

Научная статья  
УДК 623.612  
DOI: 10.34759/trd-2023-130-13

## **МЕТОДИКА РАСЧЕТА ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ НЕКОГЕРЕНТНОГО ПРИЕМА СИГНАЛОВ С ДВОИЧНОЙ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ФАЗОВОЙ МАНИПУЛЯЦИЕЙ ПРИ ЛИНЕЙНО-ЧАСТОТНО МАНИПУЛИРОВАННОЙ ПОМЕХЕ**

**Виталий Валерьевич Звонарев<sup>1✉</sup>, Алексей Владимирович Питрин<sup>2</sup>,  
Александр Сергеевич Попов<sup>3</sup>**

<sup>1,2,3</sup>Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского,  
Санкт-Петербург, Россия

<sup>1</sup>vka@mil.ru✉

***Аннотация.*** В статье представлена методика расчета вероятности битовой ошибки сигналов с двоичной относительной фазовой манипуляцией (ОФМ-2) в присутствии линейно-частотно манипулированной (ЛЧМ) помехи при обработке сигналов на двух тактах. Полученные в статье результаты показывают, что влияние ЛЧМ помехи определяется не только ее уровнем, но и значением девиации частоты. В разработанной методике показано, что наличие ЛЧМ помехи приводит к зависимости средней вероятности битовой ошибки от значения начальных фаз как сигнала, так и помехи даже в условиях некогерентного приема, что определяет необходимость статистического усреднения вероятности по начальным фазам [1].

**Ключевые слова:** дифференциальная (относительная) фазовая манипуляция, некогерентный приём, обработка на двух тактах, линейно-частотно модулируемая помеха, помехоустойчивость

**Для цитирования:** Звонарев В.В., Питрин А.В., Попов А.С. Методика расчета помехоустойчивости некогерентного приема сигналов с двоичной относительной фазовой манипуляцией при линейно-частотно манипулированной помехе // Труды МАИ. 2023. № 130. DOI: 10.34759/trd-2023-130-13

Original article

## **METHODOLOGY FOR CALCULATING THE NOISE IMMUNITY OF INCOHERENT RECEPTION OF SIGNALS WITH BINARY RELATIVE PHASE MANIPULATION WITH LINEARLY FREQUENCY-MANIPULATED INTERFERENCE**

**Vitaly V. Zvonarev<sup>1</sup>**, **Alexey V. Pitrin<sup>2</sup>**, **Alexander S Popov<sup>3</sup>**

<sup>1,2,3</sup>Military space Academy named after A.F. Mozhaisky,

Saint Petersburg, Russia

<sup>1</sup>vka@mil.ru

**Abstract.** To ensure the stability of information transmission using a radio channel, the influence of noise and interference is of great importance. In systems with relative (differential) phase manipulation (OFM), the so-called «reverse operation» mode is excluded. These signals are not much inferior in noise immunity to phase-manipulated

signals. In addition, incoherent reception (demodulation) is possible, which greatly simplifies the receiving device. The use of such signals and incoherent reception is preferable in cases where the phase of the carrier oscillation changes dynamically and / or randomly and tracking it is difficult, especially in the presence of structural interference of various types. To calculate the probabilities of bit errors, we determine the models of the radio signal and interference. We derive formulas for calculating the average probabilities of bit errors of incoherent reception of a radio signal from OFM-2 in the presence of linearly frequency-manipulated interference. The conclusion of the final formula for calculating the average probability of a bit error with a priori equal probability of information symbols is a half-sum of the probabilities of receiving the first (S1) and second (S2) bits. The graph of the dependence of the probability of a bit error on the signal-to-noise ratio at fixed values of frequency deviation and interference levels shows at what level the signal is provided with the required values of the probability of a bit error.

The graph of the dependence of the probability of a bit error on the magnitude of the frequency deviation is symmetrical with respect to its zero value. The curve in each direction has a wave-like appearance with decreasing minimum and maximum extreme values. Analyzing the obtained graphs, it can be noted that for certain, well-defined values of frequency deviation, the influence of interference with the LFM is minimal, and the less this influence is, the lower the level of interference. On the other hand, for some values of frequency deviation, the interference effect in the bit error probability metric is 3-4 orders of magnitude higher than the minimum values. The presence of interference leads to a dependence of the probability of a bit error on the value of the initial phases of both the

signal and the interference, even in conditions of incoherent reception. To obtain a phase-averaged value of the bit error probability, statistical averaging over the initial phases is necessary. The developed technique makes it possible to qualitatively or conditionally quantify the effects of linearly frequency-manipulated interference on the reliability of transmitted information in the radio channel when the interference frequency is shifted.

**Keywords:** differential (relative) phase manipulation, incoherent reception, two-clock processing, linear-frequency modulated interference, noise immunity

**For citation:** Zvonarev V.V., Pitrin A.V., Popov A.S. Methodology for calculating the noise immunity of incoherent reception of signals with binary relative phase manipulation with linearly frequency-manipulated interference. *Trudy MAI*, 2023, no. 130. DOI: 10.34759/trd-2023-130-13

## Введение

Обеспечение помехоустойчивого приема сигналов в современных устройствах, использующих фазовый демодулятор, структурная схема которого представлена в работе [2], является актуальной задачей, так как использования сигналов с двоичной ОФМ-2 в присутствии ЛЧМ помехи не всегда позволит обеспечить заданную вероятность битовой ошибки в канале связи. Поэтому разработанная методика, подход которой заимствован из монографий Окунева Ю.Б. и Финка Л.М., поможет определить значение помехоустойчивости при некогерентном приеме сигналов, для разных уровней помехи, сигнала и значений девиации частоты. Цель работы:

разработать методику расчета помехоустойчивости некогерентного приема сигналов с двоичной ОФМ в присутствии ЛЧМ помехи.

### Математическая постановка задачи

1. Модели сигналов на двухтактном интервале имеют вид:

$$\begin{cases} s_1(t) = \alpha \sin(\omega t + \varphi_c) & -T < t \leq T, \\ s_2(t) = \begin{cases} \alpha \sin(\omega t + \varphi_c) & -T < t \leq 0, \\ -\alpha \sin(\omega t + \varphi_c) & 0 < t \leq T, \end{cases} \end{cases}$$

где  $\alpha$ ,  $\varphi_c$ ,  $T$  – амплитуда, фаза и длительность символа, соответственно.

2. Модель помехи представляет собой функцию ЛЧМ сигнала со сдвигом частоты относительно несущего колебания информационного сигнала:

$$\Pi(t) = b \sin \left[ (\omega + \Delta\omega)t - \frac{2\Delta\omega t^2}{T} + \varphi_n \right],$$

где  $b$ ,  $\varphi_n$ ,  $\Delta\omega$  – амплитуда, фаза и девиация частоты помехи, соответственно.

3. Модель сигнала, включающего в себя полезный сигнал, помеху и шум, на входе демодулятора имеет вид:

$$z_i(t) = s_i(t) + \Pi(t) + n(t), \quad i = 1, 2,$$

где в качестве модели шума принят белый гауссовский шум (БГШ)  $n(t)$  с автокорреляционной функцией вида:

$$\langle n(t_1)n(t_2) \rangle = \frac{N_0}{2} \delta(t_1 - t_2),$$

где  $\delta$  – дельта-функция Дирака.

Требуется вывести формулы для расчета вероятностей битовых ошибок некогерентного приема сигнала с ОФМ-2 в присутствии ЛЧМ помехи [3, 4].

## Расчет средних вероятностей битовых ошибок некогерентного приема сигналов с ОФМ-2 в присутствии ЛЧМ помехи

В соответствие с правилом общей теории оптимального некогерентного приема сигнала с БГШ, формула для вычисления уровня сигналов на выходе демодулятора будет иметь вид:

$$\begin{cases} V_1^2 = \left[ \int_{-T}^T z(t) \sin \omega t dt \right]^2 + \left[ \int_{-T}^T z(t) \cos \omega t dt \right]^2, \\ V_2^2 = \left[ \int_{-T}^0 z(t) \sin \omega t dt - \int_0^T z(t) \sin \omega t dt \right]^2 + \left[ \int_{-T}^0 z(t) \cos \omega t dt - \int_0^T z(t) \cos \omega t dt \right]^2. \end{cases} \quad (1)$$

где  $V_1$  и  $V_2$  – сигналы, на выходе демодулятора.

Правило решения о принятом символе можно записать в виде [2, 3]:

$$V_1^2 \leq V_2^2 \equiv V_1 \geq V_2. \quad (2)$$

Формулы (1) и (2) представляют собой модель демодулятора [3].

Для расчета вероятности битовой ошибки  $P_{\text{ош1}} = P(\widehat{S}_2/S_1)$  при условии, что передаётся сигнал  $S_1$ , а принимается сигнал  $\widehat{S}_2$  введем обозначения [5]:

$$\begin{cases} X_{n-1} = \int_{-T}^0 z(t) \sin \omega t dt, & X_n = \int_0^T z(t) \sin \omega t dt, \\ Y_{n-1} = \int_{-T}^0 z(t) \cos \omega t dt, & Y_n = \int_0^T z(t) \cos \omega t dt. \end{cases} \quad (3)$$

Тогда значения сигналов (на выходе демодулятора) могут быть вычислены по формуле:

$$\begin{cases} V_1^2 = (X_{n-1} + X_n)^2 + (Y_{n-1} + Y_n)^2, \\ V_2^2 = (X_{n-1} - X_n)^2 + (Y_{n-1} - Y_n)^2. \end{cases}$$

Используем обозначения, выпишем значения случайных величин:

$$\begin{cases} X_+ = X_{n-1} + X_n, Y_+ = Y_{n-1} + Y_n, \\ X_- = X_{n-1} - X_n, Y_- = Y_{n-1} - Y_n. \end{cases}$$

Преобразуем интегралы для ЛЧМ помехи на (n-1)-ом и n-ом такте:

$$\begin{aligned} \int_{-T}^0 \Pi(t) \sin \omega t dt &= \int_{-T}^0 b \sin \left[ (\omega + \Delta\omega)t - \frac{2\Delta\omega t^2}{T} + \varphi_{\Pi} \right] \sin \omega t dt = \\ &= \frac{b}{2} \int_{-T}^0 \left[ \cos \left( \Delta\omega t - \frac{2\Delta\omega t^2}{T} + \varphi_{\Pi} \right) - \cos \left( 2\omega t + \Delta\omega t + \frac{2\Delta\omega t^2}{T} + \varphi_{\Pi} \right) \right] dt \approx \\ &\approx \frac{b}{2} \int_{-T}^0 \cos \left( \Delta\omega t - \frac{2\Delta\omega t^2}{T} + \varphi_{\Pi} \right) dt = \frac{b}{2} \int_{-T}^0 \cos \left[ \Delta\omega \left( t - \frac{2t^2}{T} \right) + \varphi_{\Pi} \right] dt. \end{aligned}$$

$$\int_0^T \Pi(t) \sin \omega t dt = \frac{b}{2} \int_0^T \cos \left[ \Delta\omega \left( t - \frac{2t^2}{T} \right) + \varphi_{\Pi} \right] dt.$$

$$\begin{aligned} \int_{-T}^0 \Pi(t) \cos(\omega t) dt &= b \int_{-T}^0 \sin \left[ (\omega + \Delta\omega)t - \frac{2\Delta\omega t^2}{T} + \varphi_{\Pi} \right] \cos \omega t dt \approx \\ &\approx \frac{b}{2} \int_{-T}^0 \sin \left[ \Delta\omega t - \frac{2\Delta\omega t^2}{T} + \varphi_{\Pi} \right] dt. \end{aligned}$$

$$\int_0^T \Pi(t) \cos(\omega t) dt = \frac{b}{2} \int_0^T \sin \left( \Delta\omega t - \frac{2\Delta\omega t^2}{T} + \varphi_{\Pi} \right) dt.$$

Для сокращения дальнейших расчетов введем замену обозначений:

$$\alpha(t) = \Delta\omega t - \frac{2\Delta\omega t^2}{T} + \varphi_n.$$

Тогда можно записать:

$$\int_{-T}^0 \Pi(t) \sin(\omega t) dt = \frac{b}{2} \int_{-T}^0 \cos \alpha(t) dt;$$

$$\int_0^T \Pi(t) \sin(\omega t) dt = \frac{b}{2} \int_0^T \cos \alpha(t) dt;$$

$$\int_{-T}^0 \Pi(t) \cos(\omega t) dt = \frac{b}{2} \int_{-T}^0 \sin \alpha(t) dt;$$

$$\int_0^T \Pi(t) \cos(\omega t) dt = \frac{b}{2} \int_0^T \sin \alpha(t) dt.$$

Зная интегралы для ЛЧМ помехи на (n-1)-ом и n-ом такте, вычислим значение случайных величин  $X_+$ ,  $X_-$ ,  $Y_+$ ,  $Y_-$ :

$$X_+ = X_{n-1} + X_n = \alpha T \cos \varphi_c + \frac{b}{2} \int_{-T}^0 \cos \alpha(t) dt + \frac{b}{2} \int_0^T \cos \alpha(t) dt + I_{\xi, n-1} + I_{\xi, n};$$

$$Y_+ = Y_{n-1} + Y_n = \alpha T \sin \varphi_c + \frac{b}{2} \int_{-T}^0 \sin \alpha(t) dt + \frac{b}{2} \int_0^T \sin \alpha(t) dt + I_{\xi, n-1}^* + I_{\xi, n}^*;$$

$$X_- = X_{n-1} - X_n = \frac{b}{2} \int_{-T}^0 \cos \alpha(t) dt - \frac{b}{2} \int_0^T \cos \alpha(t) dt + I_{\xi, n-1} - I_{\xi, n};$$

$$Y_- = Y_{n-1} - Y_n = \frac{b}{2} \int_{-T}^0 \sin \alpha(t) dt - \frac{b}{2} \int_0^T \sin \alpha(t) dt + I_{\xi, n-1}^* - I_{\xi, n}^*.$$

где  $I_{\xi, n-1}$ ,  $I_{\xi, n}$ ,  $I_{\xi, n}^*$  и  $I_{\xi, n-1}^*$  – случайные составляющие, рассчитываемые по формулам:

$$I_{\xi, n-1} = \int_{-T}^0 n(t) \sin \omega t dt, \quad I_{\xi, n} = \int_0^T n(t) \sin \omega t dt,$$

$$I_{\xi, n-1}^* = \int_{-T}^0 n(t) \cos \omega t dt, \quad I_{\xi, n}^* = \int_0^T n(t) \cos \omega t dt.$$

Из формул (1) следует, что случайные величины  $X_+$ ,  $X_-$ ,  $Y_+$  и  $Y_-$  являются гауссовскими и попарно взаимно независимыми [6, 7].

Найдем математические ожидания данных случайных величин  $m^2(X_+)$ ,  $m^2(Y_+)$ ,  $m^2(X_-)$ ,  $m^2(Y_-)$ :



$$\left\{ \begin{array}{l} m(X_+) = \alpha T \cos \varphi_c + \frac{b}{2} \int_{-T}^T \cos \alpha(t) dt ; \\ m(Y_+) = \alpha T \sin \varphi_c + \frac{b}{2} \int_{-T}^T \sin \alpha(t) dt ; \\ m(X_-) = \frac{b}{2} \int_{-T}^0 \cos \alpha(t) dt - \frac{b}{2} \int_0^T \cos \alpha(t) dt ; \\ m(Y_-) = \frac{b}{2} \int_{-T}^0 \sin \alpha(t) dt - \frac{b}{2} \int_0^T \sin \alpha(t) dt. \end{array} \right. \quad (4)$$

Обозначим и вычислим сумму квадратов математических ожиданий, взятых из формулы (4) для  $B_1^2$ :

$$\begin{aligned} B_1^2 &= m^2(X_+) + m^2(Y_+) \\ B_1^2 &= (\alpha T)^2 (\sin^2 \varphi_c + \cos^2 \varphi_c) + \left[ \frac{b}{2} \int_{-T}^T \cos \alpha(t) dt \right]^2 + \left[ \frac{b}{2} \int_{-T}^T \sin \alpha(t) dt \right]^2 + 2\alpha T \cos \varphi_c \times \\ &\quad \times \frac{b}{2} \int_{-T}^T \cos \alpha(t) dt + 2\alpha T \sin \varphi_c \times \frac{b}{2} \int_{-T}^T \sin \alpha(t) dt = \\ &= (\alpha T)^2 + \frac{b^2}{4} \left( \left[ \int_{-T}^T \cos \alpha(t) dt \right]^2 + \left[ \int_{-T}^T \sin \alpha(t) dt \right]^2 \right) + \\ &\quad + \alpha b T \left\{ \cos \varphi_c \int_{-T}^T \cos \alpha(t) dt + \sin \varphi_c \int_{-T}^T \sin \alpha(t) dt \right\}. \end{aligned}$$

После подстановки выражений из формулы (4) и преобразований получаем значение  $B_1^2$ :

$$B_1^2 = (\alpha T)^2 + \alpha b T \int_{-T}^T \cos(\alpha(t) - \varphi_c) dt + \frac{b^2}{4} \left[ \int_{-T}^T \cos \alpha(t) dt \right]^2 + \frac{b^2}{4} \left[ \int_{-T}^T \sin \alpha(t) dt \right]^2.$$

Для определения дисперсии гауссовских случайных величин  $X_-, Y_-, X_+, Y_+$ , введем обозначения:

$$D = \frac{N_0 T}{2}.$$

Рассмотрим нормировку отношения  $\frac{B_1^2}{D}$ . Для этого приведем предварительные

преобразования следующих выражений [8]:

$$\frac{a^2 T^2}{D} = \frac{a^2 T^2}{N_0 T / 2} = 2 \frac{2a^2 T}{2N_0} = 4h_c^2;$$

$$\frac{abT}{D} = \frac{abT}{N_0 T / 2} = \frac{4}{T} \sqrt{\frac{a^2 T}{2}} \sqrt{\frac{b^2 T}{2}} = \frac{4h_c h_n}{T};$$

$$\frac{b^2}{4D} = \frac{b^2}{4N_0 T / 2} = \frac{b^2 T}{2T^2 N_0} = \frac{1}{T^2} \frac{b^2 T}{2N_0} = \frac{h_n^2}{T^2}.$$

С учетом преобразованных выражений, отношение  $\frac{B_1^2}{D}$  можно записать:

$$\frac{B_1^2}{D} = 4h_c^2 + \frac{4h_c h_n}{T} \int_{-T}^T \cos(\alpha(t) - \varphi_c) dt + \frac{h_n^2}{T^2} \left\{ \left[ \int_{-T}^T \cos \alpha(t) dt \right]^2 + \left[ \int_{-T}^T \sin \alpha(t) dt \right]^2 \right\}.$$

Далее получим выражение для математических ожиданий случайных величин  $m^2(X_-)$  и  $m^2(Y_-)$  [9]:

$$m^2(X_-) = \frac{b^2}{4} \left\{ \left[ \int_{-T}^0 \cos \alpha(t) dt \right]^2 + \left[ \int_0^T \cos \alpha(t) dt \right]^2 - 2 \int_{-T}^0 \cos \alpha(t) dt \int_0^T \cos \alpha(t) dt \right\}.$$

$$m^2(Y_-) = \frac{b^2}{4} \left\{ \left[ \int_{-T}^0 \sin \alpha(t) dt \right]^2 + \left[ \int_0^T \sin \alpha(t) dt \right]^2 - 2 \int_{-T}^0 \sin \alpha(t) dt \int_0^T \sin \alpha(t) dt \right\}.$$

Введем обозначение для:

$$B_2^2 = m^2(X_-) + m^2(Y_-).$$

Подставив значения из формулы (4), получим:

$$B_2^2 = m^2(X_-) + m^2(Y_-) = \frac{b^2}{4} \left[ \int_{-T}^0 \cos \alpha(t) dt - \int_0^T \cos \alpha(t) dt \right]^2 + \frac{b^2}{4} \left[ \int_{-T}^0 \sin \alpha(t) dt - \int_0^T \sin \alpha(t) dt \right]^2.$$

$$\frac{B_2^2}{D} = \frac{h_n^2}{T^2} \left[ \int_{-T}^0 \cos \alpha(t) dt - \int_0^T \cos \alpha(t) dt \right]^2 + \frac{h_n^2}{T^2} \left[ \int_{-T}^0 \sin \alpha(t) dt - \int_0^T \sin \alpha(t) dt \right]^2.$$

Введем обозначения для  $V_1$  и  $V_2$ :

$$V_1 = \sqrt{(X_{n-1} + X_n)^2 + (Y_{n-1} + Y_n)^2} - \text{случайная величина распределена по}$$

закону  $W_1(V_1)$  – Райса.

$$V_2 = \sqrt{(X_n - X_{n-1})^2 + (Y_n - Y_{n-1})^2} - \text{случайная величина распределена по}$$

закону  $W_2(V_2)$  – Райса.

Получаем выражение для плотности вероятности (ПВ) Райса для случайных величин  $V_1$  и  $V_2$  [10, 11]:

$$\begin{cases} W_1(V_1) = \frac{V_1}{D} \exp\left(-\frac{V_1^2 + B_1^2}{2D}\right) I_0\left(\frac{B_1 V_1}{D}\right); \\ W_2(V_2) = \frac{V_2}{D} \exp\left(-\frac{V_2^2 + B_2^2}{2D}\right) I_0\left(\frac{B_2 V_2}{D}\right). \end{cases}$$

Вероятность битовой ошибки  $P_{\text{ош1}}$  определяется выражением:

$$\begin{aligned} P_{\text{ош1}} &= P(\widehat{S}_2/S_1) = \int_0^\infty W_1(V_1) dV_1 \int_{V_1}^\infty W_2(V_2) dV_2 = \\ &= \int_0^\infty \frac{V_1}{D} \exp\left(-\frac{V_1^2 + B_1^2}{2D}\right) I_0\left(\frac{B_1 V_1}{D}\right) dV_1 \times \\ &\times \int_{V_1}^\infty \frac{V_2}{D} \exp\left(-\frac{V_2^2 + B_2^2}{2D}\right) I_0\left(\frac{B_2 V_2}{D}\right) dV_2. \end{aligned}$$

Для упрощения дальнейших преобразований, введем замену переменных:

$$x = \frac{V_1}{\sqrt{D}}, y = \frac{V_2}{\sqrt{D}}.$$

Тогда получим полный вид для расчета  $P_{\text{ош1}}$ .

$$P_{\text{ош1}} = \int_0^{\infty} x \exp\left[-\frac{1}{2}\left(x^2 + \frac{B_1^2}{D}\right)\right] I_0\left(\frac{B_1}{\sqrt{D}}x\right) dx \int_x^{\infty} y \exp\left[-\frac{1}{2}\left(y^2 + \frac{B_2^2}{D}\right)\right] I_0\left(\frac{B_2}{\sqrt{D}}y\right) dy,$$

где соответствующие значения имеют вид:

$$\frac{B_1^2}{D} = 4h_c^2 + \frac{4h_c h_n}{T} \int_{-T}^T \cos(\alpha(t) - \varphi_c) dt + \frac{h_n^2}{T^2} \left\{ \left[ \int_{-T}^T \cos \alpha(t) dt \right]^2 + \left[ \int_{-T}^T \sin \alpha(t) dt \right]^2 \right\},$$

$$\sqrt{\frac{B_1^2}{D}} = \frac{B_1}{\sqrt{D}} = \sqrt{4h_c^2 + \frac{4h_c h_n}{T} \int_{-T}^T \cos(\alpha(t) - \varphi_c) dt + \frac{h_n^2}{T^2} \left\{ \left[ \int_{-T}^T \cos \alpha(t) dt \right]^2 + \left[ \int_{-T}^T \sin \alpha(t) dt \right]^2 \right\}},$$

$$\frac{B_2^2}{D} = \frac{h_n^2}{T^2} \left[ \int_{-T}^0 \cos \alpha(t) dt - \int_0^T \cos \alpha(t) dt \right]^2 + \frac{h_n^2}{T^2} \left[ \int_{-T}^0 \sin \alpha(t) dt - \int_0^T \sin \alpha(t) dt \right]^2,$$

$$\sqrt{\frac{B_2^2}{D}} = \frac{B_2}{\sqrt{D}} = \sqrt{\frac{h_n^2}{T^2} \left[ \int_{-T}^0 \cos \alpha(t) dt - \int_0^T \cos \alpha(t) dt \right]^2 + \frac{h_n^2}{T^2} \left[ \int_{-T}^0 \sin \alpha(t) dt - \int_0^T \sin \alpha(t) dt \right]^2}.$$

Для расчета вероятности битовой ошибки  $P_{\text{ош2}} = P(\widehat{S}_1/S_2)$  при условии, что передаётся сигнал  $S_2$ , а принимается сигнал  $\widehat{S}_1$  необходимо выполнить те же расчеты, как и для определения вероятности битовой ошибки  $P_{\text{ош1}} = P(\widehat{S}_2/S_1)$ . Используя модель сигнала второй позиции  $S_2(t)$  и модель помехи  $\Pi(t)$ , произведем расчеты для случайных переменных  $(X_{n-1}, X_n)$  и  $(Y_{n-1}, Y_n)$ , где сумма случайных величин  $X_+$  и  $Y_+$  будет равна нулю [12, 13].

Тогда полный вид формулы для расчета  $P_{\text{ош2}}$  будет иметь вид:

$$P_{\text{ош2}} = \int_y^{\infty} x \exp\left[-\frac{1}{2}\left(x^2 + \frac{B_1^2}{D}\right)\right] I_0\left(\frac{B_1}{\sqrt{D}}x\right) dx \int_0^{\infty} y \exp\left[-\frac{1}{2}\left(y^2 + \frac{B_2^2}{D}\right)\right] I_0\left(\frac{B_2}{\sqrt{D}}y\right) dy,$$

$$\text{где } \frac{B_1^2}{D} = \frac{h_n^2}{T^2} \left\{ \left[ \int_{-T}^T \cos \alpha(t) dt \right]^2 + \left[ \int_{-T}^T \sin \alpha(t) dt \right]^2 \right\}, \quad \frac{B_1}{\sqrt{D}} = \sqrt{\frac{h_n^2}{T^2} \left\{ \left[ \int_{-T}^T \cos \alpha(t) dt \right]^2 + \left[ \int_{-T}^T \sin \alpha(t) dt \right]^2 \right\}}.$$

Средняя вероятность битовой ошибки при априорной равновероятности информационных символов есть полусумма вероятностей ошибки приема первого и второго бита, а именно [14, 15]:

$$P_{cp} = \frac{P_{out1} + P_{out2}}{2}.$$

### **Примеры использования методики расчета помехоустойчивости некогерентного приема с ОФМ-2 при наличии ЛЧМ помехи**

**Пример 1.** Построим зависимость вероятности битовой ошибки от отношения сигнал/шум для следующих условий:

- значения девиации частоты и уровней помех (Рис. 1) фиксированы;
- при отсутствии помех ( $h_{\text{п}} = 0$  дБ) и уровнях помех:  $h_{\text{п}} = 6$  дБ и  $h_{\text{п}} = 10$  дБ;
- при значении девиации частоты:  $d = 50$  Гц.

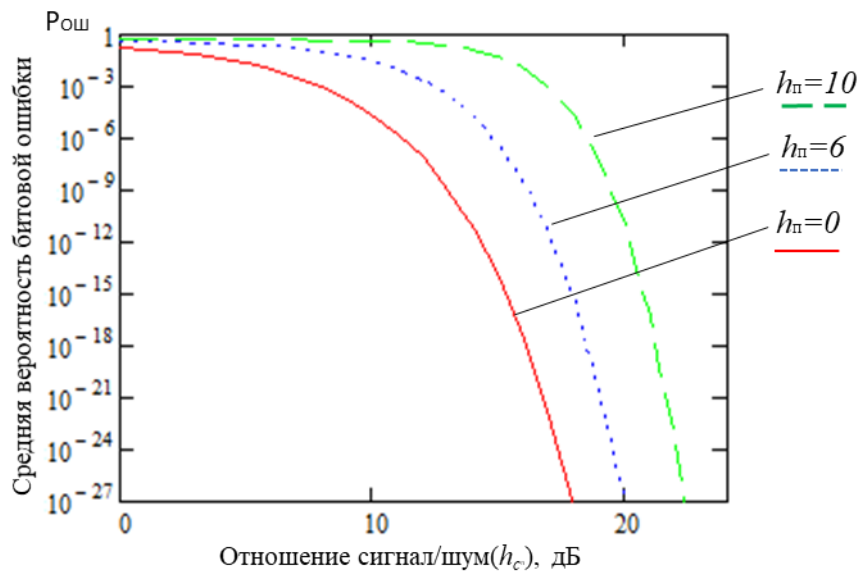


Рис.1. Зависимость средней вероятности битовой ошибки от отношения сигнал/шум при фиксированных значениях девиации частоты и уровня помехи

Зависимости вероятности битовой ошибки от отношения сигнал/шум при фиксированных значениях девиации частоты и уровнях помех имеют пороговый характер. При большем значении уровня помехи значение вероятности битовой ошибки увеличивается и график сдвигается вправо в сторону увеличения уровня сигнала [16, 17].

**Пример 2.** Построим зависимость вероятности битовой ошибки от величины девиации частоты помехи при фиксированных уровнях помехи и сигнала (Рис. 2):

- для значений уровня сигнала  $h_c = 7$  дБ и  $h_c = 6$  дБ;
- для значений уровня помех  $h_n = 8$  дБ и  $h_n = 5$  дБ.

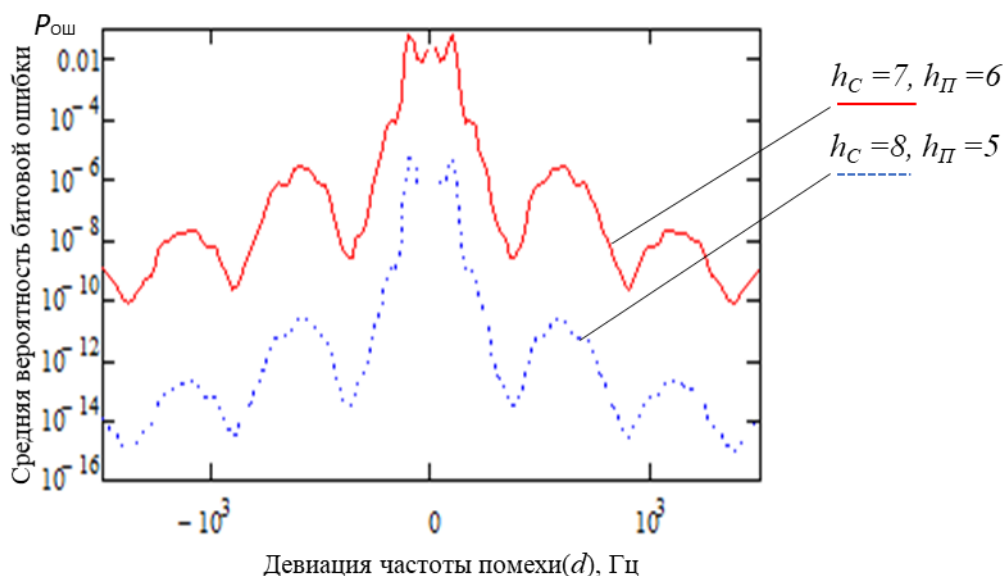


Рис.2. Зависимости средней вероятности битовой ошибки приема от величины девиации частоты помехи при фиксированных уровнях помехи и сигнала

График зависимости вероятности битовой ошибки от величины девиации частоты симметричен относительно его нулевого значения. Кривая в каждом направлении имеет волнообразный вид с уменьшающимися минимально- и максимально-экстремальными значениями. Анализируя полученные графики (Рис. 2), можно отметить, что при некоторых, вполне определенных значениях девиации частоты, влияние помехи с ЛЧМ минимально, и тем меньше это влияние, чем меньше уровень помехи. С другой стороны, при некоторых значениях девиации частоты влияние помехи в метрике вероятности битовой ошибки – на 3-4 порядка выше минимальных значений [18, 19].

## **Заключение**

Приведенная методика расчета помехоустойчивости некогерентного приёма сигналов ОФМ-2 при ЛЧМ помехе, показала, что:

– влияние помехи определяется не только ее уровнем на входе демодулятора относительно уровня сигнала, но и значением девиации частоты. Увеличение значения девиации частоты приводит к уменьшению влияния помехи;

– для максимального подавления сигнала помехой с ЛЧМ не требуется большого значения девиации частоты. Диапазон таких значений легко определить из рисунка 2;

– проведенный анализ работы показал, что соотношение между максимумами и минимумами значений средней вероятности битовой ошибки (Рис. 2) зависит от длительности информационного символа или скорости передачи информации, в данном случае [20];

– наличие помехи приводит к зависимости вероятности битовой ошибки от значения начальных фаз как сигнала, так и помехи даже в условиях некогерентного приема. Для получения усредненного по фазам значения вероятности битовой ошибки необходимо статистическое усреднение по начальным фазам.

### **Список источников**

1. Куликов Г.В., Нгуен Ван Зунг, До Чунг Тиен. Помехоустойчивость автокорреляционного демодулятора сигналов с дифференциальной фазовой манипуляцией при наличии релеевских замираний и гармонической помехи //



Российский технологический журнал. 2020. № 8 (3). С. 48–58. DOI: 10.32362/2500-316X-2020-8-3-48-58.

2. Окунев Ю.Б. Цифровая передача информации фазоманипулированными сигналами. – М.: Советское радио, 1991. – 296 с.
3. Финк Л.М. Теория передачи дискретных сообщений. – М.: Советское радио, 1970. – 728 с.
4. Борисов В.И., Зинчук В.М. Помехозащищенность систем радиосвязи. Вероятностно-временной подход. – М.: Радио Софт, 2008. – 260 с.
5. Звонарев В.В., Попов А.С., Питрин А.В. Методика расчета вероятностей битовых ошибок приема радиосигналов с QPSK-модуляцией при нескольких гармонических помехах // Радиотехника. 2022. Т. 86. № 8. С. 84–95.
6. Хворостенко Н.П. Статистическая теория демодуляции дискретных сигналов. – М.: Связь, 1968. – 336 с.
7. Звонарев В.В., Попов А.С. Потенциальная помехоустойчивость когерентного приема четырехпозиционного фазоманипулированного радиосигнала в присутствии когерентной гармонической помехи // Информационно-управляющие системы. 2021. № 1. С. 45–54. DOI: 10.31799/1684-8853-2021-1-45-54.
8. Прокис Дж. Цифровая связь. – М.: Радио и связь, 2000. – 800 с.
9. Звонарев В.В., Пименов В.Ф., Попов А.С. Методика вычисления вероятностей символьных и битовых ошибок для QPSK сигналов при наличии гармонической помехи со сдвигом частоты // Труды Военно-космической академии имени А.Ф. Можайского. 2021. № 677. С. 50–61.

10. Бродский М.С., Звонарев В.В., Попов А.С. Метод построения вероятностного пространства на множестве совместных событий для расчета вероятностей битовых ошибок приема радиосигналов с QPSK-модуляцией при наличии помех // Труды Военно-космической академии имени А.Ф. Можайского. 2021. № 678. С. 43–50.
11. Звонарёв В.В., Карабельников И.Ф., Попов А.С. Методика расчета влияния сканирующей по частоте помехи на достоверность приема сигнала с QPSK модуляцией // Труды МАИ. 2022. № 124. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=167068>. DOI: 10.34759/trd-2022-124-13.
12. Вознюк В.В., Куценко Е.В. Помехоустойчивость систем радиосвязи с бинарными фазоманипулированными шумоподобными сигналами при воздействии ретранслированных компенсационных помех типа инверсии, огибающей сигнала // Журнал радиоэлектроники. 2018. № 2. С. 1–16.
13. Бучинский Д.И., Вознюк В.В., Фомин А.В. Исследование помехоустойчивости приемника сигналов с многопозиционной фазовой манипуляцией к воздействию помех с различной структурой // Труды Военно-космической академии имени А.Ф. Можайского. 2019. № 671. С. 120–127.
14. Зубарев А.Е., Позов А.В., Приходько А.И. Анализ методов расчета битовой вероятности ошибки при когерентном приеме сигналов с М-ичной фазовой манипуляцией // Международный научно-исследовательский журнал. 2019. № 1 (79). Ч. 1. С. 53–59. DOI: 10.23670/IRJ.2019.79.1.009.

15. Агеев Ф.И., Вознюк В.В. Методика расчета вероятности битовой ошибки оптимального посимвольного когерентного приема двоичных противоположных фазоманипулированных сигналов при наличии в канале радиосвязи узкополосной шумовой помехи // Труды МАИ. 2022. № 124. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=167070>. DOI: 10.34759/trd-2022-124-15.
16. Мальцев Г.Н., Евтеев А.В. Исследование помехоустойчивости радиотехнических систем передачи информации с шумоподобными фазоманипулированными сигналами при наличии ошибок синхронизации по задержке // Информационно-управляющие системы. 2019. № 3. С. 105–113.
17. Агеев Ф.И., Вознюк В.В., Худик М.Ю. Повышение помехоустойчивости систем передачи данных фазоманипулированными шумоподобными сигналами в условиях действия помех с различной спектральной структурой на основе целенаправленной модификации спектра сигнала // Труды МАИ. 2021. № 118. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=158242>. DOI: 10.34759/trd-2021-118-08.
18. Палий А.И. Радиоэлектронная борьба: Средства и способы подавления и защиты радиоэлектронных систем. – М.: Воениздат, 1981. – 320 с.
19. Маслаков П.А., Паршуткин А.В., Фомин А.В. Модель функционирования канала спутниковой связи при воздействии нестационарных помех // Труды Военно - космической академии имени А.Ф. Можайского. 2016. № 651. С. 78–83.
20. Лихачев В.П., Сидоренко С.В. Помехоустойчивость алгоритма автофокусировки изображений по минимуму энтропии при сложной фоновой

URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=92074>.

## References

1. Kulikov G.V., Nguen Van Zung, Do Chung Tien. *Rossiiskii tekhnologicheskii zhurnal*, 2020, no. 8 (3), pp. 48–58. DOI: 10.32362/2500-316X-2020-8-3-48-58.
2. Okunev Yu.B. *Tsifrovaya peredacha informatsii fazomanipulirovannymi signalami* (Digital transmission of information by phase-manipulated signals), Moscow, Sovetskoe radio, 1991, 296 p.
3. Fink L.M. *Digital transmission of information by phase-manipulated signals* (Theory of transmission of discrete messages), Moscow, Sovetskoe radio, 1970, 728 p.
4. Borisov V.I., Zinchuk V.M. *Pomekhozashchishchennost' sistem radiosvyazi. Veroyatnostno-vremennoi podkhod* (Interference immunity of radio communication systems. Probabilistic-temporal approach), Moscow, Radio Soft, 2008, 260 p.
5. Zvonarev V.V., Popov A.S., Pitrin A.V. *Radiotekhnika*, 2022, vol. 86, no. 8, pp. 84–95.
6. Khvorostenko N.P. *Statisticheskaya teoriya demodulyatsii diskretnykh signalov* (Statistical theory of demodulation of discrete signals), Moscow, Svyaz', 1968, 336 p.
7. Zvonarev V.V., Popov A.S. *Informatsionno-upravlyayushchie sistemy*, 2021, no. 1, pp. 45–54. DOI: 10.31799/1684-8853-2021-1-45-54.
8. Prokis Dzh. *Tsifrovaya svyaz'* (Digital communication), Moscow, Radio i svyaz', 2000, 800 p.

9. Zvonarev V.V., Pimenov V.F., Popov A.S. *Trudy VoЕННО-kosmicheskoi akademii imeni A.F. Mozhaiskogo*, 2021, no. 677, pp. 50–61.
10. Brodskii M.S., Zvonarev V.V., Popov A.S. *Trudy VoЕННО-kosmicheskoi akademii imeni A.F. Mozhaiskogo*, 2021, no. 678, pp. 43–50.
11. Zvonarev V.V., Karabel'nikov I.F., Popov A.S. *Trudy MAI*, 2022, no. 124. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=167068>. DOI: 10.34759/trd-2022-124-13.
12. Voznyuk V.V., Kutsenko E.V. *Zhurnal radioelektroniki*, 2018, no. 2, pp. 1–16.
13. Buchinskii D.I., Voznyuk V.V., Fomin A.V. *Trudy VoЕННО-kosmicheskoi akademii imeni A.F. Mozhaiskogo*, 2019, no. 671, pp. 120–127.
14. Zubarev A.E., Pozov A.V., Prikhod'ko A.I. *Mezhdunarodnyi nauchno-issledovatel'skii zhurnal*, 2019, no. 1 (79), pp. 53–59. DOI: 10.23670/IRJ.2019.79.1.009.
15. Ageev F.I., Voznyuk V.V. *Trudy MAI*, 2022, no. 124. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=167070>. DOI: 10.34759/trd-2022-124-15.
16. Mal'tsev G.N., Evteev A.V. *Informatsionno-upravlyayushchie sistemy*, 2019, no. 3, pp. 105–113.
17. Ageev F.I., Voznyuk V.V., Khudik M.Yu. *Trudy MAI*, 2021, no. 118. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=158242>. DOI: 10.34759/trd-2021-118-08.
18. Palii A.I. *Radioelektronnaya bor'ba: Sredstva i sposoby podavleniya i zashchity radioelektronnykh sistem* (Electronic warfare: Means and methods of suppression and protection of electronic systems), Moscow, Voenizdat, 1981, 320 p.
19. Maslakov P.A., Parshutkin A.V., Fomin A.V. *Trudy VoЕННО -kosmicheskoi akademii imeni A.F. Mozhaiskogo*, 2016, no. 651, pp. 78–83.

20. Likhachev V.P., Sidorenko S.V. *Trudy MAI*, 2018, no. 99. URL:  
<https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=92074>.

Статья поступила в редакцию 18.04.2023

Одобрена после рецензирования 27.04.2023

Принята к публикации 27.06.2023

The article was submitted on 18.04.2023; approved after reviewing on 27.04.2023; accepted for publication on 27.06.2023