

УДК 658.14.012

## **Модель оптимизации графика выплат по инвестиционным кредитам**

В.А. Вдовин, О.А. Афанасьева, А.В. Дегтярев

*Поиск путей снижения затрат, связанных с обслуживанием задолженности по инвестиционным кредитам, весьма актуален для предприятий, рассчитывающих использовать заемные средства в качестве источника финансирования мероприятий по развитию и модернизации производства. Целью статьи является разработка модели, позволяющей использовать методы оптимизации решений и стандартное программно-математическое обеспечение ЭВМ, для экономического обоснования графика выплат по кредитам в процессе инвестиционного проектирования.*

В условиях существующего дефицита собственных средств основным источником финансирования инвестиционных проектов предприятий на современном этапе служат кредитные ресурсы. Вместе с тем, привлечение заемных средств, особенно для инвестирования в долгосрочные проекты, является весьма дорогостоящим мероприятием, связанным с необходимостью обслуживания задолженности - погашением кредитов и выплатой процентов за использование капитала. Это не только увеличивает финансовую нагрузку на предприятие, но и сказывается на показателях эффективности инвестиций, в частности, на величине чистой приведенной стоимости проекта (NPV), так как затраты, связанные с выплатами по кредиту, исключаются из чистого потока денежных средств (NCF), на основе дисконтирования которого определяется NPV. В этих условиях стремление свести к минимуму общую величину оттока денежных средств, в части, связанной с обслуживанием задолженности, является естественной потребностью любого предприятия.

В условиях, когда источник финансирования и основные параметры кредита (объем, процентная ставка, сроки привлечения и погашения задолженности) определены, задача сводится к выбору политики обслуживания долга. Иначе говоря, требуется определить: когда и в каких размерах необходимо осуществлять выплаты, чтобы финансовые результаты принятых решений были наилучшими для предприятия-заемщика.

Для решения подобных задач на уровне корпоративного менеджмента широко используется аппарат моделей финансового планирования, который применяется для анализа и выработки финансовых стратегий предприятия. При этом принято выделять модели, базирующиеся на прогностическом и оптимизационном подходах. Преимущество последних определяется следующими особенностями [1]:

– во-первых, они оптимизируют решение, то есть рассчитывают наиболее удачный финансовый план в рамках заданных допущений и ограничений;

– во-вторых, они строятся на теоретических концепциях корпоративных финансов, то есть используют в качестве цели – максимизацию чистой приведенной стоимости компании и опираются на принцип слагаемости стоимостей, а также концепцию Модильяни-Миллера, в соответствии с которой основным преимуществом долга является налоговый щит, создаваемый процентными выплатами на заемный капитал.

Поэтому в качестве эффективного способа решения поставленной задачи предлагается использование механизма воздействия на показатели эффективности инвестиций путем рационального управления финансовыми потоками, возникающими при обслуживании задолженности по кредитам. Суть данного способа заключается в оптимизации решений, связанных с формированием графика платежей. То есть, ставится задача определения таких размеров выплат ( $X_t$ ) на каждом  $t$ -интервале жизненного цикла инвестиционного проекта, при которых NPV проекта обращается в максимум:

$$F = NPV = \sum_{t=1}^T NCF_t(X_t) * KD_t \rightarrow \max, \quad (1)$$

где –коэффициент дисконтирования, рассчитываемый для каждого  $t$ -интервала с учетом принятой ставки дисконтирования ( $R$ ) по формуле:

$$KD_t = 1 / (1 + R)^t \quad (2)$$

Механизм воздействия графика платежей на значение NPV определяется его взаимосвязью с величиной оттока денежных средств проекта, связанных с выплатами по кредитам, и наличием ряда факторов, позволяющих варьировать эту величину за счет перераспределения сумм выплат по интервалам планирования. К числу таких факторов до последнего времени можно было отнести:

1. Наличие прямой связи между сроками погашения задолженности и суммой процентов, начисленных и подлежащих уплате за пользование заемными средствами. Чем позднее относительно интервала планирования, в котором привлекается кредит, начинается его погашение, и, чем длительнее период выплаты суммы долга и процентов по нему, тем больше величина начислений и, соответственно, общая сумма платежей.

2. Существование связи между графиком выплат по кредитам, взятым на инвестиционные нужды, и величиной уплачиваемых налогов в той её части, которая связана с налогообложением

прибыли. Это обусловлено тем, что налоговым законодательством была предусмотрена льгота по налогообложению прибыли предприятий, направляемой на финансирование капитальных вложений производственного назначения, а также на погашение кредитов банков, полученных и использованных на эти цели, включая проценты по кредитам.

3. Непосредственная зависимость сумм платежей, приведенных к текущему моменту времени, от сроков осуществления выплат. Учет фактора времени путем дисконтирования потоков денежных средств, связанных с обслуживанием задолженности, является необходимым условием их использования при формировании значения NPV проекта. При этом чем позже осуществляются выплаты, тем существеннее снижение их приведенной стоимости и, соответственно, выше значение NPV.

Вместе с тем, при разработке модели следует учитывать, что с вводом в действие (в соответствии с Федеральным Законом от 06.08.2001 года №110-ФЗ [2]) главы 25 «Налог на прибыль организаций» части второй Налогового кодекса РФ, с 01.01.2002 года отменено льготное налогообложение реинвестируемой прибыли. В результате из числа факторов, определяющих механизм воздействия графика платежей на значение NPV, исключается связь между графиком выплат по кредитам, взятым на инвестиционные нужды, и величиной налогообложения прибыли.

В целях математической формализации задачи поиска оптимального решения выполним конкретизацию задачи (1) с учетом представленного выше механизма воздействия графика платежей на чистый поток денежных средств и, соответственно, величину чистой приведенной стоимости проекта.

В общем случае, чистый поток денежных средств на t-интервале определяется выражением:

$$NCF_t = \Pi_t - O_t = B_t + B_p D_t - CC_t - OZ_t - BK_t - ПТЗ_t - H_t - D_t \quad (3)$$

где  $\Pi_t$ ,  $O_t$  – приток и отток денежных средств, соответственно;  $B_t$ ,  $B_p D_t$  – выручка от реализации и внереализационные доходы, соответственно;  $CC_t$  – собственный капитал, инвестируемый в проект;  $OZ_t$  – операционные затраты;  $ПТЗ_t$  – прочие текущие затраты;  $BK_t$  – выплаты по инвестиционным кредитам;  $H_t$  – налоговые платежи;  $D_t$  – дивидендные выплаты. Тогда, исходя из выше изложенного, формулировка задачи (1) принимает вид:

$$F = \sum_{t=1}^T (B_t + B_p D_t - CC_t - OZ_t - BK_t - ПТЗ_t - H_t - D_t) * KD_t \rightarrow \max \quad (4)$$

Если идея проекта достаточно чётко сформулирована, то есть проработаны и зафиксированы для данного проекта  $B_t$ ,  $B_p D_t$ ,  $CC_t$ ,  $OZ_t$ ,  $ПТЗ_t$ ,  $H_t$ ,  $D_t$ , то можно допустить, что их значения являются постоянными для каждого конкретного интервала планирования, то есть не зависят от размеров выплат по кредитам ( $X_t$ ) на t-интервале планирования. В результате и  $\sum (B_t + B_p D_t - CC_t - OZ_t - ПТЗ_t -$

$H_t - D_t) * KD_t = \text{const}$ , что позволяет абстрагироваться от влияния указанных показателей на изменение функции  $F$  при разработке графика обслуживания задолженности по кредитам.

Исключая из критериальной функции (4) статичные компоненты и изменяя ее знак на противоположный, получим задачу минимизации выплат по кредитам, которая (с учётом зависимости составляющей оттока денежных средств  $BK_t$  от  $X_t$ ) эквивалентна задаче (1):

$$F = \sum_{t=1}^T BK_t * KD_t \rightarrow \min \quad (5)$$

Обозначая  $BK_t$  как  $X_t$ , получим критериальную функцию, переменными которой являются выплаты по кредиту на  $t$ -х интервалах планирования:  $X_1, X_2, \dots, X_t, \dots, X_T$ . В результате, выполненные преобразования позволяют привести критериальную функцию задачи к линейному виду:

$$F = \sum_{t=1}^T X_t * KD_t \rightarrow \min \quad (6)$$

Экономический смысл данной критериальной функции состоит в определении такого графика выплат по кредитам  $X_t$ , который позволяет свести к минимуму дисконтированную суммарную стоимость оттока денежных средств, связанного с обслуживанием задолженности. При этом искомое решение должно удовлетворять следующим требованиям:

-сумма выплат по кредиту на каждом  $t$ -интервале планирования не должна превышать величины свободных денежных средств проекта, имеющихся на этом интервале;

-сумма выплат по кредиту в текущем интервале не может превышать основной суммы долга, накопленной к началу периода погашения и суммы процентов, начисленных на предыдущих интервалах, за вычетом уже выплаченных к началу рассматриваемого интервала сумм;

-полное погашение всей задолженности проекта по кредиту должно быть достигнуто в пределах установленного срока погашения.

Указанные требования могут быть математически формализованы в виде ограничений, накладываемых на переменные целевой функции, для вывода которых использована схема индуктивного подхода, предложенная в работе [3].

В результате, задача оптимизации графика выплат по кредитам сводится к математической модели с линейной целевой функцией (7) и системой линейных ограничений, включающей как комплекс ограничений-неравенств (8.1-8.2), так и ограничение-равенство (8.3).

$$F = \sum_{t=1}^{T_{кр}} X_t * KD_t \rightarrow \min, \quad \text{при} \quad X_t \geq 0 \quad (7)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{t=1}^{\tau} X_t \leq CF_0 + \sum_{t=1}^{\tau} \Delta CF_t, \\ \tau = [1, T_{кр}] \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{t=1}^{\tau} (1+C)^{\tau-t} * X_t \leq K * (1+C)^{(t+m-k)}, \\ \tau = [1, T_{кр} - 1] \end{array} \right. \quad (2) \quad (8)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{t=1}^{T_{кр}} (1+C)^{T_{кр}-t} * X_t = K * (1+C)^{(T_{кр}+m-k)} \end{array} \right. \quad (3)$$

где  $K$  - сумма полученного кредита;  $C$  - ставка процента по кредиту за один интервал планирования;  $X_t$  - величина выплат по кредиту на  $t$  - ом интервале планирования;  $k$  - номер интервала получения кредита;  $m$  - номер интервала начала выплат по кредиту  $m \geq k$ ;  $T$  - общее количество интервалов планирования (длительность жизненного цикла) проекта;  $T_{кр}$  - количество интервалов в периоде погашения кредита,  $m + T_{кр} - 1 \leq T$ ;  $CF_0$  - свободные денежные средства проекта на начало 1-го интервала погашения;  $\Delta CF_t$  - изменение (прирост/уменьшение) свободных денежных средств проекта в  $t$ -ом интервале погашения без учета выплат по кредитам.

В дальнейшем, преобразуя неравенства системы ограничений в равенства, вводя в каждое из них переменную  $Z_e$ , где  $e$  – равно числу неравенств, получаем систему из  $2 * T_{кр}$  линейных алгебраических уравнений с  $(T_{кр} + 2 * T_{кр} - 1)$  переменными. Известно, что решение такой системы линейных уравнений является решением исходной системы неравенств (8), причем число переменных системы больше числа уравнений, а все дополнительно введенные переменные являются базисными и каждая из них входит только в одно уравнение системы.

Таким образом, имеется задача линейного программирования. Однако, в связи с присутствием в исходной системе ограничений (8) уравнения-равенства, в которое искусственная переменная не вводилась, базисных переменных не хватает до полного базиса.

В связи с этим для обеспечения поиска решения модели стандартным методом линейного программирования составлена расширенная, так называемая  $M$ -задача. Для этого в уравнение, не имеющее базисной переменной, добавляется еще одна переменная. Дополнительная переменная вводится также в целевую функцию задачи с коэффициентом  $M$ , где  $M$  – достаточно большое положительное (поскольку решается задача на минимум) число.

В полученной  $M$ -задаче имеется полный базис, необходимый для использования симплекс-метода. Оптимальное решение  $M$ -задачи, как следует из теорем [4], является решением исходной задачи, которое, в свою очередь, представляет собой искомое решение для базовой задачи (7-8) с линейной целевой функцией и системой линейных ограничений, содержащей наряду с ограничениями-неравенствами и ограничение в форме строгого равенства.

Найденное, таким образом, решение  $X_t$  для каждого  $t = [1, T_{кр}]$  интервала планирования позволяет сформировать оптимальный график выплат по кредиту.

Изложенное справедливо для условий предоставления одного кредита. Однако разработанная модель может быть легко преобразована к форме, обеспечивающей поиск оптимального решения для нескольких кредитов или элементов кредитной линии, отличающихся размером кредитной ставки.

Представленная теоретическая модель реализована на практике с помощью стандартных средств поиска решений приложения MS Excel в форме подсистемы формирования оптимальной схемы управления задолженностью в действующей автоматизированной системе инвестиционного проектирования и использована при технико-экономическом обосновании инвестиционных проектов в области создания сети спутниковой связи.

#### Список литературы:

1. Брейли Р., Майерс С. Принципы корпоративных финансов. // Финансовая газета. – 1996, ноябрь, №47-48 (259-260).
  2. О внесении изменений и дополнений в часть вторую Налогового кодекса РФ и некоторые другие акты законодательства РФ о налогах и сборах, а также признании утратившими силу отдельных актов (положений актов) законодательства РФ о налогах и сборах. Федеральный Закон от 06.08.2001 года №110-ФЗ // Экономика и жизнь. – 2001, август, №33 (8883).
  3. Афанасьева О.А. Исследование механизма повышения эффективности инвестиций.: дис. к.э.н. // МАИ.-М.:1998. – 144с.
  4. Ефимочкина Е.П. Математические методы в экономике. - М.: МАИ, 1966. -72с.
- 

#### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

*Вдовин Владимир Александрович, доцент кафедры экономической информатики Московского авиационного института (государственного технического университета), к.э.н.*

*Афанасьева Ольга Анатольевна, доцент кафедры экономической информатики Московского авиационного института (государственного технического университета), к.э.н.*

*Дегтярев Андрей Васильевич, и.о. зав. кафедрой экономической информатики Московского авиационного института (государственного технического университета), доцент, к.э.н.*