

Труды МАИ. 2024. № 137

Trudy MAI, 2024, no. 137

Научная статья

УДК 004.8; 519.2; 519.6

URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=181892>

## **ПРОГРАММНОЕ ВОСПРОИЗВЕДЕНИЕ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ СВЯЗЕЙ В МАЛЫХ ВЫБОРКАХ ПРИ СТАТИСТИЧЕСКОМ АНАЛИЗЕ БИОМЕТРИЧЕСКИХ ДАННЫХ И ДАННЫХ РЫНКА В ПРОСТРАНСТВЕ ЗНАЧЕНИЙ ЭМПИРИЧЕСКОГО ПОКАЗАТЕЛЯ ХЁРСТА**

**Александр Иванович Иванов<sup>1</sup>, Дмитрий Викторович Тарасов<sup>2✉</sup>,**

**Анна Игоревна Ермакова<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>Пензенский научно-исследовательский электротехнический институт,

Пенза, Россия

<sup>2,3</sup>Пензенский государственный университет,

Пенза, Россия

<sup>1</sup>[ivan@pniei.penza.ru](mailto:ivan@pniei.penza.ru)

<sup>2</sup>[tarasovdv@mail.ru](mailto:tarasovdv@mail.ru) ✉

<sup>3</sup>[vuc@pnzgu.ru](mailto:vuc@pnzgu.ru)

***Аннотация.*** Целью исследования является описание особенностей программного моделирования корреляционных связей при имитации малых выборок на компьютере. Классический показатель Хёрста широко используется на практике, так как позволяет оценивать фрактальные составляющие модели биометрических данных. Подобные модели могут использоваться при построении систем

идентификации по биометрическим данным, например, в биометрических системах аэропорта для повышения безопасности и ускорения процесса прохождения контроля пассажирами. Конечно, необходимость сбора, обработки и хранения большого количества биометрической информации заставляет исследователей искать возможности сокращения объема данных выборок. Также показатель Хёрста находит широкое применение и в моделях, описывающих колебания цен на рынке, при этом он обычно используется для ретроспективного анализа рынка, так как требует больших выборок исходных данных. Сократить объем выборки возможно, если воспользоваться моделью не стационарности вариации цен рынка и биометрических данных. В работе показано, что показатель взвешивания суммируемых данных не зависит от объема воспроизводимой при численных выборки экспериментах данных в широком пределе. Дана функциональная связь математического ожидания коэффициента корреляции сцепленности данных внутри искусственных малых выборок объемом от 13 до 35 опытов. Оценена ошибка гипотезы стабильности показателя корреляционного связывания данных двух независимых программных генераторов.

**Ключевые слова:** коэффициент корреляции, малые выборки, статистический критерий Хёрста, связывание суммированием данных двух программных генераторов псевдослучайных чисел

**Для цитирования:** Иванов А.И., Тарасов Д.В., Ермакова А.И. Программное воспроизведение корреляционных связей в малых выборках при статистическом анализе биометрических данных и данных рынка в пространстве значений

Original article

## SOFTWARE REPRODUCTION OF CORRELATIONS IN SMALL SAMPLES IN THE STATISTICAL ANALYSIS OF BIOMETRIC DATA AND MARKET DATA IN THE SPACE OF VALUES OF THE EMPIRICAL HURST INDICATOR

Alexander I. Ivanov<sup>1</sup>, Dmitry V. Tarasov<sup>2</sup>✉, Anna I. Ermakova<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Penza Scientific Research Electrotechnical Institute

<sup>2,3</sup>Penza State University

<sup>1</sup>[ivan@pniei.penza.ru](mailto:ivan@pniei.penza.ru)

<sup>2</sup>[tarasovdv@mail.ru](mailto:tarasovdv@mail.ru)✉

<sup>3</sup>[vuc@pnzgu.ru](mailto:vuc@pnzgu.ru)

**Abstract.** The purpose of the study consists in describing the software modeling of correlations specifics when simulating small samplings with a computer. The classic Hurst indicator is widely used in practice, as it allows evaluating the fractal components of the biometric data model. The alike models may be used in the identification systems elaboration based on biometric data, such as airport biometric systems to increase security and speed up the process of passenger control. No doubt, the need for collecting, processing and storing a large amount of biometric information forces researchers to search for the ways for the data volume reducing of the samplings. The Hurst indicator is widely used as well in the models describing price fluctuations on the market. It is usually employed

herewith for retrospective market analysis, since it requires large samplings of initial data. It is possible to reduce the sampling volume by employing the model of the market prices variation nonstationarity and biometric data. The article demonstrates that the weighting index of the summarized data does not depend on the volume of the reproduced computed sampling of experimental data over wide range. The author presents a functional relationship of the mathematical expectation of the correlation coefficient of data cohesion within artificial small samplings of the volume of 13 to 35 experiments. The error of the hypothesis of the correlation coupling indicator stability of the data of the two independent software generators was estimated.

**Keywords:** correlation coefficient, small samples, statistical Hurst criterion, linking by summation of data of two software generators of pseudorandom numbers

**For citation:** Ivanov A.I., Tarasov D.V., Ermakova A.I. Software reproduction of correlations in small samples in the statistical analysis of biometric data and market data in the space of values of the empirical Hurst indicator. *Trudy MAI*, 2024, no. 137. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=181892>

### Постановка задачи

Показатель Хёрста является одним из активно используемых критериев при анализе сложных объектов, таких как рынка [1–4] и человек [5, 6]. К сожалению, эмпирический показатель Хёрста по умолчанию предполагает использование больших выборок из-за того, что он является степенным:

$$\frac{R(x)}{\sigma(x)} = \left\{ \frac{N}{2} \right\}^{Xr}, \quad (1)$$

где  $N$  – размер выборки;  $R(x)$  – размах выборки;  $\sigma(x)$  – стандартное отклонение выборки;  $Xr$  – степенной показатель Хёрста, изменяющийся в интервале от 0,5 до 1,0 для хорошо предсказуемых персистентных систем и в интервале от 0,0 до 0,5 для плохо предсказуемых антиперсистентных систем.

Отметим, что при антиперсистентном стохастическом процессе после возрастания переменной обычно происходит ее уменьшение, а после уменьшения – возрастание [7, с. 170–172]. В частности поэтому Mandelbrot предложил использовать вместо гипотезы эффективного рынка гипотезу фрактального рынка, которая позднее была развита в работах Э. Петерса [8].

Переходя в логарифмическую форму уравнения (1), получим еще один вариант записи показателя Хёрста:

$$Xr = \left( \log \frac{R(x)}{\sigma(x)} \right) / \log \left( \frac{N}{2} \right). \quad (2)$$

Одной из проблем использования показателя Хёрста в экономике и биометрии является то, что его вычисление на больших выборках неприемлемо для коротких прогнозов из-за существенной нестационарности рынков [9]. Кроме того, при попытках прямого оценивания показателя Хёрста на малых выборках (2) возникает проблема значительных методических ошибок [10, 11].

Второй проблемой является то, что коэффициенты корреляции обычно вычисляют по формуле конца XIX в.:

$$r(x, y) \approx \sum_{i=1}^{21} \frac{(x_i - M(x)) \cdot (y_i - M(y))}{\sigma(x) \cdot \sigma(y)}. \quad (3)$$

где  $M(\cdot)$  – функционал вычисления математического ожидания малой выборки в 21 опыт;  $\sigma(\cdot)$  – функционал вычисления стандартного отклонения.

Очевидно, что явной связи между формулами (2), (3) нет, это методологически затрудняет связывание этих двух разных статистических параметров. Функционал оценки показателя Хёрста (2) одномерен, а коэффициент корреляции (3) двумерен.

Также отметим, что многие проблемы статистической обработки малых выборок реальных данных вызваны тем, что созданные в прошлом веке критерии проверки (например, критерий  $\chi^2$  [12]) не работают на таких выборках, поскольку они дают решения с приемлемой доверительной вероятностью только на выборках в 200 и более опытов [13]. Как правило, выборки реальных данных оказываются намного меньше. С проблемой нехватки реальных данных сталкиваются медики, экономисты, биологи и представители других научных специализаций [14, 15]. Очень остро эта проблема стоит перед специалистами в области биометрической идентификации личности человека [16] и криптографических алгоритмах генерации данных [17].

Кроме того интерес к проблеме проверки гипотезы независимости малых выборок связан с развитием средств автоматического обучения больших сетей искусственных нейронов на малых выборках и появлением первого в мировой практике национального стандарта ГОСТ Р 52633.5–2011 [18]. Необходимость стандартизации автоматического обучения обусловлена прежде всего жесткими требованиями регуляторов рынка средств информационной безопасности.

## Связь шкалы показателя Хёрста, шкалы коэффициентов корреляции и значений энтропии

Повысить устойчивость оценивания показателя Хёрста технически вполне возможно, если параллельно с ним оценивать другие показатели. Например, может быть выполнена оценка нормированной энтропии анализируемой выборки реальных данных или оценка их корреляции либо автокорреляции. В случае моделирования данных в двухмерном пространстве либо в пространствах большей размерности нормированная энтропия и корреляция будут всегда связаны между собой некоторым четным полиномом [19]. Эта ситуация иллюстрируется на рис. 1.

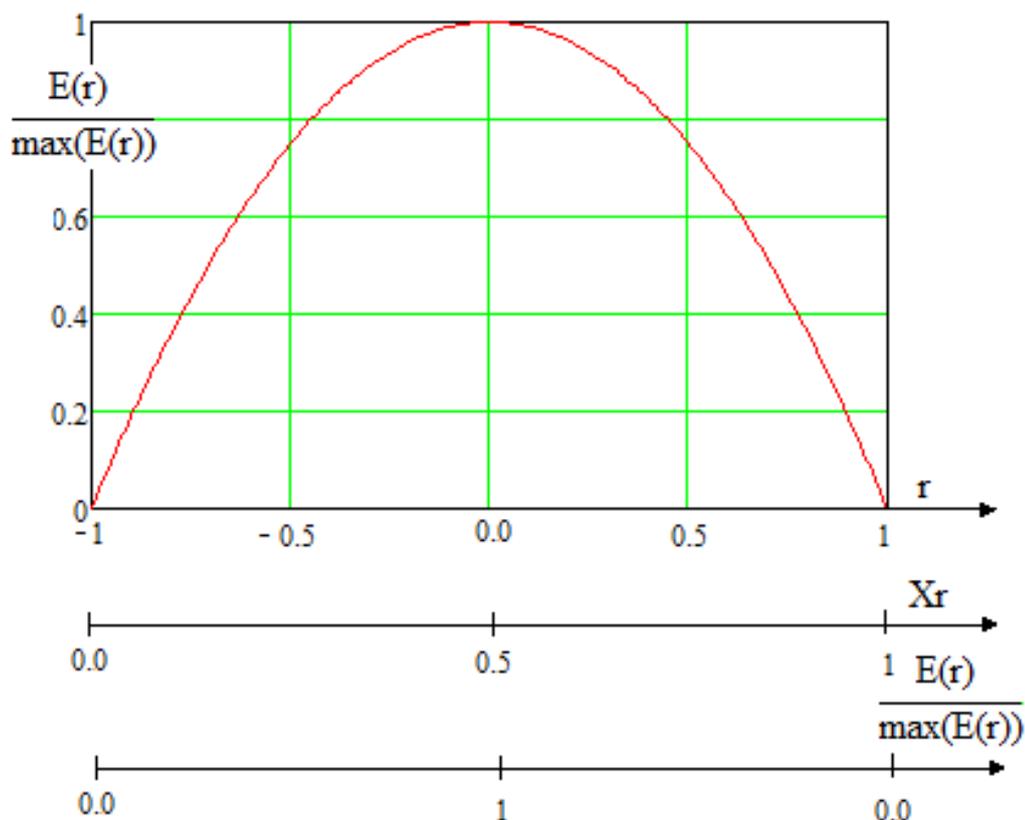


Рис. 1. Взаимное соотношение трех шкал: корреляционной шкалы  $r$ , шкалы значений показателя Хёрста и шкалы значений нормированной энтропии

При этом три рассматриваемые шкалы существенно различаются по вычислительным процедурам извлечения информации. Последнее означает, что повышение точности оценок показателя Хёрста может быть достигнуто привлечением дополнительной информации, полученной при оценках энтропии и информации, полученной при оценках коэффициентов корреляции на малых выборках. В связи с этим возникает задача программного воспроизведения малых выборок с изменяемым соотношением между случайной и детерминированной компонентой.

### **Программный генератор малых выборок с существенно связанными между собой данными**

Получить выборку независимых данных достаточно просто. Так, средствами языка программирования MathCAD можно задать следующую малую выборку:  $x \leftarrow \text{rnorm}(21,0,1)$ . Эта выборка будет иметь объем в 21 опыт, данные будут иметь нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием и единичным стандартным отклонением. Одним из способов связывания данных является программный синтез второго случайного сигнала с такими же статистическими параметрами  $y$ .

Очевидно, что энтропии двух статистически одинаковых случайных сигналов должны совпадать:

$$E(x) \approx E(y). \quad (4)$$

Если две одинаковые выборки получены от одного программного генератора, то двухмерная энтропия будет являться суммой двух энтропий [20]:

$$E(x, y) = E(x) + E(y). \quad (5)$$

Точное выполнение равенства (4) возможно только для действительно независимых (некоррелированных) данных двух выборок. То есть должно выполняться еще одно условие:  $r(x, y) = 0,0$ .

Однако при выполнении взвешенного суммирования двух переменных

$$x \leftarrow (x + a \cdot y) \cdot 0,5, \quad (6)$$

модуль коэффициента корреляции и двухмерная энтропия снижаются:

$$\begin{cases} 0,0 \leq |r(x, y)| \leq 1,0, \\ 0,0 \leq E(x, y) \leq \max\{E(x, y)\} \leq 2E(x). \end{cases} \quad (7)$$

Важным является свойство сохранения коэффициентов корреляции при процедурах упорядочивания одной из переменных. В частности, средствами программирования языка MathCAD такое упорядочивание переменной  $x$  выполняется следующим оператором:  $V \leftarrow \text{rsort}(A^T, 0)^T$ . В исходных данных первого и второго столбцов матрицы  $A$  данные расположены в случайном порядке. В итоговой матрице  $V$  нулевой столбец  $V^{<0>}$  состоит из монотонно увеличивающихся данных, столбец  $V^{<1>}$  продолжает содержать случайные данные. Тем не менее оператор вычисления коэффициента корреляции  $\text{corr}(x, y)$  языка MathCAD не меняет результат для исходных данных и для данных, упорядоченных по одной из переменных. Этот факт можно записать следующим образом:

$$\begin{cases} r(x, y) = r(x', \text{sort}(y)), \\ r(x, y) = r(\text{sort}(x), y'), \end{cases} \quad (8)$$

где применение операции упорядочивания данных по их возрастанию  $\text{sort}(x)$  и  $\text{sort}(y)$  всегда приводит к снижению значения энтропий упорядочиваемых данных по каждой их переменных почти до нуля:

$$\begin{cases} E(x) < E(\text{sort}(x)) \approx 0, 0, \\ E(y) < E(\text{sort}(y)) \approx 0, 0. \end{cases} \quad (9)$$

Параллельно всегда растет энтропия второй, остающейся неупорядоченной, переменной:

$$\begin{cases} E(x') > E(x) \approx \frac{E(x, y)}{2} = \frac{E(x, y)}{\max(E(x, y))}, \\ E(y') > E(y) \approx \frac{E(x, y)}{2} = \frac{E(x, y)}{\max(E(x, y))}. \end{cases} \quad (10)$$

При сортировке упорядочивания данных перестановками в одном столбце входной матрицы малой выборки с помощью функции  $V \leftarrow \text{rsort}(A^T, 0)^T$  языка программирования MathCAD корреляционная сцепленность данных (7) не меняется. Соответственно не меняется и нормированная энтропия данных в итоговой матрице [19]. Вполне возможно, что корректность цепочки преобразований (5)–(9) может быть доказана аналитически, однако для нас это не имеет существенного значения, так как корректность этих преобразований была подтверждена численным моделированием.

## Функциональная связь показателя корреляционного сцепления независимых данных с математическим ожиданием коэффициентов корреляции данных малой выборки

Как описано в работах [2, 3], показатель Хёрста связан с коэффициентом корреляции анализируемых данных. В связи с этим при попытках вычисления этого показателя на малых выборках необходимо уметь корректно связывать данные двух независимых программных (аппаратно-программных) генераторов случайных или псевдослучайных чисел. В левой части рис. 2 приведена программная реализация генератора связанных данных для получения малых выборок объемом в 21 опыт.

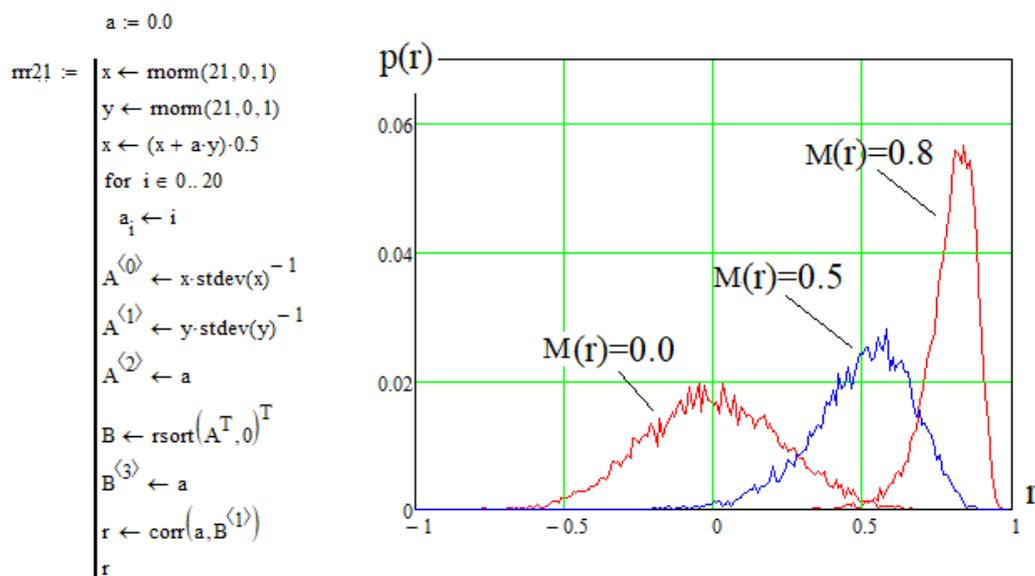


Рис. 2. Результаты численного эксперимента по синтезу программного генератора существенно связанных данных объемом в 21 опыт

Для получения малой выборки зависимых данных с некоторым математическим ожиданием значений корреляционной сцепленности данных  $M(r)$

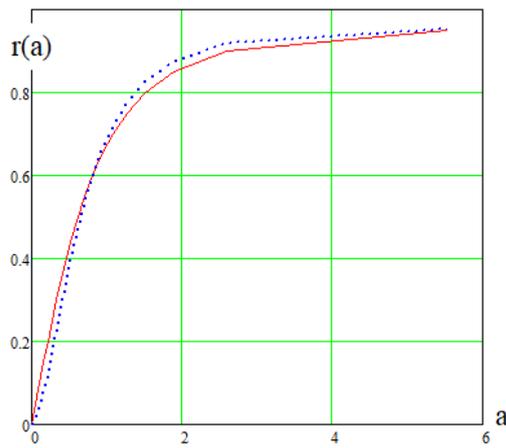
необходимо в программе задать параметр  $a$ . В левой части рис. 2 задано значение параметра  $a = 0,0$ , что соответствует нулевому значению математического ожидания  $M(r) = 0,0$ . Для других значений этого параметра математические ожидания коэффициентов корреляции оказываются иными. В таблице 1 приведены связи регулируемого параметра со значениями математических ожиданий и стандартных отклонений, распределений коэффициентов корреляции данных малых выборок.

Таблица 1

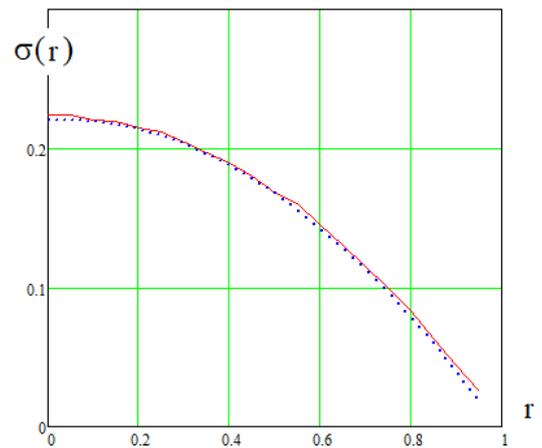
Связь регулируемого параметра с математическим ожиданием и стандартным отклонением распределения коэффициентов корреляции

$n$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$M(r)$	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45
$a$	0	0,054	0,109	0,162	0,216	0,275	0,335	0,4	0,468	0,54
$M(\sigma)$	0,224	0,224	0,22	0,219	0,215	0,212	0,204	0,197	0,189	0,18
$n$	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
$M(r)$	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,80	0,85	0,9	0,95
$a$	0,621	0,707	0,812	0,933	1,08	1,264	1,52	1,89	2,6	5,53
$M(\sigma)$	0,168	0,16	0,145	0,13	0,115	0,099	0,083	0,063	0,044	0,022

Графики связи значений математического ожидания коэффициента корреляции с регулируемым параметром и график связи математического ожидания стандартного отклонения с регулируемым параметром приведены на рис. 3.



а)



б)

Рис. 3. Функционал связи между математическим ожиданием коэффициентов корреляции (а) и функционал связи стандартного отклонения с математическим ожиданием коэффициентов корреляции (б)

Точками на рис. 3 отображены приближения полученных функционалов.

Данные на рис. 3,а описываются дробью полиномов второго порядка [21]:

$$M(r(a)) = \frac{2a + 19a^2}{10,5 + 20a^2}. \quad (11)$$

Данные на рис. 2,б могут быть приближены классическим полиномом второго порядка:

$$\sigma(r) = 0,273 - 0,21r - 0,24 \cdot (0,47 - r)^2. \quad (12)$$

Отметим, что исследованные функциональные связи (3), (4) слабо зависят от объема выборки. Это было установлено для выборок объемом от 13 до 35 опытов. Графики на рис. 4, отражающие изменение соотношения между математическим ожиданием коэффициента корреляции и регулируемым параметром, демонстрируют эту слабую зависимость.

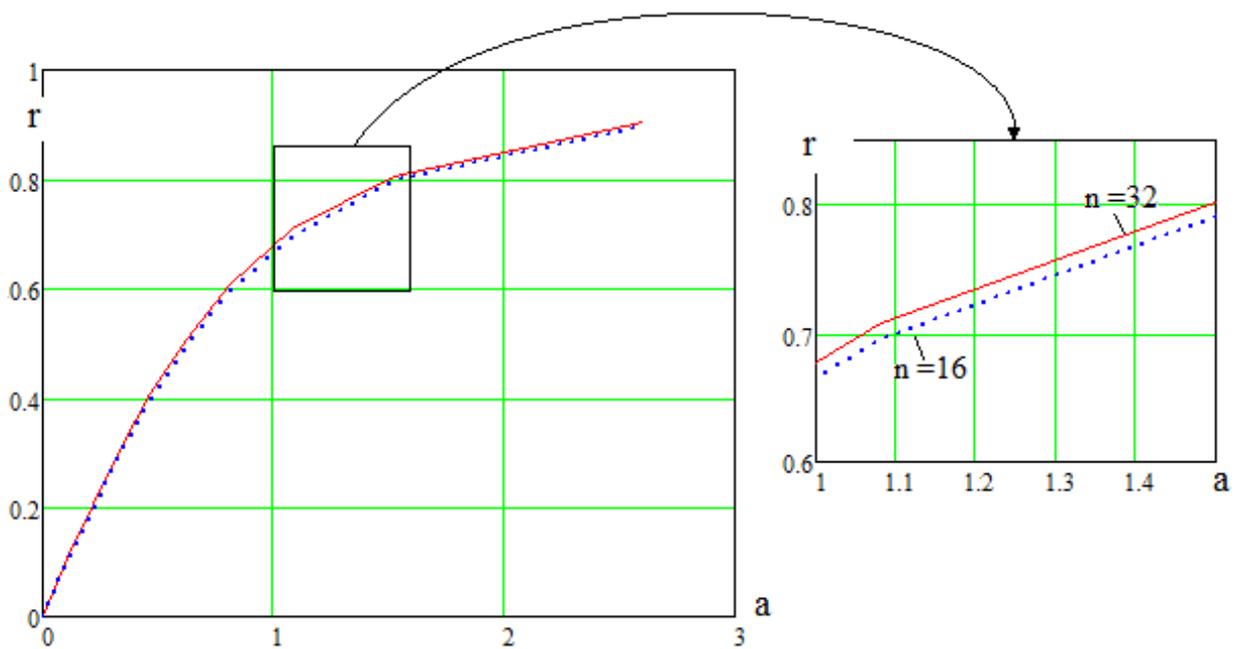


Рис. 4. Слабая зависимость функционала связи  $M(r(a))$   
 для малых выборок объемом в 16 и 32 опыта

Таким образом, вызовом двух псевдослучайных генераторов псевдослучайных чисел и их взвешенным суммированием мы всегда можем получить одномерную случайную последовательность малой выборки с заданным значением математического ожидания коэффициента корреляции. При этом настройка математического ожидания коэффициента корреляции данных малых выборок и математического ожидания стандартного отклонения коэффициентов выполняется либо в соответствии с данными таблицы 1, либо в соответствии с ее полиномиальными приближениями (11), (12).

## Список источников

1. Калуш Ю.А., Логинов В.М. Показатель Хёрста и его скрытые свойства // Сибирский журнал индустриальной математики. 2002. Т. 5. № 4. С. 29–37.
2. Петерс Э. Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка / пер. с англ. - М.: МИР, 2000. - 333 с.
3. Мандельброт Б., Хадсон З.Л. (НЕ)послушные рынки. Фрактальная революция в финансах. - М.: Издательский дом Вильямс, 2006. - 408 с.
4. Найман Э. Как покупать дешево и продавать дорого: пособие для разумного инвестора. - М.: Альпина Паблишерз, 2011. - 552 с.
5. Иванов А.И. Высокорамерная коллективная биометрия подсознательного поведения людей на рынке и производстве. - Пенза: Из-во ПГУ, 2021. - 60 с.
6. Иванов А.И., Егорова Ю.Ю. Корреляционный метод быстрой оценки текущего значения показателя Хёрста биометрических данных и данных рынка // Нейрокомпьютеры: разработка, применение. 2012. № 3. С. 26–27.
7. Федер Е. Фракталы. - М.: Мир, 1991. - 254 с.
8. Некрасова И.В. Показатель Херста как мера фрактальной структуры и долгосрочной памяти финансовых рынков // Международный научно-исследовательский журнал. 2015. № 7 (38). URL: <https://research-journal.org/archive/7-38-2015-august/pokazatel-xersta-kak-mera-fraktalnoj-struktury-i-dolgosrochnoj-pamyati-finansovyx-rynkov>
9. Орлов Ю.Н., Осминин К.П. Нестационарные временные ряды: Методы прогнозирования с примерами анализа финансовых и сырьевых рынков. - М.: Книжный дом «Либроком», 2011. – 384 с.

10. Тарасов Д.В. Программное формирование одномерных эталонных данных малых выборок с заранее заданным показателем Хёрста // V Всероссийская научно-техническая конференция «Безопасность информационных технологий», посвященная 70-летию АО "НПП "Рубин" (Пенза, 27 сентября 2023): сборник статей. – Пенза: Пензенский государственный университет, 2023. С. 147–151.
11. Кузнецов В.Е., Иванов А.И., Герасин В.Ю. Устранение эффекта ошибочного наблюдения антиперсистентности связей при оценках показателя Хёрста на малых выборках за счет подбора показателя логарифмирования // V Всероссийская научно-техническая конференция «Безопасность информационных технологий», посвященная 70-летию АО "НПП "Рубин" (Пенза, 27 сентября 2023): сборник статей. – Пенза: Пензенский государственный университет, 2023. С. 74–78.
12. Р 50.1.037–2002. Рекомендации по стандартизации. Прикладная статистика. Правила проверки согласия опытного распределения с теоретическим. Ч. I. Критерии типа  $\chi^2$ . - М.: Госстандарт России, 2001. - 140 с.
13. Иванов А.И. Нейросетевой многокритериальный статистический анализ малых выборок. Проверка гипотезы независимости: справочник. - Пенза: Изд-во ПГУ, 2023. - 218 с.
14. Осипов Н.А., Мусяенко А.С., Меркушев О.А. Сокращение объема тестовой выборки элементов космических средств при проведении контрольных испытаний // Труды МАИ. 2023. № 132. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=176857>
15. Мальшаков Г.В. Исследование влияния искажения алфавита поиска на идентификацию сущностей на основе частотного анализа данных // Труды МАИ.

2020. № 115. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=119946>. DOI: [10.34759/trd-2020-115-16](https://doi.org/10.34759/trd-2020-115-16)

16. Соломатин М.С., Митрофанов Д.В. Использование методов биометрической аутентификации в автоматизированных системах управления с использованием клавиатурного почерка // Труды МАИ. 2020. № 114. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=119013>. DOI: [10.34759/trd-2020-114-18](https://doi.org/10.34759/trd-2020-114-18)

17. Елисеев С.О., Крюков Д.А. Система криптографической генерации идентичных данных на основе алгоритма Диффи-Хеллмана // Труды МАИ. 2018. № 101. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=97041>

18. ГОСТ Р 52633.5–2011. Защита информации. Техника защиты информации. Автоматическое обучение нейросетевых преобразователей биометрия-код доступа. Москва, Стандартинформ, 2011.

19. Иванов А.И. Малые выборки, нейроморфные вычисления: быстрые алгоритмы оценки энтропии Шеннона-Пирсона квадратичной сложности: справочник. - Пенза: Изд-во ПГУ, 2023. - 32 с.

20. Хайкин С. Нейронные сети: полный курс. - М.: Издательский дом Вильямс, 2006. - 1104 с.

21. Серикова Н.И., Иванов А.И., Куликов С.В., Малыгин А.Ю. Быстрый алгоритм вычисления энтропии длинных чисел с зависимыми разрядами // V Всероссийская научно-техническая конференция «Безопасность информационных технологий», посвященная 70-летию юбилею АО "НПП "Рубин" (Пенза, 27 сентября 2023): сборник статей. – Пенза: Пензенский государственный университет, 2023. С. 79–83.

## References

1. Kalush Yu.A., Loginov V.M. *Sibirskii zhurnal industrial'noi matematiki*, 2002, vol. 5, no. 4, pp. 29–37.
2. Peters E. *Khaos i poryadok na rynkakh kapitala. Novyi analiticheskii vzglyad na tsikly, tseny i izmenchivost' rynka* (Chaos and order in capital markets. A new analytical look at cycles, prices and market volatility), Moscow, MIR, 2000, 333 p.
3. Mandel'brot B., Khadson Z.L. *(NE)poslushnye rynki. Fraktal'naya revolyutsiya v finansakh* ((NOT)obedient markets. Fractal revolution in finance), Moscow, Izdatel'skii dom Vil'yams, 2006, 408 p.
4. Naiman E. *Kak pokupat' deshevo i prodavat' dorogo: posobie dlya razumnogo investora* (How to buy low and sell high: guidance for the smart investor), Moscow, Al'pina Pablisherz, 2011, 552 p.
5. Ivanov A.I. *Vysokorazmernaya kollektivnaya biometriya podsoznatel'nogo povedeniya lyudei na rynke i proizvodstve* (High-dimensional collective biometrics of subconscious behavior of people in the market and production), Penza, Iz-vo PGU, 2021, 60 p.
6. Ivanov A.I., Egorova Yu.Yu. *Neirokomp'yutery: razrabotka, primenenie*, 2012, no. 3, pp. 26–27.
7. Feder E. *Fraktaly* (Fractals), Moscow, Mir, 1991, 254 p.
8. Nekrasova I.V. *Mezhdunarodnyi nauchno-issledovatel'skii zhurnal*, 2015, no. 7 (38).  
URL: <https://research-journal.org/archive/7-38-2015-august/pokazatel-xersta-kak-mera-fraktalnoj-struktury-i-dolgosrochnoj-pamyati-finansovykh-rynkov>
9. Orlov Yu.N., Osminin K.P. *Nestatsionarnye vremennye ryady: Metody prognozirovaniya s primerami analiza finansovykh i syr'evykh rynkov* (Non-stationary time series: Forecasting

methods with examples of analysis of financial and commodity markets), Moscow, Knizhnyi dom «Librokom», 2011, 384 p.

10. Tarasov D.V. *V Vserossiiskaya nauchno-tekhnicheskaya konferentsiya «Bezopasnost' informatsionnykh tekhnologii», posvyashchennaya 70-letnemu yubileyu AO "NPP "Rubin": sbornik statei.* Penza, Penzenskii gosudarstvennyi universitet, 2023, pp. 147–151.

11. Kuznetsov V.E., Ivanov A.I., Gerasin V.Yu. *V Vserossiiskaya nauchno-tekhnicheskaya konferentsiya «Bezopasnost' informatsionnykh tekhnologii», posvyashchennaya 70-letnemu yubileyu AO "NPP "Rubin": sbornik statei.* Penza, Penzenskii gosudarstvennyi universitet, 2023, pp. 74–78.

12. R 50.1.037–2002. *Rekomendatsii po standartizatsii. Prikladnaya statistika. Pravila proverki soglasiya opytnogo raspredeleniya s teoreticheskim. Ch. I. Kriterii tipa  $\chi^2$  (P 50.1.037-2002. Recommendations for standardization. Applied statistics. Rules for checking the agreement of the experimental distribution with the theoretical one. Part I. Criteria of the  $\chi^2$  type)*, Moscow, Gosstandart Rossii, 2001, 140 p.

13. Ivanov A.I. *Neirosetevoi mnogokriterial'nyi statisticheskii analiz malykh vyborok. Proverka gipotezy nezavisimosti: spravochnik.* (Neural network multicriteria statistical analysis of small samples. Testing the independence hypothesis: reference book), Penza: Izd-vo PGU, 2023, 218 p.

14. Osipov N.A., Musienko A.S., Merkushev O.A. *Trudy MAI*, 2023, no. 132. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=176857>

15. Mal'shakov G.V. *Trudy MAI*, 2020, no. 115. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=119946>. DOI: [10.34759/trd-2020-115-16](https://doi.org/10.34759/trd-2020-115-16)

16. Solomatin M.S., Mitrofanov D.V. *Trudy MAI*, 2020, no. 114. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=119013>. DOI: [10.34759/trd-2020-114-18](https://doi.org/10.34759/trd-2020-114-18)
17. Eliseev S.O., Kryukov D.A. *Trudy MAI*, 2018, no. 101. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=97041>
18. *GOST R 52633.5–2011. Zashchita informatsii. Tekhnika zashchity informatsii. Avtomaticheskoe obuchenie neirossetevykh preobrazovatelei biometriya-kod dostupa* (Information protection. Information protection technology. The neural net biometry-code converter automatic training), Moscow, Standarty, 2011.
19. Ivanov A.I. *Malye vyborki, neiromorfnye vychisleniya: bystrye algoritmy otsenki entropii Shennona-Pirsona kvadrachnoi slozhnosti: spravochnik* (Small samples, neuromorphic calculations: fast algorithms for estimating Shannon – Pearson entropy of quadratic complexity: reference book), Penza, Izd-vo PGU, 2023, 32 p.
20. Khaikin S. *Neironnye seti: polnyi kurs* (Neural networks: a comprehensive foundation), Moscow, Izdatel'skii dom Vil'yams, 2006, 1104 p.
21. Serikova N.I., Ivanov A.I., Kulikov C.V., Malygin A.Yu. *V Vserossiiskaya nauchno-tekhnicheskaya konferentsiya «Bezopasnost' informatsionnykh tekhnologii», posvyashchennaya 70-letnemu yubileyu AO "NPP "Rubin": sbornik statei*. Penza, Penzenskii gosudarstvennyi universitet, 2023, pp. 79–83.

Статья поступила в редакцию 15.06.2024

Одобрена после рецензирования 20.06.2024

Принята к публикации 28.08.2024

The article was submitted on 15.06.2024; approved after reviewing on 20.06.2024; accepted for publication on 28.08.2024