-20.08	0,10	0,34	0,23	0,40
3	26.08-27.02	0,06	0,36	0,20	0,43
4	02.09-03.09	0,07	0,28	0,21	0,36
5	09.09-10.09	0,08	0,32	0,22	0,36
6	16.09-17.09	0,10	0,35	0,24	0,39
7	23.09-24.09	0,08	0,37	0,20	0,40
8	30.09-01.10	0,09	0,26	0,22	0,30
9	07.10-08.10	0,11	0,34	0,25	0,38
10	14.10-15.10	0,09	0,28	0,23	0,32
11	21.10-22.10	0,07	0,35	0,21	0,38
12	28.10-29.10	0,08	0,33	0,22	0,38
13	04.11-05.11	0,07	0,37	0,19	0,42
14	11.11-12.11	0,08	0,23	0,20	0,29
15	18.11-19.11	0,09	0,25	0,21	0,30
16	25.11-26.11	0,10	0,34	0,22	0,38
17	02.12-03.12	0,07	0,38	0,18	0,42
18	09.12-10.12	0,09	0,33	0,23	0,37

обеспечения навигации геостационарного спутника с необходимой точностью и надежностью. Рассмотренные варианты навигации, связанные с необходимостью расширения состава уточняемых параметров, с дислокацией спутника в особой точке относительно наземной станции, а также с использованием измерений дальности от единственной станции, потребовали учета специфических особенностей погрешностей измерений, ошибок используемых математических моделей, возможности привлечения дополнительных данных.

Необходимо отметить, что предложенные в статье процедуры допускают дальнейшее совершенствование. Могут применяться и более общие подходы, например при обеспечении навигации в особой точке, не предполагающие непосредственного наложения ограничения на область изменения постоянной систематической погрешности измерения угла азимута [4]. Важным также является определение ограничений применения каждой из рассмотренных процедур для повышения эффективности ее практического использования.

### Summary

Application features are considered for regularizing techniques intended to processing of measurement data associated with navigation of geostationary satellite. This task is classed as an ill-posed boundary problem. Some navigational alternatives are analyzed which depend on necessity to expand a repertoire of adjustable parameters.

The alternatives are location-dependent too for the satellite in some specific point relative to a ground station. They depend also on range measurements basing

on the only station. A conclusion is obtained about application efficiency for the versions of the considered regularizing techniques to ensure a needed navigation accuracy and reliability subject to minimum implementation costs.

### Библиографический список

1. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач: Учебное пособие для студентов вузов.- 3-е изд., испр. — М.: Наука, 1986.
2. Турчин В.Ф., Козлов В.П., Малкевич М.С. Использование методов математической статистики для решения некорректных задач // Успехи физических наук. Т. 102. Вып. 3. 1970. Ноябрь. С. 345.
3. Урличич Ю.М. и др. Современные технологии навигации геостационарных спутников. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006.
4. Алифанов О.М., Артюхин Е.А., Румянцев С.В. Экстремальные методы решения некорректных задач. — М.: Наука, 1988.
5. Soop M. Handbook of Geostationary Orbits — Space Technology Library, Kluwer Academic Publishers, 1994.
6. Лоусон Ч., Хенсон Р. Численное решение задач метода наименьших квадратов: Пер. с англ. — М.: Наука, 1986.
7. Катковник В.Я. Непараметрическая идентификация и сглаживание данных: метод локальной аппроксимации. — М.: Наука, 1985.

НИИ космических систем им. А.А. Максимова — филиал Государственного космического научно-производственного центра им. М.В. Хруничева  
Статья поступила в редакцию 1.03.2008