

## ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

доктора физико-математических наук Льва Борисовича Рапопортана на диссертационную работу Ильиной Анастасии Николаевны «**Математическое моделирование голономных систем с нелинейными геометрическими связями для решения задач устойчивости и стабилизации установившихся движений**», представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

### Актуальность темы диссертационного исследования

Управление нелинейными механическими системами представляет важную и актуальную задачу. В настоящее время линейная теория управления достаточно хорошо разработана. Имеется большое количество аналитических и численных инструментов анализа устойчивости, синтеза стабилизирующих управлений, оптимизации линейных систем, как в детерминированной постановке, так и в постановках, включающих неопределенность. В то же время реальность постоянно сталкивает инженеров и исследователей с существенной нелинейностью в моделях, адекватно описывающих поведение механических систем. Применение линеаризации помогает провести локальный анализ системы в окрестности точки линеаризации, но при этом «за кадром» остаются такие явления, как множественность изолированных состояний равновесия, существующих только в нелинейных системах. В иллюстративном примере, рассмотренном автором, положений равновесия два, как указано в выражении (3.1.12). Существует много других нелинейных явлений, не встречающихся в рамках линейной теории.

Вследствие сложности и многообразия нелинейных систем, нелинейная теория управления далека от завершения. В настоящее время нет единых универсальных подходов к управлению и стабилизации нелинейных систем. Существуют наборы инструментов, которые удобно применять в тех или иных задачах. Поэтому развитие новых методов описания и управления нелинейными механическими системами остается актуальной задачей.

Автор диссертации рассматривает специальный класс систем. Это механические системы или системы, содержащие механическую компоненту (мехатронные системы), движение которых стеснено голономными геометрическими нелинейными связями. Наличие связей приводит к возникновению зависимых переменных, избавиться от которых в общем виде трудно, принимая во внимание нелинейность связей. Диссертант развивает подход А.Я. Красинского, основанный на использовании уравнений М.Ф. Шульгина. Перейдем к анализу содержания диссертации.

ОБЩИЙ ОТДЕЛ МАИ

Вх. №  
" 11 " 06 20 19

## Содержание работы

В **главе 1** дается определение класса мехатронных систем, управление которыми подлежит исследованию. Строится модель динамики таких систем при наличии геометрических связей и при явном учете динамики электроприводов. Математическая модель основана на уравнениях Шульгина в избыточных координатах в переменных Лагранжа. С использованием формально – калькулятивного аппарата, описанного в приложении А, строятся дифференциальные уравнения, описывающие динамику управляемой системы. Установлены достаточные условия стабилизируемости положений равновесия в случае полной и неполной информации о векторе состояния. Показано, что устойчивость положений равновесия таких систем возможна только в критических случаях при количестве нулевых корней, равном количеству связей. Дается алгоритм вычисления стабилизирующего управления.

В **главе 2** рассматривается задача о стабилизации стационарных движений систем с избыточными (в силу наложенных связей) переменными состояниями. Рассматриваются мехатронные системы с нелинейными геометрическими связями в переменных Лагранжа при наличии циклических координат. Дается определение циклических координат в случае геометрических связей. В дополнении к обычному определению циклических координат требуется независимость связей от этих координат. Получены уравнения Шульгина при наличии определенных таким образом циклических координат. Рассмотрены задачи стабилизации стационарных движений при полной и неполной информации о векторе состояния. Дается алгоритм вычисления стабилизирующего управления и коэффициентов наблюдателя для стабилизации стационарных движений мехатронных систем с геометрическими связями. Уравнения Шульгина при наличии циклических координат даны не только в переменных Лагранжа, но и в переменных Рауса и также приведено решение задачи стабилизации стационарных движений при полной и неполной информации.

В **главе 3** полученные в первых двух главах результаты применены к задаче о стабилизации состояния равновесия механической системы, содержащей шар, движущийся по желобу, наклон которого управляется электродвигателем. Аккуратная нелинейная постановка задачи позволяет рассмотреть два положения равновесия, описанные уравнением (3.1.2). Конфигурация такой системы задается положением шара в желобе и двумя углами: углом наклона желоба и углом поворота вала редуктора, причем два последних угла связаны нелинейной зависимостью. Численные эксперименты, проведенные автором, показывают, что различие в выборе зависимой переменной ( $\theta$  и  $\alpha$ ) в уравнениях Шульгина не влияют на работу алгоритма стабилизации положения

равновесия. В случае постановки задачи управления при неполной информации получены уравнения наблюдателя. Коэффициенты стабилизирующего управления и параметры наблюдателя получены с помощью алгоритма, сформулированного в конце главы 1.

Результаты математического моделирования проиллюстрированы графиками переходных процессов.

Заключительная **четвертая глава** содержит описание программного комплекса и алгоритмов.

Диссертация производит хорошее и целостное впечатление, легко читается и понимается. Расположение материала по главам методически продумано. Автореферат правильно отражает содержание диссертации. Результаты диссертации достаточно полно отражены в публикациях из перечня ВАК РФ.

**Научная новизна** работы заключается в том, что с использованием предложенного формально – калкулятивного аппарата получена новая форма записи векторно-матричных нелинейных уравнений, облегчающая анализ нелинейной структуры системы. Построены векторно-матричные уравнения динамики управляемых систем с нелинейными геометрическими связями в переменных Лагранжа и Рауса. Приведены строгие доказательства новых достаточных условий разрешимости задач стабилизации равновесий и стационарных движений систем с избыточными координатами.

**Практическая значимость** определяется разработкой и реализацией эффективных алгоритмов решения задач стабилизации мехатронных систем с нелинейными геометрическими связями, которые могут быть использованы для исследования динамики конкретных систем.

**Достоверность и обоснованность** полученных результатов подтверждается подробным анализом условий применимости использованных строгих математических методов. Все утверждения диссертации математически строго обоснованы. Результаты диссертации получены автором самостоятельно и являются новыми.

#### **Замечания по диссертационной работе**

В тексте диссертации и автореферата найдено небольшое количество опечаток.

1. Например, в названии параграфа 3.4 диссертации.
2. В Утверждение 2.2.1. на стр. 50:

*...Причём число нулевых корней системы первого приближения в окрестности положения равновесия не менее  $t$ , где  $t$  – число геометрических связей.*

А должно быть:

*...Причём число нулевых корней системы первого приближения в окрестности стационарного движения не менее  $t$ , где  $t$  – число геометрических связей.*

3. В автореферате перед формулой (2.2) содержится неопределенная ссылка.

**Из содержательных замечаний отметим одно:**

В приложении Б, где приведены графики переходных процессов, не указано, в каком положении на жёлобе должен стабилизироваться шар. Проводилось ли исследование, как изменение положения шара в равновесии  $r_0$  влияет на процесс стабилизации для построенной математической модели? Интерес представляют положения, близкие к концу жёлоба или, наоборот, к его основанию.

**Заключение**

Указанные замечания не снижают высокой оценки диссертации А.Н. Ильиной. Диссертация «Математическое моделирование голономных систем с нелинейными геометрическими связями для решения задач устойчивости и стабилизации установившихся движений» удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК Российской Федерации к кандидатским диссертациям, а её автор, Анастасия Николаевна Ильина, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 «математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Заведующий лабораторией № 16  
«Динамики нелинейных процессов  
управления им. Е.С. Пятницкого»  
ФГУБН, Институт проблем управления  
им. В.А. Трапезникова РАН,  
доктор физико-математических наук,  
специальность докторской диссертации –  
01.01.11 («Системный анализ и  
автоматическое управление»)  
e-mail: LBRapoport@gmail.com  
тел.: +79166834790

Л.Б. Рапопорт

Подпись Л.Б. Рапопорта заверяю



*Вед. инженер Арсенева Н.С.*

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН  
117997, г. Москва, ул. Профсоюзная, 65.

Тел.: (495) 334 89 10

[www.ipu.ru](http://www.ipu.ru)