

На правах рукописи



**Чинь Ван Минь**

**ПЛАНИРОВАНИЕ МАРШРУТА ПОЛЕТА ЛЕГКОГО БЕСПИЛОТНОГО  
ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА С УЧЕТОМ ДЕЙСТВИЯ ВЕТРА**

Специальность 05.13.01

Системный анализ, управление и обработка информации  
(Авиационная и ракетно-космическая техника)

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

МОСКВА

2017

Работа выполнена на кафедре «Системный анализ и управление» Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)»

Научный руководитель: **Моисеев Дмитрий Викторович**, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Системный анализ и управление» Московского авиационного института (национального исследовательского университета) (МАИ)

Официальные оппоненты: **Злотников Константин Аркадьевич**, доктор технических наук, профессор, профессор Федерального государственного казенного военного образовательного учреждения высшего образования «Михайловская военная артиллерийская академия» Министерства обороны Российской Федерации (МВАА)

**Смирнов Андрей Валентинович**, кандидат технических наук, заместитель начальника НИО «Системные исследования и концептуальное проектирование авиационно-космической техники» Федерального государственного унитарного предприятия «Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е. Жуковского» (ФГУП «ЦАГИ»)

Ведущая организация: Федеральное государственное унитарное предприятие «Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем» (ФГУП «ГосНИИАС»).

Защита состоится «15» февраля 2018 г. в 14.00 часов на заседании диссертационного совета Д212.125.12 в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» (МАИ) по адресу: 125993, г. Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д. 4, в аудитории 302.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» (МАИ) по адресу: 125993, г. Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д.4, а также на сайте института по адресу: [https://mai.ru/events/defence/index.php?ELEMENT\\_ID=86847](https://mai.ru/events/defence/index.php?ELEMENT_ID=86847)

Автореферат разослан «    » декабря 2017 г.

Отзывы, заверенные печатью, просим направлять по адресу: 125993, г. Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д.4, Ученый Совет МАИ.

Ученый секретарь диссертационного совета  
Д 212.125.12, к.т.н., доцент

А.В. Старков

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### Актуальность темы работы

В настоящее время беспилотные летательные аппараты (БПЛА) являются одним из наиболее динамично развивающихся видов авиационной техники и активно используются при решении широкого спектра задач. Большое внимание уделяется использованию беспилотных аппаратов при чрезвычайных ситуациях, стихийных бедствиях, а также для обеспечения телекоммуникаций, метеорологических измерений, мониторинга трубопроводов, патрулирования границ, решении других задач гражданского назначения. Это обусловлено тем, что БПЛА гораздо дешевле пилотируемых аппаратов, проще в обслуживании, кроме того, они могут применяться в ситуациях, угрожающих жизни пилота.

Актуальность темы диссертационной работы обусловлена тем, что решение задачи предполетной маршрутизации является важным этапом подготовки полета беспилотных летательных аппаратов, непосредственно влияющим на эффективность их целевого применения. Кроме того, разработка алгоритмов предполетной маршрутизации играет существенную роль в повышении уровня автоматизации управления целевым функционированием БПЛА, ведущего, в конечном итоге, к повышению надежности беспилотных комплексов за счет уменьшения влияния «человеческого фактора». Разработка методик и алгоритмов оптимального планирования маршрутов полета легких БПЛА, а также создание программно-алгоритмического обеспечения, реализующего указанные методики и алгоритмы, позволит в перспективе создать прототип программного комплекса, потребляющий аппаратные ресурсы, доступные в компактной, переносной реализации, и обеспечивающий эффективную работу операторов, обслуживающих легкие БПЛА.

Таким образом, диссертационная работа посвящена решению актуальной технической задачи разработки методик априорного оптимального планирования маршрута полета легкого БПЛА с учетом ограничений, обусловленных техническими характеристиками аппарата, при наличии ветра в зоне полета.

К настоящему времени, несмотря на определенные успехи, достигнутые в решении задач планирования маршрутов полета легких БПЛА, остаются нерешенными ряд проблем. Это, в частности, вопросы, связанные с использованием разомкнутых маршрутов полета легких БПЛА и исследованием их свойств с учетом действия ветра в зоне полета. Разработка методик оптимального планирования маршрутов облета заданных своим положением точек с возможностью учета ограничения на время полета и, при необходимости, неравноценности точек, связываемых маршрутом, с учетом действия ветра в зоне полета. Разработка вычислительных процедур и программного обеспечения, позволяющего устойчиво получать точные решения задач планирования оптимальных маршрутов полета легких БПЛА.

Исследование указанных нерешенных вопросов является актуальным и практически значимым в плане повышения эффективности планирования маршрута полета легких БПЛА.

**Объект исследования.** В диссертационной работе в качестве объекта исследования рассмотрен легкий беспилотный летательный аппарат.

**Предмет исследования.** Методика маршрутизации полета легкого БПЛА является предметом исследования данной диссертационной работы.

**Целью работы** является разработка методик и реализующего их программно-алгоритмического обеспечения планирования оптимального маршрута полета легкого БПЛА в интересах повышения его целевой эффективности.

Для достижения поставленной цели решены следующие научно-технические задачи:

- Предложен единый подход к математической формализации и решению задач оптимального планирования маршрута полета легкого БПЛА на основе аппарата булева линейного программирования;
- Разработаны методики оптимального планирования как разомкнутых, так и замкнутых маршрутов полета легкого БПЛА с возможностью учета ограничения на время полета как для равноценных, так и неравноценных маршрутных точек;
- Разработано программно-алгоритмическое обеспечение оптимального планирования маршрута полета легкого БПЛА;
- Разработан программный комплекс оптимального планирования маршрута полета легкого БПЛА.

**Методы исследования.** В диссертационной работе основными являются методы системного анализа, исследования операций, булева линейного программирования и многокритериальной оптимизации.

**Научная новизна результатов** диссертационной работы заключается в следующем:

1. Показано, что разомкнутые наискорейшие маршруты облета заданных точек не обладают свойствами, присущими замкнутым маршрутам. В частности, для разомкнутых наискорейших маршрутов в отличие от замкнутых может наблюдаться эффект уменьшения времени полета по наискорейшему маршруту с ростом скорости ветра.

2. Предложен единый подход к математической формализации различных постановок задач планирования оптимального маршрута полета легкого БПЛА на основе аппарата булева линейного программирования с последующим использованием при получении решения эффективной в вычислительном плане процедуры итеративного исключения «подциклов».

3. Предложен и решен ряд новых постановок задач планирования маршрутов полета легких БПЛА, предусматривающих использование разомкнутых маршрутов полета с возможностью выбора точки старта и (или) финиша.

4. Предложена методика, позволяющая с учетом действия ветра в зоне полета находить множество маршрутов легкого БПЛА, каждый из которых связывает максимально возможное количество известным образом расположенных равноценных точек, с учетом ограничения на продолжительность полета, а также принадлежащий этому множеству наискорейший маршрут. Методика предусматривает последовательное решение двух определенным образом составленных, связанных между собой задач булева линейного программирования.

5. Предложена методика, позволяющая с учетом действия ветра в зоне полета находить множество маршрутов легкого БПЛА, каждый из которых с учетом ограничения на продолжительность полета связывает такое подмножество известным образом расположенных неравноценных точек, что эффект от их включения в маршрут является максимальным. Методика также предусматривает сужение найденного

множества оптимальных решений путем нахождения парето-оптимального множества маршрутов. При этом в качестве дополнительных показателей эффективности используется фактическое время полета по маршруту и количество точек в него входящих.

6. Проведен анализ нескольких разработанных автором вариантов программно-алгоритмического обеспечения оптимальной маршрутизации полета легкого беспилотного летательного аппарата в поле постоянного ветра. На основе анализа полученных оценок быстродействия, требующегося объема оперативной памяти и предельных размеров устойчиво решаемых задач было продемонстрировано преимущество программно-алгоритмического обеспечения, в котором используются процедура последовательного исключения подциклов и функция `crlexbilp` пакета CPLEX.

7. Предложены принципы построения, а также соответствующий им программный комплекс решения задач планирования полета легких БПЛА. Особенностью разработанного прикладного программного обеспечения является его открытая архитектура, а также наличие быстродействующего программного ядра, использующего функцию `crlexbilp` пакета CPLEX, и специализированного периферийного программного обеспечения, обеспечивающего работу ядра.

**Практическая значимость результатов исследования.** Результаты, полученные в диссертационной работе, могут быть востребованы как при эксплуатации легких БПЛА, так и при создании перспективных образцов таких аппаратов. В частности, разработанные методики и программно-алгоритмическое обеспечение могут использоваться для:

1. Предполетного планирования оптимальных маршрутов облета заданных своим положением точек с учетом действия ветра в зоне полета, что обеспечит экономию энергетических ресурсов аппарата и повысит оперативность решения целевой задачи в том числе с учетом ограничений на время полета и возможной неравноценностью включения различных точек в маршрут.

2. Моделирования оптимального маршрутного полета с учетом действия ветра в зоне полета, ограничения на время полета и неравноценности маршрутных точек для замкнутых и разомкнутых маршрутов в интересах оценки эффективности целевого функционирования существующих и перспективных БПЛА.

3. Разработки макета программного комплекса оптимального оперативного управления маршрутным полетом легкого БПЛА.

Результаты диссертационной работы внедрены и используются в учебном процессе кафедры «Системный анализ и управление» МАИ. По материалам и результатам проведенных при выполнении диссертационной работы исследований подготовлено учебно-методическое пособие «Оптимальная маршрутизация полета легких беспилотных ЛА: Методические разработки для проведения групповых практических занятий магистров по дисциплине «Научный семинар по динамике полета и управлению аэрокосмическими системами». - М.: Кафедра 604 МАИ, 2017. Данное пособие предназначено для обучения магистров по программе «Динамика полета и управление аэрокосмическими системами» в рамках направления 24.04.03 «Баллистика и гидроаэродинамика».

**Достоверность и обоснованность** научных положений и полученных результатов обеспечивается корректным использованием математических методов, а

также четкой формулировкой допущений и условий, в рамках которых проводились расчеты и были получены основные результаты.

### **Основные положения диссертационной работы, выносимые на защиту.**

1. Методика математической формализации и решения задачи планирования маршрута полета легкого БПЛА с использованием эффективной в вычислительном плане процедуры итеративного исключения «подциклов».

2. Методика нахождения маршрута облета максимального количества равноценных точек за минимальное время, не превосходящее допустимое, с учетом воздействия на БПЛА постоянного ветрового поля.

3. Методика нахождения множества маршрутов облета неравноценных точек с учетом ограничения на время полета и воздействия на БПЛА постоянного ветрового поля, а также его сужения с использованием дополнительных показателей эффективности.

4. Программный комплекс планирования маршрута полета легких БПЛА, имеющий открытую архитектуру и оснащенный дружественным графическим интерфейсом.

**Апробация работы и публикации.** Результаты диссертационной работы докладывались и получили одобрение на:

- Научных семинарах кафедры «Системный анализ и управление» Московского авиационного института;

- 13-ой Международной конференции «Авиация и космонавтика - 2014» (г. Москва, МАИ, 18-21 ноября 2014г.);

- 20-ой Международной научной конференции «Системный анализ, управление и навигация» (г. Евпатория, Крым, 28 июня - 05 июля 2015г.)

- 14-ой Международной конференции «Авиация и космонавтика - 2015» (г. Москва, МАИ, 16-20 ноября 2015г.);

- 42-ой Международной молодежной научной конференции «Гагаринские чтения-2016» (г. Москва, МАИ, 12-15 апреля 2016г.);

- 15-ой Международной конференции «Авиация и космонавтика - 2016» (г. Москва, МАИ, 14-18 ноября 2016г.);

- 43-ой Международной молодежной научной конференции «Гагаринские чтения-2017» (г. Москва, МАИ, 05-20 апреля 2017г.)

- 22-ой Международной научной конференции «Системный анализ, управление и навигация» (г. Евпатория, Крым, 02-09 июля 2017г.)

Основные результаты диссертационной работы опубликованы в четырех статьях [1-4] в журналах, входящих в рекомендованный ВАКом Минобрнауки России перечень изданий, и в восьми работах [5-12] в сборниках тезисов докладов на научно-технических конференциях.

**Структура и объём работы.** Диссертационная работа состоит из введения, четырех разделов, заключения, списка литературы из 77 наименований. Текст диссертации изложен на 150 страницах, включает 64 рисунка и 17 таблиц.

## **СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

**Во введении** обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы цель и задачи исследования, отмечена научная новизна и практическая значимость полученных результатов, приведены основные положения диссертационной работы,

выносимые на защиту, а также сведения об апробации результатов диссертационной работы. Описана структура работы и дано краткое содержание ее разделов.

**В первой главе** описан класс аппаратов, для которых разработаны методики планирования маршрута полета. Эти аппараты в дальнейшем называются легкими. По своим летно-техническим характеристикам они входят в группы микро и мини БПЛА. Воздушная скорость легких аппаратов составляет 65 - 100 км/час, продолжительность полета не более 1 – 2 часов и дальность действия несколько десятков километров. Принципиальной особенностью летно-технических характеристик легких аппаратов является, во-первых, то, что их воздушная скорость сопоставима с возможными скоростями ветра в зоне полета. Например, БПЛА «Trimble UX5», имея крейсерскую воздушную скорость порядка 60-65 км/час, допускает эксплуатацию при скорости ветра до 65 км/час. Во-вторых, дальности и время полета позволяют говорить о сравнительно небольших зонах и длительностях полета легких аппаратов. В пределах таких зон и продолжительностей полета вполне допустимо пренебречь временной и пространственной изменчивостью значений параметров постоянной составляющей ветра. Другими словами, при решении задачи маршрутизации для легких аппаратов справедливо считать направление и скорость ветра в зоне полета постоянными. В то же время ветер при решении задачи планирования маршрута полета легких БПЛА, является основным возмущающим фактором.

Дан содержательный анализ проблематики маршрутизации полета легких БПЛА в контексте передовых результатов, опубликованных в мировой научной литературе. Отмечено, что несмотря на большой объем публикаций по данной тематике в настоящее время остаются нерешенными многие вопросы. В определенной степени такая ситуация возникает из-за активного расширения сферы применения указанных аппаратов и соответственно появления новых целевых задач с новыми особенностями процессов целевого функционирования БПЛА и требованиями к ним. Кроме того, появляются новые типы беспилотных аппаратов, а вместе с ними и новые постановки задач маршрутизации полета. Примером таких аппаратов являются мультикоптеры. Нерешенные вопросы сохраняются и появляются во всех основных составных частях задач маршрутизации полета. Это вопросы математической формализации задач оптимального планирования маршрутов полета, разработки методик решения таких задач и высокопроизводительного программно-алгоритмического обеспечения нахождения оптимальных маршрутов.

Традиционно задачу маршрутизации сводят к формированию последовательности безусловного облета по замкнутому маршруту набора равнозначных точек, местоположение которых известно. Однако на практике представляет интерес более широкий спектр задач маршрутизации, предусматривающих возможность использования как замкнутых, так и разомкнутых маршрутов с варьируемыми точками «старта» и «финиша», возможность учета неравноценности включения точек в маршрут. Кроме того, актуален учет разноплановых ограничений, вынуждающих выборочно включать в оптимальный маршрут только часть заданных точек.

Обобщенная постановка задачи планирования маршрута заключается в том, что в поле постоянного ветра, направление и скорость которого известны, необходимо найти маршрут полета легкого БПЛА, то есть последовательность точек, над которыми аппарат должен пролететь в соответствии с целевой задачей, решаемой в процессе

данного полета. Местоположения точек, которые могут быть включены в маршрут, заданы. При этом связать определенный набор точек на земной поверхности требуется либо замкнутым, либо разомкнутым маршрутом в зависимости от особенностей решаемой целевой задачи. При решении задачи маршрутизации может возникать необходимость учесть ограничение на продолжительность полета, а также неравноценность маршрутных точек. В качестве критерия фигурирует либо количество точек, либо время полета, либо суммарный эффект от точек, включенных в маршрут.

Были сформулированы основные допущения, вытекающие из особенностей легких БПЛА и специфики их целевого применения. В частности, расчеты времени полета по маршрутам были выполнены в предположении об идеальной работе автопилота, обеспечивающего в условиях действия постоянного ветра удержание аппарата на заданном курсе. При этом вектор путевой скорости в каждый момент времени совпадает с требуемым направлением полета. Кроме того, при расчетах пренебрегали различием во времени при полете между поворотными точками по прямой и реальной траектории, содержащей участок разворота при изменении курса. Для высокоманевренных легких аппаратов это вполне оправдано. Воздушная скорость аппарата и высота полета при планировании маршрута предполагались постоянными.

**Во второй главе** предложен единый подход к математической формализации различных постановок задач планирования оптимального маршрута полета легкого БПЛА на основе аппарата булева линейного программирования с последующим использованием при получении решения эффективной в вычислительном плане процедуры итеративного исключения «подциклов». Предложен и решен ряд новых постановок задач планирования маршрута полета БПЛА, предусматривающих использование разомкнутых маршрутов с одновременным выбором точек начала и (или) окончания маршрута. Проведен сравнительный анализ свойств замкнутых и разомкнутых маршрутов облета легким БПЛА группы точек в условиях воздействия на летательный аппарат постоянного по направлению и скорости ветра.

Задача нахождения наискорейшего разомкнутого маршрута облета легким БПЛА множества заданных своим положением точек представляет собой частный случай задачи коммивояжера. Пусть стартовая точка имеет номер  $s$ , а финишная точка имеет номер  $f$ . Тогда математически задача сводится к нахождению  $(n-1)(n-2) + 1$  булевых переменных  $x_{ij} \in \{0, 1\}$ , ( $i, j = \overline{1, n}$ ;  $i \neq j$ ,  $i \neq f$ ,  $j \neq s$ ), которые минимизируют время облета всех заданных точек, то есть обеспечивают

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n t_{ij} x_{ij} \rightarrow \min, \quad i \neq j, \quad i \neq f, \quad j \neq s \quad (1)$$

Здесь  $t_{ij}$  - время наискорейшего перелета из точки с номером  $i$  в точку с номером  $j$ , которое определяется с учетом скорости и направления ветра в зоне полета. Если  $x_{ij} = 1$ , то двигаясь по маршруту, БПЛА из точки  $i$  перелетает непосредственно в точку  $j$ . Если  $x_{ij} = 0$ , то при движении по маршруту, непосредственный перелет из точки с номером  $i$  в точку с номером  $j$  в маршруте не предусмотрен.

Задача решается при условиях

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad (j = \overline{1, n}; \quad i \neq j, \quad i \neq f, \quad j \neq s) \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad (i = \overline{1, n}; i \neq j, i \neq f, j \neq s). \quad (3)$$

Решение данной задачи содержит  $(n - 1)$  переменных равных единице, а остальные  $(n - 1)(n - 3) + 1$  переменные являются нулевыми. Чтобы исключить появление в решении (1) – (3) «подциклов» предложено использовать процедуру их последовательного исключения. Идея этой итеративной процедуры заключается в том, что сначала задача булева линейного программирования решается вообще без учета условий, исключающих появление в решении подциклов. При появлении таковых, исходная запись задачи дополняется ограничением, исключающим как минимум один из появившихся подциклов. Пусть, например, при общем количестве точек  $n$  в решении появится подцикл длиной  $k$ ,  $(2 \leq k \leq n - 2)$ , который связывает точки с номерами  $i_1, i_2, \dots, i_k$  в указанном порядке. Пусть  $S$  – множество номеров точек этого подцикла. Для его исключения в исходную постановку добавляется ограничение

$$\sum_{\substack{i \in S \\ j \in S \\ i \neq j}} x_{ij} \leq k - 1. \quad (4)$$

Ограничение (4) означает, что из  $k$  дуг, образующих рассматриваемый подцикл, в следующем решении могут присутствовать не более  $k - 1$  дуг. После этого решение повторяется. Процесс продолжается до того момента, пока полученное решение не будет содержать подциклов. Таким образом реализуется итеративная процедура решения задачи маршрутизации.

Работоспособность предложенного подхода продемонстрирована на примере расчета разомкнутого маршрута облета 100 точек, размещенных на площадке размером  $30 \times 30$  километров как показано на рисунке 1. Воздушная скорость БПЛА при расчетах принималась равной 19,44 м/с, а скорость юго-западного ветра составляла 9,72 м/с. Пусть точка старта маршрута имеет номер  $s = 50$ , а точка финиша имеет номер  $f = 90$ .

Наискорейший маршрут, найденный менее чем за 3 с., показан на рисунке 2.

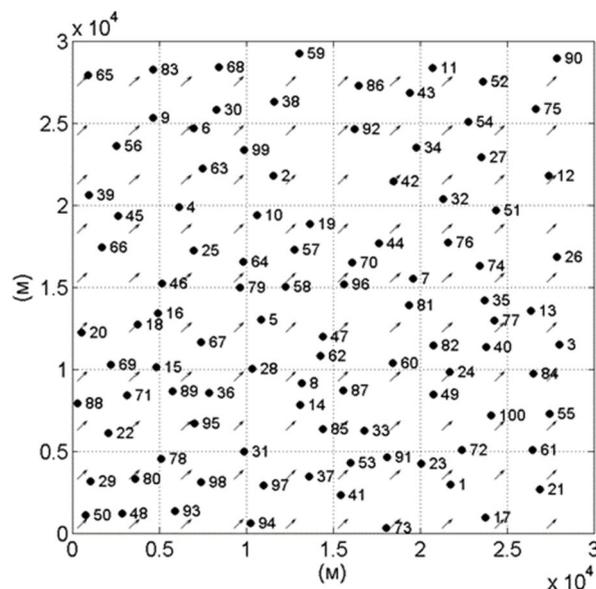


Рис. 1. Распределение заданных точек и направление ветра

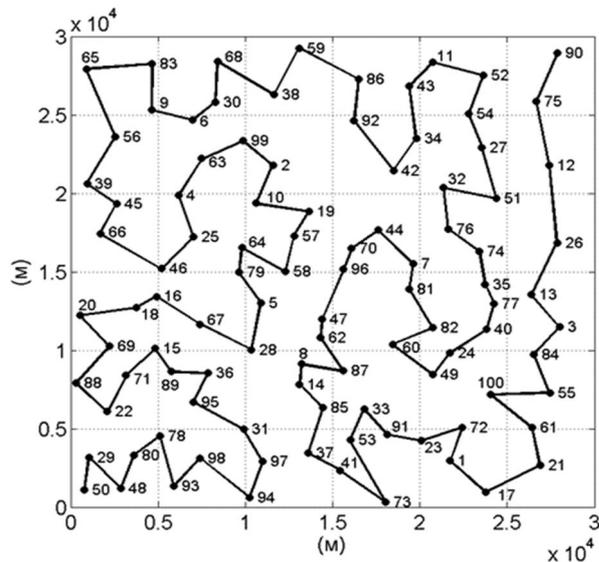


Рис. 2. Оптимальный разомкнутый маршрут при  $s = 50$  и  $f = 90$ .

При маршрутизации для случаев, когда ищется не только самый быстрый маршрут, но и точки старта (и/или) финиша, процедура решения дополняется перебором самых быстрых маршрутов по всем возможным комбинациям положения этих точек.

Было проведено параметрическое исследование влияния направления и скорости постоянного ветра на результаты решения задачи разомкнутой маршрутизации. Проверка закономерностей, имеющих место для самых быстрых замкнутых маршрутов в поле постоянного ветра, показала, что в общем случае они не наблюдаются для разомкнутых маршрутов. В частности, для разомкнутых самых быстрых маршрутов (рисунок 3) в отличие от замкнутых (рисунок 4) может наблюдаться эффект уменьшения времени полета по самому быстрому маршруту с ростом скорости ветра. Однако эта особенность становится менее ярко выраженной с ростом количества точек, связываемых маршрутом.

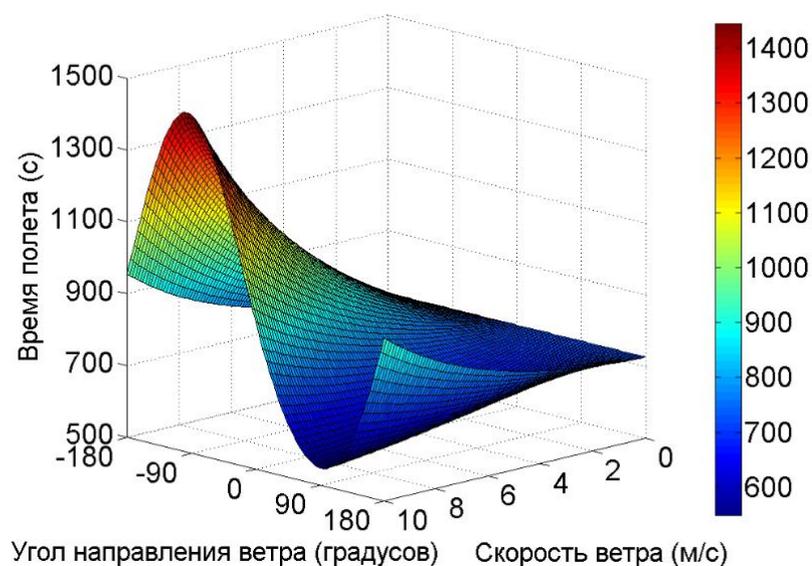


Рис. 3. Время самого быстрого облета заданного набора точек по разомкнутому маршруту в зависимости от значений параметров ветра

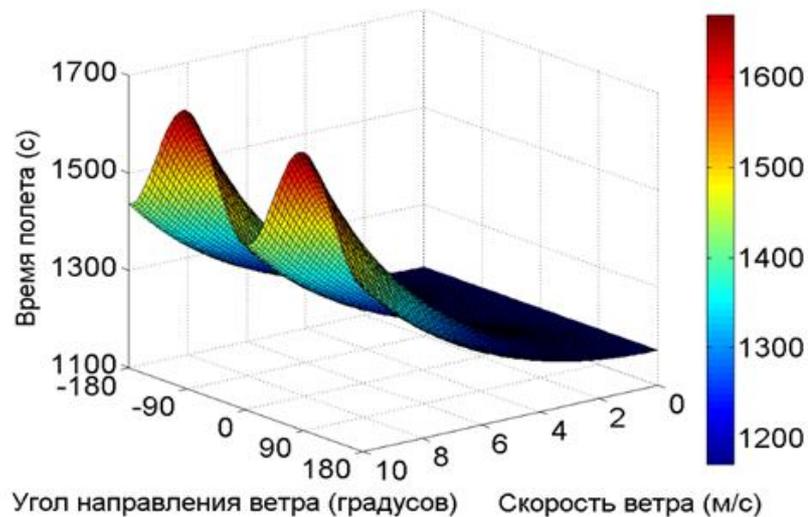


Рис. 4. Время наискорейшего облета заданного набора точек по замкнутому маршруту в зависимости от значений параметров ветра

**В третьей главе** предложены методики оптимальной маршрутизации облета точек с известным местоположением, находящихся в поле постоянного ветра, с учетом ограничения на продолжительность полета, для случая равноценных и неравноценных точек. Ограничение на продолжительность полета обусловлено тем, что энергетические ресурсы БПЛА и время, в течение которого должна быть выполнена миссия полета, фактически ограничены. При этом максимизируемый критерий очевидно должен быть связан с количеством точек, которые удастся включить в маршрут. Понятно, что при такой постановке возможно не все заданные точки удастся связать оптимальным маршрутом.

Вопрос учета ограничения на продолжительность полета в различных постановках задач маршрутизации обсуждался и ранее. Новизна полученных в этом разделе результатов связана с тем, что, как было показано, у рассматриваемой задачи оптимальной маршрутизации в общем случае имеется множество решений. Это дало основание сформулировать постановку задачи маршрутизации для равноценных точек следующим образом. Необходимо с учетом информации о направлении и скорости ветра в зоне полета найти маршрут облета максимального количества точек из числа заданных своим местоположением с учетом ограничения на продолжительность полета. Если таких маршрутов окажется несколько, то из них надо выбрать наискорейший. Решение для определенности предлагается искать в классе замкнутых маршрутов.

Математически предложено записать постановку задачи маршрутизации как задачу нахождения  $n(n-1)$  булевых переменных  $x_{ij} \in \{0, 1\}$ ,  $(i, j = \overline{1, n}; i \neq j)$ .

Критерий, подлежащий максимизации, запишется в виде

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{ij} \rightarrow \max, \quad (i = \overline{1, n}; j = \overline{1, n}; i \neq j). \quad (5)$$

Для учета ограничения на продолжительность полета необходимо выполнить условие

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n t_{ij} x_{ij} \leq T_{\text{доп}}, \quad (i = \overline{1, n}; j = \overline{1, n}; i \neq j). \quad (6)$$

Здесь  $T_{\text{доп}}$  - допустимое время полета по маршруту. Время  $t_{ij}$  - время наискорейшего перелета из точки с номером  $i$  в точку с номером  $j$  рассчитанное с учетом действующего в зоне полета ветра. Для случая замкнутого маршрута должны быть выполнены ограничения

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} \leq 1 \quad (j = \overline{1, n}; j \neq s), \quad (7)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq 1 \quad (i = \overline{1, n}; i \neq s), \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{is} = 1 \quad (i \neq s), \quad (9)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{sj} = 1 \quad (j \neq s), \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} - \sum_{i=1}^n x_{ji} = 0 \quad (j = \overline{1, n}; j \neq s). \quad (11)$$

Неравенства (7) и (8) отражают то условие, что каждая точка может быть включена в маршрут не более одного раза, но может и не включаться в него. Условия (9) и (10) отражают то, что точка с номером  $s$  является точкой старта и финиша одновременно. Особое выделение точки старта – финиша в данной постановке в отличие от классической задачи коммивояжера необходимо, поскольку не все точки могут попасть в маршрут, но для точки старта – финиша это необходимо. Условия (11) обеспечивают связность, или физическую реализуемость найденного маршрута. Среди ограничений отсутствуют ограничения, исключающие подциклы, поскольку процедура решения предусматривает итеративное исключение решений, содержащих подциклы, из множества допустимых.

Оптимальным решением вышеприведенной задачи является множество маршрутов, связывающих  $n^*$  точек. В качестве искомого решения нас интересует наискорейший маршрут из этого множества. Для его нахождения предложено решить определенную вспомогательную задачу маршрутизации используя значение  $n^*$ , найденное при решении основной задачи. Математическая постановка вспомогательной задачи заключается в нахождении множества переменных  $x_{ij} \in \{0, 1\}$ ,  $(i, j = \overline{1, n}; i \neq j)$ , минимизирующих время полета

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{ij} t_{ij} \rightarrow \min \quad (i \neq j), \quad (12)$$

при выполнении ограничений

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{ij} = n^* \quad (i \neq j), \quad (13)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} \leq 1 \quad (j = \overline{1, n}; j \neq s), \quad (14)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq 1 \quad (i = \overline{1, n}; i \neq s), \quad (15)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{is} = 1 \quad (i \neq s), \quad (16)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{sj} = 1 \quad (j \neq s), \quad (17)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} - \sum_{i=1}^n x_{ji} = 0 \quad (j = \overline{1, n}; j \neq s). \quad (18)$$

Процедура решения вспомогательной задачи аналогична процедуре решения основной задачи маршрутизации. Устранение подциклов при решении вспомогательной задачи осуществляется так же, как и в основной задаче маршрутизации. Маршрут, найденный в результате решения вспомогательной задачи, является одновременно искомым решением задачи оптимальной маршрутизации с учетом ограничения на время полета. Следует подчеркнуть, что для определения этого маршрута нет необходимости в нахождении всего множества маршрутов, являющихся решением основной задачи маршрутизации, что обеспечивает существенную экономию вычислительных ресурсов.

Для демонстрации работоспособности алгоритма приведен пример расчета замкнутого маршрута облета 50 точек, расположенных в зоне полета размером  $30 \times 30$  километров. Расположение точек показано на рисунке 5. В качестве точки старта – финиша была задана точка с номером  $s = 1$ . Воздушная скорость БПЛА при расчетах принималась равной 18,05 м/с, а скорость юго-западного ветра составляла 9,72 м/с. Допустимое время полета  $T_{\text{доп.}} = 10300$  с. Оптимальным решением основной задачи явилось множество маршрутов, связавших  $n^* = 44$  точек (рисунок 6). В результате решения вспомогательной задачи был найден наискорейший из множества маршрутов, время полета по которому составляет 10212 с. На рисунке 6 он расположен слева в верхнем ряду.

Таким образом разработанная методика маршрутизации облета для случая равноценных точек с учетом ограничения на время полета предусматривает последовательное решение специальным образом сформированных основной и вспомогательной задач маршрутизации, которые связаны между собой и в математическом плане представляют собой задачи линейного булева программирования. При этом маршрут полета находится в два этапа. На первом определяется максимальное количество точек, которое может быть соединено маршрутами, время полета по которым не превышает допустимое. На втором этапе определяется наискорейший маршрут, связывающий это максимальное количество точек.

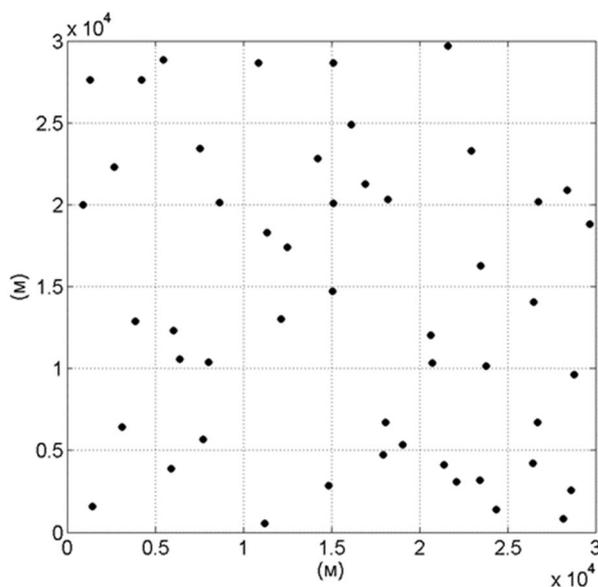


Рис. 5. Распределение заданных маршрутных точек при  $n = 50$  точек

В случае неравноценных точек максимизируется аддитивный критерий, каждое слагаемое которого определяется эффектом от включения в маршрут соответствующей точки. При этом величина эффекта от включения каждой конкретной точки в маршрут полета полагается известной. Таким образом математически критерий формируется как линейная форма, в которой весовые коэффициенты для каждой точки соответствуют эффекту от ее включения в маршрут. Природа весовых коэффициентов, может быть обусловлена различными факторами, детальное рассмотрение которых выходит за рамки данной работы.

Рассматриваемая задача планирования маршрута заключается в том, что в поле постоянного ветра, направление и скорость которого известны, необходимо найти разомкнутый маршрут полета легкого БПЛА. Местоположение точек, которые могут быть включены в маршрут, заданы. Точки старта и финиша возможных маршрутов известны. Весовые коэффициенты, для каждой точки, которую можно включить в маршрут, заданы. Весовые коэффициенты точек старта и финиша равны нулю.

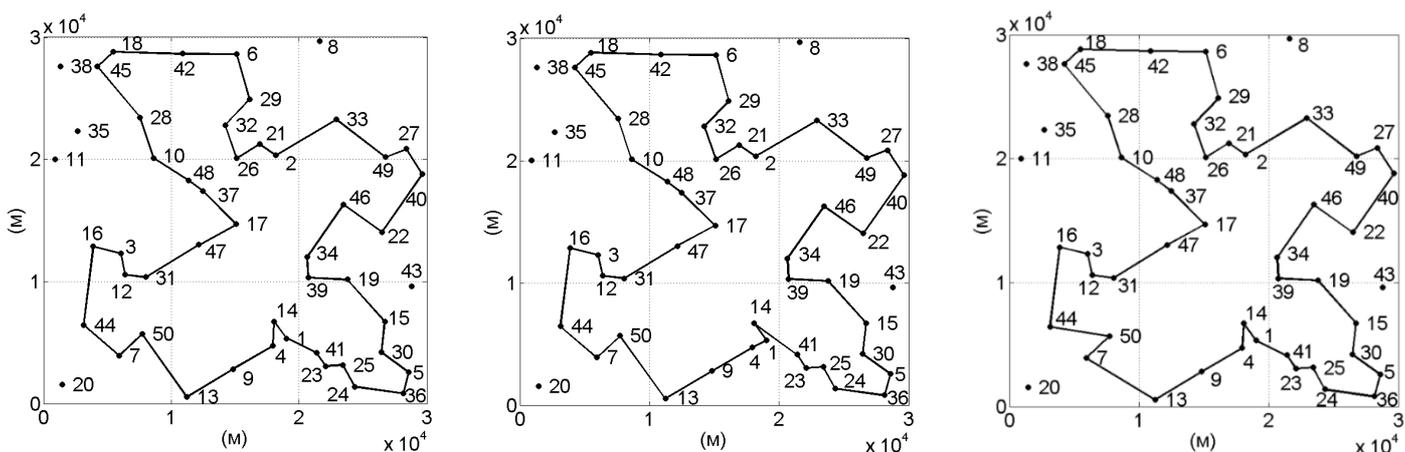


Рис. 6. Все маршруты, на которых обеспечивается значение критерия  $n^* = 44$ , при допустимом времени полета  $T_{доп.} = 10300$  с.

Допустимое время полета БПЛА по маршруту ограничено известной величиной. Искомый маршрут должен обеспечить максимальную сумму весовых коэффициентов, включенных в него точек. Поскольку есть основания предполагать, что в общем случае рассматриваемая задача может иметь неединственное решение, необходимо предложить способ нахождения этого множества решений. Требуется также исследовать множество этих решений и на основе проведенного анализа предложить процедуру его рационального сужения в целях поиска возможно лучшего окончательного решения с учетом дополнительных показателей эффективности.

Математически обсуждаемая задача маршрутизации сведена к нахождению булевых переменных  $x_{ij} \in \{0, 1\}$ , ( $i, j = \overline{1, n}$ ;  $i \neq j$ ;  $i \neq f$ ;  $j \neq s$ ). Обозначим допустимое множество искомых переменных через  $X$ .

Критерий запишем в виде

$$P = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_j x_{ij} \rightarrow \max; x_{ij} \in X. \quad (19)$$

Здесь  $p_j$  – весовой коэффициент, характеризующий эффект от включения точки с номером  $j$  в маршрут полета.

Для учета ограничения на продолжительность полета необходимо учесть условие

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n t_{ij} x_{ij} \leq T_{\text{доп}}, x_{ij} \in X. \quad (20)$$

Здесь  $T_{\text{доп}}$  – допустимое время полета по маршруту;  $t_{ij}$  – время наискорейшего перелета из точки  $i$  в точку  $j$  с учетом действия ветра в зоне полета.

При поиске решения в классе разомкнутых маршрутов должны быть выполнены следующие ограничения:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} \leq 1, \quad x_{ij} \in X. \quad (21)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq 1, \quad x_{ij} \in X. \quad (22)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{sj} = 1 \quad (23)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{if} = 1 \quad (24)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} - \sum_{i=1}^n x_{ji} = 0, \quad x_{ij} \in X; \quad j \neq f. \quad (25)$$

Условия, исключаяющие подциклы, с учетом применяемой процедуры решения в постановке не отражены.

В качестве иллюстрации применения методики рассмотрена задача построения маршрута полета БПЛА для 30 точек, расположенных известным образом в зоне размером  $30 \times 30$  километров (рисунок 7). Точкой старта является точка с номером  $s=1$ , и точкой финиша с номером  $f=30$ . Весовые коэффициенты, характеризующие важность

каждой точки, приведены в таблице 1. Воздушная скорость БПЛА при расчетах принималась равной 19,44 м/с, а скорость северо-восточного ветра равной 5,55 м/с. Предельное время полета БПЛА составляет  $T_{доп} = 5930$ с. Предполагается, что для весовых коэффициентов выполнено условие нормировки, то есть

$$\sum_{j=1}^n p_j = 1.$$

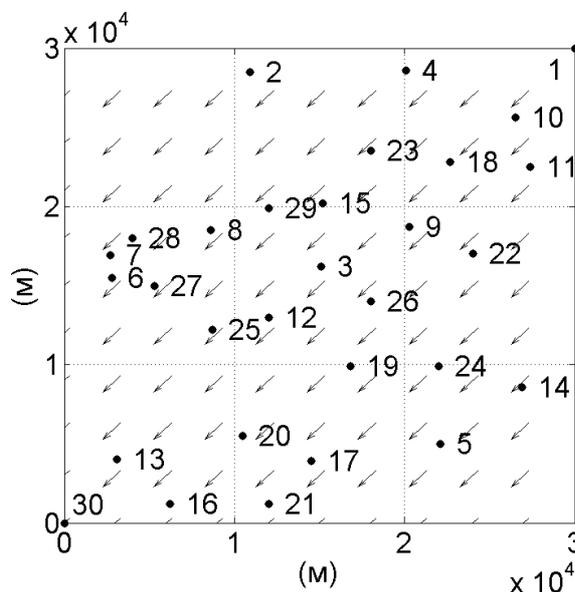


Рис. 7. Распределение заданных маршрутных точек при  $n = 30$  точек

В результате решения задачи было найдено полное множество оптимальных решений, каждое из которых обеспечивает одинаковое значение критерия  $P^* = 0,92$ , но отличается количеством входящих в него точек и фактическим временем полета.

Таблица 1. Весовые коэффициенты каждой точки

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$p_j$	0.00	0.04	0.02	0.04	0.08	0.01	0.02	0.01	0.02	0.06
№	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$p_j$	0.02	0.03	0.04	0.05	0.03	0.05	0.08	0.03	0.03	0.04
№	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$p_j$	0.05	0.03	0.02	0.03	0.02	0.08	0.03	0.01	0.03	0.00

Найденное множество решений представлено на рисунке 8. По горизонтальной оси отложено фактическое время полета БПЛА по маршруту. По вертикальной оси отложено количество точек, входящих в маршрут. Каждая точка на рисунке 8 соответствует одному маршруту с определенным количеством точек и фактическим временем полета по нему. Множество оптимальных решений рассмотренной задачи маршрутизации состоит из 20 маршрутов, соответственно на рисунке 8 имеется 20 точек.

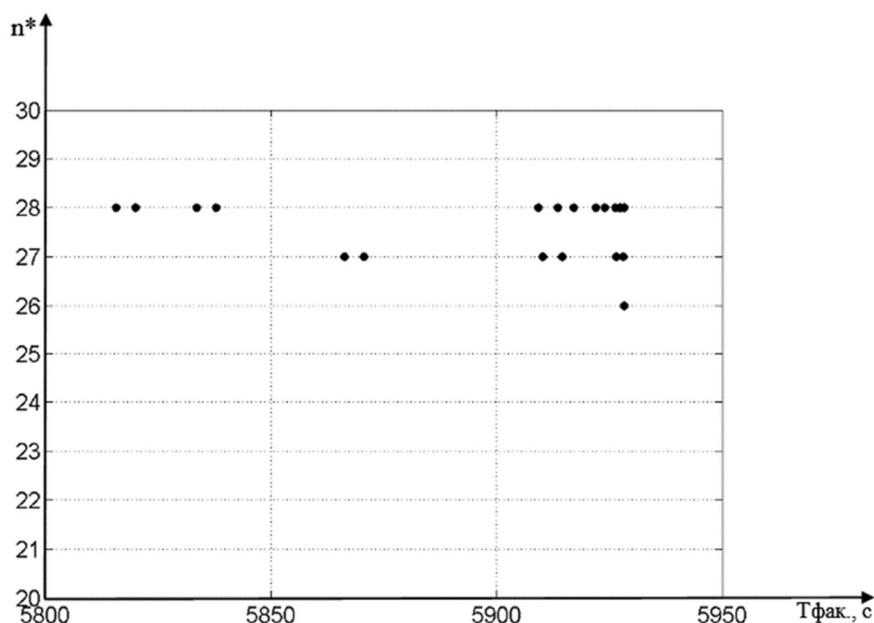


Рис. 8. Множество оптимальных решений при  $P^* = 0,92$ ,  $T_{доп} = 5930$  с.

Новизна данной ситуации в том, что теперь решения, относящиеся к полученному множеству, отличаются не только фактическим временем полета, но и количеством точек, включенных в маршрут. Таким образом, задача дальнейшего выбора улучшенного решения из полученного множества может рассматриваться как многокритериальная.

Обсуждая два дополнительных показателя, в отношении фактического времени полета по маршруту, однозначно приходим к выводу о целесообразности его минимизации. Что касается количества точек в маршруте, ситуация не столь очевидна, и чтобы ее разрешить нужна дополнительная содержательная информация о решаемой задаче. Для определенности рассмотрим вариант, когда второй показатель также желательно минимизировать.

В работе предложено построить парето-оптимальное множество решений. Для рассматриваемого примера информация о маршрутах, входящих в это множество, сведена в таблицу 2. Сами маршруты изображены на рисунке 9.

Таблица 2. Парето-оптимальные маршруты при  $P^* = 0,92$ ;  $T_{доп} = 5930$  с.

№	Парето-оптимальное множество маршрутов при $P = 0.92$ , $T_{доп} = 5930$ с.	Кол. точек	Время полета (с)
1	1-10-11-22-9-18-4-23-15-29-8-27-25-12-3-26-19-24-14-5-17-21-20-16-13-30	26	5928,4
2	1-10-4-18-22-9-15-29-8-28-7-6-27-25-12-3-26-19-24-14-5-17-21-20-16-13-30	27	5866,3
3	1-10-11-18-22-9-23-15-29-8-28-7-6-27-25-12-3-26-19-24-14-5-17-21-20-16-13-30	28	5815,7

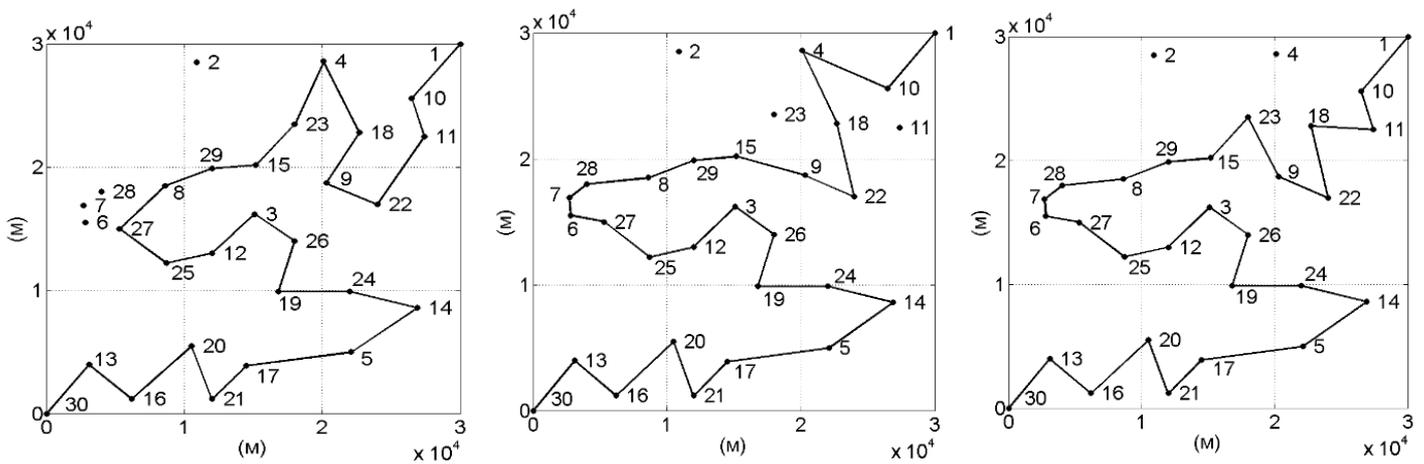


Рис. 9. Парето-оптимальные маршруты при  $P^* = 0,92$ ,  $T_{доп} = 5930$  с.

В четвертой главе проведен сравнительный анализ нескольких вариантов разработанного автором программно-алгоритмического обеспечения решения задач маршрутизации полета легкого БПЛА в поле постоянного ветра. На основе этого анализа рекомендован наиболее эффективный вариант такого обеспечения. При сравнении вариантов учитывались полученные оценки быстродействия и используемого объема оперативной памяти, а также предельные размеры задач, устойчиво решаемых с помощью разработанного программно-алгоритмического обеспечения.

В практических ситуациях алгоритмы, вычислительные процедуры и их программная реализация представляют собой единый комплекс. Поэтому в работе акцент сделан на вопросах рационального комплексирования алгоритмов и вычислительных процедур с их последующей программной реализацией при учете специфики задач маршрутизации полета БПЛА.

Отличительной особенностью первого варианта программно-алгоритмического обеспечения является то, что он предусматривает одномоментное внесение в запись задачи булева линейного программирования множества ограничений, исключающих все возможные подциклы, и использование функции `bintprog` пакета MATLAB.

Особенностью второго варианта программно-алгоритмического обеспечения по сравнению с первым является использование процедуры последовательного исключения подциклов. Преимущество этого варианта в сравнении с предыдущим неочевидно. С одной стороны размер задачи булева линейного программирования, решаемой на каждой итерации, не увеличивается за счет ограничений, запрещающих все возможные подциклы. С другой стороны, задачу булева линейного программирования приходится решать многократно. Кроме того, появляется необходимость в проверке наличия подциклов в решениях, получаемых на каждой итерации.

Третий вариант программно-алгоритмического обеспечения также использует процедуру последовательного исключения подциклов, но в отличие от первых двух для решения задачи булева линейного программирования в нем применяется функция `splexblr` пакета CPLEX.

Результаты тестирования предложенных вариантов приведены на графиках.

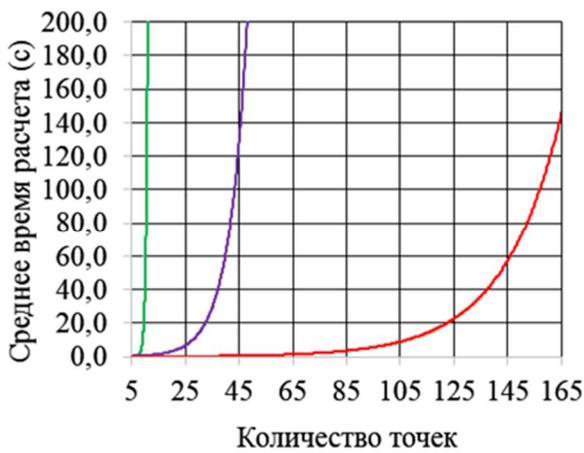


Рис. 10. Зависимость среднего времени расчета от количества точек

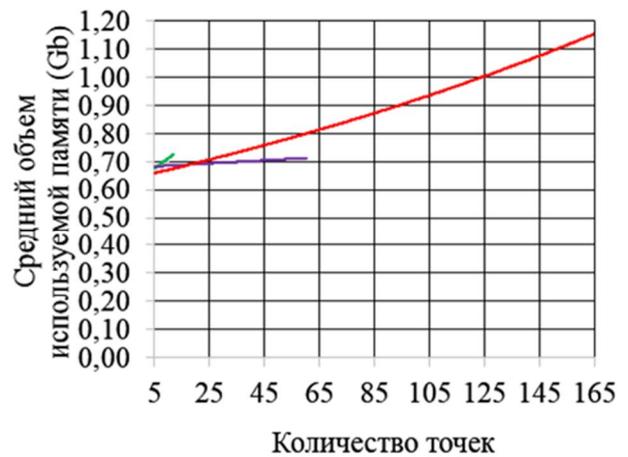


Рис. 11. Зависимость среднего объема используемой памяти от количества точек

На графиках (рисунок 10) хорошо видно, что когда количество точек достигает определенного значения наблюдается резкий рост времени решения задачи. Это сопровождается неустойчивой работой программного обеспечения, когда решение при некоторых вариантах исходных данных получить уже не удастся. Для первого варианта программно-алгоритмического обеспечения такой эффект встречается уже начиная с 11 точек, для второго с 45, а для третьего со 165 точек. Таким образом, третий из исследуемых вариантов оказался наиболее эффективным. Объем памяти, используемой при расчетах по третьему варианту, постепенно растет с увеличением количества точек в маршруте (рисунок 11). Однако это обстоятельство не представляется существенным, поскольку для современных компьютеров ресурсы оперативной памяти не является критичными.

Разработанное автором программно-алгоритмическое обеспечение использовано в программном комплексе «UAVRouting», реализованном в среде MATLAB. Комплекс имеет графический интерфейс пользователя, обеспечивающий ввод-вывод данных, управление процессом решения задач маршрутизации различных типов и графическое отображение результатов расчета.

Фактически, для решения задачи маршрутизации комплекс выполняет две основные группы операций. Во-первых, на основе исходных данных задачи маршрутизации формирует соответствующую запись задачи булева линейного программирования. Во-вторых, обеспечивает решение этой задачи. Соответственно в комплекс «UAVRouting» входят две группы программ. Одна из них отвечает за формирование задачи булева линейного программирования, а другая отвечает за ее решение. Рациональная архитектура программного комплекса в такой ситуации должна предусматривать наличие программного ядра, обеспечивающего собственно решение задачи булева линейного программирования и периферийного программного обеспечения для обработки исходных данных и формирования записи указанной задачи. Для реализации ядра целесообразно использовать стандартное программное обеспечение. Это позволяет существенно экономить время на написание программ, упрощает их верификацию и обеспечивает высокую вычислительную производительность. Было предложено использовать такие программные продукты как MATLAB и CPLEX.

Для иллюстрации работоспособности программно-алгоритмического обеспечения приведен пример расчета замкнутого маршрута облета 165 точек, координаты которых случайным образом задаются в зоне полета размером 50 x 50 километров. Воздушная скорость БПЛА равна 16,67 м/с, а скорость юго-западного ветра равна 5,5 м/с. Расположение точек и найденный оптимальный маршрут приведены на рисунке 12. Время расчета составило 130 с.

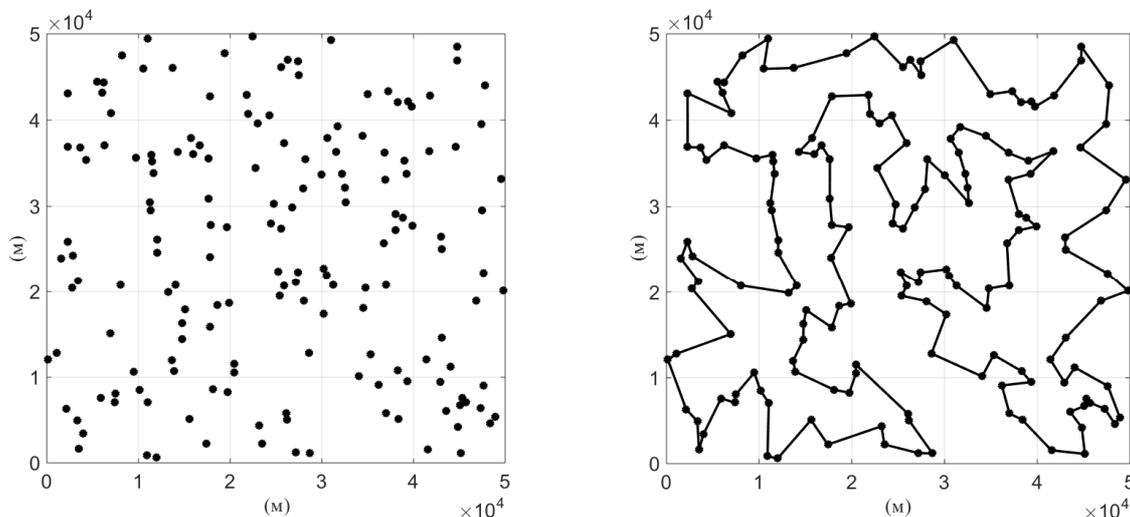


Рис. 12. Оптимальный маршрут облета при  $n = 165$  точек

Все расчеты были проведены на компьютере с процессором Intel(R) i3-4160 CPU@3.60GHz и оперативной памятью 16,00 ГБ.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

1. Показано, что для разомкнутых наискорейших маршрутов в отличие от замкнутых может наблюдаться эффект уменьшения времени полета с ростом скорости ветра. Однако эта особенность становится менее ярко выраженной с ростом количества точек, связываемых маршрутом [12].

2. Предложен единый подход к математической формализации различных постановок задач планирования оптимального маршрута полета легкого БПЛА на основе аппарата булевого линейного программирования с последующим использованием при получении решения эффективной в вычислительном плане процедуры итеративного исключения «подциклов» [1,5].

3. Сформулирован и решен ряд новых постановок задач оптимальной маршрутизации полета БПЛА в поле постоянного ветра, предусматривающих использование разомкнутых маршрутов полета БПЛА с возможностью одновременного выбора точек «старта» и «финиша» [1].

4. Предложена методика, позволяющая с учетом действия постоянного ветра в зоне полета находить множество маршрутов легкого БПЛА, каждый из которых связывает максимально возможное количество известным образом расположенных равноценных точек, с учетом ограничения на продолжительность полета, а также принадлежащий этому множеству наискорейший маршрут [2, 7, 9].

5. Предложена методика, позволяющая с учетом действия постоянного ветра в зоне полета находить множество маршрутов легкого БПЛА, каждый из которых с учетом ограничения на продолжительность полета связывает такое подмножество

известным образом расположенных неравноценных точек, что эффект от их включения в маршрут является максимальным [4, 8].

6. Сформулирована и решена задача многокритериальной оптимизации на множестве маршрутов полета легкого БПЛА, обеспечивающих максимальный эффект от включения в маршрут неравноценных точек при ограничении на время полета. Решение задачи представляет собой парето-оптимальное множество. При этом в качестве дополнительных показателей эффективности используется фактическое время полета по маршруту и количество точек в него входящих [4, 8].

7. Проведен анализ нескольких разработанных автором вариантов программно-алгоритмического обеспечения оптимальной маршрутизации полета легкого беспилотного летательного аппарата в поле постоянного ветра. На основе анализа полученных оценок быстродействия, требующегося объема оперативной памяти и предельных размеров устойчиво решаемых задач было выявлено преимущество программно-алгоритмического обеспечения, в котором используются процедура последовательного исключения подциклов и функция `crpplxblr` пакета CPLEX [3, 10].

8. Предложены принципы построения, программного комплекса решения задач маршрутизации полета легких БПЛА, имеющего открытую архитектуру и состоящего из быстродействующего программного ядра, использующего функцию `crpplxblr` пакета CPLEX, и специализированного периферийного программного обеспечения, обеспечивающего работу ядра [3, 10].

9. Разработан программный комплекс «UAVRouting» решения задач оптимальной маршрутизации полета БПЛА, реализованный в среде MATLAB. Комплекс имеет развитый графический интерфейс пользователя, обеспечивающий ввод-вывод данных, управление процессом решения задач маршрутизации различных типов и графическое представление результатов расчета [6].

## **ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ**

**Публикации в изданиях из рекомендованного ВАК Минобрнауки России перечня:**

1. Моисеев Д.В., Чинь В.М., Мозолев Л.А., Моисеева С.Г., Фам С.К. Маршрутизация полета легкого беспилотного летательного аппарата в поле постоянного ветра на основе решения разновидностей задачи коммивояжера // Электронный журнал «Труды МАИ», 2015, выпуск № 79; <http://trudymai.ru/published.php?ID=55782>.

2. Моисеев Д.В., Чинь В.М. Маршрутизация полета легкого беспилотного летательного аппарата в поле постоянного ветра с учетом ограничения на продолжительность полета // Мехатроника, Автоматизация, Управление, Том 17, № 3, 2016. с. 206-210.

3. Моисеев Д.В., Чинь Ван Минь Вычислительные аспекты и прикладное программное обеспечение оптимальной маршрутизации полета легкого беспилотного летательного аппарата в поле постоянного ветра // Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ» Том 9, №3 (2017) <http://naukovedenie.ru/PDF/102TVN317.pdf> (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ.

4. Моисеев Д.В., Чинь В.М., Моисеева С.Г. Исследование и решение задачи маршрутизации облета легким беспилотным летательным аппаратом неравноценных

точек в поле постоянного ветра // Авиакосмическое приборостроение, 2017 г. № 12, с. 12-21.

**Публикации в других научных изданиях:**

5. Чинь В.М., Моисеев Д.В., Мозолев Л.А., Моисеева С.Г., Фам С.К. Систематика задач маршрутизации полета легкого беспилотного летательного аппарата как задач булевого линейного программирования и их решение. Тезисы докладов 13-й Международной конференции «Авиация и космонавтика – 2014». 17-21 ноября 2014 года. Москва. – СПб.: Мастерская печати, 2014 – с. 682 – 683.

6. Чинь В.М., Моисеев Д.В., Мозолев Л.А., Фам С.К. Разработка программного комплекса для исследования алгоритмов решения задач маршрутизации полета беспилотного летательного аппарата. Тезисы докладов 13-й Международной конференции «Авиация и космонавтика – 2014». 17-21 ноября 2014 года. Москва. – СПб.: Мастерская печати, 2014 – с. 341 – 342.

7. Чинь В.М., Моисеев Д.В., Моисеева С.Г., Фам С.К. Маршрутизация полета легкого беспилотного летательного аппарата в поле постоянного ветра при ограничении на продолжительность полета. Тезисы докладов 20-ой Международной конференции "Системный анализ, управление и навигация», с 28 июня по 5 июля 2015 г., РФ, г. Евпатория (Крым). – М.: МАИ, 2015 – с.167-168.

8. Моисеев Д.В., Чинь В.М., Моисеева С.Г., Фам С.К. Маршрутизация облета легким беспилотным летательным аппаратом неравноценных объектов в поле постоянного ветра с учетом ограничения на время полета по маршруту. Тезисы докладов 14-ой Международной конференции «Авиация и космонавтика», с 16 по 20 ноября 2015 г., РФ, г. Москва, Московский авиационный институт.

9. Чинь В.М. Особенности алгоритма маршрутизации полета беспилотного летательного аппарата при наличии ограничений на продолжительность полета. Тезисы докладов XLII Международной молодежной научной конференции «Гагаринские чтения – 2016», с 5 по 19 апреля 2016 г., РФ, г. Москва. т. 2 – М.: Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), 2016 – с. 32 – 33.

10. Чинь В.М., Моисеев Д.В., Моисеева С.Г., Фам С.К. Опыт программно-алгоритмического обеспечения маршрутизации полета беспилотного летательного аппарата. Тезисы докладов 15-й Международной конференции «Авиация и космонавтика – 2016». 14-18 ноября 2016 года. Москва. – Типография «Люксор», 2016 – с. 153.

11. Чинь В.М. Задача маршрутизации полета легкого беспилотного летательного аппарата при различных моделях ветра. Тезисы докладов XLIII Международной молодежной научной конференции «Гагаринские чтения – 2017», с 5 по 20 апреля 2017 г., РФ, г. Москва. – М.: Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), 2017 – с. 136 – 137.

12. Чинь В.М., Моисеев Д.В., Моисеева С.Г., Фам С.К. Параметрический анализ задачи оптимизации разомкнутых маршрутов полета в поле постоянного ветра. Тезисы докладов 22-ой Международной конференции "Системный анализ, управление и навигация», с 2 июля по 9 июля 2017 г., РФ, г. Евпатория (Крым). – М.: Изд-во МАИ, 2017 – с.155-156.