

## ОТЗЫВ официального оппонента

на диссертацию Урюпина Ильи Вадимовича  
«Оптимизация переключений непрерывно-дискретных управляемых процессов»  
на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук  
по специальности 2.3.1 – «Системный анализ, управление и обработка информации»

В диссертационной работе И. В. Урюпина рассмотрены задачи оптимального управления динамических систем с переключениями. В подобной системе в определенные моменты времени состояние системы изменяется скачкообразно, в остальное время динамика системы описывается системой дифференциальных уравнений, удовлетворяющей условиям существования и единственности решений. Переключения (скачкообразное изменение состояния) могут происходить в любой момент времени, возможны многократные переключения. И непрерывная динамика, и переключения регулируются управлением. Качество управления определяется функционалом качества. Задача в целом состоит в поиске такого управления, которое дает минимальное значения функционала качества.

По своему характеру рассматриваемые динамические системы относятся к гибридным — системам, которые частично являются системами дискретного времени, частично непрерывного. От других гибридных систем системы с переключениями отличаются формой взаимодействия непрерывной и дискретной части. Особенность систем с переключениями — сочетание относительной их простоты с широкими возможностями в приложениях.

Диссертация содержит введение, 4 главы, заключение и список использованных источников. Во введении раскрываются актуальность и практическая ценность исследования, дан обзор по состоянию темы исследований, включая историческую справку и обзор литературы. Также сформулирована цель и основные задачи научного исследования.

В главе 1 рассмотрена общая задача оптимального управления системой с переключениями. Ее решение построено на базе метода динамического программирования. Приведены достаточные условия оптимальности для этой задачи. Основное внимание в главе уделено задаче минимизации количества переключений, обеспечивающих приемлемый уровень значения функционала качества. Отметим, что в силу переменного количества переключений поиск оптимального управления строится как последовательная проверка задач с заданным количеством переключений. Это приводит к сложной многоуровневой задаче оптимизации, как минимум часть которой приходится решать численно. В главе отдельно рассмотрен случай линейно-квадратичной задачи, решение которой в непрерывном случае хорошо известно. Это позволяет упростить достаточные условия оптимальности и упростить в целом решение задачи оптимального управления. Решение рассмотренных задач доведено до конкретного алгоритма оптимизации, сочетающего как аналитические способы решения, так и численные. Работа этого алгоритма продемонстрирована на примере, который носит академический характер.

В главе 2 поставлена задача аппроксимации оптимального управления непрерывной системой, являющейся кусочно-непрерывным, кусочно-постоянным управлением. Кусочно-постоянное управление позволяет рассматривать систему в задаче оптимального управления как частный случай системы с переключениями, в которой непрерывная часть

является неуправляемой, а все управление сосредоточено в механизме переключения. С общей точки зрения речь идет о сужении класса кусочно-непрерывных функций управления до класса кусочно-постоянных управлений. Разумеется, более узкая задача в общем случае решения не имеет, но можно строить итерационную последовательность, приводящую к оптимальному значению функционала качества. Мы получаем последовательность кусочно-постоянных аппроксимаций кусочно-непрерывного оптимального управления. Разумеется, построить всю аппроксимационную последовательность мы не сможем. В диссертации рассмотрена задача минимизации количества переключений, обеспечивающих заданную погрешность кусочно-постоянного управления по сравнению с оптимальным кусочно-непрерывным управлением. В рамках решения этой задачи получены необходимые условия оптимальности кусочно-постоянного управления непрерывными системами и предложен алгоритм решения задачи, основанный на применении этих условий. Работа алгоритма продемонстрирована на примере решения задачи стабилизации математического маятника с минимальными энергетическими затратами.

В главе 3 рассмотрено применение систем с переключениями для планирования маршрутов движения в сложной окружающей обстановке. Рассмотрена простейшая задача планирования маршрутов на прямоугольной сетке, в которой смена направления движения по прямоугольной сетке интерпретируется как переключение. Рассмотрены варианты решения задачи с минимизацией количества таких поворотов с минимизацией времени движения, а также с условной минимизацией времени (при ограниченном количестве переключений). Решение этих задач строится на основе достаточных условий оптимальности. Также рассмотрена задача сглаживания маршрутов, которые при движении по прямоугольной сетке оказываются ломаными. Задача сглаживания сформулирована как задача оптимизации углов прохода опорных точек. В этой оптимизационной задаче получены необходимые условия оптимальности траекторий. Построение сглаженных маршрутов показано на конкретном примере.

В главе 4 рассмотрены вопросы программной реализации тех алгоритмов, которые были предложены в предыдущих главах. Проанализированы вопросы математического моделирования систем с переключениями, описаны созданные автором программные комплексы для решения линейно-квадратичной задачи и построения сглаженных траекторий движения в среде с препятствиями.

В заключении подведены итоги выполненного исследования и обозначены полученные научные результаты.

- **Актуальность темы исследования.** Целью научного исследования является исследование оптимального управления системой с переключениями. Гибридные системы в целом — актуальное направление современных исследований в теории управления. Системы с переключениями — частный случай гибридных систем, который, с одной стороны, имеет относительно простую архитектуру гибридной системы, а с другой, имеет широких спектр возможных приложений. Поэтому тема диссертационного исследования, несомненно, актуальна.

**Научная новизна результатов исследования.** Новым в диссертационной работе является решение задач минимизация количества переключений в системах с переключениями. Эти задачи усложнены наличием многократных одновременных переключений,

учет которых заметно меняет достаточные и необходимые условия оптимальности, а также алгоритмы поиска оптимальных управлений. В рамках этой задачи:

- 1) решена линейно-квадратичная задача оптимального управления системой с переключениями;
- 2) предложен метод аппроксимации оптимального управления непрерывной системой с помощью кусочно-постоянных управлений;
- 3) предложено решение задачи прокладки маршрутов в среде с препятствиями с учетом их сглаживания;
- 4) предложены конкретные алгоритмы решения указанных задач; выполнены программные реализации этих алгоритмов.

**Практическая значимость диссертационной работы.** Результаты, полученные в диссертационной работе, носят фундаментальный характер. Исследованы новые постановки задач оптимизации, предложены их решения. Эти решения продемонстрированы на конкретных примерах и путем создания программных комплексов. Полученные результаты могут быть использованы для разработки управляющих систем различного назначения, в частности для систем управления летательными и космическими аппаратами, в робототехнике. Таким образом, практическая ценность диссертационной работы сомнений не вызывает.

**Достоверность результатов исследования.** Работа написана ясным и понятным языком с соблюдением правил описания научных результатов и корректным использованием соответствующей терминологии. Все ключевые результаты четко сформулированы и математически полностью обоснованы. Результаты работы опубликованы в научной печати (6 статей в ведущих российских журналах) и апробированы на ряде международных научных конференций. Получены 2 свидетельства регистрации программ.

**Замечания по диссертационной работе.** В целом диссертационная работа представляет собой законченное научное исследование. Замечания носят частный характер и не снижают общей оценки работы. Замечания таковы.

1. На мой взгляд, введение несколько затянуто. Было бы более разумным во введении уделить больше внимания системам с переключениями и, главное, возможным приложениям, в которых они были бы полезны. В то же время обзор по современному состоянию гибридных систем, соответствия различных интерпретаций в их теории — довольно сложная задача, которая далеко выходит за рамки данной работы.

2. Обозначение  $D(t_0, x_0)$ , введенное на с. 26, противопоставляется обозначению  $D(t, x)$ , которое по существу то же самое.

3. Пример в разд. 1.6 не имеет каких-либо мотивировочных данных. Следовало бы подчеркнуть цель этого примера и сформулировать его на содержательном уровне, преобразовав затем в чисто математическую задачу. Кроме того, поставлена задача минимизации количества переключений при допустимом уровне  $\varepsilon = 10^{-3}$ , которая, очевидно, решения не имеет (такого уровня функционал качества не достигает ни при каких условиях). Следовало задать уровень в виде  $J_{\min} + \varepsilon$  (превышение минимального значения не более чем на  $\varepsilon$ ). Разумеется, это проверять сложно, поскольку  $J_{\min}$  не известно. Поэтому следовало оговорить о замене критерия аналогично тому, как это происходит в задачах минимизации (расхождение между последовательными значениями минимизирующей последовательности не выше заданного уровня).

4. В линейно-квадратичной задаче есть двусмысленность при формировании функционала качества. Обозначения  $C_{t_i}$ ,  $D_{t_i}$  можно рассматривать как объекты, зависящие от времени (и тогда не ясно, чем они отличаются от  $C(t)$ ,  $D(t)$ ), а можно считать, что они зависят от порядка переключения, т.е. от  $i$ .

5. В работе используется понятие фиктивного переключения, однако это понятие нигде не разъяснено, хотя и не является тривиальным.

6. Есть немало замечаний редакционного и стилистического характера.

**Заключение.** Диссертация И.В. Урюпина представляет собой самостоятельную за- конченную научно-квалификационную работу, содержащую новые научные результаты. Основные результаты диссертации опубликованы в научной печати и апробированы на научных конференциях и научных семинарах. Автореферат и научные публикации автора полностью отражают содержание диссертации. Диссертация соответствует специальности 2.3.1 – «Системный анализ, управление и обработка информации».

По актуальности, научному уровню и содержанию диссертационная работа И. В. Урюпина удовлетворяет всем требованиям ВАК РФ, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 2.3.1 – «Системный анализ, управление и обработка», а ее автор Урюпин Илья Вадимович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по указанной специальности.

Официальный оппонент

профессор кафедры «Математическое моделирование»  
Федерального государственного бюджетного образова-  
тельного учреждения высшего образования «Москов-  
ский государственный технический университет им.  
Н.Э. Баумана (национальный исследовательский уни-  
верситет)»,

доктор физико-математических наук, доцент



А.Н. Канатников  
27.05.2022

Тел. (499) 263 63 91,

E-mail: bauman@bmstu.ru.

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д.5, стр.1



С отзывом ознакомлен 01.06.2022



Урюпин И.В.