

УДК 531

Принцип качелей при разворачивании тросовой системы для доставки капсулы на Землю

Асланов В.С.

Самарский национальный исследовательский университет

имени академика С.П. Королева,

Московское шоссе, 34, Самара, 443086, Россия

e-mail: aslanov_vs@mail.ru

Аннотация

Для разворачивания космической тросовой системы, предназначенной для доставки капсулы с орбиты на поверхность Земли, выбран закон управления тросом, позволяющий существенно снизить длину троса для осуществления этой транспортной операции. Для анализа устойчивости в окрестности положения равновесия построена функция Ляпунова. Показана возможность производить отрыв капсулы как при колебании тросовой системы, так и при вращении. Предложенный закон управления применим как динамического, так и для статического разворачивания троса на начальном этапе. Результаты численного моделирования процесса разворачивания троса показывают эффективность выбранного закона управления.

Ключевые слова: космическая тросовая система, спускаемая капсула, закон управления, моделирование.

Постановка задачи

Последние десятилетия в научной литературе большое внимание уделялось космическим тросовым системам. основополагающий труд Белецкого и Левина [1] сыграл важную роль в изучении поведения космических тросовых систем, можно отметить и другие работы, например [2-10]. Успешных натурные эксперименты: SEDS-1 в 1993 году, SEDS-2 в 1994 году и YES2 в 2007 году продемонстрировали возможность использования тросовой системы для доставки с орбиты капсулы на поверхность Земли без использования реактивной тяги [2-4]. Механика процесса заключается в следующем: трос, развернутый в сторону поверхности Земли, совершает колебания относительно местной вертикали (динамический способ) или трос располагается вдоль этой вертикали (статический способ). Спускаемая капсула отрывается от троса при прохождении местной вертикали, когда скорость капсулы относительно несущего космического аппарата направленная в сторону, противоположную направлению скорости несущего космического аппарата (КА), достигает наибольшего значения, как показано на рис.1. Чем выше относительная скорость капсулы в момент отрыва, тем меньше будет величина перигея траектории входа капсулы в атмосферу. В работе предлагается закон управления тросом на заключительном этапе развертывания, который может заметно снизить величину перигея орбиты входа капсулы в атмосферы, тем самым повысить эффект торможения. С другой стороны, применение этого закона управления позволяет уменьшить длину троса, потребную для торможения капсулы в атмосфере.

Предлагаемый закон управления основан на принципе качания с переменной длиной, который приводит к достижению необходимого угла отклонения троса от местной вертикали перед отделением капсулы от троса. Рассмотрим суть метода. Пусть трос находится в крайнем левом положении, совпадающим с направлением скорости несущего КА, с которого развернут трос

$$\alpha = \alpha_m < 0, \quad \dot{\alpha} = 0. \quad (1)$$

Далее управление длиной троса будем выполнять согласно следующему закону

$$\dot{l} = -\lambda \dot{\alpha}, \quad (2)$$

где $\lambda > 0$. Подобный закон управления использовался для гравитационной стабилизации спутника [11].

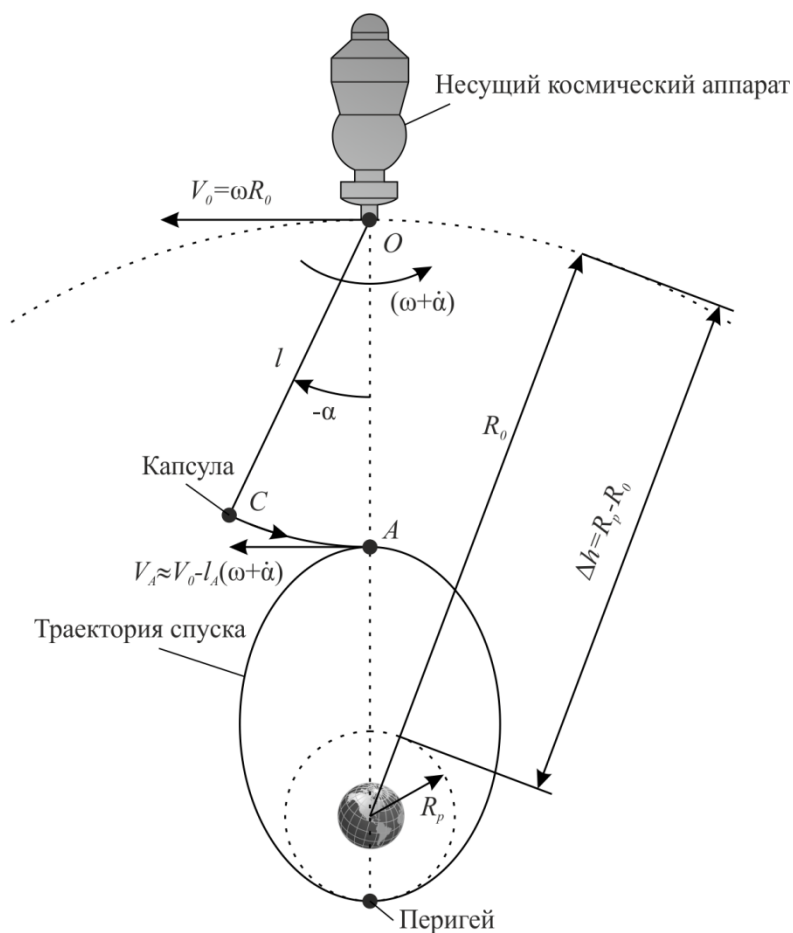


Рис. 1 - Схема отрыва капсулы от троса

Рассмотрим физическую природу этого явления раскачки троса. И так, троса вместе с привязанной капсулы находится в крайней левой точке С и условия (1) выполняются. В соответствии с законом (2) в обратном движении капсулы от точки С трос втягивается, и скорость капсулы относительно троса направлена в сторону точки подвеса (несущий КА), возникает силы Кориолиса, по модулю равная $\Phi_C = 2m_c \dot{\alpha} l = 2\lambda m_c \dot{\alpha}^2$ (m_c - масса капсулы). Эта сила вызывает увеличение относительной касательной скорости привязной капсулы. При обратном движении капсулы из правого крайнего положения трос выпускается. И в этом случае, сила Кориолиса также увеличивает скорости капсулы только уже в противоположном направлении. Происходит раскачка троса. Капсула отделяется от троса при движении из точки С в момент прохождения местной вертикали (точке А), когда

$$\alpha = 0, \dot{\alpha} > 0. \quad (3)$$

Данная работа развивает результаты, полученные в статьях [6,7]. В частности, в этой работе исследована устойчивость по Ляпунову в окрестности нижнего положения равновесия тросовой системы, а также рассматривается случай, когда отрыв капсулы происходит после вращения троса, а не колебаний как в [6].

Основные допущения и уравнения движения

Будем рассматривать движение в плоскости орбиты тросовой системы, которая включает в себя как материальные точки несущий КА массой m_m и малую

капсулу ($m_c \ll m_m$), а также невесомый и нерастяжимый трос. Будем считать, что длина троса l значительно меньше радиуса орбиты несущего КА:

$$l \ll R_0 = p / (1 + e \cos \theta),$$

где e - эксцентриситет орбиты, p - параметр орбиты. Принимая во внимание сделанные допущения, можно записать уравнения движения капсулы относительно несущего КА в виде

$$\ddot{\alpha} + \ddot{\theta} + 2\frac{\dot{l}}{l}(\dot{\alpha} + \omega) + 3\frac{\mu}{R_0^3} \sin \alpha \cos \alpha = 0, \quad (4)$$

$$m_c \ddot{l} = 2m_c \omega^2 l \cos^2 \alpha + m_c \dot{\alpha}^2 l - T, \quad (5)$$

где $\omega = \sqrt{\mu R_0^{-3}}$, μ - гравитационная постоянная.

Переходя от новой независимой переменной - к углу истинной аномалии θ и принимая во внимание (2), получим весьма простое уравнение для угла отклонение троса

$$\alpha'' + \frac{3}{1 + e \cos \theta} \sin \alpha \cos \alpha - 2 \left(\frac{\lambda \alpha'}{1} + \frac{2e \sin \theta}{1 + e \cos \theta} \right) (\alpha' + 1) = 0, \quad (6)$$

где $()' = d() / d\theta$ - производная по углу истинной аномалии.

Сила натяжения троса в этом случае имеет вид

$$T = m_c \left[N^2 (1 + e \cos \theta)^4 \left(\lambda \alpha'' + \frac{2e \lambda \alpha'}{1 + e \cos \theta} \sin \theta + \alpha'^2 l_0 \right) + \frac{2g_0 l_0}{R_0} \cos^2 \alpha \right], \quad (7)$$

где $N = n / (1 + e^2)^{3/2}$, n - средняя угловая скорость вращения несущего КА на орбите, g_0 - гравитационное ускорение.

Функция Ляпунова

Будем рассматривать круговую орбиту ($e=0$), по которой движется несущий КА. Кроме того, будем полагать, что

$$\varepsilon = \frac{\lambda}{l_0} \ll 1. \quad (8)$$

При этих допущениях уравнение (6) примет вид

$$\alpha'' + 3 \sin \alpha \cos \alpha = 2\varepsilon \alpha' \frac{l_0}{l} (\alpha' + 1). \quad (9)$$

Уравнению возмущенного движения (9) отвечает следующее уравнение невозмущенного движения ($\varepsilon = 0$):

$$\alpha'' + 3 \sin \alpha \cos \alpha = 0. \quad (10)$$

Будем рассматривать поведение возмущенной системы (9) в окрестности одного из положений равновесия невозмущенной системы

$$\alpha = 0, \quad \alpha' = 0. \quad (11)$$

В достаточно малой окрестности точки (11) для малых углов отклонения троса α уравнение невозмущенного движения (10) запишем в виде

$$\alpha'' + v^2 \alpha = 0, \quad (12)$$

где $v^2 = 3$.

При начальных условиях:

$$\theta = 0: \quad \alpha = a_0, \alpha' = 0,$$

решение уравнения (12) имеет вид

$$\alpha = a_0 \cos v\theta, \quad \alpha' = -a_0 v \sin v\theta. \quad (13)$$

В силу (2) имеем

$$l' = \lambda \alpha' = -a_0 v \lambda \sin v\theta. \quad (14)$$

Принимая для уравнения (14) начальные условия:

$$\theta = 0: l = l_0,$$

получим приближенное решение уравнения (14) в виде:

$$l = l_0 (1 + \varepsilon \lambda \alpha_0) - \lambda \alpha \approx l_0 - \lambda \alpha. \quad (15)$$

С учетом (15) уравнение возмущенного движения (9) в окрестности положения равновесия (11) для малых углов отклонения троса α примет вид

$$\alpha'' + v^2 \alpha = 2\varepsilon \frac{\alpha'}{1 - \varepsilon \alpha} (\alpha' + 1).$$

С точностью до величин порядка $O(\varepsilon^2)$ перепишем это уравнение в виде

$$\alpha'' + v^2 \alpha = 2\varepsilon \alpha' (\alpha' + 1). \quad (16)$$

Теперь, собственно, перейдем к построению функции Ляпунова, для этого введем новые переменные

$$\alpha = x, \quad \alpha' = y,$$

тогда уравнение возмущенного движения (16) запишем в виде

$$\begin{aligned} x' &= y, \\ y' &= -v^2 x + 2\varepsilon y(y + 1). \end{aligned} \quad (17)$$

Для системы (17) функцию Ляпунова выберем в виде

$$V = v^2 x + y^2. \quad (18)$$

Дифференцирую функцию Ляпунова (18) в силу возмущенных уравнений (17), получим

$$V' = 4\epsilon y^2 (1 + y),$$

и, отбрасывая члены выше второй степени, запишем

$$V' = 4\epsilon y^2. \quad (19)$$

Согласно второй теореме Ляпунова в силу (19) при

$$\epsilon = \frac{\lambda}{l_0} > 0 \Rightarrow \lambda > 0 \quad (20)$$

положение равновесия (11) является неустойчивым, а при

$$\epsilon = \frac{\lambda}{l_0} < 0 \Rightarrow \lambda < 0 \quad (21)$$

положение равновесия (11) является асимптотически устойчивым.

Из (20) и (21) можно сделать вывод, что закон управления (2) применим как для раскачки тросовой системы ($\lambda < 0$), так и для ее "успокоения" ($\lambda > 0$).

Эффективность управления

Для оценки эффективности закона управления (2) воспользуемся формулой определения изменения высоты в перигее траектории спуска капсулы после отделения от троса в точке А [4]

$$\Delta h = R_p - R_0 = \frac{(R_A V_A)^2}{2\mu - R_A V_A^2} - R_0, \quad (22)$$

где R_p - радиус перигея траектории спуска, $R_A = R_0 - l_A$. Отметим, что для миссии YES2 изменение высоты (22) составило [4]

$$\Delta h_{\text{YES2}} \approx -330 \text{ km}, \quad (23)$$

при $\alpha_m = 40 \text{ deg}$, длине троса

$$l = 30 \text{ km} \text{ и } R_0 = 6645 \text{ km}. \quad (24)$$

Если для тросовой системы, соответствующей миссии YES2:

$$m_m = 6530 \text{ kg}, m_c = 12 \text{ kg}, e = 0.0027, R_0 = 6645 \text{ km}$$

взять коэффициент управления $\lambda \in [250, 750] \text{ m}$, то можно получить такое же изменение высоты, как и для миссии YES2, а длина троса при этом не будет превышать значения $l = 25 \text{ km}$ и сила натяжения троса T не будет превышать $2N$ [6]. Этот результат получен для начального значения амплитуды $\alpha_{m0} = 40 \text{ deg}$. Если рассматривать статическое начальное развертывание ($\alpha_{m0} = 1 \text{ deg}$), то можно получить тот же выигрыш, но при большем времени развертывании. Расчеты, проводимые для вязкоупругого троса, не внесли каких либо существенных изменений [6].

Отрыв капсулы после вращения тросовой системы

В статье [6] рассматривается использование закона управления (2) только для увеличения амплитуды колебаний тросовой системы. Однако представляет интерес и изучения случая, когда тросовая система при воздействии на нее закона (2), совершит один или два полных оборота и только после этого произойдет отделение капсулы. На рис. 2 показаны: угол отклонения троса α , его производная $\alpha' = d\alpha / d\theta$,

длина троса l и сила натяжения троса N как функции угла истинной аномалии θ .

Расчеты выполнены для следующих параметров системы:

$$m_m = 6530 \text{ kg}, m_c = 12 \text{ kg}, e = 0, R_0 = 6645 \text{ km}, \lambda = 750 \text{ m}$$

и начальных условий движения:

$$\alpha_0 = 0.7 \text{ rad}, \dot{\alpha}_0 = 0, l_0 = 25000 \text{ m}.$$

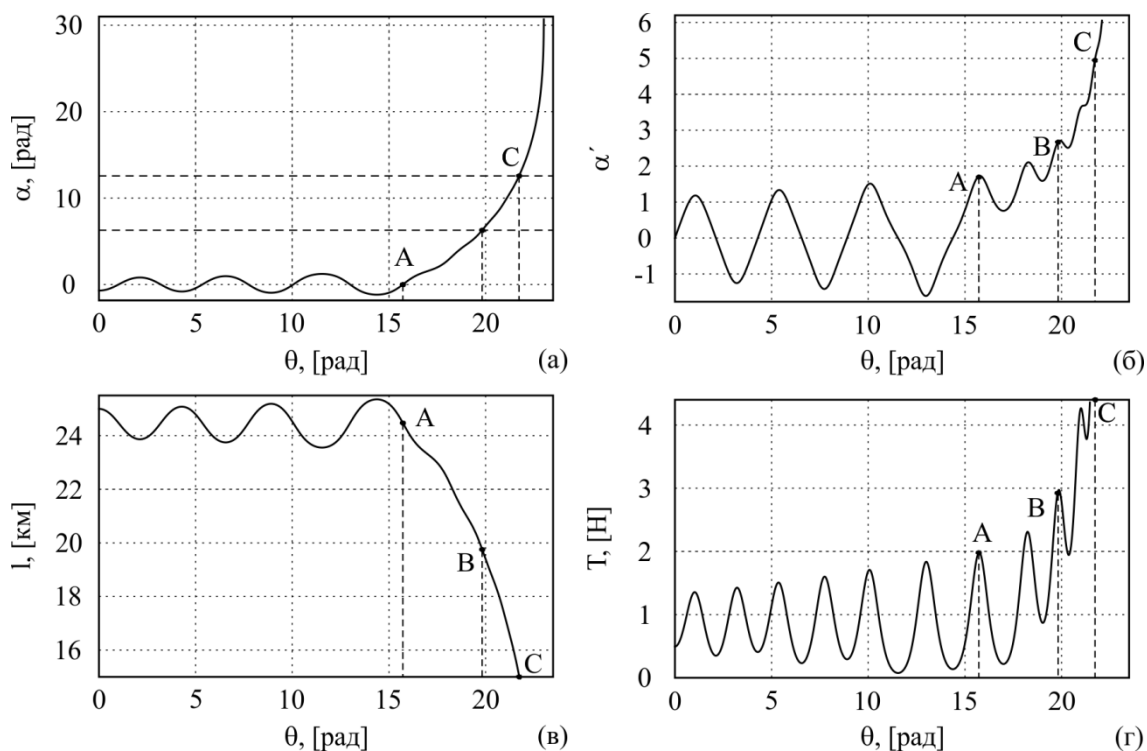


Рис. 2 - Угол отклонения троса α (а), его производная $\alpha' = d\alpha / d\theta$ (б), длина троса l (в) и сила натяжения троса N (г) как функции угла истинной аномалии θ

Точки А, В и С на рис. 2 соответствуют моментам отрыва капсулы на последнем колебании троса, после одного полного оборота и после двух оборотов.

Изменение высоты (22) для указанных точек составили:

$$\Delta h_A \approx -329.1 \text{ km}, \Delta h_B \approx -338.5 \text{ km}, \Delta h_C \approx -390.0 \text{ km}. \quad (25)$$

Согласно этим данным, при начальной длине троса $l_0 = 25000\text{ м}$, что на 5000 м меньше длины троса миссии YES2 (24), для точки отрыва А мы имеем то же самое изменение высоты, что и для миссии YES2 (23). Однако, если тросовая система до отрыва капсулы сделает два полных оборота, то перигей орбиты входа уменьшится на 60 км . Что следует из сравнения (23) с последним результатом из (25), а это уже весьма значительный выигрыш в изменении высоты после отрыва капсулы. Отметим также, что, как следует из рис. 2г, трос во всех случаях оставался натянутым, а сила натяжения - небольшой.

Заключение

Главный вывод состоит в том, что предложенный закон управления тросом (2) оказался более эффективным для реализации вращения троса перед отрывом капсулы по сравнению с раскачиванием троса [6]. Данный метод может быть использован в миссиях будущего.

Работа выполнена при поддержке Российского Научного Фонда

(Проект № 16-19-10158)

Библиографический список

1. Белецкий В.В., Левин Е.М. Динамика космических тросовых систем. – М.: Наука, 1990. – 329 с.

2. Johnson L., Estes R.D., Lorenzini E., Mart-Egrave M., Nez-S-Uuml, Nchez J. Sanmart-Egrave N. Propulsive small expendable deployer system experiment // Journal of Spacecraft and Rockets. 2000. Vol. 37. No. 2. Pp. 173–176.
3. Kruijff M., van der Heide E.J. Qualification and in-flight demonstration of a European tether deployment system on YES2 // Acta Astronautica. 2009. Vol. 64. Pp. 882-905.
4. Williams P., Hyslop A., Stelzer M., Kruijff M. YES2 optimal trajectories in presence of eccentricity and aerodynamic drag // Acta Astronautica. 2009. Vol. 64. Pp. 745–769.
5. Aslanov V.S., Ledkov A.S. Dynamics of Tethered Satellite Systems. - Cambridge: Woodhead Publishing Limited, 2012. - 331p.
6. Aslanov V.S. Swing principle for deployment of a tether-assisted return mission of a re-entry capsule // Acta Astronautica. 2016. Vol. 120. Pp. 154–158.
7. Aslanov V.S., Ledkov A.S. Tether-assisted re-entry capsule deorbiting from an elliptical orbit // Acta Astronautica. 2017. Vol. 130. Pp. 180–186.
8. Купреев С.А. Метод формирования оптимальных режимов управляемого движения тросовых систем при решении практических задач // Труды МАИ. 2015. № 80. URL: <https://www.mai.ru/publications/index.php?ID=63053>
9. Купреев С.А. Условия существования предельных циклов у динамической системы движения связанных объектов на эллиптической орбите // Труды МАИ. 2016. № 88. URL: <https://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=69696>

10. Асланов В.С., Алексеев А.В., Ледков А.С. Определение параметров оснащенной гарпуном тросовой системы для буксировки космического мусора // Труды МАИ. 2016. № 90. URL: <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=74644>
11. Асланов В.С., Безгласный С.П. Гравитационная стабилизация спутника с помощью подвижной массы // Прикладная математика и механика. 2012. Т. 76. № 4. С. 565–575.