

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Московский авиационный институт  
(национальный исследовательский университет)»

На правах рукописи

*АминФ*

Аминова Фатима Эльдаровна

**МОДЕЛИ И АЛГОРИТМЫ УПРАВЛЕНИЯ РАКЕТЫ-НОСИТЕЛЯ  
ЛЕГКОГО КЛАССА С ДВИГАТЕЛЬНОЙ УСТАНОВКОЙ  
НА ТВЕРДОМ ТОПЛИВЕ**

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

05.07.09 – Динамика, баллистика,  
управление движением летательных аппаратов

Научный руководитель:  
Зайцев Александр Владимирович  
доктор технических наук, профессор

Москва, 2021

## ОГЛАВЛЕНИЕ

	ВВЕДЕНИЕ.....	4
1	РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ АНАЛИТИЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ТЕРМИНАЛЬНОГО НАВЕДЕНИЯ РАКЕТЫ- НОСИТЕЛЯ С УЧЕТОМ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ВОЗМУЩАЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ.....	10
1.1.	Сравнительный анализ и классификация вариантов конструирования ракет-носителей ракетно-космических комплексов легкого класса.....	10
1.2.	Анализ задач, решаемых при создании системы управления ракеты-носителя легкого класса.....	12
1.3.	Решение задачи терминального наведения при выведении космического аппарата на требуемую орбиту.....	14
1.4.	Разработка модели аналитического решения задачи терминального наведения ракеты-носителя с учетом дополнительных возмущающих воздействий.....	22
1.4.1	Анализ исходных данных для задания требований к системе наведения ракеты-носителя.....	22
1.4.2.	Решение уравнений управляемого движения ракеты-носителя в аналитическом виде.....	30
	Выводы по разделу.....	45
2.	РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМОВ РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ КОНСТРУКЦИИ СТУПЕНЕЙ ПРИ РЕАЛИЗАЦИИ ТЕРМИНАЛЬНОГО МЕТОДА НАВЕДЕНИЯ С УЧЕТОМ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ВОЗМУЩАЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ.....	46
2.1.	Обоснование исходных данных и допущений при разработке алгоритмов расчета параметров движения конструкции ступеней.....	46
2.2.	Решение задачи прогнозирования дальности полета конструкции ступеней.....	50
2.3.	Расчет частных производных алгоритмов движения конструкции ступеней.....	60
2.4.	Разработка алгоритмов расчета параметров движения конструкции ступеней при реализации терминального метода наведения с учетом дополнительных возмущающих воздействий.....	63
	Выводы по разделу.....	69
3.	МОДЕЛЬ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ РАКЕТНОГО ДВИГАТЕЛЯ НА ТВЕРДОМ ТОПЛИВЕ НА ОСНОВЕ ИСКУССТВЕННОЙ НЕЙРОННОЙ СЕТИ.....	71
3.1.	Анализ функционирования твердотопливного двигателя с глубоким регулированием тяги.....	71
3.1.1.	Анализ внутрикамерных процессов в камере сгорания.....	71

3.1.2.	Математическая модель процессов в камере сгорания двигателя глубокого регулирования.....	73
3.1.3.	Математическая постановка задачи идентификации.....	74
3.2.	Исследование свойств двигателя с глубоким регулированием тяги...	76
3.2.1.	Исследование статических характеристик двигателя с глубоким регулированием тяги.....	77
3.2.2.	Исследование динамических характеристик двигателя с глубоким регулированием тяги.....	81
3.2.3.	Алгоритмическая компенсация нестационарных явлений процесса горения.....	87
3.3.	Задача управления процессом горения в условиях неопределённости	95
3.4.	Разработка модели идентификации параметров ракетного двигателя на твердом топливе на основе искусственной нейронной сети.....	100
3.4.1.	Теоретические предпосылки решения задачи идентификации в условиях неопределённости с помощью нейронных сетей.....	100
3.4.2.	Идентификация нестационарной скорости горения с помощью нейросетевых технологий.....	104
3.5.	Реализация процедуры идентификации параметров ракетного двигателя.....	104
3.6.	Алгоритмическая компенсация ошибки падения конструкции ступеней.....	111
	Выводы по разделу.....	117
	ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	119
	ПЕРЕЧЕНЬ СОКРАЩЕНИЙ.....	121
	СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	124
	ПРИЛОЖЕНИЕ А.	
	Алгоритмы расчета параметров движения конструкции ступеней.....	138
	ПРИЛОЖЕНИЕ Б. Модель движения ЛА.....	141

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время все больше внимания при применении ракет-носителей (РН) на твердом топливе уделяется вопросам экологической безопасности. Наиболее сложные и важные операции, к которым относится полет на участке выведения, могут приводить к ошибкам в достижении точек падения отделяющихся частей. Решение вопросов оптимизации траектории движения отработавших ступеней требует оперативности получения данных об объекте управления. Большинство существующих алгоритмов построения оптимальной траектории движения не учитывают возмущения, вызванные двигательной установкой летательного аппарата, что значительно ограничивает их применимость для решения целого ряда актуальных задач. Траектория, полученная при разбросе параметров двигательной установки и использовании существующих алгоритмов, рассматривающих стационарные процессы горения топлива, может оказаться далека от оптимальной. Возникает необходимость разработки алгоритмов и моделей, учитывающих дополнительные возмущающие воздействия, вызванные твердотопливным двигателем с глубоким регулированием тяги. При решении задачи поиска оптимальной траектории сброса ступеней, при реализации терминального метода выведения, возможно оптимальное расходование имеющихся ресурсов (времени, топлива) и тем самым, снижение стоимости полета.

**Актуальность темы исследования** определяется необходимостью решения научной задачи создания модели и алгоритмов системы управления ракет-носителей, оснащенных двигателями на твердом топливе с глубоким регулированием тяги, способной выводить на околоземную орбиту легкие спутники для решения научных и народно-хозяйственных задач. Поскольку, в подобных комплексах РН комплектуется готовыми ракетными блоками, то, как правило, начало летных испытаний и рабочей эксплуатации РКК задерживается в связи с отсутствием отработанной для данных целей системы управления (СУ). Именно СУ обычно подвергается наибольшим изменениям. Всегда требуется

создание нового бортового программного математического обеспечения (ПМО), необходимого для оптимизации траектории движения отработавших ступеней. Зачастую требуются конструктивные доработки, введение в состав СУ дополнительных или даже разработка новых алгоритмов. Все это осложняется тем, что создать СУ требуется в сжатые сроки. В этих условиях разработка комплексного подхода и создание универсальных решений чрезвычайно актуальна.

### **Степень разработанности темы исследования.**

Вопросам терминального наведения и идентификации параметров двигательной установки посвящено множество трудов. Широко известны научные работы крупных ученых: академика АН СССР Петрова Б.Н. [96], профессора Румянцева Г.Н. [76], профессора Бородовского В.Н. [31; 32], профессора Гаврилова В.С., доктора технических наук Дишеля В.Д. [46; 47; 48], доктора технических наук Жучковой Е.П. [15], лауреата государственной премии Красильщикова М.Н. [75; 76; 110], профессора Лысенко Л.Н. [85; 86], лауреата государственной премии Майбороды Л.А. [87; 117], лауреата государственной премии Миронова А.Н. [90; 91; 92], профессора Могилевского В.Д. [93], доктора технических наук Фомина И.В. [20]. Исследования в области систем управления летательных аппаратов проводятся в ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт: доцентом Веремеенко К.К. [34; 110], профессором Лебедевым Г.Н. [15; 105], профессором Рыбниковым С.И., доцентом Мулиным П.В.

Разработанный в последние годы совместно учеными Московского института теплотехники и Центра автоматики и приборостроения имени академика Н.А. Пилюгина, твердотопливный двигатель с глубоким регулированием тяги (ДГР), потребовал усовершенствования модели и алгоритмов терминального наведения ракеты-носителя с учетом дополнительных возмущений, вызванных разбросом параметров двигательной установки.

Анализу и разработке сформулированных вопросов посвящена данная диссертация.

**Объектом исследования** является СУ РН легкого класса на твердом топливе.

**Предметом исследования** являются модели и алгоритмы наведения ракеты-носителя легкого класса на твердом топливе.

**Целью диссертационной работы** является решение научно-технической задачи недопущения падения отработавших ступеней за границей отчуждения, за счет применения алгоритма идентификации параметров двигательной установки, при выведении космического аппарата (КА) на околоземную орбиту.

**Научная задача**, решаемая в рамках исследования, заключается в разработке моделей и алгоритмов терминального наведения ракеты-носителя с идентификацией параметров двигательной установки глубокого регулирования тяги с использованием нейронных сетей.

Для достижения поставленной цели в работе решаются **частные научно-технические задачи**:

1. Проанализированы существующие и возможные ракетно-космические комплексы легкого класса;
2. Разработана модель аналитического решения задачи терминального наведения ракеты-носителя с учетом дополнительных возмущающих воздействий;
3. Разработаны алгоритмы расчета параметров движения конструкции ступеней при реализации терминального метода наведения с учетом дополнительных возмущающих воздействий;
4. Проанализирована и решена задача недопущения падения отработавших ступеней за границей отчуждения;
5. Разработан модель идентификации параметров ракетного двигателя на твердом топливе с глубоким регулированием тяги на основе искусственной нейронной сети;
6. Разработан пакет универсальных имитационных программ обработки результатов движения космического аппарата и идентификации параметров двигательной установки.

**Научная новизна** диссертационной работы заключается в комплексном решении научной задачи создания программно-математического обеспечения системы управления для ракетно-космических систем легкого класса, зачастую не имеющих аналогов в мировой практике. При этом впервые получены следующие **научные результаты:**

разработана модель аналитического решения задачи терминального наведения ракеты-носителя с учетом дополнительных возмущающих воздействий;

разработаны алгоритмы расчета параметров движения конструкции ступеней при реализации терминального метода наведения с учетом дополнительных возмущающих воздействий;

разработана модель идентификации параметров ракетного двигателя на твердом топливе с глубоким регулированием тяги на основе искусственной нейронной сети.

**Теоретическая значимость** работы состоит в разработке моделей и алгоритма, которые по имеющимся значениям вектора фазовых координат, позволяют найти новые значения угла тангажа, связанные с разбросом параметров двигательной установки (ДУ), обеспечивающие минимизацию ошибки падения отработавших ступеней.

**Практическая значимость** исследования заключается в том, что программные продукты, создаваемый на базе разработанных моделей и алгоритмов, обеспечивают как решение задач терминального наведения, так и позволяют комплексно решать задачи отладки ПМО и его данных на пуск и автоматический контроль состояния аппаратуры СУ ракеты.

Диссертационная работа является научно-обоснованной базой для создания пакета прикладных исследовательских программ и методик, используемых в разработках систем управления РН, а также содержит в себе ряд универсальных технических решений и рекомендаций, что позволило реализовать комплекс алгоритмов наведения РН и отработки бортового программно-методического обеспечения СУ РН легкого класса.

### **Методология и методы исследования.**

Методологической основой исследования являются теория систем, системный и процессный анализ, динамика полета, теория нейронных сетей, управления и математического моделирования.

В ходе написания работы были использованы общенаучные, специальные и экспериментальные методы исследования (анализ, синтез, индукция, дедукция, аналогия, восхождение от абстрактного к конкретному и наоборот, логический, сравнительный, системный и процессный анализ, моделирование).

В качестве инструментальных средств использовались программные средства РТС Mathcad 15, MATLAB.

### **Положения, выносимые на защиту**

1. Модель аналитического решения задачи терминального наведения ракеты-носителя с учетом дополнительных возмущающих воздействий.
2. Алгоритмы расчета параметров движения конструкции ступеней при реализации терминального метода наведения с учетом дополнительных возмущающих воздействий.
3. Модель идентификации параметров ракетного двигателя на твердом топливе с глубоким регулированием тяги на основе искусственной нейронной сети.

### **Степень достоверности и апробация результатов**

Достоверность полученных результатов подтверждается корректным использованием апробированного математического аппарата теории управления, непротиворечивостью результатов моделирования, полученных на основе известных и разработанных моделей и алгоритмов.

Апробация и внедрение результатов диссертационной работы:

1. Основные результаты исследований докладывались и обсуждались на кафедре систем автоматического и интеллектуального управления МАИ, заседаниях секции НТС в ФГУП «НПЦ АП», ВА РВСН, докладывались и обсуждались на международных и всероссийских научно-технических конференциях и семинарах: XI Международной конференции лауреатов

Нобелевских премий, международных аэрокосмических конгрессах, посвященных памяти Ю.Гагарина и академических чтениях памяти С.П.Королева по космонавтике.

2. Результаты исследования опубликованы в научных изданиях «Труды ФГУП «НПЦАП», 2019 г., «Труды ФГУП «НПЦАП», 2020 г., «Journal of Physics: Conference Series (JPCS)», 2019 г., «Труды МАИ», 2020 г.

3. Научно-технические результаты, изложенные в статьях и разработанных отчетах и методиках, используются в учебном процессе студентов старших курсов технических ВУЗов при прохождении ими стажировки, практики и дипломного проектирования, в учебном процессе МАИ, ВА РВСН им. Петра Великого, основные результаты также были использованы в ходе занятий автора диссертации для студентов Московского авиационного института.

Результаты работы вошли в состав 19 научных трудов, из которых 3 статьи опубликованы в научных изданиях, рекомендуемых ВАК Минобрнауки РФ, и 1 статья опубликована в научном издании, входящем в международные реферативные базы данных и системы цитирования Scopus и Web of Science).

Диссертационная работа состоит из введения, трех глав и заключения общим количеством 120 печатных страниц, 12 таблиц и 35 рисунков.

Работа выполнена в рамках приоритетных направлений развития научной деятельности Московского авиационного института.

# 1. РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ АНАЛИТИЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ТЕРМИНАЛЬНОГО НАВЕДЕНИЯ РАКЕТЫ-НОСИТЕЛЯ С УЧЕТОМ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ВОЗМУЩАЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

## 1.1. Сравнительный анализ и классификация вариантов конструирования ракет-носителей ракетно-космических комплексов легкого класса

При создании СУ РН для минимизации стоимости и сроков работ необходимы использование существующей аппаратуры и программного обеспечения, минимальные доработки частей приборного состава ПМО и разработка нового ПМО с использованием научного задела, созданного при разработке СУ боевых ракет и РКК. С учетом этого, существующие [96; 33; 111; 112], разрабатываемые и предполагаемые РКК конверсионного ряда можно разделить на четыре класса:

1. РКК первого класса разрабатываются на основе баллистических ракет боевого назначения, энергетические возможности которых достаточны для выполнения поставленной задачи ПУ. Такими задачами могут быть как выведение полезных нагрузок (ПН) на различные орбиты искусственных спутников Земли, так и решение геодезических, технологических и научно-исследовательских задач при полете по баллистическим траекториям. Проведенные расчетно-исследовательские работы показывают, что с помощью РН можно выводить спутники с массой до 2000 кг на орбиты в широком диапазоне углов наклонов орбит и трасс запусков. При создании СУ подобных РКК основной объем работ приходится на решение задачи выведения и ряда дополнительных программно-алгоритмических задач в зависимости от целей запусков.

2. В настоящее время существует достаточное количество легких баллистических ракет с массой до 100 т, оснащенных твердотопливными двигателями. Привлекательно использование таких ракет в рамках конверсии военной техники, поскольку носители на их основе в 2–3 раза дешевле по сравнению с вновь разрабатываемыми РН за счет высокой степени заимствования существующих систем и агрегатов. Помимо этого, есть много технических

преимуществ по сравнению с широко используемыми в настоящее время жидкостными ракетами: высокая надежность и безаварийность, отсутствие потребности в специальном космодроме со сложным технологическим оборудованием, высокая степень готовности к пуску, экологическая безопасность. Ключевым недостатком РКК второго класса является ограниченность энергетических возможностей. Решение этой проблемы заключается в создании составных ракет по типу так называемых «ракетных» поездов Циолковского. Наиболее ярким представителем этого класса являются транспортальные ракетные комплексы (РК) семейства «СТАРТ». При создании СУ РКК этого класса необходимо как производить ряд аппаратных доработок, в частности по взаимодействию с дополнительными рулевыми приводами, введению новых измерительных приборов, например датчиков угловых скоростей, так и решать новые задачи в управлении, прежде всего не имеющая аналогов сложнейшая задача стабилизации пятиступенчатой составной ракеты, составленной из ракетных модулей, изначально разработанных для ракет другого класса, и задача наведения.

3. В третий класс предполагаемой классификации называемой ракетно-космические связки, объединены комплексы-связки типа “ракета-носитель + разгонный блок”, например для выведения на орбиты, и связки типа «Энергия-Буран», предназначенные для запусков орбитальных кораблей [30; 108]. Объединяет их наличие двух различных систем управления - «нижней», на ракете-носителе, и «верхней», на разгонном блоке или на орбитальном корабле. Помимо традиционных задач, решаемых «нижней» и «верхней» системами, здесь появляется проблема взаимодействия систем. Как правило, создание системы прицеливания для «верхней» СУ технически очень сложно, при этом практически невозможно обеспечить требуемую точность. В связи с тем, что «верхняя» СУ расположена, обычно, на качающемся основании, при выставке ГСП «верхней» СУ трудно обеспечить приемлемую точность. Поэтому для решения этих проблем разработаны методы аналитического приведения ГСП и аналитической синхронизации БЦВМ «верхней» и «нижней» СУ.

4. Отдельный класс составляют аэрокосмические комплексы. Идея создания таких комплексов чрезвычайно заманчива вследствие целого ряда преимуществ:

- самолет-носитель играет роль ступени многократного использования;
- старт ракеты-носителя с высоты полета 10-11км при скорости движения 180–240 м/с дает большой выигрыш в энергетике;
- возможность старта в любой точке над поверхностью земного шара дает дополнительный энергетический выигрыш при старте, например, с экватора, решает проблему районов падения ступеней и отделяемых элементов и упрощает выведение практически на любые траектории.

Однако, помимо конструктивных проблем, появляются новые проблемы для системы управления, главные из них:

- необходимость точного знания вектора состояния в момент старта ракеты (либо уточнение его в полете);
- проблема точной выставки платформы с чувствительными элементами СУ (обычно это гиростабилизированная платформа);
- проблема стабилизации ракеты в момент отделения от самолета-носителя и запуска ДУ первой ступени.

В настоящее время в нашей стране разработано несколько проектов таких комплексов, например, ракетно-космический комплекс «Аэрокосмос» с 4-ступенчатой ракетой «Штиль-3А», стартующий с переоборудованных серийных самолетов ИЛ-76МФ. Также разработан проект аэрокосмического комплекса с ракетой массы около 90т и с самолетом-носителем АН-124-Руслан. Этот комплекс позволит запускать полезные нагрузки на различные орбиты, включая круговые, эллиптические и отлетные. В частности, на низкие круговые орбиты с помощью данного РКК можно будет запускать полезные нагрузки до 3000 кг. В качестве основного способа решения проблемы выставки и уточнения результатов полетной навигации для комплексов этого класса предлагается использование спутниковой радионавигационной системы.

## 1.2. Анализ задач, решаемых при создании системы управления ракеты-носителя легкого класса

Для успешного решения проблемы создания СУ РКК легкого класса необходимо сформулировать содержание задачи, возникающей при разработке ракетных комплексов, произвести декомпозицию задачи, в соответствии с декомпозицией поставить и решить частные задачи, возникающие при создании СУ РКК легкого класса, разработать общую схему отработки бортового ПМО.[3-13]

На основе анализа и классификации, проведенной декомпозиции, выделяются следующие основные задачи:

- комплексное решение проблемы обеспечения точности, для чего необходимо сформулировать задачу в наиболее общем виде, разработать модели погрешностей СУ, произвести обоснованную декомпозицию, решить частные задачи оптимизации взаимного расположения чувствительных элементов, оптимизации выставки блока ЧЭ в полете;

- сформулировать критерий оптимальности траекторий выведения, разработать соответствующую модель и произвести выбор оптимальной траектории движения отработавших ступеней;

- оптимизировать циклограмму проведения калибровочных (точностных) операций при предстартовой подготовке, разработать необходимый математический аппарат для решения упомянутых многопараметрических оптимизационных задач;

- разработать высокоточные методы автономной навигации в полете с учетом реализации их в разработанных и обладающих относительно ограниченными ресурсами бортовых вычислительных машинах;

- решить задачу управления движением вокруг центра масс для принципиально новых объектов – РН с большим относительным удлинением;

- решить задачу адаптации методов терминального наведения, разработанных для СУ межконтинентальных баллистических ракет (МБР), для решения задач наведения в СУ РН РКК, характеризующихся усложнением краевой задачи и увеличением количества параметров наведения;

- разработать технологию отладки и отработки бортового ПМО.

### 1.3. Решение задачи терминального наведения при выведении космического аппарата на требуемую орбиту

Ракетно-космические комплексы «СТАРТ» представлены двумя (4 и 5 ступенчатыми) носителями, составленными из набора ступеней МБР «Тополь» и легкой МБР «Курьер». Четырехступенчатый носитель укомплектован доводочной ступенью. Для пятиступенчатого носителя возможны два варианта: вариант 1 – комплектация носителя доводочной ступенью с легкой полезной нагрузкой до 460 кг; вариант 2 - комплектация носителя без доводочной ступени, функция доводочной ступени возлагается на энергетическую установку космического аппарата (КА), вес полезной нагрузки до 850 кг. Схемы РН приведены на Рисунке 1.1.



были отработаны и с успехом реализованы в НПЦ АП имени академика Н. А. Пилюгина при создании систем управления целого ряда баллистических ракет стратегического назначения [6; 7]. Такой подход позволил не только выполнить с высокой точностью все требования по наведению РН «СТАРТ», но и разработать алгоритмы и программы контура наведения в короткие сроки и с минимальными трудозатратами.

Возможность использования при создании СУ РН «СТАРТ» методов терминального наведения, которые применяются при разработке систем наведения баллистических ракет, является следствием того, что эти методы основаны на прямом прогнозе параметров конечного состояния и в этом смысле являются универсальными. Вместе с тем особенности конструктивной схемы РН «СТАРТ» и иные, по сравнению с баллистическими ракетами, решаемые этим носителем задачи, потребовали существенных изменений алгоритмов и программ контура наведения.

Решение задачи наведения иллюстрируется для четырехступенчатого носителя с доводочной ступенью.

Терминальное наведение РН «СТАРТ» осуществляется на участках полета двух верхних ступеней носителя, на участке паузы перед включением ДУ последней ступени носителя и на участке полета доводочной ступени. На участке полета первой и второй ступеней носителя, движение которых проходит в плотных слоях атмосферы, наведение заключается в формировании программных значений углов тангажа и рыскания. Для пятиступенчатого носителя это распространяется и на третью ступень.

Задача терминального наведения заключается в определении таких значений параметров управления, реализация которых в контуре управления обеспечит требуемые значения регулируемых параметров движения на момент отделения КА. При этом состав регулируемых параметров и состав параметров управления зависит от участка полета. Терминальное наведение должно обеспечить заданную точность при действии относительно больших возмущений

по параметрам движения центра масс РН, что обусловлено, главным образом, разбросом характеристик ДУ и отсутствием регулирования тяги двигателей.

Ракета-носитель «СТАРТ» предназначена для вывода космических аппаратов на круговые орбиты. При этом требуется обеспечить не только заданное расположение и форму орбиты, но и заданное положение космического аппарата на орбите.

Известно, что положение орбиты в пространстве, ее размеры и форма полностью определяются 6 величинами, в качестве которых в небесной механике используются кеплеровские элементы. Однако применительно к задаче наведения РН «СТАРТ» удобно определить требуемую орбиту номинальными значениями  $t_n$ ,  $V_n(t_n)$ ,  $R_n(t_n)$  кинематических параметров воображаемой, целевой точки, которая движется по целевой орбите. При этом способе определения целевой орбиты задача вывода КА в определенную точку сводится к задаче встречи КА и целевой точки.

Терминальное наведение РН «СТАРТ» представляет собой итеративную процедуру решения краевой задачи, основанную на прямом прогнозе параметров конечного состояния и линейной коррекции параметров управления.

В качестве регулируемых параметров конечного состояния (краевых условий терминального наведения) принимаются составляющие вектора скорости  $V_k$  и радиус-вектора  $R_k$  на прогнозируемый момент  $t_k$  отделения КА.

При разработке алгоритмов наведения РН «СТАРТ» используется вариант определения требуемых значений  $V_m$  и  $R_m$  регулируемых параметров конечного состояния.

Этот вариант предусматривал определять значения  $V_m$  и  $R_m$  краевых условий как значения кинематических параметров целевой точки на момент  $t_k$

$$V_m = V_n(t_k), \quad (1.1)$$

$$R_m = R_n(t_k). \quad (1.2)$$

При этом на всех участках полета с терминальным наведением требуется иметь 6 параметров управления для регулирования 6 краевых условий, что противоречит конструктивным особенностям и схеме полета РН «СТАРТ».

Второй вариант определения требуемых значений  $V_m$  и  $R_m$  регулируемых параметров конечного состояния базировался на идее разделения полной 6-параметрической задачи наведения на три "независимые" друг от друга краевые задачи:

- краевая задача по скорости (3 параметра),
- краевая задача по высоте (1 параметр),
- краевая задача по дальности и боковому отклонению (2 параметра).

Эти три краевые задачи являются независимыми в том смысле, что поправки к соответствующим параметрам управления определяются решением трех независимых друг от друга систем линейных уравнений. Однако, по существу, эти три задачи наведения связаны друг с другом и результаты их решения в определенной степени влияют друг на друга. Это определяется не только тем, что управление осуществляется единым объектом, но и принятой организацией алгоритма наведения, при котором частные краевые задачи "вложены" одна в другую: краевая задача по скорости вложена в задачу по высоте, которая в свою очередь вложена в задачу наведения по дальности и боковому направлению.

Для расширения возможностей ракеты «Старт» предлагается на последних ступенях использовать твердотопливный двигатель с глубоким регулированием тяги (ДГР), который требует усовершенствования модели и алгоритмов терминального наведения с учетом дополнительных возмущений, вызванных разбросом параметров двигательной установки. Идентификация возмущений должна лечь в основу алгоритма коррекции угла тангажа при отделении отработавших ступеней.

Алгоритм терминального наведения ракеты «Старт» базируются на прямом прогнозе из текущей точки траектории кинематических параметров движения ракеты на момент отделения КА и предусматривают итеративное решение краевой задачи по сведению к нулю невязок регулируемых параметров орбиты КА. С учетом конструктивных особенностей и схемы полета ракеты состав регу-

лируемых параметров, является полным на участке полета 4-й ступени и не полным на участке движения в паузе между 4-й и 5-й ступенями и на участках движения 5-й ступени и доводочной ступени.

Поэтому для оценки методической погрешности наведения выделим следующие три группы факторов:

- погрешность определения прогнозируемых параметров движения на момент отделения КА (погрешность определения значений регулируемых параметров),
- погрешность решения краевой задачи,
- вариации параметров орбиты КА, которые не регулируются на данном участке полета, за счет разброса характеристик ракеты и динамических погрешностей отработки терминального (командного) вектора кажущейся скорости.

Рассмотрим более подробно каждую группу Факторов, влияющих на погрешность выведения КА ракетой «Старт».

Погрешность описанного в предыдущих разделах алгоритма прогноза кинематических параметров движения на момент отделения КА имеет следующие основные составляющие:

- погрешность математической модели гравитационного поля Земли,
- погрешность метода численного интегрирования уравнений прогнозируемого движения ракеты,
- погрешность определения кажущегося пути при наборе заданного командного вектора кажущейся скорости,
- погрешность учета влияния гравитационного ускорения за счет принятой для прогноза схемы разделения движения в кажущихся и действительных параметрах,
- погрешность учета скорости горения топлива в ДГР.

С учетом принятых в алгоритмах навигации и наведения модели гравитационного поля Земли и методов интегрирования уравнений движения

ракеты при прогнозе активного участка полета влияние первых трех факторов не превышает 0.2 м/с по скорости и 0.1 км по координате.

Погрешность определения кажущегося пути и погрешность учета влияния гравитационного ускорения за счет разделения кажущегося и действительного движения пропорциональна длительности прогнозируемого активного участка полета. Поэтому влияние этих факторов наиболее критично при решении задачи наведения на 4-й ступени и в паузе до начала работы 5-й ступени, где требуется прогноз на всю длительность работы 5-й ступени и доводочной ступени. Влияние этой погрешности по координате вдоль направления движения не превысит 1,0 км, а влияние этой погрешности по скорости принципиально не значимо, так как компоненты скорости являются регулируемыми параметрами вплоть до отделения КА. Оказанная погрешность по продольной координате приводит к ошибке 0,2–0,4 км по радиусу и 0,8–1,0 км вдоль орбиты КА.

Погрешность решения краевой задачи обусловлена, главным образом., постоянно действующим в процессе динамических итераций возмущающим воздействием переменных начальных условий для прогноза активного участка полета, точнее, отличием фактических параметров движения от прогнозируемых. Это возмущающее воздействие ухудшает сходимость к нулю невязок регулируемых параметров и, по предварительным оценкам, составляет:

- по наклонению орбиты- 0.1 угл. минуты,
- по дальности - 0.5 км,
- по радиусу - 0.1 км,
- по составляющим скорости - 0.02 м/с.

Погрешности наведения, обусловленные рассмотренными выше двумя группами факторов, могут быть приняты одинаковыми для всех вариантов комплектации и типов траектории ракеты «Старт». Далее рассматриваются погрешности, влияние которых существенно зависит от характеристик опорной траектории выведения КА.

В связи с тем, что на участках полета 4-й ступени, паузы и 5-й ступени, и доводочной ступени состав регулируемых параметров различен, то естественно,

что действующие в полете возмущения вызывают вариации тех параметров орбиты, управление по которым на данном участке полета отсутствует. К числу таких параметров относятся:

- дальность и наклонение орбиты, а также модуль начального командного вектора кажущейся скорости 5-й ступени, - после завершения решения краевой задачи на 4-й ступени,
- высота (радиус) орбиты после включения ДУ 5-й ступени.

Основными возмущениями, которые вызывают нерегулируемые вариации дальности на момент отделения КА, являются:

- отклонение величины запаса характеристической скорости 4-й ступени  $\Delta W_{\text{зап4}}$ ;
- погрешность отработки требуемого терминального вектора кажущейся скорости 4-й ступени в продольном  $\Delta W_{T4X}$  и поперечном  $\Delta W_{T4Y}$  направлении,
- вариации секундного расхода топлива 4 и 5-й ступени  $\Delta \dot{G}_{4,5}$ ;
- отклонение величины запаса характеристической скорости  $\Delta W_{\text{зап}}$  и погрешность  $\Delta W_{T5X}$  отработки терминального вектора кажущейся скорости 5-й ступени (проявляется через изменение длительности работы доводочной ступени  $\Delta \tau_{dc}$  и, как следствие этого, вариацию кажущегося пути относительно расчетного значения; учитывается только для варианта комплектации ракеты доводочной ступенью).

Влияние этих возмущений зависит от параметров опорной траектории выведения (основные факторы: длительность паузы, угол тангажа в конце полета 4-й и 5-й ступеней, величина радиальной скорости в момент включения ДУ 5-й ступени, угловая дальность от точки старта до точки окончания работы 5-й ступени, величина набора скорости и время работы доводочной ступени) и поэтому от варианта комплектации и параметров орбиты КА.

Были получены оценки для следующих значений возмущающих факторов:

$$\Delta W_{\text{зап}4} = 1\% W_{\text{зап}4};$$

$$\Delta W_{\text{зап}5} = 1\% W_{\text{зап}5};$$

$$\Delta W_{T4X} = 10 \text{ м/с};$$

$$\Delta W_{T5X} = 10 \text{ м/с};$$

$$\Delta W_{T4Y} = \Delta W_{T4Z} = \Delta W_{T5Y} = 5 \text{ м/с};$$

$$\Delta \tau_{\text{дс}} = 100 \text{ с};$$

$$\Delta \dot{G}_{4,5} = 7\% \dot{G}_{4,5};$$

$$\Delta Y_5 = \Delta Z_5 = 0,2 \text{ км}.$$

Дополнительно в таблице приведена оценка вариаций  $\delta W_5$  величины требуемой характеристической скорости 5-й ступени, связанных с обработкой возмущений 4-й ступени на участке паузы и возмущений секундного расхода топлива 5-й ступени.

С учетом влияния возмущения по секундному расходу топлива ДУ 5-й ступени вариация скорости на момент окончания работы 5-й ступени составит 10 - 16 м/с для траектории  $H=700$  км и 17–26 м/с для траектории  $H=280$  км.

Результаты проведенных оценок показывают также, что вариации требуемой характеристической скорости 4-й ступени, связанные с обработкой возмущений 1-й, 2-й, 3-й ступеней при полном регулировании параметров орбиты КА на рассматриваемых траекториях находятся в диапазоне от 100 до 200 м/с.

1.4 Разработка модели аналитического решения задачи терминального наведения ракеты-носителя с учетом дополнительных возмущающих воздействий

1.4.1. Анализ исходных данных для задания требований к системе наведения ракеты-носителя

В качестве задачи исследуем выведение КА на низкую круговую орбиту искусственного спутника Земли.

Динамическая система представляет собой точку переменной массы (центр масс РН). Уравнение состояния имеет вид [15]

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dt}{dt} = 1; t(t_0) = t_0, \\ \frac{d\bar{R}}{dt} = \bar{V}; \bar{R}(t_0) = \bar{R}_0, \\ \frac{d\bar{V}}{dt} = \bar{W} + \bar{g}; \bar{V}(t_0) = \bar{V}_0, \\ \frac{dm}{dt} = \dot{m}; m(t_0) = m_0, \end{array} \right. \quad (1.3)$$

где  $t$  - время,  $\bar{R}$  - радиус-вектора положения центра масс в инерциальной геоцентрической декартовой системе координат (ИГДСК),  $\bar{V}$  - вектор скорости движения центра масс в ИГДСК,  $m$  - масса РН,  $t_0$  - время старта,  $\bar{R}_0$  - радиус-вектор положения РН на космодроме,  $\bar{V}_0$  - вектор начальной скорости, обусловленной вращением Земли,  $m_0$  - стартовая масса,  $\bar{W}$  - вектор ускорения негравитационной природы, являющийся результатом действия сил тяги РДТТ и аэродинамических сил (на атмосферной части траектории выведения),  $\bar{g}$  - вектор ускорения тяготения Земли. Обозначенная задача решается методом прямого градиента, следовательно, возможен учет основных гармоник, описывающих сложную модель Земли как притягивающего тела и детального влияния атмосферы (учет тяги РДТТ в воздухе, зависимости аэродинамических характеристик от высоты, числа Маха и пр.). Скорость  $\dot{m}$  изменения массы РН определяется с учетом расхода топлива на всех ступенях и сброса элементов конструкции РН.[15, 105]

Угол тангажа  $\vartheta(t)$  и (в общем случае) угол рысканья  $\psi(t)$  являются параметрами вектора-функции управления  $u(t)$  и оказывают влияние на вектор  $\bar{W}$  кажущегося ускорения, определяя вектор тяги  $\bar{P}(t)$ , угол атаки  $\alpha(t)$  и (в общем случае) угол скольжения  $\beta(t)$ [15].

В связи с тем, что выведение ПН осуществляется на низкие орбиты, берется максимальная величина тяги  $P$ .

Количество характерных точек траектории может быть различным, так как выведение осуществляется несколькими последними ступенями [15].

Рассмотрим выведение космического аппарата максимального веса на заданную круговую орбиту с помощью пятиступенчатой ракеты-носителя с добавлением важных условий, характеризующих отделение ступеней.

Характерные точки траектории определяют:

- первая характерная точка - момент  $t_1$  отделения четвертой ступени РН от третьей;

- вторая характерная точка - момент  $t_2$  разделения четвертой и пятой ступеней носителя;

- третья характерная точка - момент  $t_3$  окончания выведения КА.

Краевые условия для первой характерной точки:

$$q_{11} : L_1(\bar{R}_1, \bar{V}_1, t_1) = 0, \quad (1.4)$$

$$q_{12} : B_1(\bar{R}_1, \bar{V}_1, t_1) = 0, \quad (1.5)$$

$$q_{13} : q_1(\bar{R}_1, \bar{V}_1) - q_1^* \leq 0, \quad (1.6)$$

$$q_{14} : \alpha_1(\bar{R}_1, \bar{V}_1, \vartheta_1) = 0, \quad (1.7)$$

где  $L$  – дальность,  $B$  - боковое направление от центра области отчуждения (ОО), отведенной под остатки элементов конструкции третьей ступени, долетающих до Земли. Равенствам (1.4) и (1.5) соответствуют функционалы, зависящие от кинематических параметров движения  $\bar{R}_1, \bar{V}_1$ , времени  $t_1$  (с учетом вращения Земли).  $q$  - скоростной напор,  $q_1^* = 400 \text{ кгс} / \text{м}^2$ , равенство (1.6) характеризуется функционалом, зависящим от кинематических параметров  $\bar{R}_1, \bar{V}_1$ , определяющих значения плотности воздуха и модуль воздушной скорости носителя в точке разделения ступеней.  $\alpha_1$  - баллистический угол атаки в момент разделения ступеней (без учета ветра). Во второй характерной точке задается условие попадания остатков четвертой ступени в заданную ОО, так как разделение происходит в безвоздушном пространстве [15; 105]:

$$q_{21} : L_2(\bar{R}_2, \bar{V}_2, t_2) = 0, \quad (1.8)$$

$$q_{22} : B_2(\bar{R}_2, \bar{V}_2, t_2) = 0. \quad (1.9)$$

Условия окончания второго характерного участка соответствуют выжиганию топлива четвертой ступени.

В третьей характерной точке задается соответствие скорости  $V_3^*$  и скорости движения выводимого КА по круговой орбите заданной высоты:

$$\Phi_3 : V_3 - V_3^* = 0, \quad (1.10)$$

где  $V_3^* = 7,746 \text{ км/с}$ ,

а также дополняется характеристика круговой орбиты:

$$q_{31} : R_3 - R_3^* = 0, \quad (1.11)$$

$$q_{32} : (\bar{R}_3, \bar{V}_3) = 0, \quad (1.12)$$

где  $R_3^*$  - радиус заданной орбиты выведения.

Масса выводимой ПН подлежит максимизации эквивалентна максимизации массы в момент  $t_3$  и служит критерием качества процесса выведения.

$$J = m(t_3) = m_3. \quad (1.13)$$

Программы  $\vartheta(t)$  тангажа и  $\psi(t)$  рыскания являются компонентами вектора-функции управления  $u(t)$ .  $\vartheta(t)$  и  $\psi(t)$  описывают пространственную ориентацию вектора тяги РН. Время  $t$ , координаты  $\xi, \zeta, \eta$  положения центра масс и компоненты  $V_\xi, V_\eta, V_\zeta$  скорости вектора  $X$  в инерциальной геоцентрической системе координат (ИГСК), масса РН составляют параметры вектора состояния  $X$ . [15; 105]

Работа модели расчета траектории отклонений падения отделяемых частей ракеты-носителя задается алгоритмом, написанным на языке программирования Python, подобные модели уже существуют и лежат в основе различных алгоритмов [96]. Циклограмма полета ракеты-носителя «Старт», соответствующая модели, приведена на Рисунке 1.2.

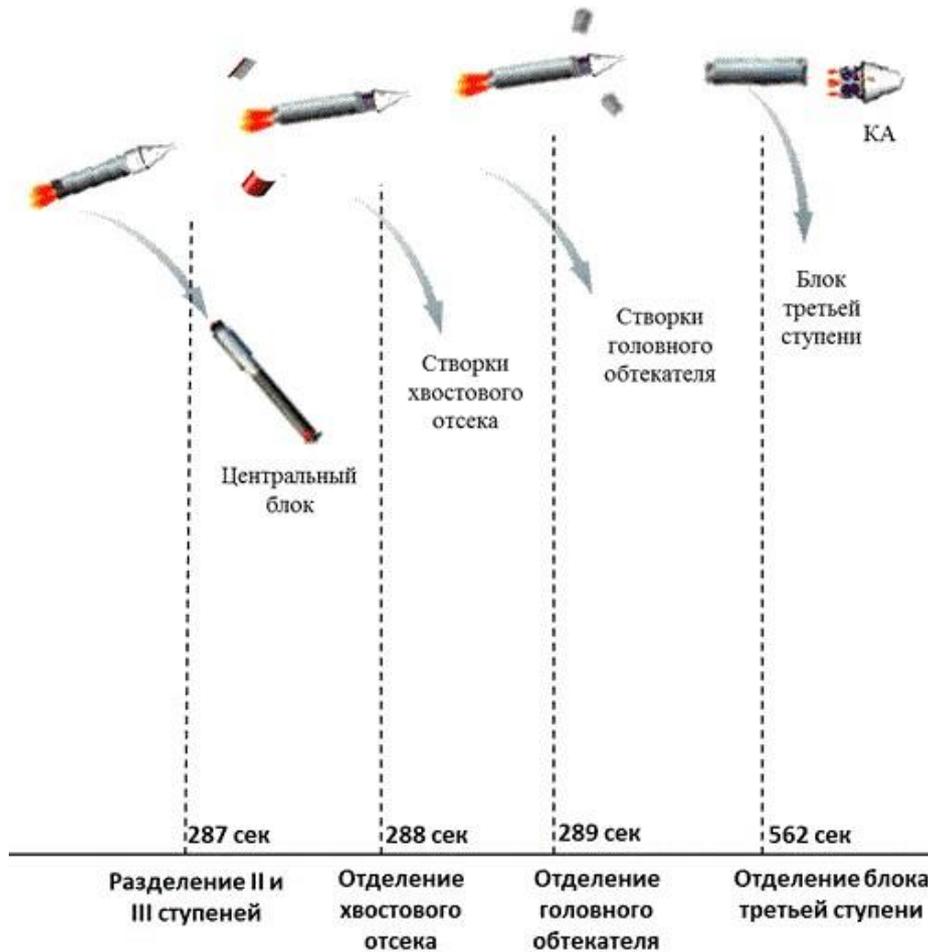


Рисунок 1.2 – Циклограмма полета РН «Старт»

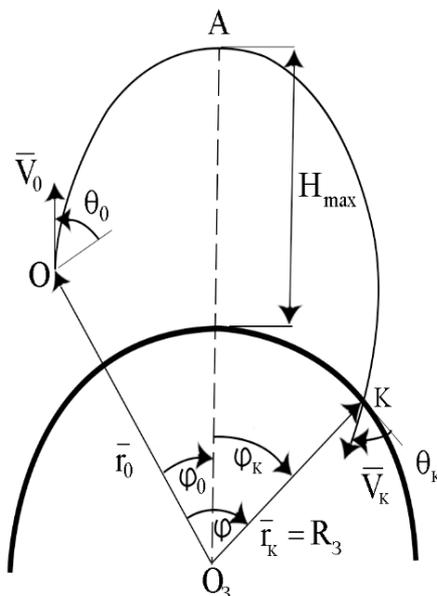


Рисунок 1.3 – Траектория движения РН «Старт» и ОЧ

Движение ракеты-носителя и отделяемой части описывается эллиптической траекторией движения, изображенной на Рисунке 1.3, где точка **O** – выбранная

произвольная точка на траектории движения, от которой начинается реализация терминального метода наведения, точка А – точка, в которой осуществляется сброс отработавшей ступени, жирной линией обозначена поверхность Земли.

$$v_k = \sqrt{\frac{\pi_0}{r_k} \left( 2 - \frac{r_k}{a} \right)} \quad (1.14)$$

$$\cos \theta_k = \frac{r_0 v_0}{r_k v_k} \cos \theta_0 \quad (1.15)$$

Затем с учетом (1.14), (1.15) определяем угол тангажа:

$$\operatorname{tg} \varphi_k = \frac{v_k \sin 2|\theta_k|}{1 - v_k \cos^2 \theta_k} \quad (1.16)$$

Максимальная высота рассчитывается по формуле

$$H_{\max} = r_A - R_3 \quad (1.17)$$

Для расчета продолжительности полета отделяемой части ракеты-носителя необходимо воспользоваться уравнениями Кеплера и Гаусса:

$$t_{DO} = \frac{T}{2\pi} (E - e \sin E) \quad (1.18)$$

$$\operatorname{tg} \frac{E}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} \quad (1.19)$$

Результаты расчетов приведены в Таблице 1.1, зоны падения отделяемых частей (ОЧ) ракеты-носителя представлены на Рисунке 1.4.



Рисунок 1.4 – Графическое отображение зон падения ОЧ

Таблица 1.1. Результаты расчета координат для ОЧ РН

№ ОЧ РН	Координаты падения	Время полета, с	Дальность, км	Направление ветра	Скорость ветра, м/с
1	55,71; 117,95	141,86	556	Юг	15,1
2	56,40; 117,02	146,38	828	Юг	13,4

Задача СУ РН – обеспечить вывод КА на заданную орбиту доводочной ступенью с легкой полезной нагрузкой (до 460 кг),

Опыт разработок и предварительно проведенные исследования показали следующее.

На участках полета первых трех ступеней носителя целесообразно использовать жесткое наведение с отработкой заранее выбранных программ углов тангажа и рыскания и функциональных команд.

На 4-й и 5-й ступенях носителя и доводочной ступени использовать терминальный метод наведения, основанный на решении краевой задачи с прогнозированием краевых условий путем интегрирования уравнений движения для определения вектора терминальной кажущейся скорости.

В основу терминального метода наведения положено разделение системы наведения на две части:

- блок формирования командной кажущейся скорости;
- блок коррекции терминальной кажущейся скорости.

Блок формирования командной кажущейся скорости построен по принципу: имея на входе вектор терминальной кажущейся скорости  $\overline{W}_T$  (которой характеризуется объект при выводе на орбиту) и вектор кажущейся скорости  $\overline{W}$  (текущая скорость), замеренный акселерометрами от момента старта, вычисляется вектор командной кажущейся скорости

$$\overline{W}_K = \overline{W}_T - \overline{W}, \quad (1.20)$$

которую осталось набрать к концу активного участка, чтобы в этот момент набранная кажущаяся скорость  $\overline{W}$  совпала с требуемой терминальной кажущейся

скоростью  $\overline{W}_T$ . Вектор  $\overline{W}_T$  (текущая кажущаяся скорость) - такой, что при наборе этой скорости выполняются краевые условия.

Задача блока коррекции состоит в следующем: определив текущие параметры движения и зная краевые условия, найти терминальную кажущуюся скорость  $\overline{W}_T$ . Для определения  $\overline{W}_T$  применяется итерационный процесс, включающий в себя следующие последовательно проводимые операции:

- определение текущих кинематических параметров движения;
- прогноз полета и определение невязок краевых условий;
- расчет производных краевых условий по компонентам вектора скорости;
- определение поправки  $\Delta\overline{W}_T$  и новой скорости  $\overline{W}_T$ , которую надо набрать к прогнозируемому моменту окончания работы ДУ ступени.

Используемые три составляющие вектора терминальной кажущейся скорости позволяют регулировать три краевых условия.

Начальное приближение терминального вектора  $\overline{W}_T$  вводится из ПЗ.

В процессе расчета используется итерационный процесс, названный динамической итерацией и отличающийся тем, что:

- каждая итерация проводится при новых параметрах движения, соответствующих реальному моменту начала итерации;
- вектор, задающий момент окончания прогноза активного полета, равен значению на текущий момент  $\overline{W}_k = \overline{W}_T - \overline{W}$ , где  $\overline{W}_T$  получен в предыдущей итерации.

В результате динамической итерации для получения очередного приближения  $\overline{W}_T$  достаточно одной итерации, причем итерации следуют одна за другой до момента отключения блока коррекции,

Значение  $\overline{W}_k$  используется для расчета направляющих косинусов командной ориентации тяги ДУ ступеней носителя или передается в систему управления доводочной ступени для его отработки, ориентация тяги либо

совпадает с ориентацией  $\overline{W}_k$ , либо отличается от него в плоскости тангажа на угол  $\alpha$ , определяемый по специальному алгоритму при целенаправленном выжигании избытка топлива для регулирования модуля  $\overline{W}_k$ .

Алгоритм идентификации параметров двигательной установки с глубоким регулированием тяги на основе обучения нейронной сети будет представлен отдельно.

Рассматриваемый метод терминального наведения имеет две особенности, которые осложняют его использование в СУ комплекса:

- регулирование не более трех краевых условий;
- упрощенный прогноз активного участка полета.

Возможность использования этого метода терминального наведения для РКК реализуется соответствующим выбором краевых условий, и специальной организацией расчетного процесса в блоке коррекции.

Разобьем задачу выведения на две составные части:

1. Получение модели аналитического решения определения параметров полета на основе терминального метода наведения с отработкой изменяемой программы угла тангажа.

2. Разработка модели терминального наведения на последних ступенях РН с учетом разброса параметров двигательной установки.

#### 1.4.2. Решение уравнений управляемого движения ракеты-носителя в аналитическом виде

Вернемся к условиям (1.4-1.9). Управление движением на этом участке выведения выполняется изменением угловой ориентации вектора  $\overline{P}$  по командам от системы управления. Для движения с регулируемой тягой дополнительным управляющим является изменения модуля  $|\overline{P}|$ .

Согласно исходным данным по РН двигательные установки 4-й и 5-й ступеней характеризуются относительно длительными участками набора и спада тяги; кроме того, и на маршевом участке величина тяги не является постоянной.

При этих условиях использование формул, приведенных выше, приводит к погрешности определения кажущегося пути до 5–6 км при прогнозе на полный интервал работы ступени. Естественно, что по мере приближения к моменту окончания работы ДУ ступени эта погрешность снижается практически до нуля. Однако, в процессе наведений 4-й ступени, где выполняется прогноз движения 5-й ступени на полный запас характеристической скорости, а также в начале наведения 5-й ступени, указанная погрешность в оценке кажущегося пути приводит к практически такой же погрешности определения дальности и погрешности определения высоты орбиты, величина которой зависит от ориентации продольной оси ступени относительно вектора орбитальной скорости. Допустимым способом компенсации этой погрешности является включение в состав ПЗ соответствующих поправок.

Для повышения точности определения кажущегося пути  $S$  и времени  $h_{ay}$  прорабатываются два способа.

1. Предусмотреть в составе ПЗ две дополнительные уставки  $S_1$ ,  $S_2$  которые определяют номинальное значение кажущегося пути на середину  $\tau_{ст}/2$  и конец  $\tau_{ст}$  работы данной ступени. Для прогноза до включения ДУ ступени используется непосредственно величина  $S_2$ , а для прогноза во время работы ступени в каждый момент времени  $t$  интерполяцией второго порядка определяется текущее номинальное значение кажущегося пути  $S_{ном}(t)$  и коэффициент  $K_{реж}$ , учитывающий режим работы ДУ:

$$S_{ном}(t) = f(S_1, S_2, \tau_{ст}, t); \quad (1.21)$$

$$K_{реж} = S(t) / S_{ном}(t); \quad (1.22)$$

где  $S(t)$  - фактически набранный путь, определяемый как:

$$S(t) = \int_0^t W_{X1} d\tau \quad (1.23)$$

После этого оставшийся путь определяется по формуле:

$$S_{ост} = K_{реж} \cdot S_2 - S(t); \quad (1.24)$$

$$h_{ay} = \frac{1}{K_{реж}} \cdot \tau_{ст} - t. \quad (1.25)$$

2. Использовать табличную зависимость  $S_{\text{таб}}(t)$  кажущегося пути от времени работы ДУ, определенную на этапе проектирования для какой-либо комплектации и соответствующего ей значения запаса характеристической скорости  $W_{\text{таб}}$  (количество узлов в таблице определяется необходимой точностью, последнее значение  $t_{\text{ст}}$  есть длительность работы ступени  $\tau_{\text{ст}}$ ). В полете, используя установку ПЗ  $W_{\text{зап}}$ , определяется коэффициент запаса характеристической скорости  $K_{\text{зап}}$ :

$$K_{\text{зап}} = W_{\text{зап}}/W_{\text{таб}} \quad (1.26)$$

Далее определяется  $S_{\text{ном}}(t)$  линейной интерполяцией  $S_{\text{таб}}(t_i)$  с учетом коэффициента  $K_{\text{зап}}$ :

$$S_{\text{ном}}(t) = K_{\text{зап}} \cdot S_{\text{таб}}(t), \quad (1.27)$$

затем определяется коэффициент режима  $K_{\text{реж}} = S(t)/S_{\text{ном}}(t)$  и искомые значения оставшегося кажущегося пути  $S_{\text{ост}}$  и времени работы ступени  $h_{\text{ау}}$ .

$$S_{\text{ост}} = K_{\text{реж}} \cdot K_{\text{зап}} \cdot S_{\text{таб}}(\tau_{\text{ст}}) - S(t); \quad (1.28)$$

$$h_{\text{ау}} = \frac{1}{K_{\text{реж}}} \cdot \tau_{\text{ст}} - t. \quad (1.29)$$

В обоих случаях предполагается, что реализовавшийся режим тяги сохраняется до конца работы ступени.

Описанный выше алгоритм позволяет достаточно точно прогнозировать прямолинейное в кажущихся параметрах движений ракеты. Однако при реализации алгоритма выжигания топлива форма траектории в кажущихся параметрах значительно отличается от прямолинейной. В этом случае предлагается при прогнозе активного участка аппроксимировать скорость горения топлива с использованием нейронной сети. Эта модель будет описана в третьей главе.

Сформулируем математическую постановку задачи исследования:

**Дано:**

1.  $\{TX_A\} = \{m, C_x, C_y, S_M, S_H\}$  – технические характеристики РН;
2.  $\{TX_{cy}\}$  – технические характеристики системы управления РН;

3.  $\{TX_{ij}\}$  – координаты точки падения отработавших ступеней;
4.  $\Delta R_i = \{\Delta L_i; \Delta B_i\}$  – параметры промаха,  
 Где  $\Delta R_i$  - множество значений отклонений по дальности;  
 $\Delta B_i$  - множество значений бокового отклонения.
5.  $\Delta L_{\partial}$ ,  $\Delta B_{\partial}$  - предельные значения параметров отклонения точки падения от прогнозной.

#### **Ограничения и допущения:**

1.  $\{DXPH\}$  – множество граничных значений динамических характеристик РН;
2.  $\Delta S_n \in [-0,1 \cdot S_n; 0,1 \cdot S_n]$  - множество значений массового-секундного расхода топлива ДУ;
3.  $\Delta B_i = 0$
4. Для описания движения:
  - РН принимается за материальную точку переменной массы;
  - управление движением РН принимается идеальным, поэтому для описания их движений достаточно дифференциальных уравнений движения центра масс РН;
  - модель Земли – сфера радиуса 6371 км, вращающаяся с постоянной угловой скоростью относительно своей оси;
  - гравитационное поле Земли – центральное, однородное;
  - атмосфера – стандартная.

#### **Критерий:**

$$\{\Delta R_i\} \rightarrow \min \wedge \Delta L_i \leq \Delta L_{\partial}$$

#### **Требуется:**

на основании исходных данных с учетом ограничений и допущений, и критерия разработать модель и алгоритмы, позволяющие минимизировать  $\{\Delta R_i\}$ .

В результате интегрирования уравнения управляемого движения определяются  $V$  – вектор абсолютной скорости и  $\bar{R}$  – радиус-вектор центра масс РН.

Указанные уравнения в общем случае могут быть проинтегрированы только численно. Однако представляет интерес рассмотрение некоторых модельных задач движения, сравнительно простых и допускающих аналогичное решение. Полученные конечные формулы позволяют лучше представить баллистическую картину полета РН и оценить влияние различных факторов, которые приводят к изменению конечных значений  $\overline{\vartheta}_R$  и  $\overline{R}_R$ . [106]

Траектория управляемого движения центра масс РН показана на Рисунке 1.5, где обозначены: плоскость пуска  $O\xi\eta$  инерциальной системы координат  $O\xi\eta\zeta$  с началом в центре Земли (точка  $O$ );  $C$  – точка старта. Для  $t_0$  – момента времени включения двигателя последней ступени РН – обозначены:  $\overline{\vartheta}(t_0) = \overline{\vartheta}_0$ ,  $\vartheta_\xi(t_0) = \vartheta_{\xi 0}$ ,  $\vartheta_\eta(t_0) = \vartheta_{\eta 0}$ ,  $\vartheta_\zeta(t_0) = \vartheta_{\zeta 0}$  – вектор абсолютной скорости центра масс РН и его проекции на оси  $O\xi$ ,  $O\eta$  и  $O\zeta$ ;  $\overline{R}(t_0) = \overline{R}_0$ ,  $\xi(t_0) = \xi_0$ ,  $\eta(t_0) = \eta_0$ ,

$\zeta(t_0) = \zeta_0$  – радиус-вектор центра масс РН и его проекции на оси  $O\xi$ ,  $O\eta$ , и ;  $h(t_0) = h_0$  – высота точки включения двигателя последней ступени РН над поверхностью Земли  $R_0 = R_3 + h_0$ , где  $R_3$  – радиус Земли;  $\Phi(t_0)$  – угловая дальность полета РН до включения двигателя последней ступени;

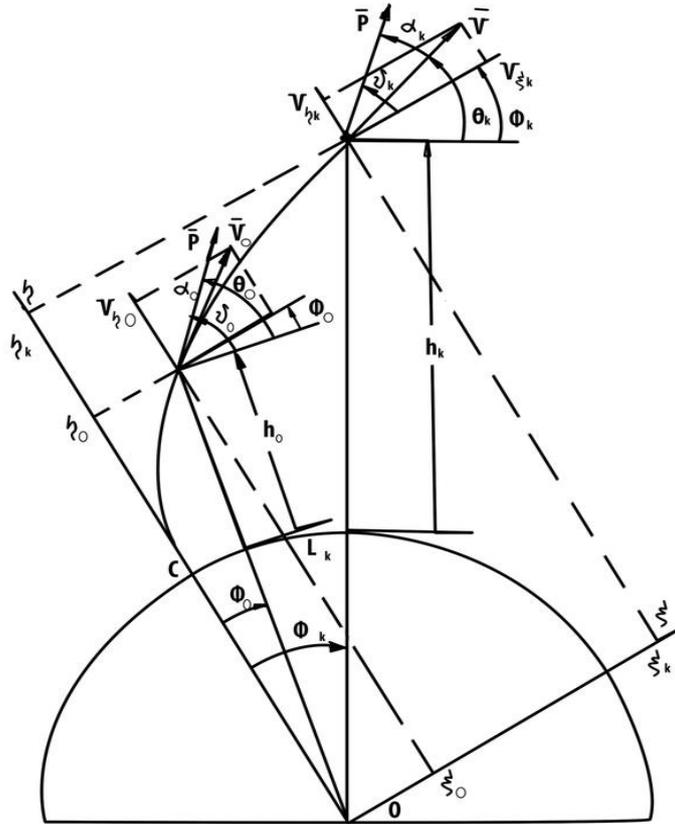


Рисунок 1.5 – Траектория движения РН

$\bar{g}(t_0) = \bar{g}_0$  - вектор ускорения силы притяжения в точке  $R_0$ ;

$\vartheta(t_0) = \vartheta_0$  - угол тангажа;  $\theta(t_0) = \theta_0$  - угол наклона вектора скорости к местному горизонту (угол наклона траектории),  $\alpha(t_0) = \alpha_0 = \vartheta_0 - (\theta_0 - \varphi_0)$  - угол атаки; аналогично для  $t_k$  - момент времени окончания управления (выключения двигателя последней ступени или отделения элемента конструкции РН) - обозначены:

$$\bar{v}(t_k) = \bar{v}_k, v_{\xi}(t_k) = v_{\xi k}, v_{\eta}(t_k) = v_{\eta k}, \bar{R}(t_k) = \bar{R}_k, \xi(t_k) = \xi_k; \quad (1.30)$$

$$\eta(t_k) = \eta_k, h(t_k) = h_k (R_k = R_3 + h_k), \varphi(t_k) = \varphi_k, \vartheta(t_k) = \vartheta_k; \quad (1.31)$$

$$\theta(t_k) = \theta_k, \quad (1.32)$$

$$\alpha(t_k) = \alpha_k; \quad (1.33)$$

$L_k$  - дальность управляемого (активного) участка траектории.

Для получения модели аналитического решения задачи терминального наведения применим упрощенную математическую модель движения при следующих допущениях.

1. Рассматривается математическая модель движения только последней ступени РН на интервале времени  $t_0 \dots t_k$  на внеатмосферном участке траектории. Результат управления движением от момента старта РН до  $t_0$  при работе двигателей предшествующих ступеней представляется в виде начальных значений параметров движения  $\bar{v}_0 (v_{\xi 0}, v_{\eta 0}), \bar{R}_0 (\xi_0, \eta_0), \vartheta_0$  и  $P$ . В дальнейшем для упрощения принимается  $t_0 = 0$  с.

2. Движение рассматривается только в плоскости пуска  $O\xi\eta$ .

3. На траектории полета последней ступени РН сила тяги двигателя

$$P = g \cdot P_{уд} \cdot \dot{m}, \quad (1.34)$$

где  $g$  - ускорение силы притяжения на поверхности Земли;  $P_{уд}$  - удельная тяга;  $\dot{m}$  - секундный расход массы топлива, принимается переменным.

4. Закон изменения массы принимается в виде

$$m(t) = m_0 - \dot{m}t; \quad (1.35)$$

$$S = \frac{\dot{m}}{m_0}; \quad (1.36)$$

$$m(t) = m_0(1 - \mu); \quad (1.37)$$

$$\mu = s \cdot t = \frac{\dot{m}t}{m_0}. \quad (1.38)$$

Параметр  $\frac{1}{s} = \frac{m_0}{\dot{m}}$  означает полное время работы двигателя, если вся начальная масса  $m_0$  состоит только из топлива.

Безразмерный коэффициент  $\mu$  обозначает отношение массы израсходованного к моменту времени  $t$  топлива ступени  $\dot{m}_t$  к ее начальной массе  $m_0$ . На момент времени  $t_k$  окончания управления этот коэффициент имеет вид

$$\mu_k = s \cdot t_k = \frac{mt_k}{m_0}. \quad (1.39)$$

Очевидно, что  $\frac{1}{s} > t_{k \max}$ . На интервале времени  $t_0 - t_k$ ,  $m_0$ ,  $s$ ,  $P$  и  $P_{уд}$  принимаются постоянными величинами.

5. Начальное значение высоты  $h_0$  выбирается такое, при котором влияние аэродинамической силы по сравнению с силами тяги и земного притяжения пренебрежимо мало. Это позволяет считать, что движение последней ступени РН проходит на внеатмосферном участке под действием только сил тяги и земного притяжения.

6. Ввиду относительно незначительной протяженности участка полета последней ступени РН на этом участке траектории модель гравитационного поля принимается в виде однородного плоскопараллельного поля. При этом считается, что ускорение силы притяжения не зависит от высоты и дальности полета и в каждой точке указанного участка траектории равно

$$\bar{g}_0 = -\frac{\pi_0}{R_0^2} \cdot \bar{R}_0 = -\frac{\pi_0}{R_0^3} \cdot \bar{R}_0, \quad (1.40)$$

где  $\pi_0 = f \cdot M_3$  - произведение гравитационной постоянной  $f$  на массу Земли  $M_3$ ;  $R_0$  - расстояние от центра Земли до центра масс РН в момент времени  $t_0$  включения двигателя последней ступени. Обычно принимается  $\pi_0 = 3,986004 \cdot 10^{14} \text{ м}^3/\text{с}^2$ .

7. Движение последней ступени РН рассматривается при переменном значении угла тангажа, которое меняется для минимизации ошибки координаты точки падения отработавшей ступени.

С учетом указанных допущений уравнения управляемого движения центра масс последней ступени РН в инерциальной системе координат представляются в виде

$$\ddot{\xi}(t) = \frac{P - \cos \vartheta_0}{m(t)} - g_{0\xi}, \quad (1.41)$$

$$\ddot{\eta}(t) = \frac{P \cdot \sin \vartheta_0}{m(t)} - g_{0\eta}, \quad (1.42)$$

где  $g_{0\xi} = g_0 \cdot \sin \varphi_0$ ,  $g_{0\eta} = g_0 \cdot \cos \varphi_0$

- начальные значения проекций вектора  $g_0$  на оси  $O\xi$  и  $O\eta$ .

С учетом приведенных соотношений уравнения преобразуются к виду

$$\ddot{\xi}(t) = \frac{g \cdot P_{yA} \cdot m}{m_0 - \dot{m}t} \cos \vartheta_0 - g_{0\xi}, \quad \ddot{\eta}(t) = \frac{g \cdot P_{yA} \cdot m}{m_0 - \dot{m}t} \sin \vartheta_0 - g_{0\eta}. \quad (1.43)$$

После интегрирования приведенных уравнений получается:

$$v_{\xi}(t) = v_{0\xi} + g \cdot P_{уд} \cdot \cos\vartheta_0 \int_0^t \frac{\dot{m}}{m_0 - \dot{m}\tau} d\tau - g_{0\xi}t; \quad (1.44)$$

$$v_{\eta}(t) = v_{0\eta} + g \cdot P_{уд} \cdot \sin\vartheta_0 \int_0^t \frac{\dot{m}}{m_0 - \dot{m}\tau} d\tau - g_{0\eta}t, \quad (1.45)$$

где  $v_{0\xi} = v_0 \cos(\theta_0 - \varphi_0) = v_0 \cos(\vartheta_0 - \alpha_0)$ ;

$v_{0\eta} = v_0 \sin(\theta_0 - \varphi_0) = v_0 \sin(\vartheta_0 - \alpha_0)$

- начальные значения проекций вектора  $\vec{v}_0$  на оси  $O\xi$  и  $O\eta$ .

Известно, что

$$\int_0^t \frac{\dot{m}}{m_0 - \dot{m}\tau} d\tau = \ln \frac{m_0}{m_0 - \dot{m}t} = \ln \frac{1}{1 - \frac{\dot{m}}{m_0}t} = -\ln(1 - st) = -\ln(1 - \mu). \quad (1.46)$$

Тогда после подстановки полученного соотношения в исходные уравнения имеем

$$v_{\xi}(t) = v_{0\xi} - g \cdot P_{уд} \cdot \cos\vartheta_0 \ln(1 - st) - g_{0\xi}t; \quad (1.47)$$

$$v_{\eta}(t) = v_{0\eta} - g \cdot P_{уд} \cdot \sin\vartheta_0 \ln(1 - st) - g_{0\eta}t. \quad (1.48)$$

После интегрирования указанных уравнений получается система:

$$\xi(t) = \xi_0 + v_{0\xi}t - g \cdot P_{уд} \cdot \cos\vartheta_0 \int_0^t \ln(1 - s\tau) \cdot d\tau - g_{0\xi} \frac{t^2}{2}; \quad (1.49)$$

$$\eta(t) = \eta_0 + v_{0\eta}t - g \cdot P_{уд} \cdot \sin\vartheta_0 \int_0^t \ln(1 - s\tau) \cdot d\tau - g_{0\eta} \frac{t^2}{2}, \quad (1.50)$$

где  $\xi_0 = R_0 \cdot \sin \varphi_0$ ,  $\eta_0 = R_0 \cdot \cos \varphi_0$  – начальные значения проекций вектора  $\vec{R}_0$  на оси  $O\xi$  и  $O\eta$ .

Известно, что

$$-\int_0^t \ln(1 - s\tau) \cdot d\tau = t \left( 1 + \frac{(1-st) \ln(1-st)}{st} \right). \quad (1.51)$$

После подстановки полученного соотношения в исходное уравнение имеем

$$\xi(t) = \xi_0 + v_{\xi_0}t + g \cdot P_{уд} \cdot \cos\vartheta_0 t \left( 1 + \frac{(1-st) \ln(1-st)}{st} \right) - g_{0\xi} \frac{t^2}{2}; \quad (1.52)$$

$$\eta(t) = \eta_0 + v_{\eta_0}t + g \cdot P_{уд} \cdot \sin\vartheta_0 t \left( 1 + \frac{(1-st) \ln(1-st)}{st} \right) - g_{0\eta} \frac{t^2}{2}. \quad (1.53)$$

Для упрощения записи вводятся функции

$$f_v(st) = f_r(\mu) = -\ln(1 - \mu); \quad (1.54)$$

$$f_R(st) = f_R(\mu) = 1 + \frac{(1-\mu) \ln(1-\mu)}{\mu}. \quad (1.55)$$

С учетом введенных функций полученные соотношения представляются в виде:

$$v_\xi(t) = v_0 \cos(\vartheta_0 - \alpha_0) + gP_{yd} \cdot \cos \vartheta_0 \cdot f_v(st) - t \cdot g_0 \cdot \sin \varphi_0; \quad (1.56)$$

$$v_\eta(t) = v_0 \sin(\vartheta_0 - \alpha_0) + gP_{yd} \cdot \sin \vartheta_0 \cdot f_v(st) - t \cdot g_0 \cdot \cos \varphi_0; \quad (1.57)$$

$$\xi(t) = \left( R_0 - g_0 \frac{t^2}{2} \right) \cdot \sin \varphi_0 + t \left( v_0 \cos(\vartheta_0 - \alpha_0) + gP_{yd} \cdot \cos \vartheta_0 \cdot f_k(st) \right); \quad (1.58)$$

$$\eta(t) = \left( R_0 - g_0 \frac{t^2}{2} \right) \cdot \cos \varphi_0 + t \left( v_0 \sin(\vartheta_0 - \alpha_0) + gP_{yd} \cdot \sin \vartheta_0 \cdot f_R(st) \right). \quad (1.59)$$

Если начальное значение угла атаки равно нулю ( $\alpha_0 = 0$ ), то приведенные соотношения упрощаются:

$$v_\xi(t) = \cos \vartheta_0 \left( v_0 + g \cdot P_{yd} f_v(st) \right) - t g_0 \sin \varphi_0; \quad (1.60)$$

$$v_\eta(t) = \sin \vartheta_0 \left( v_0 + g \cdot P_{yd} f_v(st) \right) - t g_0 \cos \varphi_0; \quad (1.61)$$

$$\xi(t) = \left( R_0 - g_0 \frac{t^2}{2} \right) \cdot \sin \varphi_0 + t \cos \vartheta_0 \left( v_0 + gP_{yd} f_R(st) \right); \quad (1.62)$$

$$\eta(t) = \left( R_0 - g_0 \frac{t^2}{2} \right) \cdot \cos \varphi_0 + t \sin \vartheta_0 \left( v_0 + gP_{yd} f_R(st) \right). \quad (1.63)$$

Конечные значения параметров движения  $\bar{v}_k, \bar{R}_k$  на момент времени  $t_k$  окончания действия управления (в конце активного участка траектории) представляются соотношениями:

$$v_{\varepsilon k} = \cos \vartheta_0 \left( v_0 + gP_{y\delta} f_v(\mu_k) \right) - t_k g_0 \sin \varphi_0; \quad (1.64)$$

$$v_{\eta k} = \sin \vartheta_0 \left( v_0 + gP_{y\delta} f_v(\mu_k) \right) - t_k g_0 \cos \varphi_0; \quad (1.65)$$

$$\xi_k = \left( R_0 - g_0 \frac{t_k^2}{2} \right) \sin \varphi_0 + t_k \cos \vartheta_0 \left( v_0 + gP_{y\delta} f_R(\mu) \right); \quad (1.66)$$

$$\eta_k = \left( R_0 - g_0 \frac{t_k^2}{2} \right) \cos \varphi_0 + t_k \sin \vartheta_0 \left( v_0 + gP_{y\delta} f_R(\mu) \right); \quad (1.67)$$

Структурно-функциональная схема алгоритмов наведения ракеты-носителя приведена на Рисунке 1.6.

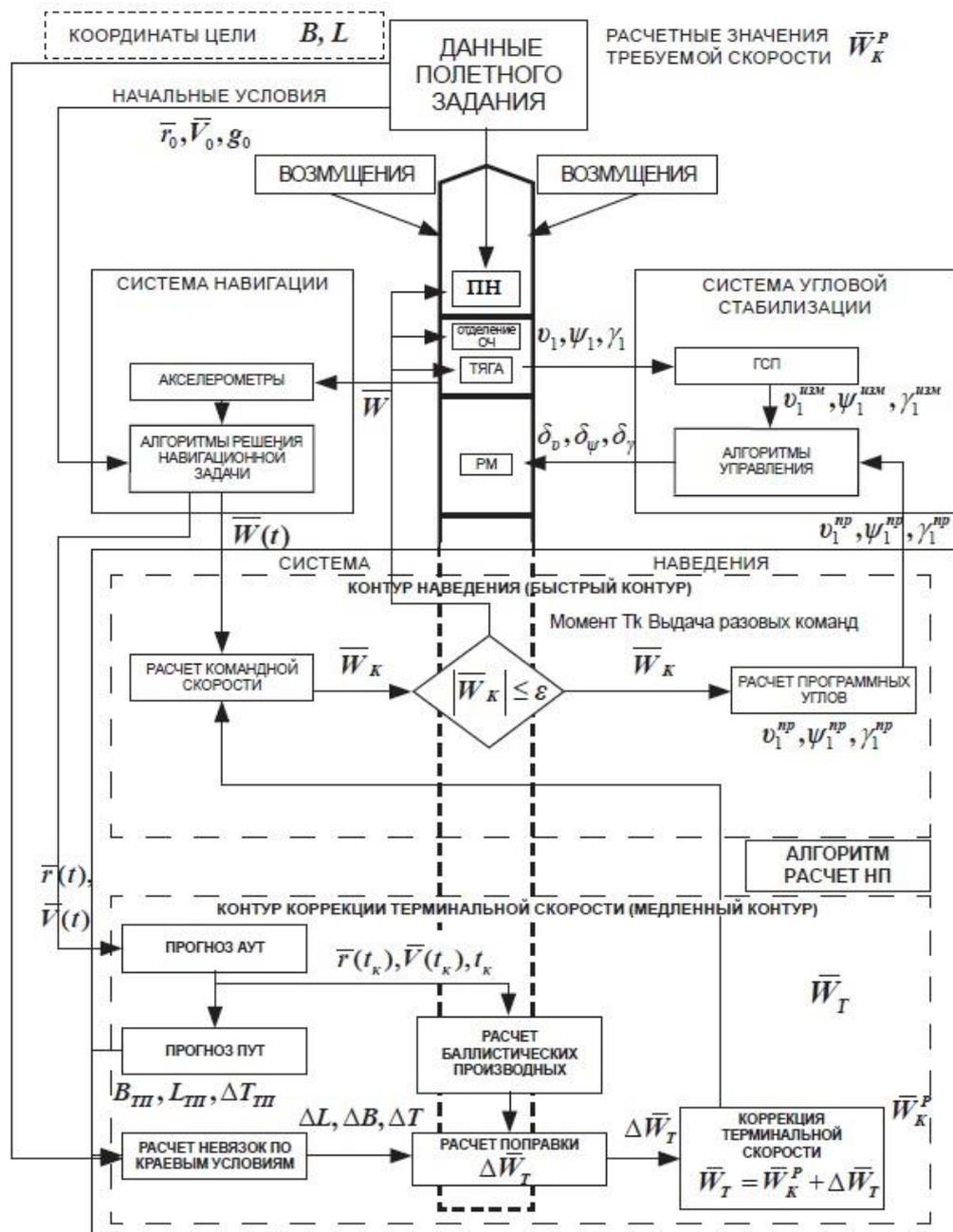


Рисунок 1.6 – Структурно-функциональная схема алгоритмов наведения РН

Значение функций  $f_v(\mu_k)$  и  $f_R(\mu_k)$  от  $\mu_k$  представлены в Таблице 1.2.

Для вычисления этих функций при произвольных значениях  $\mu = \mu_3 + \Delta\mu$  в диапазоне  $0 < \mu < 1$ , где  $\mu_3 > 0$  - некоторое предварительно заданное известное

значение  $\mu$ , используются представления указанных функций в ряд Тейлора в окрестности  $f_3(\mu_k)$  и  $f_R(\mu_k)$  по отношению  $\Delta\mu = \mu - \mu_3$  в виде:

$$f_v(\mu) = f_v(\mu_3 + \Delta\mu) = -\ln(1 - (\mu_3 + \Delta\mu)) = -\ln(1 - \mu_3) + \frac{\Delta\mu}{1 - \mu_3} + \frac{\Delta\mu^2}{2(1 - \mu_3)^2} + \frac{\Delta\mu^3}{3(1 - \mu_3)^3} + \dots + \frac{\Delta\mu^n}{n(1 - \mu_3)^n}. \quad (1.68)$$

$$\begin{aligned} f_R(\mu) = f_R(\mu_3 + \Delta\mu) &= \left(\frac{1}{\mu + \Delta\mu} - 1\right) \ln(1 - (\mu_3 + \Delta\mu)) + 1 = 11 + \left(\frac{1}{\mu_3} - 11 \ln(1 - \mu_3)\right) + \frac{\Delta\mu}{\mu_3} \left(-\frac{1}{\mu_3} \ln(1 - \mu_3) - 1\right) + \left(\frac{\Delta\mu}{\mu_3}\right)^2 \left(\frac{1}{\mu_3} \ln(1 - \mu_3) + \frac{2 - \mu_3}{2(1 - \mu_3)}\right) + \left(\frac{\Delta\mu}{\mu_3}\right) i - \\ &= \frac{1}{\mu_3} \ln(1 - \mu_3) - \frac{2\mu_3^2 - 9\mu_3 + 6}{6(1 - \mu_3)^2} + \dots = f_R(\mu_3) + \frac{\Delta\mu}{\mu_3} f_3(\mu_3) + \left(\frac{\Delta\mu}{\mu_3}\right)^2 \left(-f_3(\mu_3) + \frac{\mu_3}{2(1 - \mu_3)}\right) + \\ &\left(\frac{\Delta\mu}{\mu_3}\right)^3 \left(f_3(\mu_3) + \mu_3 \frac{4\mu_3 - 3}{6(1 - \mu_3)^2}\right) \end{aligned} \quad (1.69)$$

где  $f_R(\mu_3)$  – значение функции  $f_R(\mu)$  при заданном известном значении  $\mu_3$ ;  $f_3(\mu_3) = -\frac{1}{\mu_3} \ln(1 - \mu_3) - 1 = \frac{1}{\mu_3} f_v(\mu_3) - 1$ ;  $f_v(\mu_3)$  – ранее вычисленное значение функции  $f_v$  при заданном известном значении  $\mu_3$ ;  $\Delta\mu = \mu - \mu_3$  – отклонение  $\mu$  от заданного значения  $\mu_3$ .

Таблица 1.2 – Функции  $f_v(\mu_k)$  и  $f_R(\mu_k)$

$\mu_k$	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25
$f_v(\mu_k)$	$5,12933 \cdot 10^{-2}$	0,105361	0,152519	0,22314	0,287682
$f_R(\mu_k)$	$2,54273 \cdot 10^{-2}$	$5,17551 \cdot 10^{-2}$	$7,9059 \cdot 10^{-2}$	0,107424	0,135956
$\mu_k$	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
$f_v(\mu_k)$	0,356675	0,430783	0,510826	0,597837	0,693147
$f_R(\mu_k)$	0,167758	0,199975	0,233761	0,269310	0,306853
$\mu_k$	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75
$f_v(\mu_k)$	0,798508	0,916291	1,04982	1,20397	1,38629
$f_R(\mu_k)$	0,346675	0,389139	0,434712	0,484013	0,539703
$\mu_k$	0,80	0,85	0,90	0,95	0,99
$f_v(\mu_k)$	1,60944	1,89712	2,30259	2,99573	4,60517
$f_R(\mu_k)$	0,597640	0,665214	0,744157	0,842330	0,953483

В частном случае в качестве  $\mu_3$  может быть выбрано ближайшее значение  $\mu_k^*$  из приведенной Таблицы 1.2. Тогда соответственно из этой же таблицы

выбираются для заданного  $\mu_3 = \mu_k^*$ . Значения  $f_v(\mu_3) = f_v(\mu_k^*)$  и  $f_R(\mu_3) = f_R(\mu_k^*)$  и вычисляются  $f_3(\mu_3)$ . Приближенные значения могут быть представлены в виде аппроксимаций указанных функций в виде

$$f_v(\mu) \approx f_v(\mu_3) + \frac{\Delta\mu}{1-\mu_3} + \frac{\Delta\mu^2}{2(1-\mu_3)^2}; \quad (1.70)$$

$$f_R(\mu) \approx f_R(\mu_3) + \frac{\Delta\mu}{\mu_3} \cdot \frac{1}{u_3} f_v(\mu_3, -1) + \left(\frac{\Delta\mu}{\mu_3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{\mu_3} f_v(\mu_3) + \frac{2-\mu_3}{2(1-\mu_3)}\right). \quad (1.71)$$

Ошибки  $\Delta$  в вычислении функций  $f_v(\mu)$  и  $f_R(\mu)$  по этим формулам приближенно могут быть оценены старшими членами

$$\Delta f_v(\mu) \approx \frac{\Delta\mu_3}{3(1-\mu_3)^2} \quad (1.72)$$

и

$$\Delta f_R(\mu) \approx \left(\frac{\Delta\mu}{\mu_3}\right)^3 \left(\frac{1}{\mu_3} f_v(\mu_3) - \frac{2\mu_3^2 - g\mu_3 + 6}{6(1-\mu_3)^2}\right). \quad (1.73)$$

Таким образом, для определения значений  $\bar{v}_k$  и  $\bar{R}_k$  параметров центра масс РН в конце управляемого участка траектории необходимо иметь начальные значения параметров движения  $\bar{v}_0, \bar{R}_0, \ddot{\theta}_0, \vartheta_0, \varphi_0, \bar{g}_0$  в момент времени  $t_0$  включения двигателя последней ступени РН, характеристики  $gR_{y\delta}$ ,  $s = \frac{\dot{m}}{m_0}$  этой ступени для угла атаки  $\alpha_0 = 0$ .

Таблица 1.3 – Зависимость параметров движения РН

$L_k$ , км	$h_k$ , км	$\theta_k$ , град	$v_{k \min}$ , м/с
60	70	41,0	2810
135	110	38,5	4300
175	130	36,5	4925
220	150	34,5	5415
285	170	31,5	5987
380	200	27,3	6530
480	225	23,0	6915
590	250	19,0	7185

Результаты расчетов по определению требуемой минимальной скорости  $v_{k\ min}$  и угла  $\theta_k$  для различных значений дальности полета  $L$  с учетом ориентировочных значений  $h_k$  и  $L_k$ , характерных для различных траекторий, представлены в Таблице 1.3. В первом столбце Таблицы 1.3 указаны значения дальности  $L_k$  активного участка полета, во втором столбце высота  $h_k$  точки окончания действия управления, в третьем и четвертом – минимальное значение скорости  $v_{k\ min}$ , необходимые для достижения заданной дальности и соответствующее ей значение угла  $\theta_k$ .

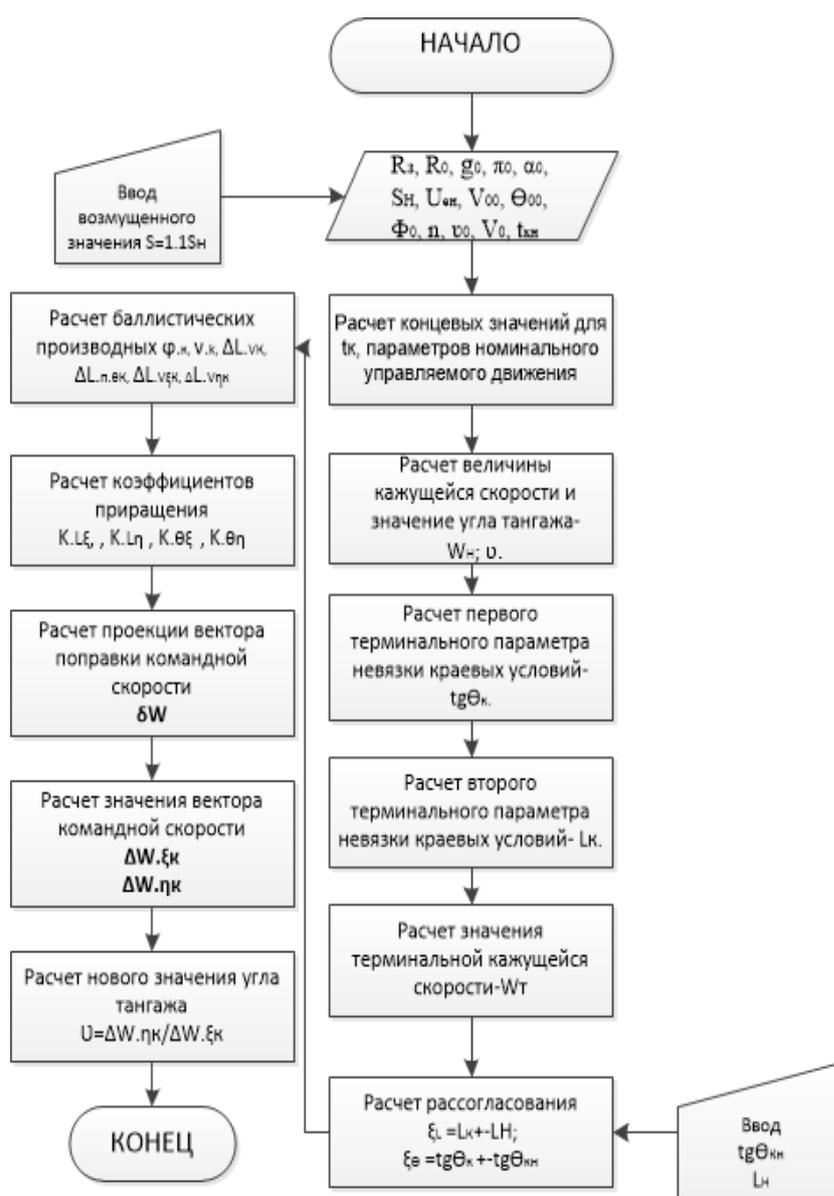


Рисунок 1.7 – Алгоритм расчета возмущенных параметров движения и невязок

На этапе проектирования системы наведения РКК предлагается проработка дополнительных и модификация изложенных выше алгоритмов с целью снижения методической погрешности наведения, исключения необходимости учета при расчете ПЗ систематических ошибок наведения, а также унификации системы наведения для пусков с различных точек старта и вывода КА на орбиты с достаточно широким диапазоном наклонений и высот [56; 57]. Предполагаемые доработки включают:

- изменение алгоритма прогноза активного участка полета в части способа расчета кажущегося пути,
- изменение краевых условий для регулирования ориентации плоскости орбиты,
- переход к прогнозу активного участка до момента отделения КА от ракеты-носителя.

В качестве краевых условий для регулирования ориентации плоскости орбиты предполагается использовать два угла: угол  $\varphi_v$  поворота плоскости вокруг направления скорости и угол поворота  $\varphi_R$  плоскости вокруг направления радиус-вектора на момент отделения КА. Система наведения должна регулировать значения этих углов на ноль, при этом угол  $\varphi_v$  может эффективно регулироваться только на 4-й ступени за счет коррекции терминального вектора  $\overline{W}_T$ , а угол  $\varphi_R$  - на всех участках терминального наведения за счет коррекции терминального вектора на момент отделения КА.

Переход к прогнозированию участка движения отработавших ступеней с учетом разброса параметров двигательной установки до момента отделения КА является естественным в рамках идеологии терминального наведения и исключает необходимость включения в состав ПЗ дополнительной уставки.

## Выводы по разделу

1. Предложен вариант наведения ракеты-носителя, который обеспечивает решение задачи вывода различной комплектации КА на круговые орбиты.
2. С целью уменьшения методических погрешностей наведения по высоте и угловой дальности целесообразно рассмотреть возможность дополнительных затрат энергетике на управление 4-й ступенью носителя, что может сделать твердотопливный двигатель с глубоким регулированием тяги.
3. Предлагаемая модель по управлению движением носителя и доводочной ступени может быть реализована в программах используемых для РКК БЦВМ.
4. Суммарная методическая, динамическая и инструментальная погрешность СУ обеспечивает выполнение требований по точности выведения КА на орбиту при оценке величины инструментальной погрешности в рамках математической модели чувствительных элементов СУ, разработанной применительно к баллистическим траекториям.
5. Для решения оптимальной задачи сброса отработавших ступеней была уточнена модель аналитического решения задачи терминального наведения ракеты-носителя с учетом дополнительных возмущающих воздействий, вызванных двигательной установкой на твердом топливе, и проведен анализ влияния погрешностей на ошибки выведения применительно к заданным траекториям ракеты.
6. Получены результаты расчетов по определению требуемой минимальной скорости и угла для различных значений дальности полета с учетом ориентировочных значений, указаны значения дальности активного участка полета, высоты точки окончания действия управления, минимальное значение скорости, необходимые для достижения заданной точности падения отработавших ступеней.

## 2. РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМОВ РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ КОНСТРУКЦИИ СТУПЕНЕЙ ПРИ РЕАЛИЗАЦИИ ТЕРМИНАЛЬНОГО МЕТОДА НАВЕДЕНИЯ С УЧЕТОМ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ВОЗМУЩАЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

### 2.1. Обоснование исходных данных и допущений при разработке алгоритмов расчета параметров движения конструкции ступеней

Вернемся к крайним условиям типа равенства (1.4) и (1.5), характеризующихся функционалами, зависящими от кинематических параметров движения  $\bar{R}_1, \bar{V}_1$  и времени  $t_1$  в момент отделения четвертой ступени от третьей (с учетом вращения Земли) [15]. Дальность участка свободного полета  $L_{\Pi}$  определяется по формуле  $L_{\Pi} = R_3 \cdot \Phi_{\Pi}$ .

На Рисунке 2.1 представлена траектория КС, где  $C$  – точка старта;  $R_3$  – радиус Земли;  $R_0, h_0, V_0, \theta_0$  – начальные (для предыдущей точки) значения радиуса, высоты, скорости, угла наклона траектории;  $\Phi_k$  – угловая дальность точки  $t_k$ ,  $\Phi_0$  – угловая дальность начальной точки  $t_0$ ;  $R_k; h_k; V_k; \theta_k$  – конечные значения радиуса, высоты, скорости, угла наклона траектории.

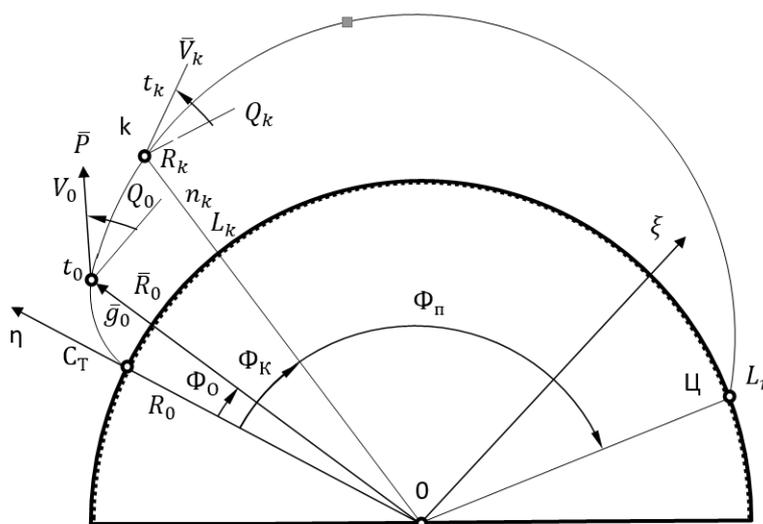


Рисунок 2.1 – Траектория движения КС

В рамках эллиптической теории существует в аналитическом виде зависимость  $\Phi_{\Pi}$  от значений  $V_K, \theta_K, R_K$  при условии принятия следующих допущений:

1. Движение КС на ПУТ рассматривается как движение материальной точки постоянной массы, расположенной в центре масс КС.
2. Движение рассматривается в плоскости пуска.
3. Поле тяготения Земли принимается в виде центрального (ньютоновского) поля.
4. Влияние аэродинамических сил не учитывается.

В этих допущениях уравнение движения центра масс КС представляется в виде

$$\ddot{\bar{R}} = -\frac{\pi_0}{R^3} \bar{R}, \text{ где } \pi_0 = 3,986004 \cdot 10^{14} \text{ м}^3/\text{с}^2.$$

Начальными условиями для решения этого уравнения являются значения параметров движения  $\bar{V}_K, \bar{R}_K$  в конце управляемого (активного) участка траектории соответствующей ступени.

В работах [105] показано, что при указанных условиях дальность пассивного участка траектории определяется соотношением

$$L_{\Pi} = 2R_3 \cdot \arctg \left[ \frac{\text{tg } \theta_K + \sqrt{\text{tg}^2 \theta_K + a(R_{\Pi}) \cdot b(R_{\Pi})}}{a(R_{\Pi})} \right], \quad (2.1)$$

где  $R_{\Pi}$  - заданный радиус точки  $n$  падения КС (окончания ПУТ), который как бы фиксирует сферу соответствующего радиуса.

Если требуется определить  $L_{\Pi}$  до точки падения КС на поверхность Земли, то следует принять  $R_{\Pi} = R_3$ . Тогда, принимая

$$\hat{h}_K = \frac{h_K}{R_3} \quad (2.2)$$

и

$$R_K = R_3 + h_K = R_3(1 + \hat{h}_K), \quad (2.3)$$

получаем:

$$L_{\Pi} = 2R_3 \cdot \arctg \left[ \frac{\operatorname{tg} \theta_K + \sqrt{\operatorname{tg}^2 \theta_K + \hat{h}_K x_K}}{x_K} \right], \quad (2.4)$$

где  $x_K = \frac{2\pi_0}{R_3} \cdot \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \theta_K}{(1 + \hat{h}_K)V_K^2} - (2 + \hat{h}_K)$ ,  $\pi_0 = 3,986004 \cdot 10^{14} \text{ м}^3/\text{с}^2$ ;  $V_K \text{ м/с}$ ;  $R_3 = 6,37111 \cdot 10^6 \text{ м}$ ;  $\frac{2\pi_0}{R_3} = 1,2512745 \cdot 10^8 \text{ м}^2/\text{с}^2$ .

Следует указать, что для правильного определения полной линейности дальности  $L = R_3 \cdot \Phi$  и дальности (2.4) пассивного участка траектории  $L_{\Pi} = R_3 \cdot \Phi_{\Pi}$ , где угловая дальность пассивного участка  $\Phi_{\Pi} = 2 \arctg \frac{\operatorname{tg} \theta_K + \sqrt{\operatorname{tg}^2 \theta_K + \hat{h}_K x_K}}{x_K}$ , угловые дальности  $\Phi$  и  $\Phi_{\Pi}$  необходимо вычислять радианах (1 радиан =  $57,29578^\circ$ ,  $1^\circ = 1,7453293 \cdot 10^{-2} \text{ рад}$ ).

Ранее были приведены результаты интегрирования уравнений управляемого движения КС. Концевые значения параметров движения  $V_{\xi K}$ ,  $V_{\eta K}$ ,  $\xi_K$ ,  $\eta_K$  активного (управляемого) участка траектории (они же являются начальными значениями для пассивного участка траектории) задаются в прямоугольной инерциальной системе координат  $O\xi\eta$  (рис.2.1), а для вычисления  $L_{\Pi}$  необходимы начальные значения  $V_K$ ,  $\theta_K$ ,  $\hat{h}_K$  в полярной системе координат. Из рис. 2.1 очевидны следующие формулы перехода:

$$V_K = \sqrt{V_{\xi K}^2 + V_{\eta K}^2}, \theta_K = \theta_{\xi K} + \Phi_K = \arctg \frac{V_{\eta K}}{V_{\xi K}} + \arctg \frac{\xi_K}{\eta_K}; \quad (2.5)$$

$$\operatorname{tg} \theta_{\xi K} = \frac{V_{\eta K}}{V_{\xi K}}, \operatorname{tg} \Phi_K = \frac{\xi_K}{\eta_K}; \quad (2.6)$$

$$\operatorname{tg} \theta_K \approx \operatorname{tg}(\theta_{\xi K} + \Phi_K) = \frac{\operatorname{tg} \theta_{\xi K} + \operatorname{tg} \Phi_K}{1 + \operatorname{tg} \theta_{\xi K} \cdot \operatorname{tg} \Phi_K} = \frac{\xi_K \cdot V_{\xi K} + \eta_K \cdot V_{\eta K}}{\eta_K V_{\xi K} - \xi_K V_{\eta K}}; \quad (2.7)$$

$$\hat{h}_K = \frac{h_K}{R_3} = \frac{1}{R_3} (R_K - R_3) = \frac{1}{R_3} \sqrt{\xi_K^2 + \eta_K^2} - 1. \quad (2.8)$$

Используя эти соотношения, по заданным значениям  $V_{\xi K}$ ,  $V_{\eta K}$ ,  $\xi_K$ ,  $\eta_K$ , можно вычислить  $V_K$ ,  $\operatorname{tg} \theta_K$ ,  $\hat{h}_K$ . Полная дальность полета равна

$$L = L_{\Pi} + L_K = R_3 \Phi_K + R_3 \Phi_{\Pi} = R_3 \arctg \frac{\xi_K}{\eta_K} + 2R_3 \arctg \left[ \frac{\operatorname{tg} \theta_K + \sqrt{\operatorname{tg}^2 \theta_K + h_K \cdot x_K}}{x_K} \right]. \quad (2.9)$$

В Таблице 2.1 приведены результаты вычисления значений  $L_{\Pi}$ , км в функции от  $V_K$  км/с,  $\theta_K$ , град и  $\hat{h}_K$  в полярной системе координат.

Из Таблицы 2.1 можно определить приближенное значение  $\theta_K$  обеспечивающее максимальную дальность свободного полета  $L_{\Pi}$  при заданном значении  $V_K$ . При  $V_K = 4,0$  км/с максимальное значение  $L_{\Pi}$  обеспечивается при  $\theta_K$ , близком к  $40^\circ$ , при  $V_K = 5$  км/с – оптимальное значение  $\theta_K$  должно быть в диапазоне  $30 \dots 40^\circ$ , при  $V_K = 6$  км/с –  $\theta_K \approx 30^\circ$  и при  $V_K = 7$  км/с –  $\theta_K \approx 20^\circ$ .

Таблица 2.1 – Зависимость  $L_{\Pi}$  км от  $V_K$ ,  $\theta_K$ ,  $\hat{h}_K$

$V_K$ , км/с	$\theta_K$ , град				
	$\hat{h}_K$	10	20	30	40
4,0	$\hat{h}_K = 0,02$	1213	1672	1976	2059
	$\hat{h}_K = 0,03$	1377	1807	2085	2146
5,0	$\hat{h}_K = 0,02$	1994	2885	2279	3432
	$\hat{h}_K = 0,03$	2215	3060	3518	3541
6,0	$\hat{h}_K = 0,02$	3519	5084	5643	5439
	$\hat{h}_K = 0,03$	3831	5325	5829	5581
7,0	$\hat{h}_K = 0,02$	7614	475	9289	8271
	$\hat{h}_K = 0,03$	8170	9850	9549	8457

При решении одной из основных составных частей общей задачи наведения - управлении полной дальностью полета  $L$  – необходимо в процессе управляемого полета на борту РН решать задачу прогнозирования отклонения  $\Delta L = L - L_H$ , где  $L_H$  - заданное номинальное (расчетное, программное) значение полной дальности полета от точки старта до точки

падения КС,  $L$  - прогнозируемое значение полной дальности полета при текущих значениях параметров движения  $\bar{V}$ ,  $\bar{R}$  центра масс КС. Существо процесса прогнозирования  $\Delta L$  состоит в том, что в каждый момент времени  $t$  управляемого полета при соответствующих этому моменту реальных значениях  $\bar{V}(t)$ ,  $\bar{R}(t)$  как бы предполагается окончание действия управления и переход КС в режим свободного (неуправляемого) полета. При этом начальными значениями параметров движения для пассивного (неуправляемого) участка траектории будут являться указанные  $\bar{V}(t)$ ,  $\bar{R}(t)$ . Вычисленная при этом дальность свободного полета  $L_{\Pi}$  суммируется с соответствующей данному моменту времени дальностью управляемого полета  $L_K$ , далее определяется  $\Delta L = L - L_H$ .

## 2.2. Решение задачи прогнозирования дальности полета конструкции ступеней

Информация о прогнозируемом значении  $\Delta L$  необходима для организации процесса наведения с целью обеспечения  $\Delta L = 0$ . В момент времени  $t_K$  выполнения условия  $\Delta L = 0$  действие управления прекращается (выключается двигательная установка КС) и начинается пассивный участок траектории.

Известны [105] два способа решения задачи прогнозирования.

Первый способ основан на использовании в полете полных уравнений свободного движения КС. Второй способ предполагает использование представления функции  $L$  в ряд Тейлора в расчетной точке выключения по отклонениям конечных значений параметров движения.

Существо первого способа состоит в том, что в каждый момент времени  $t$  при соответствующих ему значениях  $\bar{V}(t)$ ,  $\bar{R}(t)$  производится интегрирование полной нелинейной системы дифференциальных уравнений, описывающих неуправляемое движение КС, и вычисляются  $L_{\Pi}$ ,  $L$  и  $\Delta L$ .

Основные достоинства этого способа состоят в следующем.

1. Способ прогнозирования является универсальным. Он позволяет решить задачу с требуемой точностью с учетом несферичности формы Земли, гравитационных аномалий и влияния атмосферы.

2. При этом способе не требуется предварительный расчет номинальной (расчетной, программной) траектории и обеспечение в полете возмущенной траектории в максимальной близости к номинальной.

3. В случае действия в полете неконтролируемых возмущений не требуется их компенсация, так как задача прогнозирования решается при текущих фактических значениях  $\bar{V}(t)$ ,  $\bar{R}(t)$ .

Существенным недостатком этого способа являются высокие требования к быстродействию и объему запоминающих устройств бортовой цифровой вычислительной машины, реализующей на борту КС этот способ прогнозирования, так как вычисление  $\Delta L$  должно проводиться в реальном времени полета.

Реализация второго способа прогнозирования обязательно требует введения номинальной (расчетной, программной) траектории полета. Это возможно при использовании ДГР. Параметры движения в номинальный момент времени  $t_{кн}$  окончания действия управления обозначим  $\Phi_H(t_{кн}) = \Phi_{кн}$ ,  $V_H(t_{кн}) = V_{кн}$ ,  $R_H(t_{кн}) = R_{кн}$ ,  $\theta_H(t_{кн}) = \theta_{кн}$  (в полярной системе координат) и  $\xi_H(t_{кн}) = \xi_{кн}$ ,  $\eta_H(t_{кн}) = \eta_{кн}$ ,  $V_{\xi_H}(t_{кн}) = V_{\xi_{кн}} = \xi_{кн}$ ,  $V_{\eta_H}(t_{кн}) = V_{\eta_{кн}} = \eta_{кн}$  (в прямоугольной инерциальной системе координат  $O\xi\eta$ ). Соответственно номинальная полная дальность полета  $L_H$  равна

$$L_H(\Phi_{кн}, R_{кн}, V_{кн}, \theta_{кн}) = L_{KH}(\Phi_{кн}) + L_{\Pi H}(R_{кн}, V_{кн}, \theta_{кн}). \quad (2.10)$$

При движении по возмущенной траектории прогнозируемая полная дальность полета на момент времени  $t_K$  окончания действия управления равна

$$L(\Phi_K, R_K, V_K, \theta) = L_K(\Phi_K) + L_{\Pi}(R_K, V_K, \theta). \quad (2.11)$$

Для упрощения рассмотрения введем следующие обозначения конечных значений параметров движения:

$$q_1 = V_k; q_{1H} = V_{кн}; q_2 = R_k; q_{2H} = R_{кн}; q_3 = \theta_k; q_{3H} = \theta_{кн}; \quad (2.12)$$

$$q_H = \Phi_k; q_{4H} = \Phi_{кн}; \Delta q_i = q_i - q_{iH}, \quad (2.13)$$

где ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) – полные отклонения параметров движения на моменты времени  $t_K$  и  $t_{KH}$ .

С учетом выражений (2.10), (2.11) прогнозируемое значение  $\Delta L$  можно представить в виде

$$\Delta L = L(q_{1H} + \Delta q_1 + \dots + q_{4H} + \Delta q_4) - L(q_{1H}, \dots, q_{4H}). \quad (2.14)$$

Представим функцию  $L(q_H + \Delta q_i)$  в виде ряда Тейлора в номинальной точке выключения управления  $q_{1H}, q_{2H}, q_{3H}, q_{4H}$  по отклонениям конечных значений  $\Delta q_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ )

$$\begin{aligned} L(q_{1H} + \Delta q_1, \dots, q_{4H} + \Delta q_4) = & L(q_{1H} \dots q_{4H}) + \sum_{i=1}^4 \frac{\partial L}{\partial q_i} \Delta q_i \\ & + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \frac{\partial^2 L}{\partial q_i \partial q_j} \Delta q_i \Delta q_j + \varepsilon_{3L} \end{aligned} \quad (2.15)$$

где  $\frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \frac{\partial^2 L}{\partial q_i \partial q_j} \Delta q_i \Delta q_j$  – члены ряда Тейлора второго порядка малости;

$\varepsilon_{3L}$  – сумма членов ряда порядка малости выше второго.

Предположим, что система управления обеспечивает возмущенное движение в достаточной близости к номинальной траектории, что позволяет пренебречь членами ряда Тейлора второго и выше порядка малости (то есть содержащими произведения  $\Delta^\alpha q_i \Delta^\beta q_j; i, j = 1, 2, 3, 4; \alpha, \beta = 1, 2, \dots$ ) без существенного ухудшения точности вычисления  $L(q_1, \dots, q_4)$ .

Тогда прогнозируемое значение  $\Delta L$  равно

$$\begin{aligned} \Delta L = L - L_H = & \left[ L(q_{1H}, \dots, q_{4H}) + \sum_{i=1}^4 \frac{\partial L}{\partial q_i} \Delta q_i + \varepsilon_L \right] - L(q_{1H}, \dots, q_{2H}) \approx \sum_{i=1}^4 \frac{\partial L}{\partial q_i} \Delta q_i = \\ & \frac{\partial L}{\partial \Phi_k} \Delta \Phi + \frac{\partial L}{\partial V_k} \Delta V + \frac{\partial L}{\partial \theta_k} \Delta \theta + \frac{\partial L}{\partial R_k} \Delta R \end{aligned} \quad (2.16)$$

с точностью до методической ошибки.

При малых значениях  $\Delta q_i$ , которые обеспечиваются точной работой системы управления,  $\Delta L_M$  является достаточно малым.

Указанные выше преобразования представляют собой линеаризацию функции  $L(\Phi_{KH}, V_{KH}, R_{KH}, \theta_{KH})$  по отклонениям  $\Delta\Phi, \Delta V, \Delta R, \Delta\theta$  в окрестности номинальной точки окончания действия управления при  $\Phi_{KH}, V_{KH}, R_{KH}, \theta_{KH}$ .

Из выражений (2.10), (2.11) и рис. 2.1 следует, что частные производные  $\frac{\partial L}{\partial q_i}$  равны

$$\frac{\partial L}{\partial \Phi_K} = \frac{\partial L_K}{\partial \Phi_K} = \frac{\partial R_3 \cdot \Phi_K}{\partial \Phi_K} = R_3, \quad \frac{\partial L}{\partial V_K} = \frac{\partial L_{\Pi}}{V_K}, \quad \frac{\partial L}{\partial R_K} = \frac{\partial L_{\Pi}}{\partial R_K}, \quad \frac{\partial L}{\partial \theta_K} = \frac{\partial L_{\Pi}}{\partial \theta_K},$$

так как от  $\Phi_K$  зависит только  $L_K = R_3 \Phi_K$ , а от  $V_K, R_K, \theta_K$  зависит только  $L_{\Pi}$ .

Тогда прогнозируемое значение  $\Delta L$  равно

$$\Delta L = R_3 \Delta \Phi_K + \frac{\partial L_{\Pi}}{\partial V_K} \Delta V + \frac{\partial L_{\Pi}}{\partial \theta_K} \Delta \theta_K + \frac{\partial L_{\Pi}}{\partial R_K} \Delta R_K \quad (2.17)$$

$$\Delta L_M = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \frac{\partial^2 L}{\partial q_i \partial q_j} \Delta q_i \Delta q_j + \varepsilon_{3L} \cdot \frac{\partial L_{\Pi}}{\partial V_K}, \frac{\partial L_{\Pi}}{\partial \theta_K}, \frac{\partial L_{\Pi}}{\partial R_K} \quad (2.18)$$

обозначают частные производные функции  $L_{\Pi}(V_K, R_K, \theta_K)$  вычисляемые при номинальных конечных значениях параметров движения  $V_{KH}, R_{KH}, \theta_{KH}$ .

В рамках эллиптической теории получены [5; 56] в аналитическом виде выражения для указанных частных производных в функции от  $V_K, R_K, \theta_K$ :

$$\frac{\partial L_n}{\partial v_k} = \frac{4R_3 y}{v_k v_k} * \frac{\sin^2 \frac{\Phi_n}{2}}{\cos^2 \theta_k}, \quad \frac{\partial L_n}{\partial R_k} = y_k + \frac{2y_k}{(1+\hat{h}_k)v_k} * \frac{\sin^2 \frac{\Phi_n}{2}}{\cos^2 \theta_k}; \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial L_n}{\partial \theta_k} = 2R_3 y_k \left( \operatorname{ctg} \frac{\Phi_n}{2} - \frac{2}{v_k} * \operatorname{tg} \theta_k \right) \frac{\sin^2 \frac{\Phi_n}{2}}{\cos^2 \theta_k}; \quad (2.20)$$

$$v_k = \frac{R_k v_k^2}{\pi_0} = \frac{R_3}{\pi_0} (1 + \hat{h}_k) v_k^2, \quad y_k = \frac{1}{(\hat{h}_k \operatorname{ctg} \frac{\Phi_n}{2} + \operatorname{tg} \theta_k)}; \quad (2.21)$$

где  $\hat{h}_k = \frac{h_k}{R_k} = \frac{R_k - R_3}{R_3}$  – угловая дальность пассивного участка траектории,

$$\pi_0 = 3,986004 \times 10^{14} \text{ м}^3 / \text{с}^2, \quad R_3 = 6,37111 \times 10^6 \text{ м}.$$

Эти выражения можно упростить путем последовательной подстановки  $\frac{\partial L_{\Pi}}{\partial V_K}$  в  $\frac{\partial L_{\Pi}}{\partial R_K}$  и  $\frac{\partial L_{\Pi}}{\partial \theta_K}$ . Если принимать  $V_K$  в м/с,  $R_K, h_K, R_3$  в м и  $\theta_K$  в рад, то указанные формулы примут вид

$$\frac{\partial L_n}{\partial v_k} = \frac{4R_3 y}{v_k v_k} \cdot \frac{\sin^2 \frac{\Phi_n}{2}}{\cos^2 \theta_k} = 2,548444 \cdot 10^7 \frac{y_k}{v_k v_k} \cdot \frac{\sin^2 \frac{\Phi_n}{2}}{\cos^2 \theta_k} \text{ м/м/с} \quad (2.22)$$

$$\frac{\partial L_n}{\partial R_K} = y_k + \frac{1}{2R_3} \cdot \frac{v_k}{1+\hat{h}_k} \cdot \frac{\partial L_n}{\partial v_k} = y_k + 7,847926 \cdot 10^{-8} \frac{v_k}{1+\hat{h}_k} \cdot \frac{\partial L_n}{\partial v_k} \text{ м/м} \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial L_n}{\partial \theta_k} = v_k (0.5 v_k \cdot \text{ctg} \frac{\Phi_n}{2} - \text{tg} \theta_k) \frac{\partial L_n}{\partial v_k} \text{ м/рад} \quad (2.24)$$

Указанные частные производные являются функциями чувствительности отклонения  $\Delta L_{\Pi} = L_{\Pi} - L_{\Pi n}$ , вызванного отклонениями параметров движения  $V_K, R_K, \theta_K$  относительно их номинальных значений  $V_{KH}, R_{KH}, \theta_{KH}$  в точке к окончания действия управления. Например, если в выражении (2.17) принять  $\Delta \Phi = 0, \Delta \theta = 0, \Delta R = 0$  и  $\Delta V = 1$  м/с, то  $\Delta L = \frac{\partial L_{\Pi}}{\partial V_K} \times 1$  м. Таким образом,  $\frac{\partial L_{\Pi}}{\partial V_K}$  показывает степень чувствительности функции  $L_{\Pi}$  к отклонению  $\Delta Y = Y_K - Y_{KH}$  при сохранении остальных параметров, равных номинальным значениям  $\Phi_{KH}, R_{KH}, \theta_{KH}$ . Аналогично  $\frac{\partial L_{\Pi}}{\partial \theta_K}$  показывает степень чувствительности функции  $L_{\Pi}$  к отклонению  $\Delta \theta = \theta_K - \theta_{KH}$ ,  $\frac{\partial L_{\Pi}}{\partial R_K}$  - степень чувствительности

Иногда эти частные производные называют баллистическими производными [106]. Следует отметить, что аппарат баллистических производных является мощным инструментом для решения многих инженерных задач, связанных с управлением движения и оценкой точности полета.

В Таблицах 2.2, 2.3 приведены зависимости  $\frac{\partial L_{\Pi}}{\partial V_K}, \frac{\partial L_{\Pi}}{\partial \theta_K}$  в функции от  $V_K, \theta_K, \hat{h}_k$ . Соответствующие этим же значениям  $V_K, \theta_K, \hat{h}_k$  дальности свободного полета  $L_{\Pi}$  приведены ранее в Таблице 2.1.

На рис. 2.2-2.4 и в Таблице 2.3 приведены графики зависимостей  $\frac{\partial L_{\Pi}}{\partial V_K}$ ,  $\frac{\partial L_{\Pi}}{\partial \theta_K}$ ,  $\frac{\partial L_{\Pi}}{\partial R_K}$  от  $L_{\Pi}$  и  $\theta_K$  при  $\widehat{h}_k = 0 (R_K = R_{\Pi} = R_3)$  и на рис. 2.5 – графики зависимостей  $\frac{\partial L_{\Pi}}{\partial V_K}$  (частных производных) от  $L_{\Pi}$  и  $\theta_K$  при  $\widehat{h}_k = 0$  ( $L_{\Pi}$ - параметр графика):

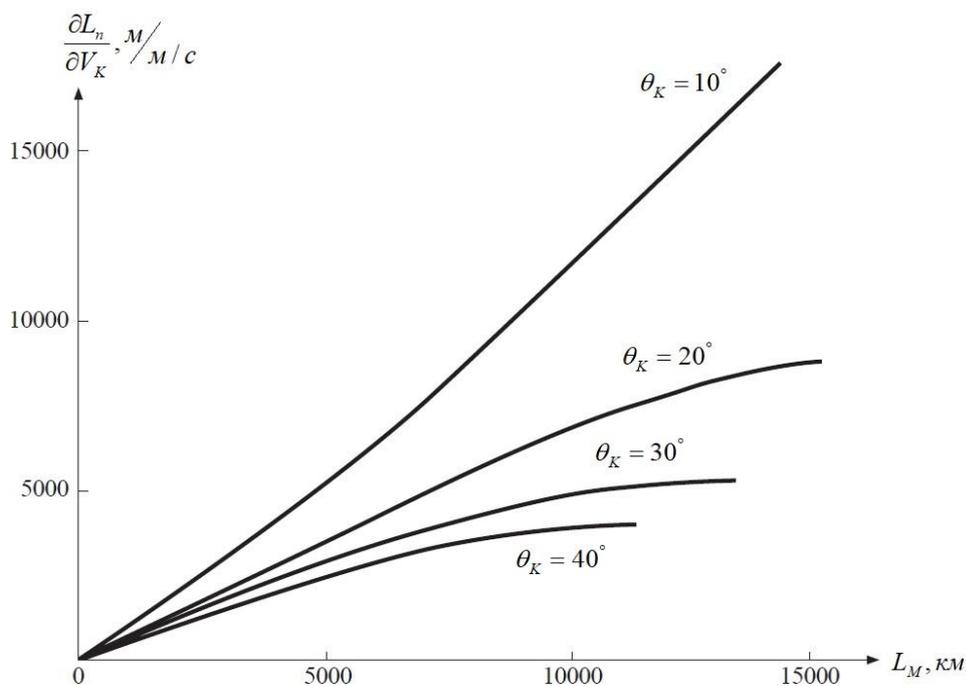


Рисунок 2.2 Графики зависимостей  $\frac{\partial L_{\Pi}}{\partial V_K}$  от  $L_{\Pi}$  и  $\theta_K$  при  $\widehat{h}_k = 0 (R_K = R_{\Pi} = R_3)$

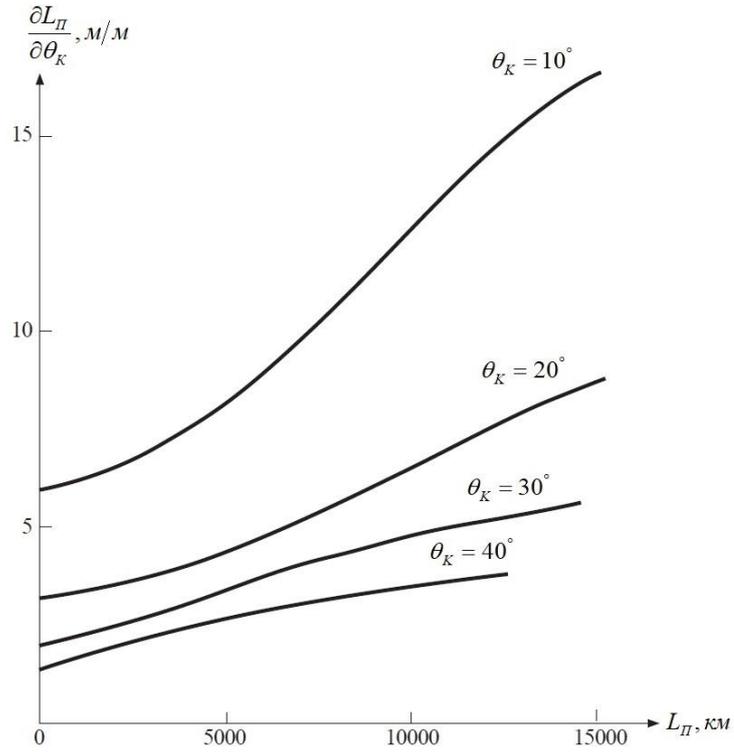


Рисунок 2.3 Графики зависимостей  $\frac{\partial L_{\Pi}}{\partial \theta_K}$  от  $L_{\Pi}$  и  $\theta_K$  при  $\widehat{h}_K = 0 (R_K = R_{\Pi} = R_3)$

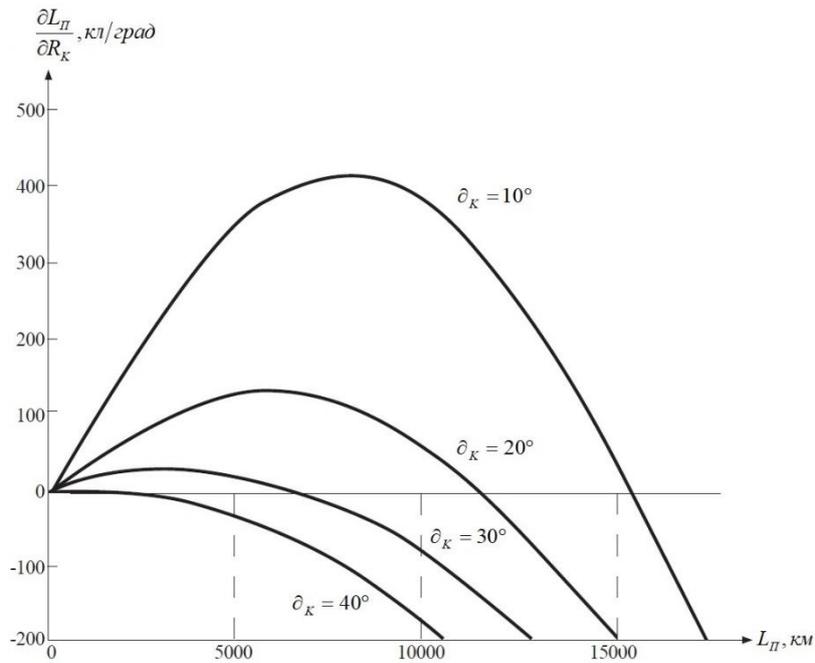


Рисунок 2.4 Графики зависимостей  $\frac{\partial L_{\Pi}}{\partial R_K}$  от  $L_{\Pi}$  и  $\theta_K$  при  $\widehat{h}_K = 0 (R_K = R_{\Pi} = R_3)$

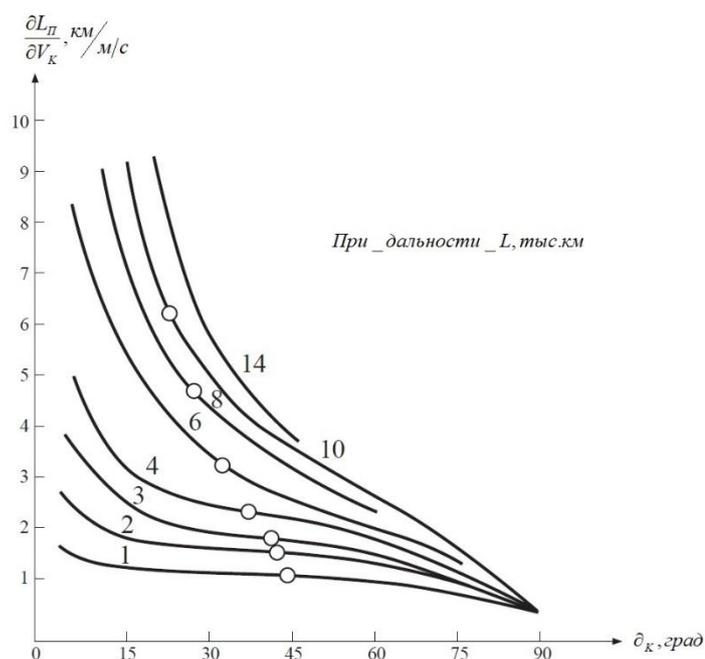


Рисунок 2.5 Графики зависимостей  $\frac{\partial L_{\Pi}}{\partial V_{\kappa}}$  (частных производных) от  $L_{\Pi}$  и  $\theta_{\kappa}$  при  $\widehat{h}_{\kappa} = 0$  ( $L_{\Pi}$ - параметр графика) и дальности  $L$ , тыс.км

Таблица 2.3 – Зависимость  $\frac{\partial L_{\Pi}}{\partial \theta_{\kappa}}$ ,  $\frac{M}{\text{рад}}$  от  $V_{\kappa}$ ,  $\theta_{\kappa}$ ,  $h_{\kappa}$

$V_{\kappa}$ , км/с		$\theta_{\kappa}$ , град			
		10	20	30	40
4,0	$\widehat{h}_{\kappa} = 0,02$	$2,807 \cdot 10^6$	$2,294 \cdot 10^6$	$1,132 \cdot 10^6$	$-1,754 \cdot 10^5$
	$\widehat{h}_{\kappa} = 0,03$	$2,680 \cdot 10^6$	$2,130 \cdot 10^6$	$9,937 \cdot 10^5$	$-2,939 \cdot 10^5$
5,0	$\widehat{h}_{\kappa} = 0,02$	$5,761 \cdot 10^6$	$4,121 \cdot 10^6$	$1,552 \cdot 10^6$	$-8,346 \cdot 10^5$
	$\widehat{h}_{\kappa} = 0,03$	$5,478 \cdot 10^6$	$3,885 \cdot 10^6$	$1,338 \cdot 10^6$	$-9,908 \cdot 10^5$
6,0	$\widehat{h}_{\kappa} = 0,02$	$1,158 \cdot 10^7$	$5,990 \cdot 10^6$	$7,102 \cdot 10^5$	$-2,783 \cdot 10^6$
	$\widehat{h}_{\kappa} = 0,03$	$1,110 \cdot 10^7$	$5,539 \cdot 10^6$	$4,312 \cdot 10^5$	$-3,010 \cdot 10^6$
7,0	$\widehat{h}_{\kappa} = 0,02$	$2,078 \cdot 10^7$	$3,020 \cdot 10^6$	$-4,093 \cdot 10^6$	$-7,176 \cdot 10^6$
	$\widehat{h}_{\kappa} = 0,03$	$1,960 \cdot 10^7$	$2,187 \cdot 10^6$	$-4,612 \cdot 10^6$	$-6,617 \cdot 10^6$

Таблица 2.4 – Зависимость параметров движения КС в конце АУТ от L

Параметр	L, км							
	$1,0 \cdot 10^3$	$2,5 \cdot 10^3$	$3,5 \cdot 10^3$	$4,5 \cdot 10^3$	$6,0 \cdot 10^3$	$8,0 \cdot 10^3$	$1,0 \cdot 10^4$	$1,2 \cdot 10^4$
$L_n, \text{км}$	940	2365	3325	4280	5715	7620	9520	11410
$T_n, \text{мин}$	8,5	13,5	16	19	23	28	30	35
$V_{kmin} \text{ м/с}$	$28 \cdot 10$	4300	4925	5415	5987	6530	6915	7185
$\theta_k$	41	38,5	36,5	34,5	31,5	27,3	23	19
$h_k$	0,0110	0,0173	0,0204	0,0235	0,0267	0,0314	0,0353	0,0392
$\frac{\partial L_n}{\partial V_k}, \text{ м/м/с}$	670	1240	1660	2100	2810	4000	5480	7530
$\frac{\partial L_n}{\partial R_k}, \text{ м/м}$	1,13	1,53	1,85	2,2	2,8	3,76	5,05	6,76
$\frac{\partial B_n}{\partial V_{\Sigma k}}, \text{ м/м/с}$	440	690	800	880	970	1000	1000	920

Поскольку каждому  $V_{kmin}$  соответствует оптимальное значение угла  $\theta_k$  то  $\frac{\partial L_n}{\partial \theta_k} \approx 0$ . Таблица 2.5 является продолжением таблицы 2.2, где

$$\frac{\partial B_n}{\partial V_{\Sigma k}} = \frac{R_3 \cdot \sin \Phi_n}{V_k \cos \theta_k}, \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial B_n}{\partial V_{\Sigma k}} = \cos \Phi_n. \quad (2.26)$$

Из этих выражений следует, что при  $\Phi_n$ , близкой к  $90^\circ$   $L_n \approx 10$  км.  $\frac{\partial B_n}{\partial V_{\Sigma k}} = 0$ , а  $\frac{\partial B_n}{\partial V_{\Sigma k}} - \max$ , причем при одинаковых значениях  $V_{\Sigma k}$  величина бокового отклонения  $B_n$  возрастает с увеличением крутизны траектории.

Таким образом, приведенные выражения для расчета  $B_n$  оказываются в значительной степени связанными с параметрами продольного движения.

В Таблице 2.4 приведены результаты расчетов по определению потребной минимальной скорости  $V_{kmin}$  и угла  $\theta_k$  для различных значений полной дальности

полета  $L$  с учетом ориентировочных значений  $L_n=L-L_k$  и  $\hat{h}_k=h_k/R_k$ , характерных для КС различных типов. Здесь же приведены значения производных  $\frac{\partial L_n}{\partial V_k}$ ,  $\frac{\partial L_n}{\partial R_k}$ ,  $\frac{\partial B_n}{\partial V_{rk}}$  и времени полета на пассивном участке  $T_n$ , соответствующие указанным условиям.

Таблица 2.5 – Зависимость  $\frac{\partial L_n}{\partial V_k}$ ,  $\frac{м}{м/с}$  от  $V_k$ ,  $\theta_k$ ,  $\hat{h}_k$

$V_k$ , км/с		$\theta_k$ , град			
		10	20	30	40
4,0	$\hat{h}_k=0,02$	590	919	1102	1121
	$\hat{h}_k=0,03$	646	954	1128	1140
5,0	$\hat{h}_k=0,02$	1033	1583	1760	1655
	$\hat{h}_k=0,03$	1101	1631	179	1682
6,0	$\hat{h}_k=0,02$	2246	3007	2860	2393
	$\hat{h}_k=0,03$	2373	3097	2920	2432
7,0	$\hat{h}_k=0,0$	7230	6131	4495	3279
	$\hat{h}_k=0,03$	7689	6314	4580	3316

Отметим характерные особенности приведенных зависимостей. С увеличением  $L_n$  от 0 до  $(1...1,5) \cdot 10^4$  км  $\frac{\partial L_n}{\partial V_k}$  возрастает от 0 до  $(4...16) \cdot 10^3 \frac{м}{м/с}$ , причем меньшие значения соответствуют углам  $\theta_k = 40^\circ$ , а большие – углам  $\theta_k = 10^\circ$ . Это означает, что при одной и той же ошибке в скорости  $V_k$  разброс точки падения уменьшится в 4 раза за счет перехода от пологой траектории с  $\theta_k = 40^\circ$ . Заметим, что увеличение угла в диапазоне  $\theta_k = 30...40^\circ$  оказывается менее эффективным, чем в диапазоне  $\theta_k = 10...30^\circ$ . [106]

Производная  $\frac{\partial L_n}{\partial R_k}$  всегда положительна, причем при  $\theta_k=10^\circ$  она примерно в 4 раза больше, чем при  $\theta_k=40^\circ$ .

Проведенный анализ производных позволяет не только качественно, но и количественно оценить чувствительность дальности  $L_n$  ошибками начальных значений параметров движения  $\Delta V, \Delta \theta, \Delta R$ .

Управляемое движение КС рассматривается в инерциальной прямоугольной системе координат  $o\xi\eta\zeta$ . Поскольку задача прогнозирования  $\Delta L$  должна решаться на активном (управляемом) участке траектории, то целесообразно установить зависимость  $L = L_k + L_{\Pi}$  от  $\dot{\xi}_k, \dot{\eta}_k, \xi_k, \eta_k$ . Отметим, что в отличие от решения этой задачи в полярной системе координат  $(\Phi_k, R_k, V_k, \theta_k)$ , в данном случае от конечных значений траектории управляемого значения  $\xi_k, \eta_k$  зависят не только  $L_k = R_k \arctg \xi_k/\eta_k$ , но и  $L_{\Pi}$ , так как  $R_k = \sqrt{\xi_k^2 + \eta_k^2}$  и  $\theta_k = \theta_{\xi_k} + \Phi_k = \arctg \dot{\eta}_k/\dot{\xi}_k + \arctg \xi_k/\eta_k$ .

По аналогии с предыдущим используем разложение  $L(\dot{\xi}_k, \dot{\eta}_k, \xi_k, \eta_k)$  в ряд Тейлора в номинальной точке окончания действия управления при  $\dot{\xi}_{кн}, \dot{\eta}_{кн}, \xi_{кн}, \eta_{кн}$  по отклонениям  $\Delta \dot{\xi}, \Delta \dot{\eta}, \Delta \xi, \Delta \eta$ . Используя преобразования, получаем:

$$\Delta L = \frac{\partial L}{\partial \dot{\xi}_k} \cdot \Delta \dot{\xi} + \frac{\partial L}{\partial \dot{\eta}_k} \cdot \Delta \dot{\eta} + \frac{\partial L}{\partial \xi_k} \cdot \Delta \xi + \frac{\partial L}{\partial \eta_k} \cdot \Delta \eta \quad (2.27)$$

с точностью до методической ошибки

$$\Delta L_M = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \frac{\partial^2 L}{\partial q_i \partial q_j} \Delta q_i \Delta q_j + \xi_{3L}. \quad (2.28)$$

Заметим, что в этом соотношении все частные производные вычисляются для полной дальности  $L$ , а не для дальности  $L_{\Pi}$  свободного полёта.

### 2.3. Расчет частных производных алгоритмов движения конструкции ступеней

Для вычисления частных производных  $\frac{\partial L}{\partial q_{ki}}$  в инерциальной системе координат по частным производным  $\frac{\partial L_{\Pi}}{\partial V_k}$ ,  $\frac{\partial L_{\Pi}}{\partial \theta_k}$ ,  $\frac{\partial L_{\Pi}}{\partial R_k}$  в полярной системе координат необходимо получить уравнения связи отклонений  $\Delta \dot{\xi} = \dot{\xi}_k - \dot{\xi}_{KH}$ ,  $\Delta \dot{\eta} = \dot{\eta}_k - \dot{\eta}_{KH}$ ,  $\Delta \xi = \xi_k - \xi_{KH}$ ,  $\Delta \eta = \eta_k - \eta_{KH}$  с отклонениями  $\Delta \Phi$ ,  $\Delta V$ ,  $\Delta \theta$ ,  $\Delta R$ . Используя уравнения связи  $\dot{\xi}_k$ ,  $\dot{\eta}_k$ ,  $\xi_k$ ,  $\eta_k$  с  $\Phi_k$ ,  $V_k$ ,  $\theta_k$ ,  $R_k$ , можно получить следующие зависимости.

При заданных номинальных конечных значениях  $\dot{\xi}_{KH}$ ,  $\dot{\eta}_{KH}$ ,  $\xi_{KH}$ ,  $\eta_{KH}$  (и соответственно,  $V_{KH} = \sqrt{\dot{\xi}_{KH}^2 + \dot{\eta}_{KH}^2}$ ,  $R_{KH} = \sqrt{\xi_{KH}^2 + \eta_{KH}^2}$ ) уравнения связи  $\Delta \dot{\xi}$ ,  $\Delta \dot{\eta}$ ,  $\Delta \xi$ ,  $\Delta \eta$  с  $\Delta \Phi$ ,  $\Delta V$ ,  $\Delta \theta$ ,  $\Delta R$  имеют вид

$$\Delta V = \cos(\theta_{KH} - \Phi_{KH}) \cdot \Delta \dot{\xi} + \sin(\theta_{KH} - \Phi_{KH}) \cdot \Delta \dot{\eta} = \frac{\dot{\xi}_{KH}}{V_{KH}} \cdot \Delta \dot{\xi} + \frac{\dot{\eta}_{KH}}{V_{KH}} \cdot \Delta \dot{\eta}; \quad (2.29)$$

$$\Delta R = \sin \Phi_{KH} \cdot \Delta \xi + \cos \Phi_{KH} \cdot \Delta \eta = \frac{\xi_{KH}}{R_{KH}} \cdot \Delta \xi + \frac{\eta_{KH}}{R_{KH}} \cdot \Delta \eta; \quad (2.30)$$

$$\Delta \Phi = \frac{\cos \Phi_{KH}}{R_{KH}} \cdot \Delta \xi - \frac{\sin \Phi_{KH}}{R_{KH}} \cdot \Delta \eta = \frac{\eta_{KH}}{R_{KH}^2} \cdot \Delta \xi - \frac{\xi_{KH}}{R_{KH}^2} \cdot \Delta \eta; \quad (2.31)$$

$$\Delta \theta = \Delta \theta_{\xi} + \Delta \Phi = \frac{\cos(\theta_{KH} - \Phi_{KH})}{V_{KH}} \cdot \Delta \dot{\eta} - \frac{\sin(\theta_{KH} - \Phi_{KH})}{V_{KH}} \cdot \Delta \dot{\xi} + \Delta \Phi = \frac{\dot{\xi}_{KH}}{V_{KH}^2} \cdot \Delta \dot{\eta} - \frac{\dot{\eta}_{KH}}{V_{KH}^2} \cdot \Delta \dot{\xi} + \frac{\eta_{KH}}{R_{KH}^2} \cdot \Delta \xi - \frac{\xi_{KH}}{R_{KH}^2} \cdot \Delta \eta. \quad (2.32)$$

Из этих же уравнений связи получены обратные соотношения. При заданных номинальных конечных значениях  $\Phi_{KH}$ ,  $R_{KH}$ ,  $V_{KH}$ ,  $\theta_{KH}$  уравнения связи  $\Delta \Phi$ ,  $\Delta V$ ,  $\Delta R$ ,  $\Delta \theta$  с  $\Delta \dot{\xi}$ ,  $\Delta \dot{\eta}$ ,  $\Delta \xi$ ,  $\Delta \eta$  имеют вид

$$\Delta \dot{\xi} = \cos(\theta_{KH} - \Phi_{KH}) \cdot \Delta V - V_{KH} \cdot \sin(\theta_{KH} - \Phi_{KH}) \cdot \Delta \theta + V_{KH} \cdot \sin(\theta_{KH} - \Phi_{KH}) \cdot \Delta \Phi; \quad (2.33)$$

$$\Delta \dot{\eta} = \sin(\theta_{KH} - \Phi_{KH}) \cdot \Delta V + V_{KH} \cdot \cos(\theta_{KH} - \Phi_{KH}) \cdot \Delta \theta - V_{KH} \cdot \cos(\theta_{KH} - \Phi_{KH}) \cdot \Delta \Phi; \quad (2.34)$$

$$\Delta \xi = \sin \Phi_{KH} \cdot \Delta R + R_{KH} \cdot \cos \Phi_{KH} \cdot \Delta \Phi, \quad \Delta \eta = \cos \Phi_{KH} \cdot \Delta R - R_{KH} \cdot \sin \Phi_{KH} \cdot \Delta \Phi. \quad (2.35)$$

Подставляя эти соотношения, получаем выражение для частных производных полной дальности  $L$  по конечным значениям параметров движения в прямоугольной системе координат  $o\xi\eta$  в виде:

$$\frac{\partial L}{\partial \xi_k} = \frac{\partial L_{\Pi}}{\partial V_k} \cdot \cos(\theta_{KH} - \Phi_{KH}) - \frac{\partial L_{\Pi}}{\partial \theta_k} \cdot \frac{\sin(\theta_{KH} - \Phi_{KH})}{V_{KH}} = \frac{\partial L_{\Pi}}{\partial V_k} \cdot \frac{\xi_{KH}}{V_{KH}} - \frac{\partial L_{\Pi}}{\partial \theta_k} \cdot \frac{\eta_{KH}}{V_{KH}}; \quad (2.36)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \eta_k} = \frac{\partial L_{\Pi}}{\partial V_k} \cdot \sin(\theta_{KH} - \Phi_{KH}) + \frac{\partial L_{\Pi}}{\partial \theta_k} \cdot \frac{\cos(\theta_{KH} - \Phi_{KH})}{V_{KH}} = \frac{\partial L_{\Pi}}{\partial V_k} \cdot \frac{\eta_{KH}}{V_{KH}} + \frac{\partial L_{\Pi}}{\partial \theta_k} \cdot \frac{\xi_{KH}}{V_{KH}^2}; \quad (2.37)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \xi_k} = \frac{\partial L}{\partial R_{KH}} \cdot \sin \Phi_{KH} + \frac{\cos \Phi_{KH}}{R_{KH}} \cdot \left( R_3 + \frac{\partial L_{\Pi}}{\partial \theta_k} \right) = \frac{\partial L}{\partial R_k} \cdot \frac{\xi_{KH}}{R_{KH}} + \frac{\eta_{KH}}{R_{KH}^2} \cdot \left( R_3 + \frac{\partial L_{\Pi}}{\partial \theta_k} \right); \quad (2.38)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \eta_k} = \frac{\partial L_{\Pi}}{\partial R_k} \cdot \cos \Phi_{KH} - \frac{\sin \Phi_{KH}}{R_{KH}} \cdot \left( R_3 + \frac{\partial L_{\Pi}}{\partial \theta_k} \right) = \frac{\partial L_{\Pi}}{\partial R_k} \cdot \frac{\eta_{KH}}{R_{KH}} - \frac{\xi_{KH}}{R_{KH}^2} \cdot \left( R_3 + \frac{\partial L_{\Pi}}{\partial \theta_k} \right), \quad (2.39)$$

где  $V_{KH} = \sqrt{\dot{\xi}_{KH}^2 + \dot{\eta}_{KH}^2}$ ,  $R_{KH} = \sqrt{\xi_{KH}^2 + \eta_{KH}^2}$ ,  $\Phi_{KH} = \arctg \frac{\xi_{KH}}{\eta_{KH}}$ ,  $\theta_{KH} = \arctg \frac{\eta_{KH}}{\xi_{KH}} + \Phi_{KH}$ .

Отметим, что частные производные  $\frac{\partial L}{\partial \xi_k}$ ,  $\frac{\partial L}{\partial \eta_k}$ ,  $\frac{\partial L}{\partial \xi_k}$ ,  $\frac{\partial L}{\partial \eta_k}$  вычисляются для номинальной точки окончания действия управления в конце управляемого (активного) участка траектории при  $\dot{\xi}_{KH}$ ,  $\dot{\eta}_{KH}$ ,  $\xi_{KH}$ ,  $\eta_{KH}$ , так же, как и  $\frac{\partial L_{\Pi}}{\partial V_k}$ ,  $\frac{\partial L_{\Pi}}{\partial \theta_k}$ ,  $\frac{\partial L_{\Pi}}{\partial R_k}$  для номинальных конечных значений  $V_{KH}$ ,  $\theta_{KH}$ ,  $R_{KH}$ .

По аналогии с предыдущим частные производные  $\frac{\partial L}{\partial \xi_k}$ ,  $\frac{\partial L}{\partial \eta_k}$ ,  $\frac{\partial L}{\partial \xi_k}$ ,  $\frac{\partial L}{\partial \eta_k}$  являются функциями чувствительности отклонения полной дальности полёта  $\Delta L = L - L_H$ , вызванного отклонениями параметров движения  $\dot{\xi}_{KH}$ ,  $\dot{\eta}_{KH}$ ,  $\xi_{KH}$ ,  $\eta_{KH}$  относительно их номинальных значений  $\dot{\xi}_{KH}$ ,  $\dot{\eta}_{KH}$ ,  $\xi_{KH}$ ,  $\eta_{KH}$  в точке окончания действия управления.

Это свойство может быть использовано для вычисления частных производных в общем случае методом приращения. Например, для вычисления  $\frac{\partial L}{\partial \xi_k}$  принимаются для уравнений свободного движения начальные условия  $\dot{\xi}_k = \dot{\xi}_{KH} + \Delta \dot{\xi}$ ,  $\dot{\eta}_{KH}$ ,  $\xi_{KH}$ ,  $\eta_{KH}$ . При этих условиях вычисляется  $\Delta L(\Delta \dot{\xi})$ , так как  $\xi_k \neq \xi_{KH}$ . По нескольким малым значениям  $\Delta \dot{\xi} \ll \dot{\xi}_{KH}$  определяется зависимость  $\Delta L(\Delta \dot{\xi})$ . Очевидно, что  $\frac{\partial L}{\partial \xi_k} = \lim_{\Delta \dot{\xi} \rightarrow 0} \frac{\Delta L(\Delta \dot{\xi})}{\Delta \dot{\xi}}$ . Это тангенс угла наклона касательной функции  $\Delta L = \Delta L(\Delta \dot{\xi})$  в начале координат.

Аналогично, для вычисления  $\frac{\partial L}{\partial \eta_k}$  принимаются для уравнений свободного движения начальные условия  $\xi_{кн}, \dot{\eta}_k = \dot{\eta}_{кн} + \Delta\dot{\eta} (\Delta\dot{\eta} \ll \dot{\eta}_{кн}), \xi_{кн}, \eta_{кн}$  и при них вычисляются  $\Delta L(\Delta\dot{\eta})$  и  $\frac{\partial L}{\partial \eta_k} = \lim_{\Delta\dot{\eta} \rightarrow 0} \frac{\Delta L(\Delta\dot{\eta})}{\Delta\dot{\eta}}$ . Этот метод определения частных производных является наиболее точным и универсальным, так как для вычисления  $\Delta L(\Delta q_i)$  могут быть использованы методы численного интегрирования наиболее полной системы дифференциальных уравнений свободного движения с учётом не сферичности Земли, гравитационных аномалий и влияния аэродинамических сил.

Подобным способом при различных комбинациях начальных условий  $V_k = V_{кн} + \Delta V (\Delta V \leq V_{кн}), R_{кн}, \theta_{кн}$  или  $V_{кн}, \theta_k = \theta_{кн} + \Delta\theta (\Delta\theta \ll \theta_{кн}), R_{кн}$ , или  $V_{кн}, \theta_{кн}, R_k = R_{кн} + \Delta R (\Delta R \ll R_{кн})$  для уравнений свободного движения могут быть вычислены  $\Delta L_{\Pi}(\Delta V), \Delta L_{\Pi}(\Delta\theta), \Delta L_{\Pi}(\Delta R)$  и  $\frac{\partial L}{\partial V_k} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta L(\Delta V)}{\Delta V}, \frac{\partial L}{\partial \theta_k} = \lim_{\Delta\theta \rightarrow 0} \frac{\Delta L(\Delta\theta)}{\Delta\theta}, \frac{\partial L}{\partial R_k} = \lim_{\Delta R \rightarrow 0} \frac{\Delta L(\Delta R)}{\Delta R}$ . Далее вычисляются значения частных производных полной дальности в инерциальной системе координат.

#### 2.4. Разработка алгоритмов расчета параметров движения конструкции ступеней при реализации терминального метода наведения с учетом дополнительных возмущающих воздействий

Реализация отделения СК от последней ступени ракеты в конце АУТ в современных ракетах позволяет сохранить высокую скорость движения при подлете к цели, ключевыми и взаимосвязанными задачами анализа движения СК являются расчет траектории полета на внеатмосферном участке, расчет траектории полета на участке входа в атмосферу и обеспечение точности приведения СК в целевую точку: определение полной дальности полета и координат точки падения СК составляет прямую задачу баллистики. [106]

Рассмотрим плоское движение СК в земной системе координат  $O\eta\xi$  с началом в центре Земли  $O$ . Для упрощения примем гравитационное поле Земли – центральное. Влияние суточного вращения Земли и атмосферы не учитывается.

Исходя из параметров точки  $t_0$  (рис. 2.1) и характеристик ракеты, БЦВК осуществляет прогноз параметров точки выдачи главной команды (отделения последней ступени). При этом рассчитываются функции:

$$f_v(\mu) = -l_n(1 - \mu); \quad (2.40)$$

$$f_k(\mu) = 1 + \frac{(1+\mu)l_n(1-\mu)}{\mu}, \quad (2.41)$$

где  $\mu = s \cdot t$ ,  $s$  – массовый секундный расход топлива.

Получив значения этих функций, осуществляется расчет проекций полной скорости в точке  $t_k$ :

$$V_{\xi_k} = \cos v_0 (V_0 + U_e f_v) - t_k g_0 \sin \Phi_0; \quad (2.42)$$

$$V_{\eta_k} = \sin v_0 (V_0 + U_e f_v) - t_k g_0 \cos \Phi_0. \quad (2.43)$$

и кажущейся скорости

$$W_{\xi_k} = u_e * f_v * \cos v_0; \quad (2.44)$$

$$W_{\eta_k} = u_e * f_v * \sin v_0, \quad (2.45)$$

где  $u_e$  – скорость истечения газов, а также координаты точки  $t_k$  (то есть проекции радиус-вектора):

$$\eta_k = \left( R_0 - g_0 * \frac{t_k^2}{2} \right) \cos \Phi_0 + t_k * \sin V_0 (V_0 + u_e f_R); \quad (2.46)$$

$$\xi_k = \left( R_0 - g_0 * \frac{t_k^2}{2} \right) \sin \Phi_0 + t_k * \cos V_0 (V_0 + u_e f_R); \quad (2.47)$$

$$R = \sqrt{\eta_k^2 + \xi_k^2}. \quad (2.48)$$

Далее вычисляем относительную высоту

$$\hat{h}_k = \frac{R_k}{R_g} - 1. \quad (2.49)$$

Таким образом, дальность точки  $t_k$

$$L_k = R_g \Phi_k, \quad (2.50)$$

где  $\Phi_k = \arctg \frac{\xi_k}{\eta_k}$ .

$$\Theta_{\xi k} = \operatorname{arctg} \frac{V \eta_k}{V \xi_k}; \quad (2.51)$$

$$\operatorname{tg} \Theta_k = \operatorname{tg}(\Theta_{\xi k} + \Phi_k) \quad (2.52)$$

– первый терминальный параметр.

Исходя из этих значений, осуществляется прогноз пассивного участка траектории и определение дальности точки падения СК.

$$L = L_k + L_n, \quad (2.53)$$

где  $L_n$  - дальность ПУТ

$$L_n = R_3 \Phi_n, \quad (2.54)$$

$$\text{где } \Phi_n = 2 \operatorname{arctg} \frac{\tan \Theta_k + V \tan \Theta_k^2 + \hat{h}_k \gamma}{\gamma_k}, \quad \gamma_k = \frac{2\pi_0}{R_3} \frac{1 + \tan \Theta_k^2}{(1 + \hat{h}_k) V k^2} - (2 + \hat{h}_k),$$

$L$  – второй терминальный параметр (рис.2.6)

Таким образом определяются номинальные параметры точки  $t_k$ .

При действии какого-либо возмущения:

- неустойчивого секундного расхода топлива –  $S$ ;
- отклонения параметров начальной точки  $R_0$  или  $V_0$ ;
- неустойчивой скорости истечения газов  $U_e$  БЦВК

рассчитывает параметры точки  $t_k$ , учитывая данные возмущения.

Интерпретация вышеизложенных формул в программном коде математической среды Mathcad представлены в Приложении А и Приложении Б.

В рамках данной работы, для демонстрации методов терминального наведения, была поставлена задача: рассчитать угол тангажа в конце АУТ РН, при внешнем возмущении, необходимый для попадания СК в область отчуждения.

В качестве исходных данных, были использованы номинальные значения для последней ступени ракеты-носителя «Старт».

«Старт» — твердотопливная космическая РН, сконструированная на базе МБР подвижного грунтового РК «Тополь», разработанного в НТЦ «Комплекс-МИТ».

РН «Старт» имеет две модификации, характеристики которых приведены в Таблице 2.6.

Таблица 2.6 – Модификации РН «Старт»

Модификация РН «Старт»	Количество ступеней	Полезная нагрузка для низких орбит (400 км), кг	Максимальный диаметр, м	Высота РН, м	Масса РН, т
Старт	5	850	1,8	28,8	60
Старт-1	4	500	1,8	22,7	47

В качестве параметра, изменяющегося при внешних возмущениях, был использован разброс расхода топлива, так как при номинальных параметрах на начало работы последней ступени, внешними градиентными возмущениями можно пренебречь.

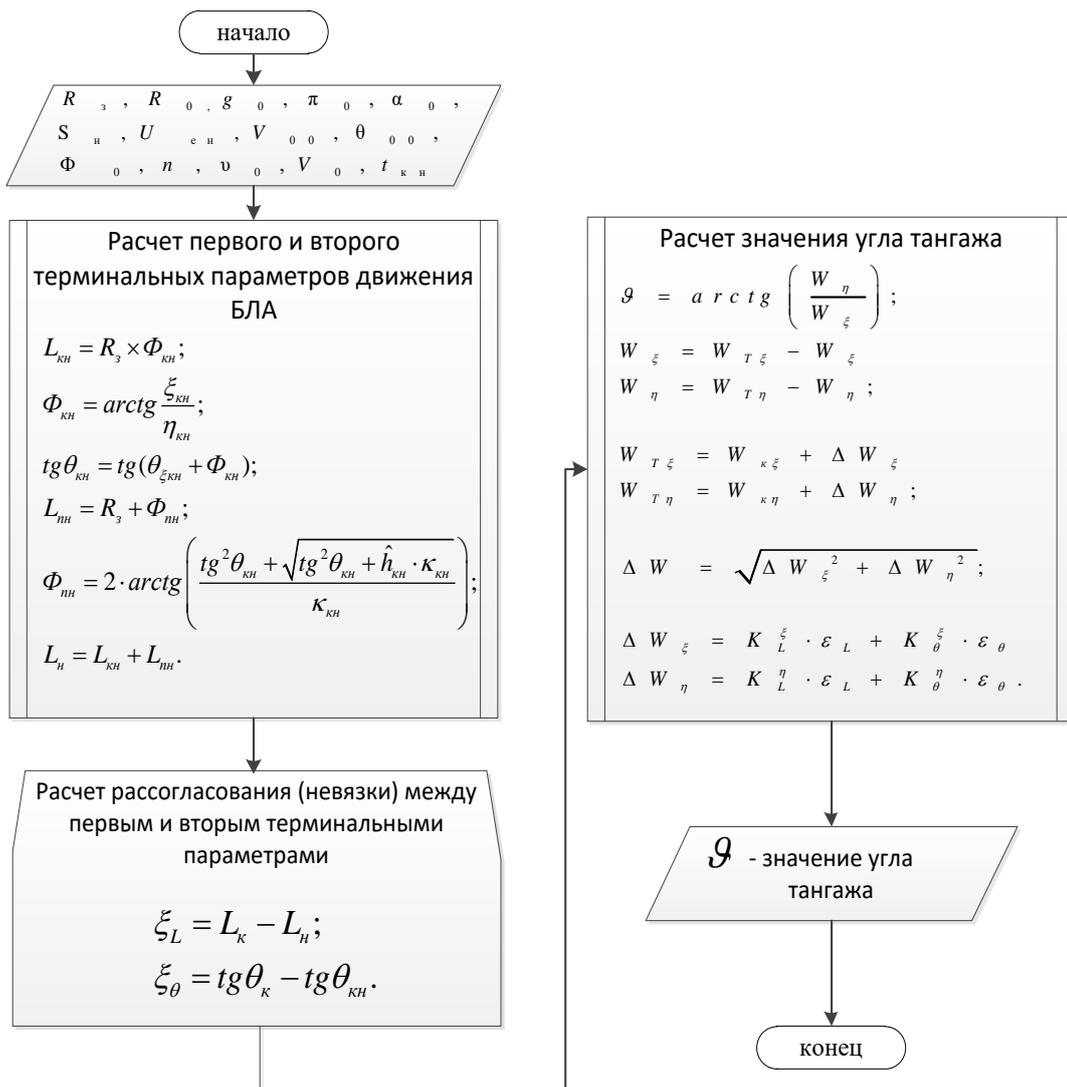


Рисунок 2.6 Последовательность расчета параметров движения

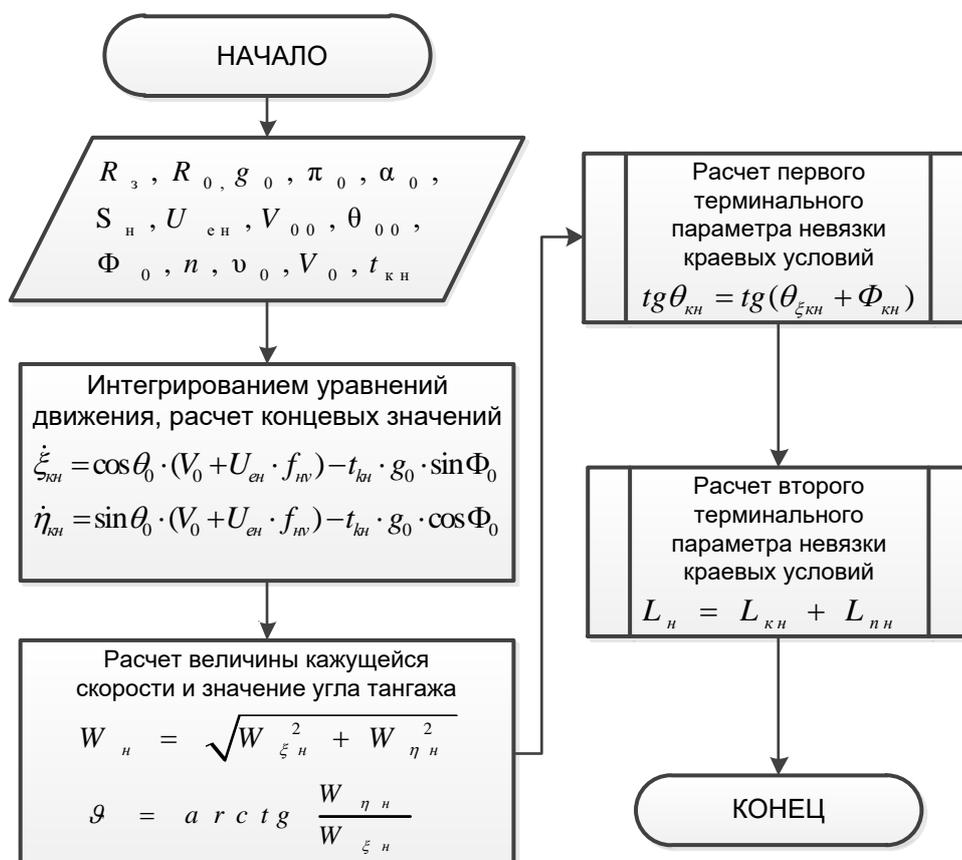


Рисунок 2.7 Алгоритм расчета номинальных параметров движения КС

Угол тангажа рассчитывается согласно блок-схеме, приведенной на рисунке 2.7, 2.8 для номинальных и возмущенных параметров движения.

При изменении параметров двигателя (расход топлива) величины  $L$  и  $tg \theta_k$  отличаются от ранее полученных номинальных значений и между ними появляются рассогласования невязки

$$\varepsilon_L = L - L_n \text{ и } \varepsilon_\theta = tg \theta_k - tg \theta_{kn} . \quad (2.55)$$

Получив значения невязок, БЦВК приступает к расчету вектора поправки командной скорости. Для этого рассчитываются баллистические производные:

$$\frac{\partial L}{\partial V \xi_k} = \frac{\partial L}{\partial V_k} \frac{V \xi_{kn}}{V_{kn}} - \frac{\partial L_n}{\partial \theta_k} \frac{V \eta_{kn}}{V_{kn}^2} , \quad (2.56)$$

$$\frac{\partial L}{\partial V \eta_k} = \frac{\partial L}{\partial V_k} \frac{V \eta_{kn}}{V_{kn}} + \frac{\partial L_n}{\partial \theta_k} \frac{V \xi_{kn}}{V_{kn}^2} , \quad (2.57)$$

где

$$\frac{\partial L}{\partial v_k} = L R_3 \frac{\varphi_k}{v_k v_k} \frac{\sin \frac{\phi_n^2}{2}}{\cos \theta_k^2}, \quad \varphi_k = \frac{1}{\hat{h}_k \cot \frac{\phi_n}{2} + \tan \theta_k},$$

$$\frac{\partial L_n}{\partial \theta_k} = Y_k \cdot \left( \frac{1}{R} v_k \cdot \operatorname{ctg} \frac{\phi_n}{R} - \operatorname{tg} \theta_k \right) \frac{\partial L_n}{\partial Y_k},$$

$$v_k = \frac{R_k Y_k^2}{x_0}.$$

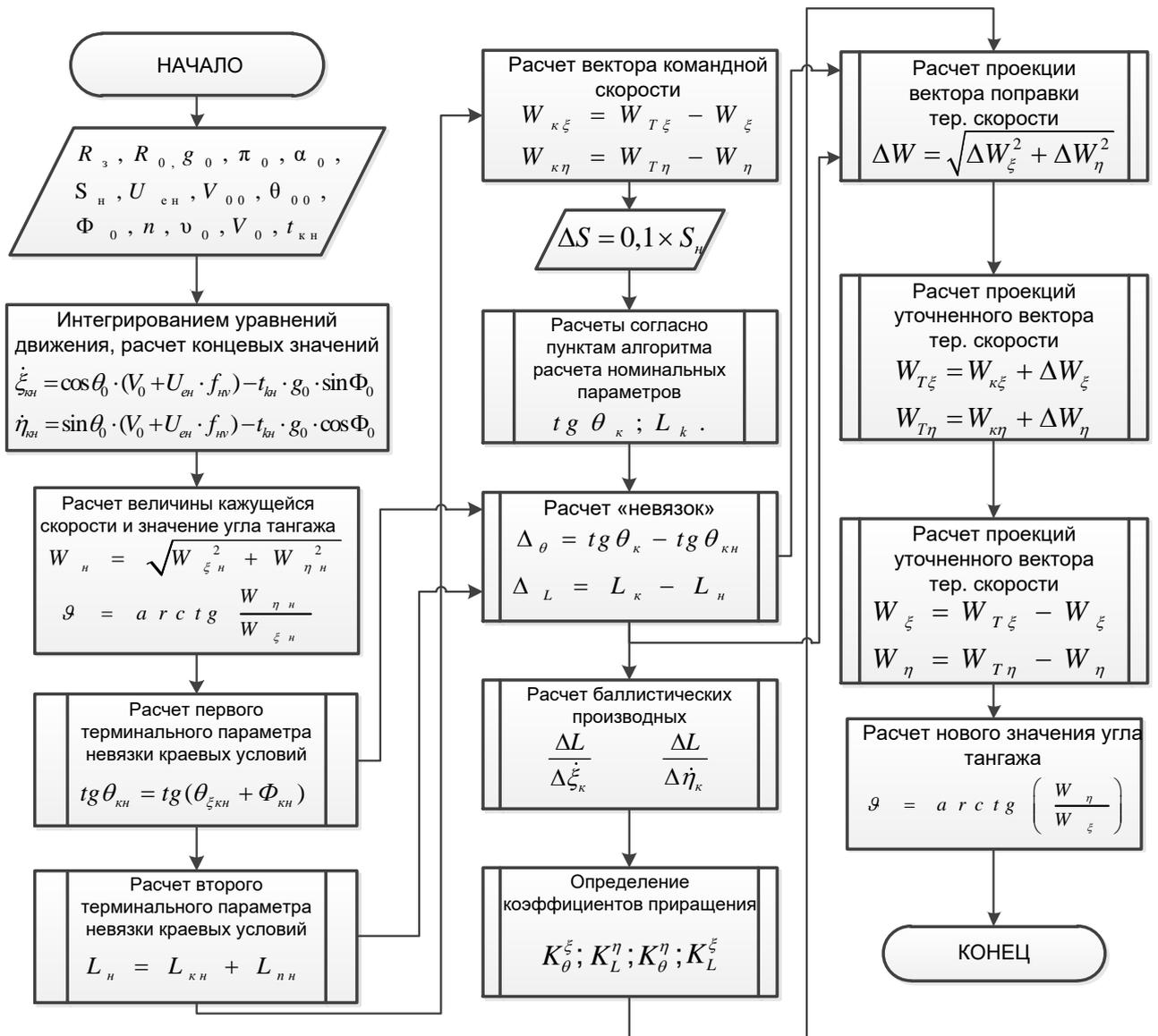


Рисунок 2.8 Алгоритм расчета возмущенных параметров движения РН

Затем определяются коэффициенты приращения:

$$\Delta = \frac{\partial L}{\partial V_{\xi_k}} + \frac{\partial L}{\partial Y_{\eta_k}} \cdot \operatorname{tg} \theta_k; \quad (2.58)$$

$$k_L^\xi = \frac{1}{\Delta}; \quad (2.59)$$

$$k_L^\eta = -\frac{\operatorname{tg} \theta_{\text{кн}}}{\Delta}; \quad (2.60)$$

$$k_\theta^\xi = \frac{V_{\xi_k}}{\Delta} \cdot \frac{\partial L}{\partial V_{\eta_k}}; \quad (2.61)$$

$$k_\theta^\eta = \frac{Y_{\xi_k}}{\Delta} \cdot \frac{\partial L}{\partial V_{\xi_k}}. \quad (2.62)$$

Тогда проекции вектора поправки командной скорости равны:

$$\begin{cases} \delta W_\xi = k_L^\xi \cdot \varepsilon_L + k_\theta^\xi \cdot \varepsilon_\theta \\ \delta W_\eta = k_L^\eta \cdot \varepsilon_L + k_\theta^\eta \cdot \varepsilon_\theta \end{cases} \Rightarrow \delta W = \sqrt{\delta W_\xi^2 + \delta W_\eta^2}. \quad (2.63)$$

С учетом полученного вектора поправки БЦВК рассчитывает новое значение вектора командной скорости и угла тангажа:

$$\begin{cases} W_{\text{т}\xi} = W_{\text{кн}\xi} + \delta W_\xi, \\ W_{\text{т}\eta} = W_{\text{кн}\eta} + \delta W_\eta, \end{cases} \quad (2.64)$$

$$\begin{cases} W_{\text{к}\xi_{\text{ост}}} = W_{\text{т}\xi} - W_{0\xi}, \\ W_{\text{к}\eta_{\text{ост}}} = W_{\text{т}\eta} - W_{0\eta}, \end{cases} \quad (2.65)$$

$$v = \operatorname{arctg} \frac{W_{\eta_{\text{ост}}}}{W_{\xi_{\text{ост}}}} \quad (2.66)$$

и приступает к повторному прогнозированию. Цикл прогноза завершается по условию равенства невязок нулю. [97]

## Выводы по разделу

1. В рамках раздела были систематизированы основы систем наведения при отделении отработавшей ступени. Описаны задачи и способы реализации терминальных систем наведения.

2. Рассмотрены основные методы прогнозирования отклонений, коррекции конечных значений параметров движения и управления движением КС, путем изменения угла тангажа.

3. Для визуализации возможностей систем автоматического терминального наведения, была сформулирована задача на расчет угла тангажа баллистического летательного аппарата при возмущенных значениях параметров движения.

4. Полученные алгоритмы вычислений могут быть использованы при анализе движения РН на этапе моделирования полёта, если использовать их до старта ракеты, а также, как составную часть вычислительного комплекса системы управления, так как позволяют увидеть расхождения значений параметров траектории КС при изменении исходных данных конкретной ступени ракеты.

5. В рамках работы не рассматривалась система стабилизации РН, алгоритм стабилизации и его программная реализация может быть применен в различных системах управления, но при условии стабильной работы двигательной установки. Идентификация параметров твердотопливного двигателя будет рассмотрена в следующем разделе.

### 3. МОДЕЛЬ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ РАКЕТНОГО ДВИГАТЕЛЯ НА ТВЕРДОМ ТОПЛИВЕ НА ОСНОВЕ ИСКУССТВЕННОЙ НЕЙРОННОЙ СЕТИ

#### 3.1 Анализ функционирования твердотопливного двигателя с глубоким регулированием тяги

##### 3.1.1 Анализ внутрикамерных процессов в камере сгорания

Для моделирования нестационарного горения твердого топлива были разработаны приближенные схемы, базирующиеся на предположении о квазистационарности процессов в газовой фазе. Хотя, необходимо отметить, что деление процессов горения в камере на квазистационарные и существенно нестационарные в достаточной степени условно, так как применение ТРТ с показателями степени  $\nu > 1$ , используемых в ДГР, и использование регуляторов и исполнительных устройств дискретного типа делает практически нереализуемыми квазистационарные режимы в классическом их понимании (плавного изменения давления относительно устойчивого равновесного уровня).

Запишем исходные математические выражения, на основе которых предполагается осуществить решение задачи стабилизации давления в КС ДГР. Учет закона сохранения массы и закона сохранения энергии для продуктов сгорания ТРТ позволяет вывести уравнения внутренней баллистики КС. Температура и давление продуктов сгорания топлива в камере двигателя определяются уравнениями баланса массы и энергии [1].

Разность прихода энергии за счет горения топлива и расхода энергии, включая теплопотери, кинетическую энергию и работу на преодоление внешнего сопротивления при истечении продуктов сгорания через сопло, определяет изменение полной внутренней энергии газов в КС ДГР (в единицу времени). Для идеального газа уравнение закона сохранения энергии в КС ДГР имеет вид:

$$\frac{WP}{T} \cdot \frac{dT}{dt} = S(e)U\gamma R_{\Gamma} (\chi_1 T_P - T) - (k-1)R_{\Gamma} T_P A_1 P \sum_{i=1}^4 \mu F(\delta_i), \quad (3.1)$$

а уравнение закона сохранения массы:

$$W \frac{dP}{dt} = S(e)U\gamma R_{\Gamma} \chi_1 T_P - kR_{\Gamma} T_P A_1 P \sum_{i=1}^4 \mu F(\delta_i) - S(e)U\gamma, \quad (3.2)$$

где  $A_1 = \frac{A(k)}{\sqrt{\chi_1 \cdot \chi_2 \cdot R_{\Gamma} \cdot T_P}}$  - коэффициент истечения. В выражениях (3.1) и

(3.2):  $S(e)$  - площадь поверхности горения ТРТ;  $U$  - скорость горения ТРТ;  $\gamma$  - удельный вес топлива;  $P$  - давление в камере сгорания;  $T$  - температура в камере сгорания;  $W$  - свободный объем камеры сгорания;  $R_{\Gamma}$  - приведенная газовая постоянная продуктов сгорания ТРТ;  $T_P$  - изохорная равновесная температура продуктов сгорания топлива;  $\chi_1$  - коэффициент теплопотерь, позволяющий учесть теплопотери на нагрев стенок камеры и на возможную неполноту химических реакций,  $\chi_2$  - коэффициент тепловых потерь по тракту от камеры сгорания до входа в сопло СУБ;  $A(k)$ - коэффициент, зависящий от термодинамических свойств продуктов сгорания, для конкретного ТРТ величина постоянная.

Последние слагаемые в правых частях уравнений (3.1) и (3.2) соответствуют расходу газов на заполнение объема выгорающего в единицу времени ТРТ и энергии этой массы газов. Эти слагаемые, по крайней мере, на два или три порядка, меньше двух других членов уравнений, и при анализе динамики рабочих процессов ДГР ими обычно пренебрегают. В этом случае имеем:

$$\frac{WP}{T} \cdot \frac{dT}{dt} = S(e)U\gamma R_{\Gamma} (k\chi_1 T_P - T) - (k-1)R_{\Gamma} T_P A_1 P \sum_{i=1}^4 \mu F(\delta_i) \quad (3.3)$$

$$W \frac{dP}{dt} = S(e)U\gamma R_{\Gamma} \chi_1 T_P - kR_{\Gamma} T_P A_1 P \sum_{i=1}^4 \mu F(\delta_i). \quad (3.4)$$

Часто для анализа динамики рабочих процессов ДГР при синтезе алгоритмов регулирования на начальной стадии проектирования достаточно ограничиться решением задачи при  $T=const$ , т.е. пренебречь изменением

температуры продуктов сгорания. Тогда приближенно принимается  $T = \chi_1 T$ , а уравнение (3.4) преобразуется к виду:

$$\frac{W}{R_{\Gamma} T_P} \cdot \frac{dP}{dt} = S(e)U\gamma - A_1 P \sum_{i=1}^4 \mu F(\delta_i), \quad (3.5)$$

или:

$$\frac{dP}{dt} = \frac{\chi_1 R_{\Gamma} T_P}{W} (\dot{m}_{\Gamma} - \dot{m}_C), \quad (3.6)$$

где  $\dot{m}_C = A_1 P(t) \sum_{i=1}^4 \mu F(\delta_i)$  - суммарный расход газов через сопла;

$\dot{m}_{\Gamma} = \gamma U S(e)$  - газоприход с горячей поверхности топлива.

Изменения свободного объема КС и свода заряда  $e$  определяются уравнениями:

$$\frac{dW}{dt} = S(e)U; \quad (3.7)$$

$$\frac{de}{dt} = U. \quad (3.8)$$

### 3.1.2 Математическая модель процессов в камере сгорания двигателя глубокого регулирования

При разработке математической модели какого-либо нового объекта всегда используются уже известные методы и принципы описания подобных объектов, а также экспериментальные результаты их испытаний, поэтому задача разработки новой математической модели несколько облегчается. При проектировании ССД в КС ДГР, как правило, желательно достижение соответствия динамики процессов изменения давления в КС и квазистационарной математической модели [61].

На основании выведенных уравнений газодинамики, при работе на стационарных режимах тяги при малых отклонениях фазовых координат от

своих номинальных значений динамика процессов в КС при изменении суммарной площади критических сечений сопел описывается системой дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами соответствующего порядка, представленной ниже:

$$\begin{cases} \frac{dP}{dt} = \frac{\chi_1 R_{\Gamma} T_P}{W(t)} (\dot{m}_{\Gamma} - \dot{m}_C) \\ \frac{dW}{dt} = U(P)S(e) \\ \frac{de}{dt} = U(P) \end{cases} \quad (3.9)$$

$$\dot{m}_C = A_1 P(t) \sum_{i=1}^4 \mu F(\delta_i); \quad (3.10)$$

$$\dot{m}_{\Gamma} = \gamma U(P)S(e). \quad (3.11)$$

где  $P(t)$  – давление в камере сгорания;

$W(t)$  – свободный объем камеры сгорания;

$e(t)$  – текущий свод заряда;

$\dot{m}_{\Gamma}$  - газоприход с горячей поверхности топлива;

$\dot{m}_C$  - секундный расход из камеры сгорания через  $i$ -е сопло;

$U(P)$  – скорость горения заряда;

$S(e)$  – площадь горения заряда;

$A_1$  - коэффициент истечения;

Данная математическая модель процесса горения описывает изменение давления в КС после воспламенения, изменение свободного объема и текущего свода заряда. Основное влияние на динамические характеристики ДГР оказывает КС.

### 3.1.3 Математическая постановка задачи идентификации

Для решения задачи синтеза алгоритмов стабилизации давления в ДГР регулируемого изменением площади критических сечений сопел зададим значения параметров математической модели, являющиеся типовыми:  $t=0$ ,  $P_0=1$ ,  $W=W_0$ ,  $e_0=0$ ,

Параметры  $\gamma$ ,  $A(\kappa)$ ,  $P_M^N$ ;  $P_{\text{ПР}}^N$ ,  $P_{\text{П}}^N$  – постоянные,

$$T_p = 1875 - 1,333 (P_M^N - P_K) - \text{переменные}, \quad (3.12)$$

где  $P_K$  – текущее давление в камере сгорания;

Прогнозируемая стационарная скорость горения для рассматриваемого типа ТРТ представлена полиномом второй степени вида:

$$U(P) = a_0 + a_1 P_K + a_2 P_K^2 \text{ (мм/с)}, \quad (3.13)$$

Где  $a_0 = \text{const}$ ;  $a_1 = \text{const}$ ;  $a_2 = \text{const}$ .

Значения теплотерь в камере сгорания  $\chi_1$  и по тракту от камеры сгорания до входа в сопло СУБ  $\chi_2$  имеют табличные зависимости от времени. Площадь поверхности горения также задается таблично.

Изменение программного давления происходит по заданной программе (циклограмме), представленной на Рисунке 3.1.

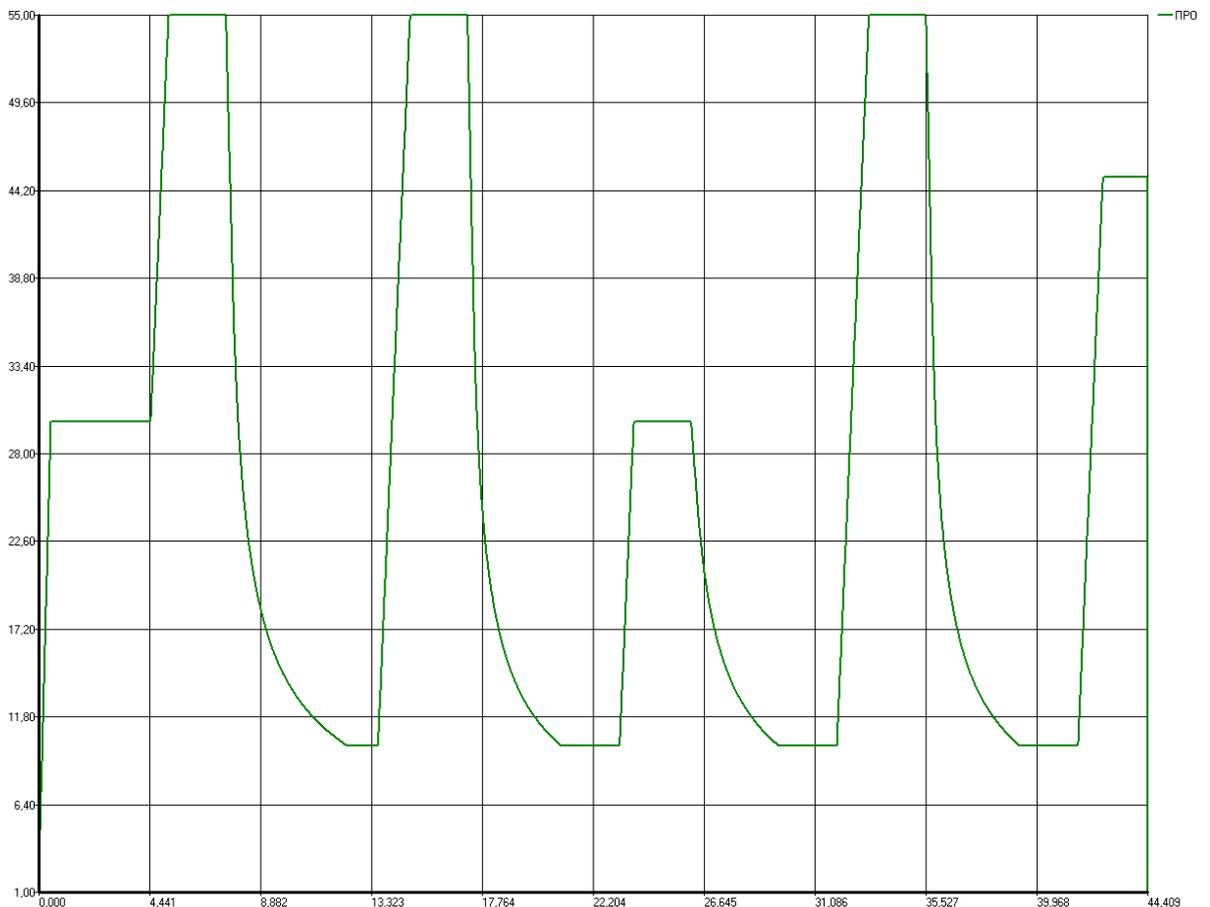


Рисунок 3.1 – Циклограмма изменения программного давления

При разработке алгоритмов стабилизации давления в ДГР с необходимо также выполнять специальные требования, предъявляемые к ССД ДГР. Она должна обеспечивать с высокой точностью стабилизацию давления относительно программных значений на стационарных режимах тяги и переводить ДГР с одного стационарного режима на другой при выполнении требований к качеству переходных процессов [15].

$$\begin{cases} \frac{dP}{dt} = \frac{\chi_1 R_{\Gamma} T_P}{W(t)} (\dot{m}_{\Gamma} - \dot{m}_C) \\ \frac{dW}{dt} = U(P)S(e) \\ \frac{de}{dt} = U(P) \end{cases} \quad (3.14)$$

$$\dot{m}_C = A_1 P(t) \sum_{i=1}^4 \mu F(\delta_i); \quad (3.15)$$

$$\dot{m}_{\Gamma} = \gamma U(P)S(e). \quad (3.16)$$

где  $\mu F(\delta_i)$ - параметр управления  $i$ -го сопла.

1. Граничные условия:

$$\begin{aligned} P(t_0) = P_0, P(t_k) = P_{\text{ПР}} \\ W(t_0) = W_0, W(t_k) = W_{\text{МАХ}} \\ e(t_0) = e_0, e(t_k) = 0 \end{aligned} \quad (3.17)$$

2. Искомое управление:

$$U(t) = f(t, P, W, U). \quad (3.18)$$

ограничения на управления

$$\mu F i \text{MIN} \leq \mu F i \leq \mu F i \text{MAX}. \quad (3.19)$$

3. Критерий оптимальности:

$$J = \int_{t_0}^{t_K} (P_K - P_{\text{ПР}})^2 dt \rightarrow \min. \quad (3.20)$$

### 3.2 Исследование свойств двигателя с глубоким регулированием тяги

### 3.2.1 Исследование статических характеристик двигателя с глубоким регулированием тяги

Статическая характеристика объекта выражает собой зависимость между выходной (регулируемой) величиной и входной величиной (регулирующим воздействием) в установившихся режимах при разных постоянных значениях внешнего воздействия [61].

Давление в камере является определяющей характеристикой установившегося процесса работы ДГР. Давление и температура продуктов сгорания в камере ДГР с зарядом из топлива одного состава по окончании работы устройства воспламенения определяются системой дифференциальных уравнений (3.9). На стационарных режимах работы давление в камере поддерживается на уровне близком к постоянному. Поэтому при определении стационарного давления в камере можно не учитывать факторы, оказывающие влияние на рабочий процесс лишь в условиях нестационарных режимов работы. Однако при этом необходимо принимать во внимание все постоянно действующие на стационарных режимах факторы. Стационарный режим работы РДТТ устойчив, если отклонения давления и температуры от их стационарных значений, вызванные конечными кратковременными внешними возмущениями, или отличными от стационарных начальными условиями, стремятся с течением времени к нулю.

На основании вышесказанного, на стационарных режимах работы ДГР могут быть приняты следующие допущения [61]:

1. Скорость изменения давления в камере невелика и не оказывает существенного влияния на уровень стационарного давления;
2. Поскольку за время пребывания в камере образовавшейся в процессе горения массы продуктов сгорания изменение давления невелико, температура продуктов сгорания принимается неизменной, равной температуре горения при  $P = const$ ;

3. Горение заряда ТРТ происходит эквивалентными слоями, а скорость горения топлива по всей поверхности горения постоянна и равна некоторому осредненному значению.

Вследствие этого можно принять:

$$T = const; P = const; \frac{dP}{dt} = 0; \quad \dot{m}_c = \dot{m}_r, \text{ откуда}$$

$$\sum_{i=1}^4 \mu F(\delta_i) = \frac{\gamma S(e) U_{\text{ПР}}}{A_1 P_{\text{ПР}}}. \quad (3.21)$$

Введем приращения газоприхода и газорасхода топлива от установившихся значений. Тогда:

$$\begin{aligned} \dot{m}_r &= \dot{m}_{r_{\text{ном}}} + \Delta \dot{m}_r; \\ \dot{m}_c &= \dot{m}_{c_{\text{ном}}} + \Delta \dot{m}_c. \end{aligned} \quad (3.22)$$

Разложением в ряд Тейлора  $\dot{m}_c$  и  $\dot{m}_r$ , и ограничившись только членами, линейно зависящими от указанных переменных, получаем:

$$\Delta \dot{m}_r = \frac{\partial \dot{m}_r}{\partial U} \Delta U = \frac{\partial \dot{m}_r}{\partial U} \frac{\partial U}{\partial P} \Delta P = \gamma S(e) \frac{\partial U}{\partial P} \Delta P; \quad (3.23)$$

$$\Delta \dot{m}_c = \frac{\partial \dot{m}_c}{\partial P} \Delta P + \frac{\partial \dot{m}_c}{\partial \mu F} \Delta \mu F = A_1 (P_{\text{ПР}} \Delta \mu F + \Delta P \mu F_{\text{ПР}}). \quad (3.24)$$

После переноса в левую часть уравнения членов, содержащих  $\Delta P$ , получим для рассматриваемого двигателя уравнения изменения давления в КС в отклонениях относительно заданной рабочей точки:

$$\frac{d\Delta P}{dt} + K_1 \Delta P = K_2 \Delta \mu F. \quad (3.25)$$

Запишем данное уравнение в операторной форме:

$$(Ts + 1) \cdot \Delta P = K \Delta \mu F. \quad (3.26)$$

Данное уравнение показывает связь между параметрами рабочего процесса двигателя, которые приняты за регулируемые координаты (давление в камере сгорания) и управляющими воздействиями (изменениями суммарной площади критических сечений сопел).

Для математического описания ДГР как объекта регулирования опишем его передаточную функцию. Передаточную функцию изменения давления в КС получают, применяя преобразование Лапласа к линеаризованным уравнениям внутренней баллистики камеры сгорания. Эта передаточная функция позволяет в линейном приближении исследовать устойчивость и качество динамических процессов ДГР и проводить синтез алгоритмов регулирования. Она устанавливает связь между давлением и управляющим входным воздействием (суммарной площадью критических сечений сопел) в отклонениях от стационарных (равновесных) режимов (состояний) [61].

Передаточная функция объекта регулирования:

$$W_{\mu P}^P(s) = \frac{K}{Ts + 1}, \quad (3.27)$$

где  $T$  и  $K$  соответственно вычисляются по формулам:

$$T = \frac{W}{\chi_1 R_T T_P \gamma \cdot S(e) \left( -\frac{U_{PP}}{P_{PP}} + \frac{\partial U}{\partial P} \right)}; \quad (3.28)$$

$$K = \frac{K_2}{K_1} = \frac{A_1 P_{PP}}{\gamma \cdot S(e) \left( -\frac{U_{PP}}{P_{PP}} + \frac{\partial U}{\partial P} \right)}. \quad (3.29)$$

Коэффициент  $T$  имеет размерность времени и называется *постоянной времени*, которая характеризует инерционность (инерционное запаздывание в передаче входного сигнала на выход звена). По физическому смыслу любая постоянная времени величина положительная. Она определяет статические свойства звена.

Безразмерный коэффициент  $K$  носит название *коэффициента усиления*, который характеризует чувствительность двигателя к изменению входного сигнала. Это число нам показывает, с каким коэффициентом передаётся входная

величина звена на его выход. Данный коэффициент определяет динамические свойства звена.

Путем графического дифференцирования можно определить значения  $T$  и  $K$  в зависимости от режима работы двигателя, которые в дальнейшем используются на предварительном этапе создания регуляторов.

Анализ соотношений для определения коэффициентов передаточной функции ДГР показывает, что эти коэффициенты для регулируемого ДГР, диапазон изменения рабочих параметров которого высок, являются переменными величинами. Коэффициенты передаточных функций зависят от значений рабочих параметров в стационарной точке, в частности, давления свободного объема КС и температуры. Все это характеризует ДГР как нестационарный объект регулирования, параметры передаточной функции которого в рабочем диапазоне регулирования давления изменяются на порядок и более. Причем коэффициенты передаточной функции имеют нелинейную зависимость от давления в КС, а постоянная времени линейно зависит от свободного объема КС.

Если в выражении (3.27) разделить правую часть на  $K$ , получим:

$$W_{\mu P}^P(s) = \frac{1}{T's + \rho}, \quad (3.30)$$

где  $T' = \frac{T}{K}$  - имеет размерность времени – это постоянная времени объекта регулирования;  $\rho = \frac{1}{K}$  - характеризует самовыравнивание объекта и называется коэффициентом самовыравнивания, который показывает, может ли ДГР устойчиво работать при переходе с режима на режим без регулятора. Знак  $\rho$  определяется разностью  $\left( -\frac{U_{PP}}{P_{PP}} + \frac{\partial U}{\partial P} \right)$  (Рисунок 3.2). В случае  $\rho > 0$  новое значение давления будет поддерживаться двигателем и без регулятора. Если  $\rho = 0$ , то давление будет увеличиваться с постоянной скоростью, а при  $\rho < 0$  с увеличивающейся скоростью, и двигатель не может работать без регулятора.

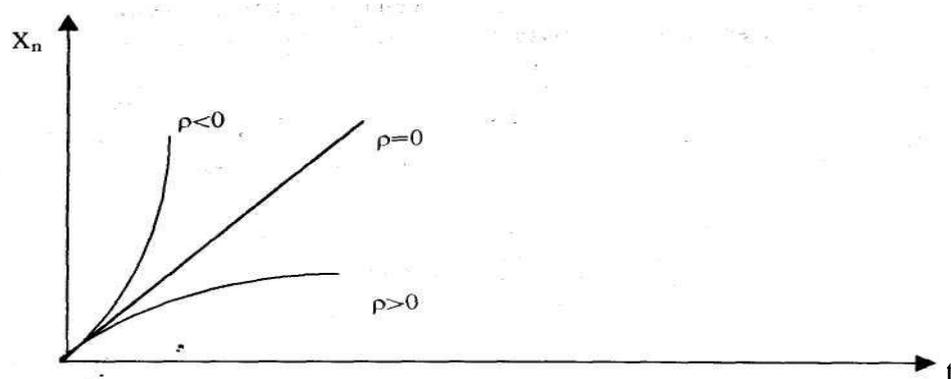


Рисунок 3.2 – Показатель самовыравнивания объекта

Анализ приведенных зависимостей показывает, что рассматриваемый двигатель является статически неустойчивым объектом, и в линейном приближении представляет собой апериодическое звено с переходной характеристикой, приведенной на Рисунке 3.3.

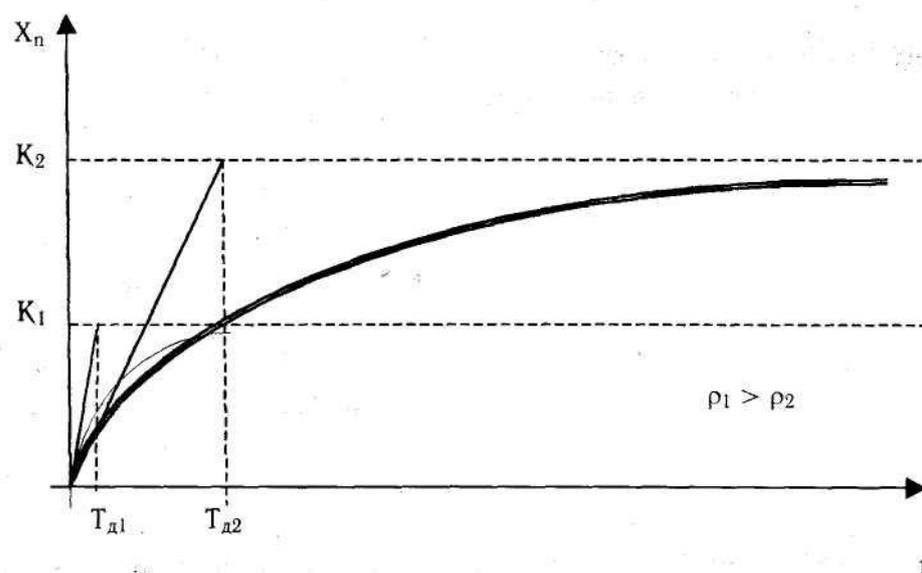


Рисунок 3.3 – Переходная характеристика апериодического звена

### 3.2.2 Исследование динамических характеристик двигателя с глубоким регулированием тяги

Динамические модели процессов работы ДГР необходимы для формулировки принципов построения системы стабилизации давления ДГР, а также для выбора параметров, определяющих динамику управления. Математические модели таких динамических процессов могут быть получены на

базе математического описания нестационарных процессов работы ДГР с применением методов теории автоматического управления [61].

Передаточные функции ДГР для нестационарной модели горения ТРТ могут быть получены из передаточной функции (3.27), выведенных для квазистационарной модели, путем замены в выражениях для определения их коэффициентов значения частной производной скорости горения ТРТ по давлению в стационарной точке  $\left. \frac{\partial u}{\partial p} \right|_{p=p_0}$  на выражение передаточной функции

скорости нестационарного горения ТРТ по давлению в КС  $W_{PU}(s)$ . Известные формы записи таких передаточных функций рассмотрены в работах [51; 52; 53; 54; 55]. При этом форма записи передаточной функции (3.27), содержащей в своих выражениях приведенные выше коэффициенты, не изменится [105].

Таким образом, при использовании модели нестационарного горения ТРТ будем иметь операторные выражения для следующих коэффициентов передаточных функций ДГР:

$$a = S(e)\gamma \left( W_{PU}(s) - \frac{u_0}{p_0} \right); \quad (3.31)$$

$$T = \frac{W}{\chi_1 R_T T_R \gamma \cdot S(e) \left( -\frac{U_{ПП}}{P_{ПП}} + W_{PU}(s) \right)}; \quad (3.32)$$

$$K = \frac{A_1 P_{ПП}}{\gamma \cdot S(e) \left( -\frac{U_{ПП}}{P_{ПП}} + W_{PU}(s) \right)}. \quad (3.33)$$

На Рисунке 3.4 приведена структурная схема КС ДГР [61], которая соответствует нестационарной модели горения ТРТ и передаточной функции (3.27).

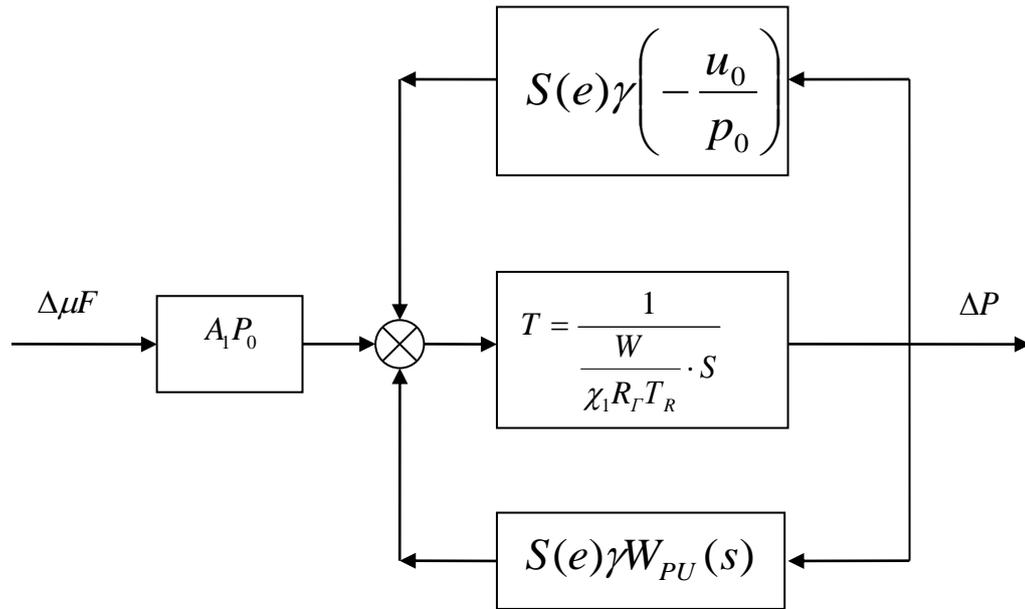


Рисунок 3.4 – Структурная схема КС ДГР для нестационарной модели горения ТРТ

Логарифмические частотные характеристики (ЛЧХ) КС, построенные с использованием экспериментальных данных о параметрах  $W_{PU}(s)$  для баллистического топлива с 1% добавки сажи и передаточной функции (3.27) представлены на Рисунке 3.5. На этом рисунке показаны логарифмическая амплитудная (ЛАЧХ) и логарифмическая фазовая (ЛФЧХ) частотные характеристики для квазистационарной и нестационарной моделей внутрикамерных процессов, штриховыми линиями обозначены логарифмические частотные характеристики апериодического звена вида, характерного для квазистационарной модели, сплошными – логарифмические частотные характеристики камеры сгорания, преобразованные к более сложному виду, при этом видно приобретенные дополнительные характерные фазовые сдвиги для логарифмических фазовых частотных характеристик, зависящие главным образом от равновесного значения давления. Указанное изменение логарифмических частотных характеристик существенно влияет на синтез алгоритма регулирования давления, особенно, если наиболее сильное изменение логарифмических фазовых частотных характеристик попадает в окрестность частоты среза ССД, а

логарифмические амплитудно-частотные характеристики – в окрестность частоты нулевой фазы ССД. [61]

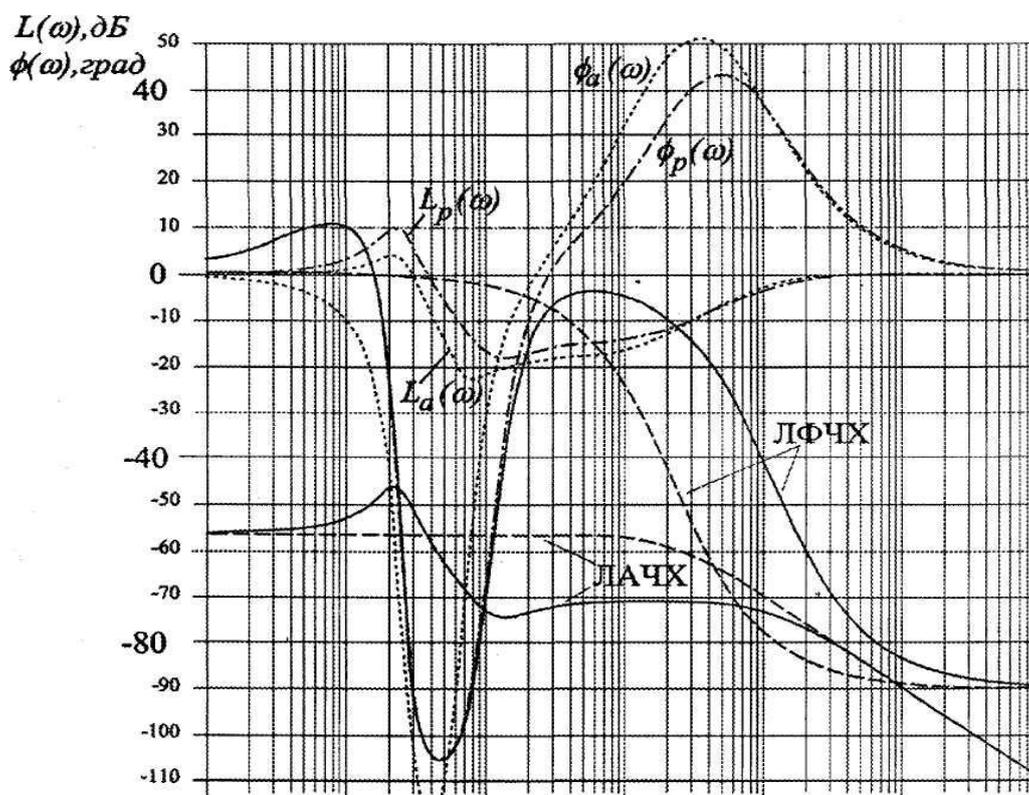


Рисунок 3.5 – Логарифмические частотные характеристики КС

Аппроксимация функции  $W_a(s)$  осуществляется посредством последовательного соединения типовых линейных динамических звеньев, что обусловлено удобством практического применения. Предлагаемая в (3.34) упрощенная модель нестационарных процессов в камере сгорания получена в результате анализа данных, отображенных на рисунке 3.5, и применения метода желаемых частотных характеристик:

$$W_a(s) = \frac{(k_{a1}T_a)^2 s^2 + 2k_{a1}T_a\xi_{a1}s + 1}{T_a^2 s^2 + 2T_a\xi_{a2}s + 1} \cdot \frac{k_{a2}T_a s + 1}{k_{a1}^2 k_{a2}T_a s + 1}, \quad (3.34)$$

где  $T_a, \xi_{a1}, \xi_{a2}, k_{a1}, k_{a2}$  - параметры аппроксимации, определяемые по результатам ОСИ или другим экспериментальным данным. [61]

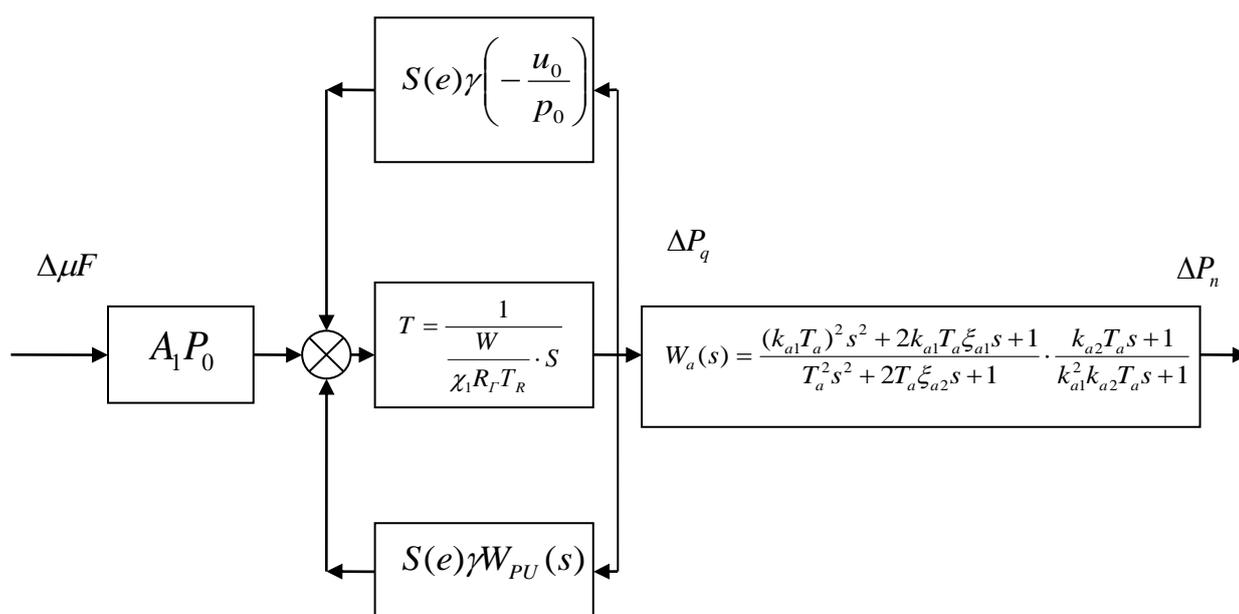
Совпадение с аппроксимируемой разностью логарифмических частотных характеристик нестационарной и квазистационарной моделей достигается за счет

выбранной структуры  $W_a(s)$  (3.34) и количество параметров упрощенной нестационарной модели, идентифицируемых по экспериментальным данным, минимально. Проведем качественный анализ влияния значений параметров функции  $W_a(s)$  (3.34) на характер ЛЧХ. Для начальной привязки логарифмических частотных характеристик по частоте выберем значение  $T_a$ : значение  $\omega = \frac{1}{T_a}$  соответствует примерно максимуму аппроксимирующей ЛАЧХ  $L_a(\omega)$  и середине участка начального спада аппроксимирующей ЛФЧХ  $\phi_a(\omega)$  (Рисунок 3.5). Выбор значения параметра  $k_{a1}$  определяет протяженность участка спада  $L_a(\omega)$  с наклоном около -40 дБ/дек, ширину участка отрицательного выброса  $\phi_a(\omega)$  и величину максимума положительного выброса  $\phi_a(\omega)$ . Значение параметра  $k_{a2}$  определяет положение начала участка подъема  $L_a(\omega)$  с наклоном около 20 дБ/дек и положение максимума положительного выброса  $\phi_a(\omega)$  в области высоких частот. Параметр  $\xi_{a1}$  определяет скорость спада  $\phi_a(\omega)$  в области низких частот, величину максимума  $L_a(\omega)$  и ширину участка спада  $\phi_a(\omega)$ , а параметр  $\xi_{a2}$  - скорость подъема  $\phi_a(\omega)$ , величину минимума  $L_a(\omega)$  и ширину участка подъема  $\phi_a(\omega)$  в области средних частот. Для использования упрощенной модели с передаточной функцией вида (3.32), (3.33) при исследовании процессов изменения давления в КС в широких пределах необходимо учитывать изменение динамических свойств нестационарной модели ДГР. Для выявления зависимостей параметров  $T_a$  и  $\xi_{a2}$  от давления  $p$  была проведена их идентификация по экспериментальным процессам стабилизации давления на нескольких уровнях, а полученные результаты использовались для выбора характера функциональных зависимостей  $T_a(p)$  и  $\xi_{a2}(p)$ . Упрощенная модель (3.34) нестационарных процессов в камере сгорания позволяет использовать для её идентификации результаты плановых ОСИ по отработке ДГР, так как предложенная аппроксимация передаточной функции последовательным соединением типовых линейных динамических звеньев допускает простой переход от модели, описывающей поведение ДГР в частотной области (ЛЧХ), к модели,

описывающей его поведение во временной области (обыкновенные дифференциальные уравнения), с использованием обратного преобразования Лапласа.[61]

Как показал анализ ЛЧХ камеры сгорания для баллистического топлива, величины параметров  $\xi_{a1}$ ,  $k_{a1}$  и  $k_{a2}$  могут быть выбраны на этапе предварительного анализа ЛЧХ разомкнутой ССД, что существенно упростит оптимизацию передаточной функции (3.34) по результатам ОСИ.

Таким образом, упрощенная нестационарная динамическая модель двигателя глубокого регулирования состоит из нелинейной квазистационарной модели газодинамических процессов в камере сгорания и дробно-рациональной передаточной функции [61]. Передаточная функция позволяет описывать отклонения давления в камере от давления, соответствующего квазистационарной модели, возникающего вследствие явлений нестационарного горения ТРТ. При обнулении динамических параметров передаточной функции (3.34) рассматриваемая модель вырождается в квазистационарную. При использовании такой упрощенной математической модели расчетная структурная схема КС ДГР имеет вид, представленный на Рисунке 3.6:



## Рисунок 3.6 – Расчетная структурная схема ДГР

Здесь  $\Delta P_q = P_q - P_0$ ;  $\Delta P_n = P_n - P_0$ ;  $\Delta \mu F = \mu F - \mu F_0$ , где  $P_0, U_0, \sigma_0$  - соответственно равновесные значения давления, скорости горения ТРТ и суммарной площади критических сечений всех сопел ДГР;  $\left. \frac{\partial u}{\partial p} \right|_{P=P_0}$  - равновесное значение частной производной скорости горения ТРТ по давлению; индексы  $q$  и  $n$  соответствуют параметрам квазистационарной и нестационарной модели.

## 3.2.3 Алгоритмическая компенсация нестационарных явлений процесса горения

Учитывая, что рассматриваемый ДГР представляет собой в линейном приближении апериодическое звено (3.34), передаточная функция управляющего устройства будет иметь вид:

$$W(S) = a_1 \frac{\frac{a_0}{a_1} + 1}{S}. \quad (3.35)$$

Таким образом, в ССД ДГР обычно применяется пропорционально-интегральный закон регулирования:

$$U_y = a_0 \Delta P + a_1 \int_0^t \Delta P dt, \quad (3.36)$$

где  $\Delta P = P - P_{пр}$ ; - ошибка регулирования давления;  $P_{пр}$  и  $P$  - соответственно заданное и действительное значения давления в КС ДГР;  $a_0, a_1$  коэффициенты закона регулирования;  $U_y$  - управляющий сигнал, подаваемый на вход привода ССД.

Выбор значений коэффициентов закона регулирования  $a_0, a_1$  при использовании квазистационарной модели ДГР производится в линейном приближении с помощью частотных методов [105], для постоянных значений параметров ДГР которые имеют место на стационарных участках работы при

установившихся процессах газообразования и истечения. Этому случаю соответствует передаточная функция ДГР вида (3.34). Анализируя произведение передаточных функций (3.34) и (3.35), можно сделать вывод: для обеспечения стабильности динамических свойств ССД при изменении параметров ДГР, достаточно выполнить следующие условия:

$$\frac{a_0}{a_1} = T = \frac{W}{\chi_1 R_{\Gamma} T_P \gamma \cdot S(e) \left( \frac{U_{PP}}{P_{PP}} - \frac{\partial U}{\partial P} \right)}; \quad (3.37)$$

$$k_0 = k_d k_r k_s a_1^* = \frac{k_d k_r k_s a_1 W}{\chi_1 R_{\Gamma} T_P \gamma \cdot S(e) \left( \frac{U_{PP}}{P_{PP}} - \frac{\partial U}{\partial P} \right)} = const. \quad (3.38)$$

где  $k_d k_r k_s$  - соответственно коэффициенты передачи привода, регулирующего органа (СУБ) ДГР и датчика давления;  $k_0$  - общий (круговой) коэффициент усиления контура регулирования давления.

При выполнении этих условий последовательное соединение управляющего устройства и ДГР эквивалентно интегрирующему звену с постоянным коэффициентом передачи, что обеспечивает наклон -20 дБ/дек логарифмической амплитудной характеристики (ЛАХ) в окрестности частоты среза (точки пересечения ЛАХ оси абсцисс) и, следовательно, монотонный апериодический характер переходных процессов в ССД. Выбором коэффициента  $k_0$  достигается требуемая частота среза  $\omega$ , которая связана с длительностью переходного процесса  $t$  известным соотношением  $\omega = 2\pi/t$  [61].

Следовательно, выбором параметров закона регулирования в соответствии с соотношениями (3.37), (3.38) обеспечивается устойчивость и требуемое качество процессов регулирования давления для известных значений параметров ДГР. Назовем соотношения (3.37), (3.38) *условиями параметрической инвариантности* ССД, так как при их выполнении в любой момент работы системы достигается независимость ее динамических свойств от значений параметров ДГР. Условия

параметрической инвариантности выполняются при изменении коэффициентов закона регулирования по соотношениям:

$$a_0 = a_0^* \frac{V_0}{P_0}; \quad a_1 = a_1^* \frac{\frac{U_{ПП}}{P_0} - \frac{\partial U}{\partial P}}{P_0} \quad (3.39)$$

где  $a_0^*$ ,  $a_1^*$ - постоянные коэффициенты, определяемые выражениями:

$$a_0^* = \frac{1}{Ak_d k_r k_s \chi_1 R_\Gamma T_P} k_0; \quad a_1^* = \frac{S\gamma}{Ak_d k_r k_s} k_0. \quad (3.40)$$

Для реализации условий параметрической инвариантности в процессе работы ССД необходима априорная информация о параметрах закона горения ТРТ  $U(P)$  и  $\frac{\partial U}{\partial P}$ , и текущая информация о значении свободного объема камеры сгорания  $W$  и давления  $P$  в ней.

Свободный объем камеры сгорания ДГР вычисляется из выражения (3.6). С достаточной для практических целей точностью его можно определять по приближенным формулам, так как в ДГР обычно используются заряды торцевого горения. Когда заранее известна программа изменения управляющего воздействия ССД (циклограмма давления) на все время работы ДГР, методом моделирования, подбирается такое значение коэффициента  $C_v^*$ , которое при вычислении свободного объема по формуле:

$$V = V_i + C_v^* \int_0^t P dt \quad (3.41)$$

обеспечит точность не хуже 10%.  $V_i$  - начальное значение свободного объема. Вычисление же постоянной времени  $T_{gg}$  в процессе работы ДГР с такой точностью может привести к изменению запасов устойчивости по амплитуде на 3...3 дБ и по фазе на 3...5°, что практически не окажет заметного влияния на динамические свойства ССД.

Описанный алгоритм регулирования давления обеспечивает параметрическую инвариантность и требуемое качество переходных процессов в

ССД для расчетных режимов и параметров ДГР. При отклонении параметров и режимов работы ДГР от расчетных требуются дополнительные меры для сохранения качества процессов регулирования.

Для многорежимных ДГР характерной программой изменения давления в камере сгорания являются чередующиеся участки стабилизации заданного уровня и участки переключения стабилизируемых уровней. Наиболее простой формой управляющего сигнала в этом случае является ступенчатая функция. Из теории автоматического регулирования [87] известно, что ступенчатый сигнал вызывает наибольшее перерегулирование и максимальные динамические ошибки. А к ССД ДГР предъявляются жесткие требования по величине перерегулирования (обычно не более 10%). Экспериментальные исследования показывают, что снизить перерегулирование можно за счет изменения формы управляющего сигнала, выбрав кусочно-линейную функцию вместо ступенчатой. Сигнал такой формы вызывает более плавные переходные процессы и способствует заметному уменьшению перерегулирования, практически не увеличивая при этом длительности переходного процесса.

Величина перерегулирования определяется, в основном, установившимся значением ошибки регулирования на участке линейно изменяющегося входного сигнала. Снизить величину этой ошибки можно, уменьшая сигнал рассогласования за счет переменного сигнала уставки  $U_{уст}$ , который рассчитывается для стационарного режима из закона сохранения массы газов КС, где  $\mu F = \mu F(\delta_i)$  - суммарная площадь критических сечений СБ, как функция положения  $\delta_i$  регулирующего органа. В этом случае существует обратная функция  $\delta_i = \delta(\mu F)$ , позволяющая для известного требуемого значения площади критического сечения рассчитать необходимое значение положения требуемого регулирующего органа  $\delta_i$ . Таким образом, для каждого заданного значения давления  $P_{ПР}$  в КС ДГР может быть рассчитано значение:

$$\sum_{i=1}^4 \mu F(\delta_i) = \frac{\gamma S(e) U_{ПР}}{A_1 P_{ПР}}, \quad (3.42)$$

и, соответственно сигнал:

$$U_{уст} = F\left(\sum_{i=1}^4 \mu F(\delta_i)\right) \quad (3.43)$$

Закон регулирования (3.35) с учетом переменной уставки примет вид:

$$U_y = a_0 \Delta P + a_1 \int_0^t \Delta P dt + U_{уст} \quad (3.44)$$

Для формирования текущих значений переменных коэффициентов  $a_0$  и  $a_1$ , по соотношениям (3.40) можно использовать как текущее  $P_K$ , так и заданное  $P_{ПР}$  значение давления. Использование для определения этих коэффициентов текущего значения давления приводит к появлению в ССД дополнительных замкнутых контуров с обратной связью по давлению, что влияет на устойчивость ССД и повышает колебательность процессов регулирования. В то время как использование для этой цели значения  $P_{ПР}$  вызывает только появление дополнительного входного сигнала, не влияющего на устойчивость процессов регулирования.

При работе ССД на участках изменения заданного значения давления могут возникать большие рассогласования по регулируемой координате, что приводит к нелинейным режимам работы привода (ограничение хода или (и) скорости перемещение штока РМ, и, как следствие этого, к увеличению перерегулирования и иногда колебательности). Для исключения влияния нелинейных режимов работы привода на качество процессов регулирования в ССД может быть предусмотрено отключение входов интеграторов во время работы РМ в нелинейном режиме.

Программы изменения коэффициентов алгоритма регулирования  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $U_y$  по времени определяются и регулируются во время работы ДГР при реализации рассмотренных алгоритмов регулирования, так как заранее известна  $P_{ПР}(t)$  программа изменения давления, с применением формул (3.40)-(3.43), квазистационарного закона горения ТРТ  $U(p)$ .

В случае, когда свойства заряда ТРТ применяемого для оснащения ДГР таковы, что при выполнении циклограммы работы в КС возникают существенно нестационарные процессы, как это имело место при проведении ОСИ, в алгоритм регулирования добавляется специальный корректирующий фильтр с переменными параметрами, который должен скомпенсировать влияние нестационарных явлений на процесс регулирования.

Если принять за основу нестационарную модель ДГР вида (3.34), то в качестве такого корректирующего фильтра используется включаемое последовательно в схеме ССД звено с дробно-рациональной передаточной функцией, обратной выражению (3.34):

$$W_{cf}(s) = \frac{T_a^2 s^2 + 2T_a \xi_{a2} s + 1}{(k_{a1} T_a)^2 s^2 + 2k_{a1} T_a \xi_{a1} s + 1} \cdot \frac{k_{a2} T_{a1} s + 1}{T_{a1} s + 1} \quad (3.45)$$

где значения параметров  $W_{cf}(s)$  соответствуют идентифицированным по результатам ОСИ переменным параметрам передаточной функции.

Таким образом, регулирование давления в КС ДГР производится по схеме, представленной на Рисунке 3.7.

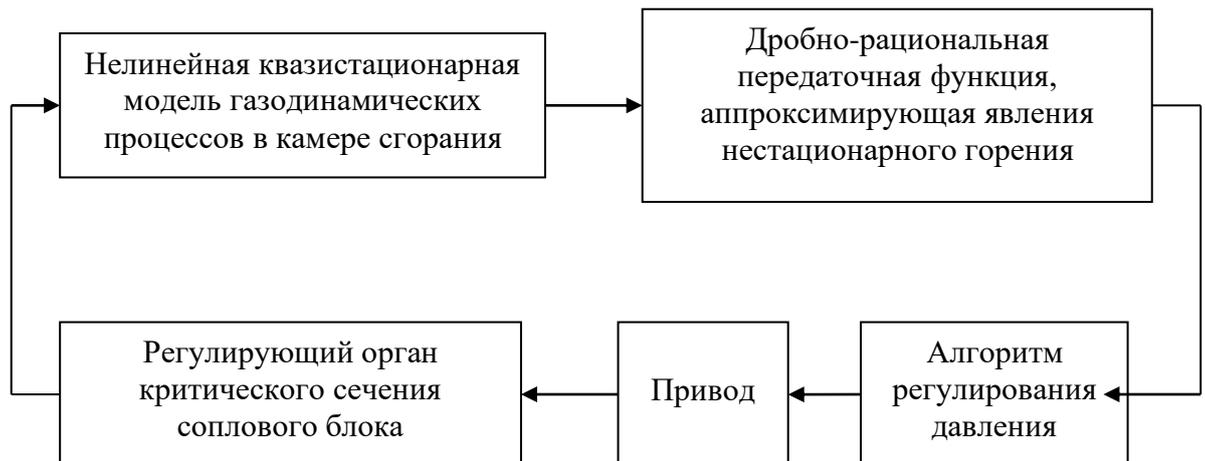


Рисунок 3.7 – Регулирование давления в КС ДГР

Реализация данной схемы показана на результатах моделирования, проведенных для нормальной ( $U(P)$ ), повышенной ( $+20\%U(P)$ ) и пониженной ( $-20\% U(P)$ ) скоростях горения твёрдого топлива в КС ДГР, представленных на Рисунках 3.8-3.10.

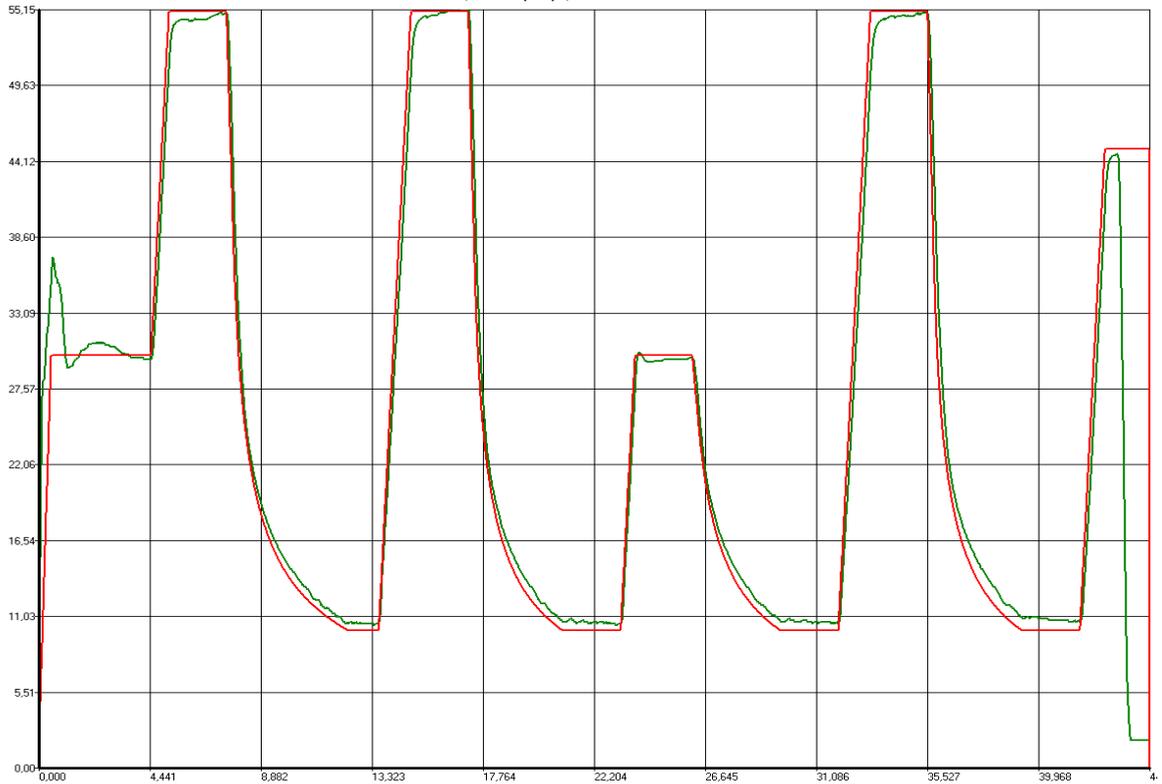


Рисунок 3.8 – Результаты моделирования по регулированию давления в КС ДГР для нормальной скорости горения

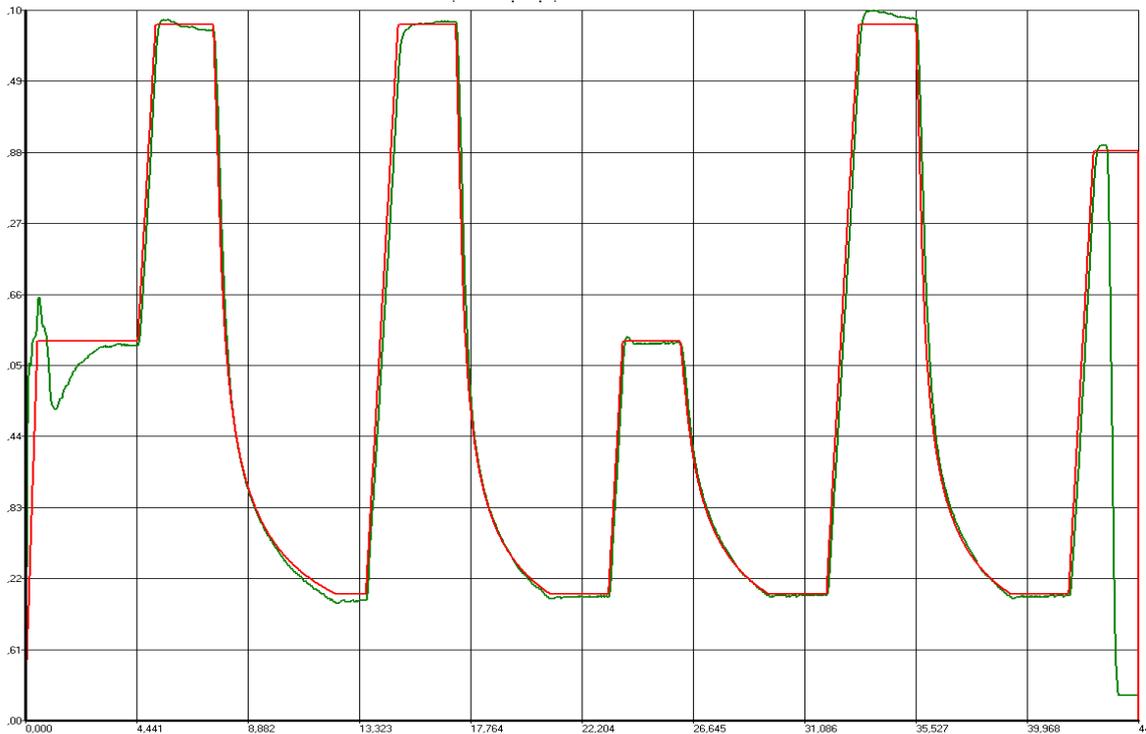


Рисунок 3.9 – Результаты моделирования по регулированию давления в КС ДГР для пониженной скорости горения

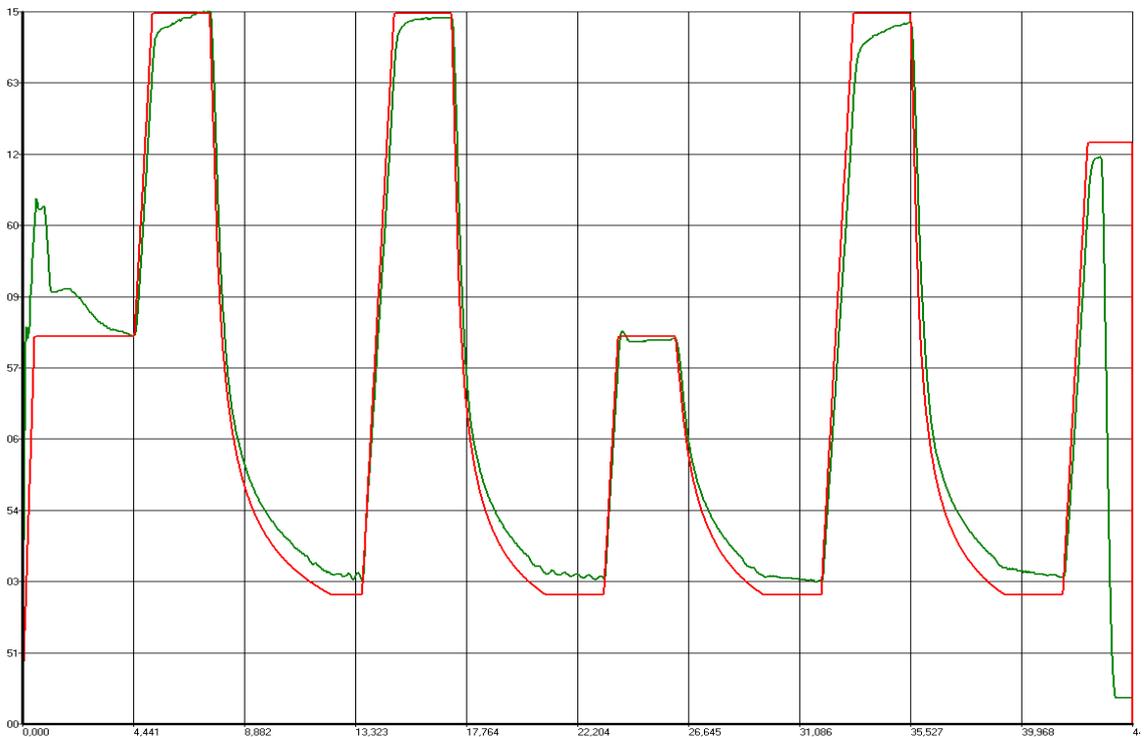


Рисунок 3.10 – Результаты моделирования по регулированию давления в КС ДГР для повышенной скорости горения

### 3.3 Задача управления процессом горения в условиях неопределённости

Как следует из приведенного выше частотного метода синтеза регулятора, для построения оптимального в силу некоторого критерия  $J$  управления необходима полная информация о свойствах системы. Подобная информация, как правило, привносится на этапе расчета адекватной объекту математической модели (3.8). Дальнейшее использование принятой модели в задаче синтеза полностью определяет форму и вид оптимальных управляющих сигналов. Однако на практике не всегда возможно точно определить математическую модель интересующего нас объекта. Так, принимая во внимание результаты огневых испытаний по прожигу рассматриваемого маршевого двигателя (МД), с использованием усовершенствованного алгоритма стабилизации давления разработанного на основе частотного метода исследования систем [105], проведённых совместно организациями ФГУП «НПЦ АП» и ФГУП «МИТ» (Рисунок 3.11), можно сделать вывод о том, что алгоритмическая компенсация данной нестационарности скорости горения (3.45) не позволила обеспечить стабилизацию давления в КС ДГР при переходе с маршевого режима тяги на пониженный. Результаты моделирования и реальных ОСИ не совпали.

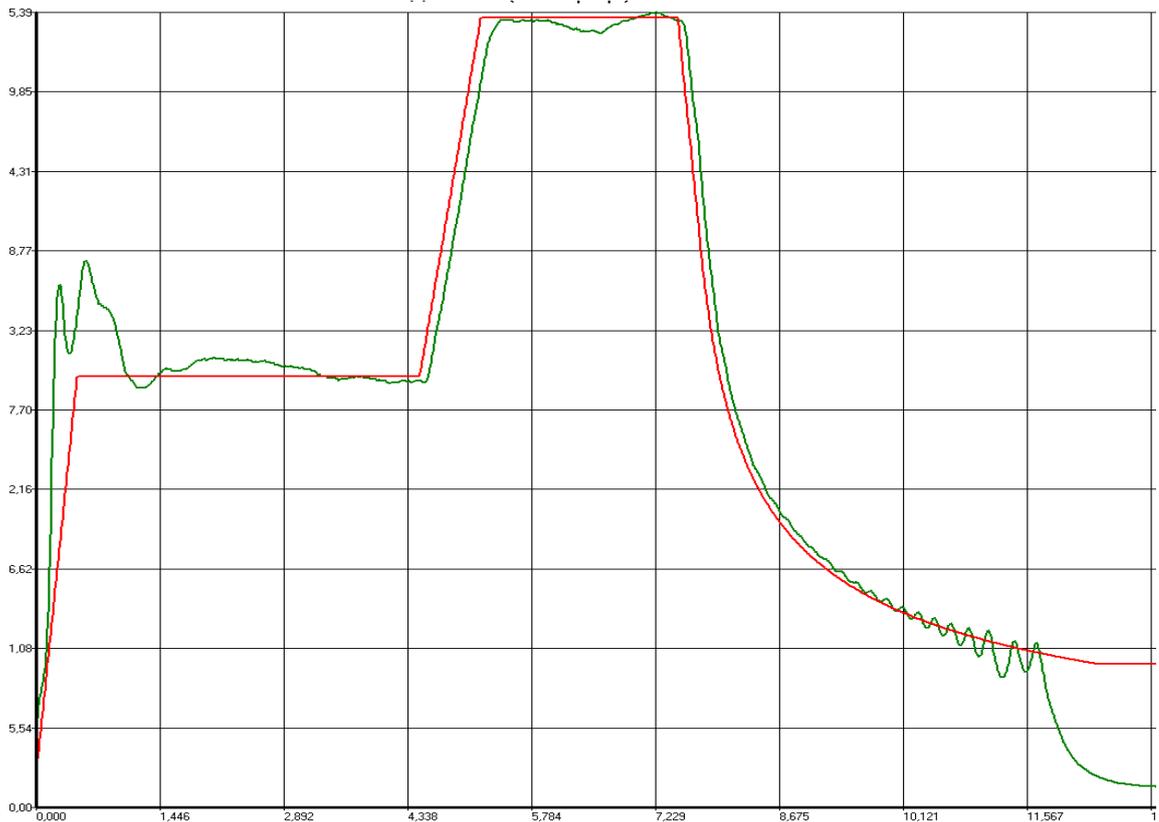


Рисунок 3.11 – Графики время — давление с использованием усовершенствованного алгоритма стабилизации давления разработанного на основе частотного метода исследования систем

Это означает, что функция изменения скорости горения представляет собой нестационарный во времени случайный процесс и её идентификация требует проведения серии экспериментальных работ по определению частотных характеристик КС ДГР, оснащенной зарядом используемого топлива и попытки описать наблюдаемую нестационарность пока не позволяют в полной мере управлять процессом горения на переходных режимах понижения тяги.

К специфике твердотопливных ДГР, существенно затрудняющей проектирование и испытания его ССД, также можно отнести:

1. Сложность, многоэтапность и высокая стоимость испытаний ДГР, в ходе которых одновременно отрабатываются разнородные части ДГР (конструкция, заряд твёрдого топлива, аппаратура и СМО СУ) имеющие значительную стоимость и многие варианты исполнения;
2. Стохастический характер ряда характеристик ДГР, не позволяющий

обеспечить надежный результат уже на первых этапах испытаний;

3.Необходимость в ходе проектирования и испытаний быстрой модернизации алгоритмов и программ управления ДГР под требования смежных организаций-разработчиков как систем управления, так и зарядов твёрдого топлива;

4.Скоротечный характер натуральных испытаний и затрудненность обработки и анализа данных в реальном времени из-за недостаточной оснащённости испытательной базы вычислительной техникой;

5.Трудности алгоритмизации и использования ЭВМ из-за сложности математических моделей ДГР, описывающих реальные процессы.

Очевидно, что решение данной задачи синтеза вызвано факторами неопределённости, касающимися математической модели исследуемого объекта. Данные неопределённости не позволяют в полной мере предсказать динамику поведения объекта. Например, прямые измерения давления и скорости горения представляют собой сложную задачу со значительными материальными и временными затратами, специальным аппаратным и приборным обеспечением. Данные измерения требуются при проведении экспериментов, необходимых для идентификации модели объекта, в частности определения частотных характеристик нестационарной скорости горения ТРТ по результатам огневых стендовых испытаний.[61]. Кроме того, как показывает практика, динамика горения не идентична даже для одной и той же партии топлива. Поэтому попытки идентифицировать нестационарность горения ТРТ носят в себе вероятностный характер.

Существующие к настоящему времени схемы устранения неопределённости так или иначе могут быть сведены к задачам идентификации системы. Задача идентификации в теоретико-множественной постановке для условий неопределённости формулируется как поиск некоторого оператора  $F^m[x(t)]$  (индекс  $m$  означает «модельный»), который должен быть наилучшим в определённом смысле, определённым из ранее указанного класса операторов и

отображать (аппроксимировать оператор  $F^m[*]$  (оператор реального объекта) на указанных множествах сигналов. Тогда уравнение модели представится как:

$$y(t) = F^m[x(t)], \quad (3.46)$$

где  $x(t)$ ,  $y(t)$  – входные и выходные сигналы объекта.

В общем виде процедура идентификации может быть представлена в виде блок-схемы, показанной на Рисунке 3.12 [105].

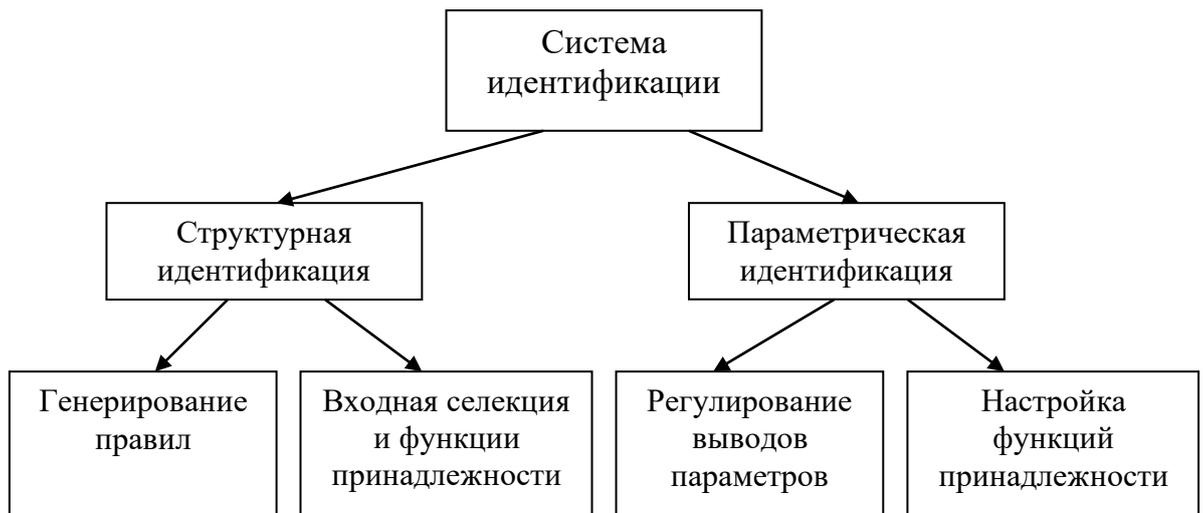


Рисунок 3.12 – Блок-схема системы идентификации

Очевидно, что в рассматриваемом случае, структура уравнений математической модели известна точно, и мы имеем дело с параметрической идентификацией скорости горения на переходных режимах.

Рассмотренный выше частотный подход к синтезу ССД ДГР таков, что для каждой отдельной новой партии топлива получается в определенном смысле уникальное решение. "Чувствительность" данного метода к неопределённости математической модели объекта потенциально порождает различные коэффициенты регуляторов в зависимости от полноты априорной информации. Естественным выходом из этой ситуации можно считать использование в качестве инструмента идентификации параметров скорости горения многослойную нейронную сеть (МНС), как "почти универсальное" устройство,

возможные включения которой в динамическую систему с объектом будут рассмотрены ниже. [109]

Применение МНС в качестве регулятора для нелинейных объектов управления оправдано их способностью к аппроксимации произвольных функции нескольких аргументов, определенных на компактном множестве, и способностью к обучению. Поэтому в качестве одного из подходов, предполагающих решение проблем связанных с неопределённостью, спецификой объекта, снижением затрат на идентификацию математической модели исследуемого объекта и предлагается искать решение данной задачи с помощью НС.

Как интуитивно следует из анализа результатов испытания ДГР, задача идентификации параметров скорости горения заключается в распознавании некоторого "образа" на кривой переходного процесса для измерения и выработки необходимого управляющего воздействия с целью подавления колебаний [44]. Этот образ указывает на появляющуюся неустойчивость или недостаточную активность ("вялость") САУ. Но распознавание образов – это как раз та область, где преимущества НС проявляются наиболее полно. Отсюда возникает идея построения блока определения скорости горения топлива на переходных режимах на базе НС, распознающей "форму" выходной реакции САУ по скорости изменения давления в ответ на отклонения управляющего воздействия СУБ. Обученная на результатах реальных испытаний путём решения обратной задачи внутренней баллистики НС довольно быстро распознает начало возникновения колебаний скорости горения на переходных режимах, требующих незамедлительной компенсации.

Задача синтеза регулятора в данном случае трансформируется в задачу выбора алгоритма обучения сети и "подходящей" информации для её обучения. В связи с этим применение нейронных сетей для идентификации динамических объектов, безусловно, становится привлекательным с практической точки зрения в тех случаях, когда приходится иметь дело с объектами со сложной динамикой, в том числе с неполно заданной математической моделью. Однако это связано с



Для получения устойчивых решений используют методы регуляризации, то есть, в общем случае, в качестве приближения к искомому псевдорешению  $\mathcal{X}$  принимают регуляризованное решение  $x_\alpha$ , которое определяют при минимизации квадратичного функционала:

$$F_\alpha[x] = \|Ax - \tilde{f}\|_{W_f}^2 + \alpha \|x\|_{W_x}^2, \quad (3.49)$$

где  $\alpha$  - параметр регуляризации;  $f = f + a$  — наблюдаемый вектор правой части СЛАУ;  $\delta$  - вектор случайной ошибки [49]. Матрица  $W$ , размером определяется на основе априорной информации о числовых характеристиках вектора  $\delta$ , в основном о корреляционных характеристиках вектора  $\delta$ . Матрица  $W_x$  размером  $m \times n$  характеризует «априорную гладкость» искомого решения и задается исходя из требуемого порядка регуляризации.

В свою очередь, минимум функционала (3.49) достигается на решении системы уравнений:

$$(A^T W_f A + \alpha W_x) x_\alpha = A^T W_f \tilde{f}. \quad (3.50)$$

Как правило, матрицы  $W_x$  и  $W_f$  при построении регуляризованного решения считаются заданными, и получение приемлемой точности регуляризованного решения  $x_\alpha$  достигается подбором параметра регуляризации  $\alpha$ ; такую регуляризацию (с помощью одного управляющего параметра регуляризации) называют «глобальной». Глобальная регуляризация проигрывает по сравнению с «локальной», которая выполняется соответствующим подбором всех элементов матрицы  $W_x$ . Однако априорная информация, необходимая для построения локального оптимального алгоритма, на практике отсутствует.

Нейронные сети являются естественными регуляторами, которые позволяют создавать специальные области притяжения (аттракторы), в которых находится приближенное единственное псевдонормальное решение.

Аппроксимационные свойства нейросетей играют решающую роль при их использовании в задачах управления. Доказан ряд теорем, математически

обосновывающих аппроксимационные свойства сетей с различными функциями активации [113].

В серии работ А.Н. Колмогоров [67-74] и В.И. Арнольд [21-23] решили следующую математическую проблему (составляющую существо тринадцатой проблемы Гильберта): любую непрерывную функцию  $n$  переменных можно точно представить с помощью операций сложения, умножения и суперпозиции из непрерывных функций одного переменного. В теореме Колмогорова (1958г.) о представлении любой непрерывной функции  $n$  переменных в виде суперпозиции функций одной переменной доказано следующее соотношение:

$$f(x_1, \dots, x_n) = \sum_{q=1}^{2n+1} \chi_q \left[ \sum_{p=1}^n \psi^{pq}(x_p) \right], \quad (3.51)$$

где  $\chi_q, \psi^{pq}$  — непрерывные функции одной переменной, причем  $\chi_q$  — специальные функции для каждой функции  $f(x_1, \dots, x_n)$ ;  $\psi^{pq}$  — независимо от  $f(x_1, \dots, x_n)$  выбираемые функции, стандартные для своего класса. В работе [130] показано, что функции  $\chi_q$  можно заменить единственной функцией  $\chi$ , а в [129] функции  $\psi^{pq}$  заменяются на  $\alpha^{pq} \psi_p$ , где множители  $\alpha^{pq} = \text{const}$  и  $\psi_p$  — монотонно возрастающие функции. Позже, на основе работы [129] R.Necht-Nielsen применил теорему Колмогорова для объяснения аппроксимационных свойств многослойных нейросетей и показал, что возможно представление любого непрерывного отображения  $f : x \in R^n \rightarrow (f_1(x), \dots, f_n(x)) \in R^m$  в сети двумя скрытыми слоями с  $n$  БПЭ в первом слое и  $(2n + 1)$  БПЭ во втором. В последующем на основе этих работ доказан ряд теорем об аппроксимации непрерывных функций многих переменных нейронными сетями с использованием практически произвольной непрерывной функции одного переменного. Эта функция действительно может быть произвольной, (см., например, обобщенную аппроксимационную теорему Стоуна). В свою очередь теорема Стоуна является обобщением известной теоремы Вейерштрасса о равномерном приближении непрерывных функций полиномами. Поэтому теорема Стоуна—Вейерштрасса служит теоретическим обоснованием

применимости искусственных нейросетей для решения разнообразных задач управления. Таким образом, нейронные сети позволяют с любой точностью вычислять произвольную непрерывную функцию  $f(s_1, s_2, \dots, s_n)$ . Следовательно, с их помощью можно сколь угодно точно аппроксимировать функцию, порожденную любой непрерывной системой [35; 102].

Известно, что при решении задач синтеза систем управления ключевой информацией является математическая модель объекта управления, которая строится на основании фундаментальных физических законов. Данные физические законы определяют структуру модели. В рассматриваемом объекте структура модели известна с достаточно высокой степенью точности, но неизвестен её главный параметр (скорость горения топлива при режимах перехода с повышенной тяги на пониженную), который меняется в процессе управления. [104]

Таким образом, задачу идентификации можно рассматривать как уточнение по экспериментальным данным параметров реального объекта. Учитывая известность структуры модели рассматриваемого объекта, мы имеем дело с параметрической идентификацией системы. Под параметрической идентификацией понимается возможность определения параметров математической модели (ММ) объекта или процесса по результатам измерения определенных величин в течение некоторого интервала времени [104].

Практический способ проверки степени эффективности решения задачи построения точной ММ – это сравнение и численная оценка реакций реального объекта и его модели, полученных при подаче на их входы одного и того же сигнала. Согласно классическому определению идентификации, сформулированному Л. Заде в 1962 году [119]: «Идентификация состоит в отыскании по входным и выходным сигналам некоторой системы из определенного класса систем, которой испытываемая система эквивалентна».

В то же время необходимо различать проблемы идентификации объекта и процесса. Если под идентификацией объекта понимается получение или уточнение по экспериментальным данным модели объекта, работоспособной для

всех её эксплуатационных режимов, то идентификация процесса – это получение или уточнение на основе экспериментов модели данного режима.

### 3.4.2. Идентификация нестационарной скорости горения с помощью нейросетевых технологий

Применение нейронных сетей для решения задач управления позволяет выделить два этапа проектирования:

- этап идентификации управляемого процесса;
- этап синтеза закона управления.

Задача идентификации состоит в построении оптимальной в силу некоторого критерия модели (формализованного описания) по результатам наблюдений над входными и выходными переменными системы, на практике реализация процедуры идентификации требует решения целого ряда вспомогательных задач, основными из которых являются:

- 1) планирование эксперимента;
- 2) сбор информации;
- 3) выбор модельной структуры [102] (типа ИНС) для моделирования;
- 4) выбор архитектуры ИНС выбранного типа (определения числа слоев и нейронов в этих слоях);
- 5) обучение (оптимизация параметров) ИНС по выбранному методу;
- 6) оценка модели;
- 7) принятие решения об адекватности модели [36].

Данные этапы достаточно полно описаны в работах Пупкова К.А и Егупова Н.Д. [102], Гаврилова А.И.[36], Никишова А.Н. [94].

### 3.5. Реализация процедуры идентификации параметров ракетного двигателя

Для изучения зависимостей между параметрами математической модели и для решения задачи синтеза алгоритмов ССД, модель исследуемого объекта с учётом всех параметров была реализована в пакете Simulink Matlab 6.0 [96].

Идентификацию нестационарной скорости горения произведём посредством обучения НС по результатам ОСИ пользуясь входными данными (суммарной площади критических сечений сопел) и выходными (измеряемым давлением в КС) проведём путем решения классической обратной задачи внутренней баллистики [85; 86; 93]:

$$u_{НС} = \frac{\frac{W(t)}{\chi_1 R_{\Gamma TP}} \cdot \dot{P}_{K+A(k)} \frac{\sum_{i=1}^4 \mu_{Fi} \cdot P_K}{\sqrt{\chi_1 \chi_2 R_{\Gamma TP}}}}{S(e) \cdot \gamma} \quad (3.79)$$

где  $u_{НС}$  - нестационарная скорость горения топлива, вычисленная по результатам ОСИ. Графики нестационарной скорости горения выявленной по результатам эксперимента и расчётной стационарной скорости горения представлены на Рисунке 3.13.

Анализируя уравнение (3.79), динамика скорости горения топлива будет описываться дифференциальным уравнением «вход» - «выход». Причем текущие значения реальной скорости горения зависят как от её предыдущих значений, так и от предыдущих значений давления в текущий и предшествующие моменты времени:

$$\phi(P^{(n)}, P^{(n-1)}, \dots, P; u^{(m)}, u^{(m-1)}, \dots, u) = 0 \quad (3.80)$$

Способность ИНС к аппроксимации позволяет представить скорость нестационарного горения топлива в виде НС-модели, имеющую заданную структуру и большое число настраиваемых коэффициентов.

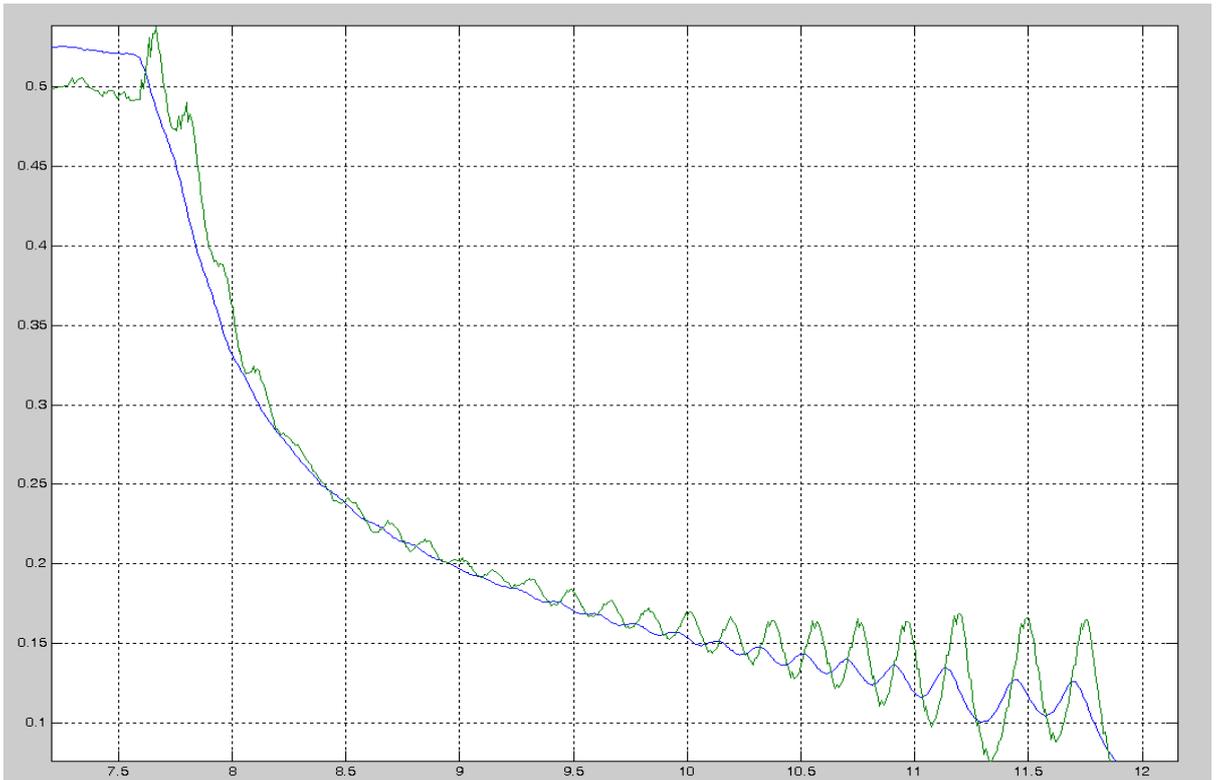


Рисунок 3.13 – Результаты идентификации нестационарной скорости горения топлива на переходном режиме и её сравнение с расчётным стационарным законом, используемым для расчёта параметров ММ

В динамических системах подлежащий распознаванию объект зависит от мгновенных обучающих пар, представляющих собой функцию времени. Если принять  $x$  в качестве вектора состояния  $x \in R^n$ ,  $P_K$  - входного вектора  $P_K \in R^N$ , а  $u$  - выходного вектора  $u \in R^M$ , то общее описание нелинейной системы, функционирующей в дискретном времени, может быть представлено в виде:

$$x(k+1) = \varphi[x(k), P_K(k)]; \quad (3.81)$$

$$u(k) = \psi[x(k)], \quad (3.82)$$

где  $x(k), P_K(k), u(k)$  обозначают векторы мгновенных значений соответствующих переменных,  $\varphi$  и  $\psi$  - знаки векторных статистических нелинейных функций ( $\varphi \in R^n, \psi \in R^M$ ), определяющих инвариантный во времени конкретный нелинейный объект.

Для определения связей, заданных нелинейными зависимостями используются приближенные математические модели, уточняющиеся в процессе обучения.

Таким образом, проблема идентификации объекта сводится к построению такой его параметрической модели, чтобы отклики объекта  $u(k)$  и модели  $\hat{u}(k)$  на одно и то же возбуждение  $P_K(k)$  совпадали в пределах допустимой погрешности  $\varepsilon$ , т.е.:

$$|\hat{u}(k) - u(k)| \leq \varepsilon \quad (3.83)$$

Если ограничиться одним входом и выходом, а также представить векторы возбуждения  $P_K$  и отклика объекта  $u$  состоящими из элементов запаздывания, т.е.  $P_K(k) = [P_K(k), P_K(k-1), \dots, P_K(k-p)]^T$ ;  $u(k) = [u(k), u(k-1), \dots, u(k-q)]^T$ , то общее описание нелинейной динамической модели можно выразить без вектора состояния  $x$  в форме:

$$\hat{u}(k+1) = f(u(k), P_K(k)). \quad (3.84)$$

В этом уравнении  $u(k+1)$  обозначает отклик нелинейного объекта в момент  $k+1$ , а  $\hat{u}(k+1)$  — отклик нейронной модели этого объекта в тот же момент времени. Разностный сигнал  $e(k+1) = u(k+1) - \hat{u}(k+1)$  управляет процессом адаптации параметров модели. Ряд элементов запаздывания на входе системы образует линию задержки с ответвлениями (англ.: Tapped Delay Line - TDL).

В случае применения для идентификации объектов нейронная сеть, как правило, подключается порядково-параллельным способом и использует для предсказания задерживаемые отклики объекта так, как это показано на Рисунке 3.14. Достоинства такого подключения - это, во-первых, гарантированная ограниченность входных сигналов модели, представляющих собой прошедшие через элементы задержки отклики объекта (он априорно считается устойчивым), во-вторых - упрощение формулы генерации градиента.

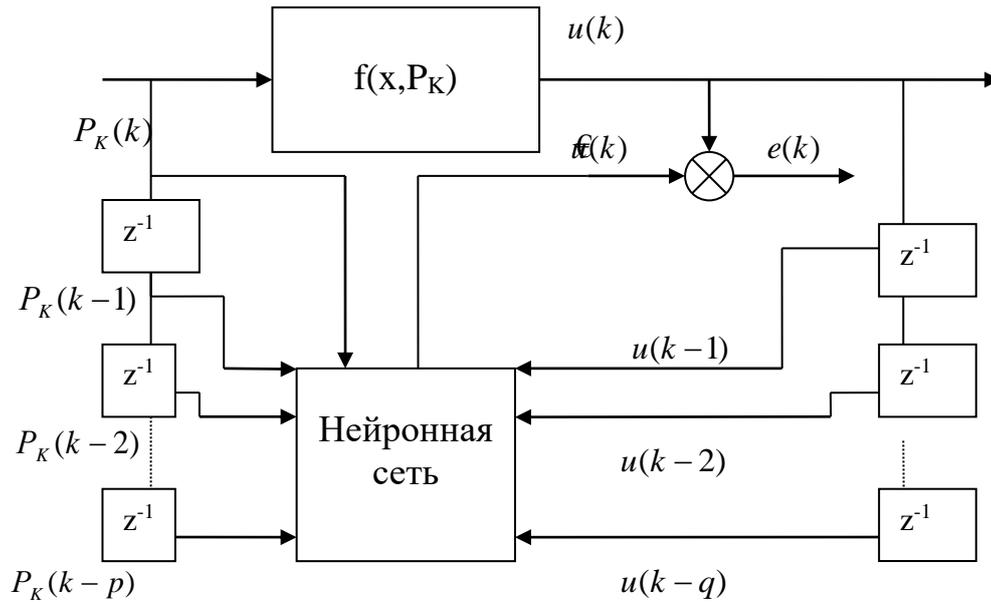


Рисунок 3.14 – Способ подключения нейронной сети для идентификации динамического объекта

Соответственно, вектор градиента формируется в соответствии со стандартным для многослойной сети методом обратного распространения, описанным в 3.2. На Рисунке 3.14 представлена универсальная схема подключения нейронной сети в качестве нелинейной модели динамической системы. При таком подключении отклик  $u(k)$  сети зависит от вектора  $P_k(k)$ , представляющего собой ряд прошедших через элементы задержки реализаций возбуждающего сигнала, а также от вектора  $d(k) = P_k(k)$ , представляющего собой ряд прошедших через элементы задержки реализаций заданного сигнала составляющих ожидаемый выходной вектор сети.

Как следует из классификации, для решения задачи идентификации подходит практически любой тип сети. Среди многих возможных подходов к выбору архитектуры такой МНС, учитывая особенности уравнения обратной задачи внутренней баллистики на основании п.3.2 (нестационарность, порядок системы дифференциальных уравнений и её динамику), а также на основе теоремы Колмогорова для объяснения аппроксимационных свойств многослойных нейросетей была создана сеть, содержащая один скрытый слой

нейронов с тангенциальной функцией активации (3.82), и выходной слой с линейной активационной функцией (3.79). Такая динамическая МНС (так называемый рекуррентный многослойный перцептрон (англ.: Recurrent Multilayer Perceptron) с элементами задержки по времени созданная на базе перцептрона характеризуется введением в сеть обратной связи. Она включает в себя  $p+q$  ( $3+4=7$ ) нейронов во входном слое, осуществляющих перераспределение поступающих на их входы сигналов между нейронами последующего слоя, а также 4 нейронов в скрытом слое и 1 нейрон в выходном слое (по количеству выходов системы), связи между которыми осуществляются с помощью настраиваемых (обучаемых) весов.

Структура полученной НС представлена на Рисунке 3.15.

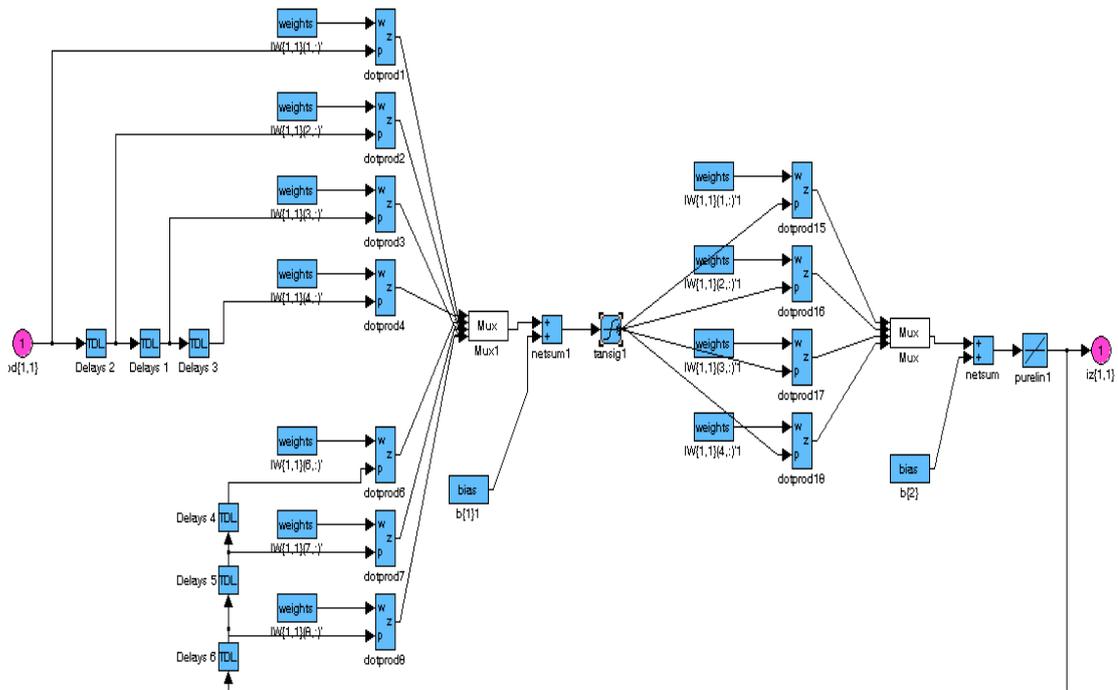


Рисунок 3.15 – НС-модель зависимости нестационарной скорости горения топлива от давления в камере сгорания

Данная сеть после процедуры обучения, основанной на решении обратной задачи внутренней баллистики, при подаче на её вход измеряемых значений давления в КС выдаёт идентифицируемую скорость нестационарного горения топлива, полученную на основании решения обратной задачи внутренней баллистики. Как видно из Рисунка 3.14, выходной сигнал в текущий момент

времени  $k$  зависит как от текущего значения входного сигнала  $P(k)$ , так и от прошлых значений входного и выходного сигналов, задержанных на соответствующее число периодов дискретизации. Таким образом, построение НС на основе структуры, приведенной на Рисунка 3.15, не связано с необходимостью использования будущих (ещё не появившихся) значений входного сигнала, что гарантирует её физическую реализуемость. В принципе, соотношение между максимальным числом тактов задержки по входу  $p$  и выходу  $q$  может быть произвольным. На Рисунке 3.16 приведены для сравнения результаты идентификации нестационарной скорости горения топлива путём решения обратной задачи внутренней баллистики и результаты работы НС по идентификации этой скорости.

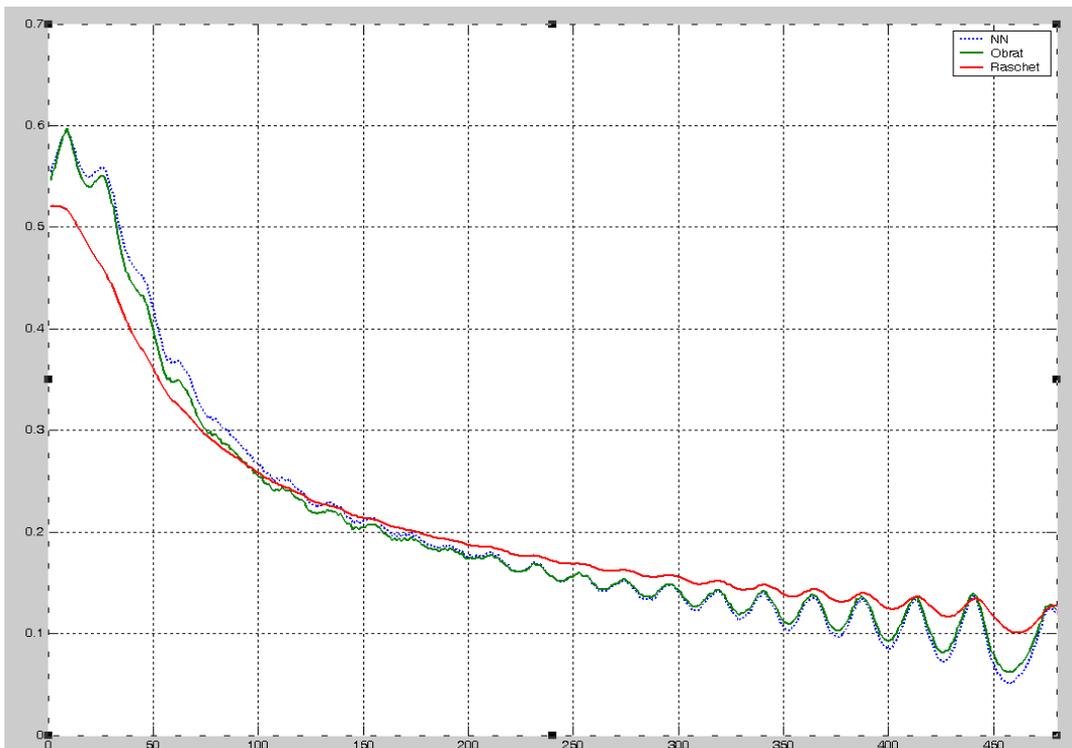


Рисунок 3.16 – Сравнение результатов идентификации нестационарной скорости горения топлива путём решения обратной задачи внутренней баллистики, результатов работы НС по идентификации и расчётной скорости горения

Как видно из графика, данные графики практически совпадают особенно в области малых давлений при возникновении колебаний.

При настройке весов НС целью обучения являлась минимизация функционала суммарной квадратической ошибки:

$$J = \frac{1}{2} \min \sum_{k=1}^K (v(k) - u(k))^2 \quad (3.85)$$

Обучение модели выполнялось с применением алгоритма обратного распространения описанного выше. В результате обучения НС станет способной в текущий дискретный момент времени  $k$  вычислить значения функции нестационарной скорости горения на временном интервале переходного режима [132]. Оценка ошибки обучения сети методом наименьших квадратов составляет  $1.3762e-004$ , что говорит о хорошей адекватности полученной модели.

Таким образом, решение задачи идентификации нестационарной скорости горения было выполнено с помощью НС-модели, представляющую собой динамическую сеть, построенную на основе многослойного персептрона, имеющую вход с четырьмя элементами задержки по входу и с тремя элементами задержки по выходу, одного скрытого слоя, который состоит из четырех нейронов и одного выходного нейрона.

### 3.6. Алгоритмическая компенсация ошибки падения конструкции ступеней

Теперь можно использовать созданную НС для расчёта значения  $u(P_k)$  т.е. обеспечить необходимый переход от нестационарной (обратной) скорости горения к стационарной с целью подавления колебаний при движении по программной траектории. Полученная сеть фактически является передаточной функцией четвёртого порядка скорости по давлению, однако использование процедуры обучения (настройки) автоматически избавляет от расчёта коэффициентов передаточной функции частотным методом и ускоряет расчёт алгоритма ССД. Информация с выхода данной сети может использоваться для решения задачи синтеза ССД в КС ДГР.

Для алгоритмической компенсации нестационарных явлений воспользуемся формулами:

$$a = S(e)\gamma \left( W_{HC}(s) - \frac{u_0}{p_0} \right); \quad (3.86)$$

$$T = \frac{W}{\chi_1 R_T \gamma \cdot S(e) \left( -\frac{U_{\text{ПР}}}{P_{\text{ПР}}} + W_{HC}(s) \right)}; \quad (3.87)$$

$$K = \frac{A_1 P_{\text{ПР}}}{\gamma \cdot S(e) \left( -\frac{U_{\text{ПР}}}{P_{\text{ПР}}} + W_{HC}(s) \right)}. \quad (3.88)$$

Коэффициенты регулятора давления в ДГР будут рассчитываться согласно идентифицированным значениям скорости с помощью созданной НС. Место данной модели показано на Рисунке 3.17.

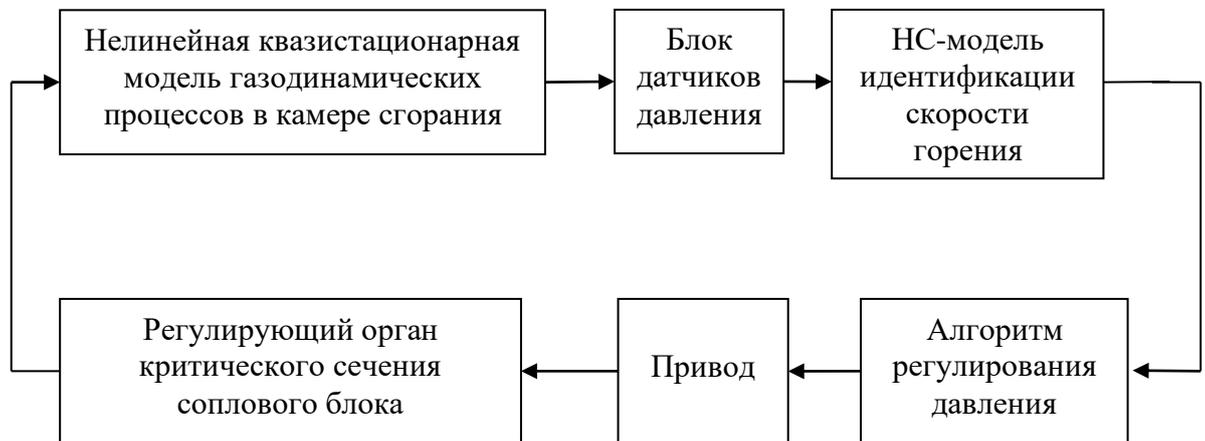


Рисунок 3.17. Нейросетевая модель системы стабилизации давления твердотопливного ДГР силы тяги с учётом идентификации параметров скорости горения

При использовании такой математической модели ДГР расчетная структурная схема КС ДГР с учётом (3.86) - (3.88) имеет вид, представленный на Рисунке 3.18:

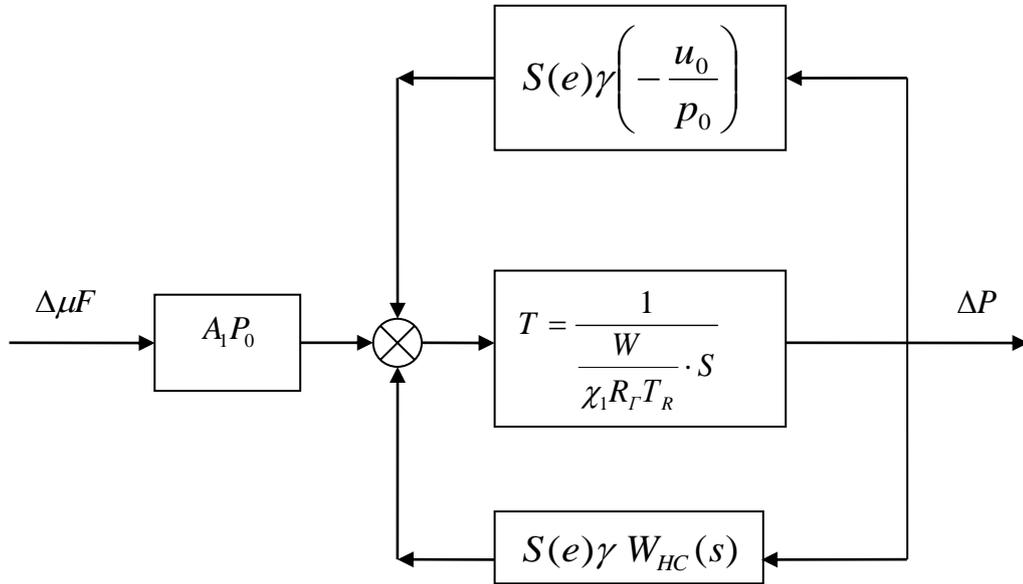


Рисунок 3.18 – Расчетная структурная схема ДГР

Таким образом, использование созданной НС-модели предполагается использовать при переходах с повышенного давления на пониженный с целью учёта скорости горения.

Для проведения эксперимента воспользуемся исходными данными, представленными в Таблице 3.1.

Таблица 3.1 – Исходные данные

Параметр	Значение параметра
Геоцентрическая гравитационная постоянная	$\pi_0 := 3.986 \cdot 10^{14} \text{ м}^3/\text{с}^2$
Радиус Земли	$R_3 := 6.371 \cdot 10^6 \text{ м}$
Ускорение свободного падения	$g_0 := 9.81 \text{ м}/\text{с}^2$
Начальное значение радиуса	$R_0 := 6.48 \cdot 10^6 \text{ м}$
Начальное значение скорости	$V_0 := 2.55 \cdot 10^3 \text{ м}/\text{с}$

## Продолжение таблицы 3.1 – Исходные данные

Начальное значение угла наклона траектории, в радианах	$\theta_0 := .681$
Начальное значение угла наклона траектории, в градусах	$\theta_{0_{gp}} := \frac{180}{\pi} \cdot \Phi_0, \theta_{0_{gp}} = 1.375$
Начальное значение угловой дальности, в радианах	$\Phi_0 := .024$
Начальное значение угловой дальности, в градусах	$\Phi_{0_{gp}} := \frac{180}{\pi} \cdot \Phi_0, \Phi_0 = 1.375$
Относительная скорость расхода топлива	$S_n := 1.25 \cdot 10^{-2} \text{ eд} / \text{c}$
Скорость истечения газов	$U_{en} := 2.8 \cdot 10^3 \text{ м} / \text{c}$
Время окончания АУТ	$n := 0, t_K(n) := 40 - n$
Нестабильный секундный расход топлива	$SS := 0.9 \cdot S_n, 0.901 \cdot S_n, \dots, 1.1 \cdot S_n$

Вместо цикла, завершающегося равенством невязок нулю, был произведен ряд расчетов для вариативного расхода топлива, согласно исходным данным. Полный программный код в математической среде Mathcad представлен в Приложении А.

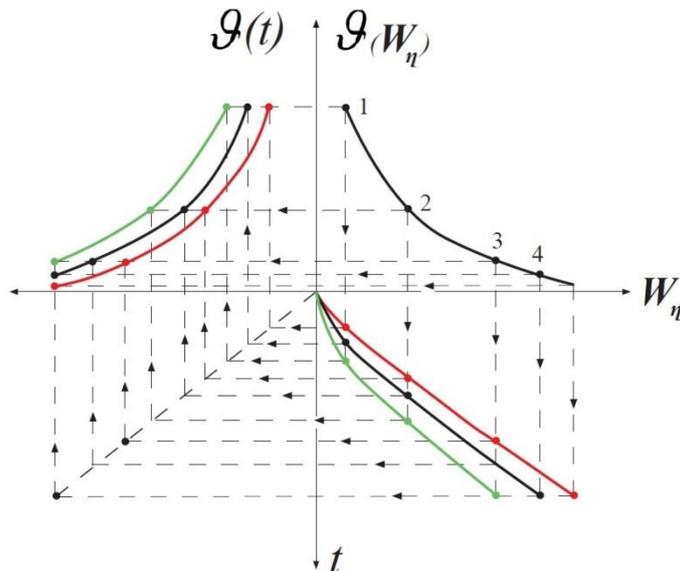


Рисунок 3.19 – Изменение значения угла тангажа при реализации компенсации

Изменение значения угла тангажа при реализации компенсации проиллюстрировано на Рисунке 3.19.

В Таблице 3.2 представлены результаты расчета угла тангажа при уменьшенном расходе топлива, Таблице 3.3 – при повышенном расходе топлива.

Таблица 3.2 – Значения угла тангажа при уменьшенном расходе топлива

Возмущенные значения параметра расхода топлива	Значения угла тангажа в конце АУТ, необходимые для достижения области
-10%	34,789°
-9%	34,323°
-8%	33,721°
-7%	32,926°
-6%	31,840°
-5%	30,296°
-4%	27,961°
-3%	24,096°
-2%	16,702°
-1%	1,284°

Таблица 3.3 – Аналогичные расчеты при повышенном расходе топлива

Возмущенные значения параметра расхода топлива	Значения угла тангажа в конце АУТ, необходимые для достижения области
+1%	80,578°
+2%	63,779°
+3%	56,737°
+4%	53,009°

Продолжение таблицы 3.3 – Аналогичные расчеты при повышенном расходе топлива

+5%	50,737°
+6%	49,223°
+7%	48,151°
+8%	47,357°
+9%	46,748°
+10%	46,267°

Программный комплекс позволяет получить данные не только для конкретных значений, но и для целого диапазона значений исходных параметров. Такая версия визуализации результатов позволяет оценить характер изменений значений угла тангажа, а также предельные значения. [59; 60; 88]

Для удобства визуализации все формулы написаны в функциях общего вида, что позволяет получить различные результаты, изменяя любые исходные данные, формировать графики зависимостей различных параметров от исходных данных. Например, можно проследить за изменением угла тангажа за все время работы двигателя. Программный комплекс также позволяет сравнить графики изменения текущих значений угла тангажа для разных режимов расхода топлива.

В качестве результата расчетов представлен график нового угла тангажа в конце АУТ РН, необходимый для расчета текущей траектории СК при вариативности расхода топлива РН. Полученные значения угла тангажа для различных уровней расхода топлива в диапазоне от +10% до -10 % представлены на Рисунке 3.20.

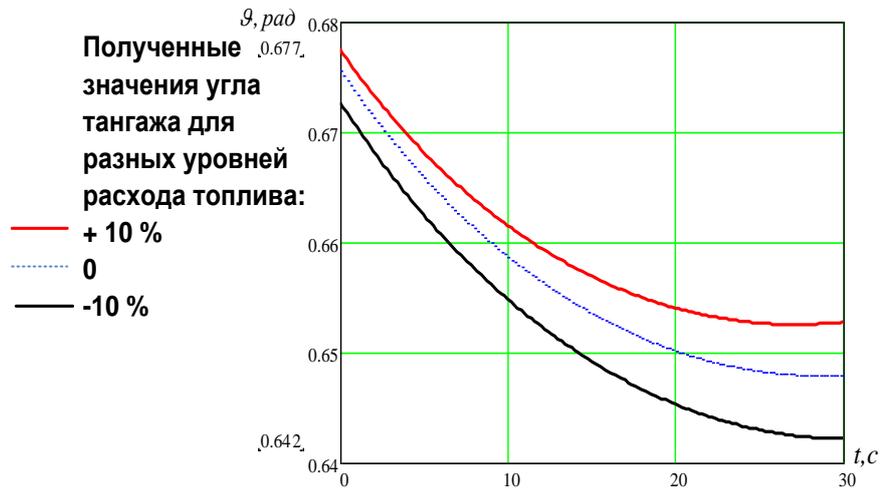


Рисунок 3.20 – Зависимость угла тангажа от разных уровней расхода топлива

Реализация данного подхода позволила на 50% уменьшить ошибку разброса координат точки падения КС от прогнозируемого значения.

#### Выводы по разделу

1. С помощью методов современной теории управления исследованы статические и динамические характеристики рассматриваемого ДГР как объекта управления.
2. Представлены недостатки частотного метода по результатам испытаний рассматриваемого ДГР. Описана задача управления динамическим объектом в условиях неопределённости. На основании анализа частотного метода предложен нейросетевой метод идентификации параметров ДГР.
3. На основе уравнения обратной задачи внутренней баллистики осуществлена задача идентификации нестационарной скорости горения топлива на переходных режимах по данным «вход» - «выход».
4. На основании решения задачи выбора подходящей НС используя теорему Колмогорова создана НС-модель нестационарной скорости горения топлива, с использованием зависимостей как текущего и прошлых значений входного

сигнала, так и значений выходного сигнала, задержанного на соответствующее число периодов дискретизации.

5. На основе данного теоретического базиса, представлена математическая модель движения, а также ее реализация в программной среде Mathcad. Кроме получения новых значений угла тангажа в конце активного участка полета РН, представлены другие возможности моделирования движения.

6. Программная реализация поставленной задачи позволяет визуализировать изменения значений любого параметра, используемого в расчетах, как в течение времени работы двигателя (активного участка полёта), так и увидеть сравнение текущих параметров для различных исходных данных

7. Сравнительный анализ результатов моделирования синтезированных алгоритмов ССД с помощью частотного метода, сформированного по существующему и предлагаемому методу с помощью интеллектуальных технологий, подтвердил целесообразность применения данного метода, основанного на использовании настроенной НС. Её использование позволяет преодолеть возникающие вследствие нестационарной скорости горения колебательные процессы с требуемым качеством.

8. Разработана модель идентификации параметров ракетного двигателя на твердом топливе с глубоким регулированием тяги на основе нейросетевой модели.

9. Представлены данные о параметрах движения отработавших ступеней при разбросе характеристик работы двигательной установки и возможности изменения траектории летательного аппарата, для достижения области отчуждения.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе решены вопросы оптимизации траектории движения отработавших ступеней с целью минимизации ошибки их падения от прогнозируемой точки. Были учтены возмущения, вызванные двигательной установкой с глубоким регулированием тяги, разработаны алгоритмы и модели, которые учитывают дополнительные возмущающие воздействия, вызванные твердотопливным двигателем с глубоким регулированием тяги.

1. Для решения оптимальной задачи сброса отработавших ступеней была уточнена модель аналитического решения задачи терминального наведения ракеты-носителя с учетом дополнительных возмущающих воздействий, вызванных двигательной установкой на твердом топливе, и проведен анализ влияния погрешностей на ошибки выведения применительно к заданным траекториям ракеты.

2. Получены результаты расчетов по определению требуемой минимальной скорости и угла для различных значений дальности полета с учетом ориентировочных значений, указаны значения дальности активного участка полета, высоты точки окончания действия управления, минимальное значение скорости, необходимые для достижения заданной точности падения отработавших ступеней.

3. Рассмотрены основные методы прогнозирования отклонений, коррекции конечных значений параметров движения и управления движением КС, путем изменения угла тангажа.

4. Разработаны алгоритмы расчета параметров движения конструкции ступеней при реализации терминального метода наведения с учетом дополнительных возмущающих воздействий, вызванных двигательной установкой на твердом топливе.

5. С помощью методов современной теории управления исследованы статические и динамические характеристики рассматриваемого ДГР как объекта управления.

6. На основании решения задачи выбора подходящей НС используя теорему Колмогорова создана НС-модель нестационарной скорости горения топлива, с использованием зависимостей как текущего и прошлых значений входного сигнала, так и значений выходного сигнала, задержанного на соответствующее число периодов дискретизации.

7. На основе данного теоретического базиса, представлена математическая модель движения, а также ее реализация в программной среде Mathcad. Кроме получения новых значений угла тангажа в конце активного участка полета РН, представлены другие возможности моделирования движения.

8. Программная реализация поставленной задачи позволяет визуализировать изменения значений любого параметра, используемого в расчетах, как в течение времени работы двигателя (активного участка полёта), так и увидеть сравнение текущих параметров для различных исходных данных

9. Сравнительный анализ результатов моделирования синтезированных алгоритмов ССД с помощью частотного метода, сформированного по существующему и предлагаемому методу с помощью интеллектуальных технологий, подтвердил целесообразность применения данного метода, основанного на использовании настроенной НС. Её использование позволяет преодолеть возникающие вследствие нестационарной скорости горения колебательные процессы с требуемым качеством.

10. Разработана модель идентификации параметров ракетного двигателя на твердом топливе с глубоким регулированием тяги на основе искусственной нейронной сети.

11. Полученная модель может быть использована при анализе движения РН на этапе моделирования полёта, если использовать ее до старта ракеты, а также, как составная часть вычислительного комплекса системы управления.

## ПЕРЕЧЕНЬ СОКРАЩЕНИЙ

АРМ – автоматизированное рабочее место

АС – автомат стабилизации

АПП – алгоритмический программный продукт

АУ – алгоритмы управления

АУТ – активный участок траектории

АЦК – аналого-цифровой комплекс

БПМО – бортовое программно-математическое обеспечение

БЦВМ – бортовая цифровая вычислительная машина

БЦВК – бортовой цифровой вычислительный комплекс

ВДУ – включение двигательной установки

ВКС – вектор кажущейся скорости

ГК – главная команда

ГРСО – газо-реактивная система ориентации

ГСП – гиросtabilизированная платформа

ДГР – двигатель глубокого регулирования

ДС – доводочная ступень

ДУ – двигательная установка

ЗУ – запоминающее устройство

ИГДСК – инерциальная геоцентрическая декартова система  
координат

ИГСК – инерциальная геоцентрическая система координат

ИД – исходные данные

КА – космический аппарат

КЗ – краевая задача

ККП – комплекс командных приборов

КС – комплексный стенд

КС – камера сгорания

КС – конструкция ступеней

ЛАЧХ – логарифмические амплитудные частотные характеристики

ЛФЧХ – логарифмические фазовые частотные характеристики

ЛЧХ – логарифмические частотные характеристики

МБР – межконтинентальная баллистическая ракета

МНК – метод наименьших квадратов

НУ – начальные условия

ОСИ – огневые стендовые испытания

ОТ – опорная точка

ОУ – орган управления

ОЧ – отделяемая часть

ПН – полезная нагрузка

ПЗ – полетное задание

ПЗУ – постоянное запоминающее устройство

ПМО – программное математическое обеспечение

ПСП – предстартовая подготовка

ПУ – пусковая установка

ПУТ – пассивный участок траектории

ПЭВМ – персональная электронно-вычислительная машина

РДТТ – ракетный двигатель на твердом топливе

РК – ракетный комплекс

РКК – ракетно-космический комплекс

РКН – ракетно-космический носитель

РКТ – ракетно-космическая техника

РМ – рулевая машина

РН – ракета-носитель

РО – рулевые органы

ССД – система стабилизации давления

СУ – система управления

ТЗ – техническое задание

ТН – терминальное наведение

ТРТ - твердотопливный

УЦВМ – универсальная цифровая вычислительная машина

ЦМ – центр масс

ЧЭ – чувствительный элемент

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абугов Д.И., Бобылев В.М. Теория и расчёт ракетных двигателей твёрдого топлива - М.: Машиностроение, 1987. - 272 с.: ил.
2. Абчук, В.А. Автоматизация управления /В.А. Абчук, А. Л. Лифшиц, А. А.Федулов, Э. И. Кушитна. - М.: Радио и связь, 1984. - 264 с.
3. Аминова Ф.Э. Анализ российских и международных стандартов по проектированию информационно-управляющих систем и разработке программного обеспечения // XXXVI Всероссийская научно-техническая конференция «Проблемы эффективности и безопасности функционирования сложных технических и информационных систем». Сборник трудов. Часть 2. — Серпухов: Издательство Военной академии РВСН имени Петра Великого (Филиал в г. Серпухове Московской области), 2017, с.186-190
4. Аминова Ф.Э. Исследование возможностей теоретического конструктора для проектирования информационно-управляющей системы // 18-я Международная конференция «Авиация и космонавтика – 2019». 18-22 ноября 2019 года. Москва. Тезисы. – М.: Типография «Логотип», 2019 с. 79-80
5. Аминова Ф.Э. Исследование стандартов по проектированию информационно-управляющих систем и разработке программного обеспечения ракетной и космической техники. Труды ФГУП «НПЦАП», выпуск №1, 2020, с. 63-65
6. Аминова Ф.Э. Исследование эффективности алгоритмов наведения и стабилизации системы управления ракетно-космического комплекса «Старт-1» // Труды МАИ, №111, 2020.
7. Аминова Ф.Э. Методологии управления разработкой интеллектуальной информационно-управляющей системы // Тезисы докладов 16 Всероссийской НТК «Нейрокомпьютеры и их применение». Москва, 2018, с.80-82

8. Аминова Ф.Э. Модели и алгоритмы интеллектуальной информационно-управляющей системы // Тезисы докладов 15 Всероссийской НТК «Нейрокомпьютеры и их применение», Москва, 2017, с.25-26
9. Аминова Ф.Э. Модель управления процессом разработки интеллектуальной информационно-управляющей системы // 17-ая Всероссийская научно-техническая конференция «Нейрокомпьютеры и их применение». Тезисы докладов. — М.: ФГБОУ ВО МГППУ, 2019, с.113-114
10. Аминова Ф.Э. Особенности управления процессом разработки информационно-управляющей системы // Труды 36 Международной НТК «Современные технологии в задачах управления, автоматизации и обработки информации». Алушта, 2017, с.34
11. Аминова Ф.Э. Системное исследование методологий разработки программного обеспечения // Сборник трудов участников VII Всероссийской научно-практической конференции «Современное непрерывное образование и инновационное развитие». — Серпухов: МОУ «ИИФ», 2017
12. Аминова Ф.Э. Управление процессом разработки модели информационно-управляющей системы // Научно-технический сборник «Известия» №286. – Балашиха: ВА РВСН имени Петра Великого, 2020. – 320 с., с. 6-8.
13. Аминова Ф.Э. Управление процессом разработки модели информационно-управляющей системы // XLIV Международная молодёжная научная конференция «Гагаринские чтения – 2018». Сборник тезисов докладов. — М.: Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), 2018, Том 2. с .194
14. Аналитические самонастраивающиеся системы автоматического управления / Под ред. В.В. Солодовникова. — М.: Машиностроение, 1965.
15. Анастасин А. В. и др.; под общ. ред. Г. Н. Лебедева; Федеральное агентство по образованию, Московский авиационный ин-т (гос. технический

ун-т). - Москва : Изд-во МАИ, 2007. - 753 с.

16. Андреев Ю.Н. Управление конечномерными линейными объектами. — М.: Наука, 1976. — 424 с.

17. Андронов А.А., Витт А.А., Понтрягин Л.С. О статистическом рассмотрении динамических систем // Экспериментальная и теоретическая физика. — 1933. — № 3. — Т.3. — С.165.

18. Анодина, Т.Г. Моделирование процессов в системе управления воздушным движением/Т.Г. Анодина. - М.: Радио и связь, 1993. - 345 с.

19. Анодина, Т.Г. Управление воздушным движением /Т.Г. Анодина, С.В.Володин, В.П. Куранов, В.И. Мокшанов. - М.: Транспорт, 1988. - 229 с.

20. Ардашов А.А., Кузьмичев Ю.А., Силантьев С.Б., Фоминов И.В. Системы управления средствами выведения: учебник / А.А. Ардашов, Ю.А. Кузьмичев, С.Б. Силантьев, И.В. Фоминов. – СПб.: ВКА им. А.Ф. Можайского, 2019. – 293 с.

21. Арнольд В.И. О представлении непрерывных функций двух переменных суперпозициями функций двух переменных // Матем. сб. 1959. Т. 48. №1. С. 3-74.

22. Арнольд В.И. О представлении функций нескольких переменных в виде суперпозиции функций меньшего числа переменных // Матем. просвещение. 1958. №3. С. 41-61.

23. Арнольд В.И. О функциях трех переменных // Докл. АН СССР. 1957. Т. 114. №4. С. 679-681.

24. Астапов Ю.М., Медведев В.С. Статистическая теория систем автоматического регулирования и управления. — М.: Наука, 1982. — 304 с.

25. Барковский В.В., Захаров В.Н., Шаталов А.С. Методы синтеза систем управления. -М.: Машиностроение, 1981. -277с.

26. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. — М.: Наука, 1987. — 600 с.

27. Беллман Р., Заде Л. Принятие решений в расплывчатых условиях. В кн.: "Вопросы анализа и процедуры принятия решений". Сборник переводов под ред. Шахнова И.Ф. М.: Мир. 1976.-е. 172-215.
28. Благодатских В.А. Стандартизация разработки программных средств. М:Финансы и статистика, 2005, - 288с.
29. Блинов И. Н., Гаскаров Д. В., Мозгалеvский А. В. Автоматический контроль систем управления. Л.: Энергия, 1968. – 151 с.  
Бугаенко, А.А. О нахождении гарантированного решения при управлении динамическим объектом / С.В.Петренко, А.А.Бугаенко, Г.Г. Ковтун, А.В.Яковлев // Перспективы науки. – 2013. – №1(40). – С.78-82.
30. Бобылева А.В. Создание и эксплуатация космического корабля «Буран»: итоги и значение // Актуальные проблемы авиации и космонавтики. – Красноярск: СибГАУ, 2010, с.355-356
31. Бородовский В.И. Управление конечными параметрами движения летательных аппаратов ракетной и космической техники. Проектирование систем управления, Издательство МО РФ, 2005
32. Бородовский В.Н. Синтез управления конечным состоянием космических аппаратов. // Космические исследования. 1970. Т. 8. № 3. С. 350-360.
33. Браславский П. Ф., Летучих Г. С., Осадченко А. С. Конверсия стратегических ракет - состояние и перспективы развития. -Российский космос, 1999, вып. 6.
34. Веремеенко К.К. «Пилотажно-навигационные и информационно-измерительные комплексы»
35. Виткалов Я.Л. Исследование проблем синтеза нейросетевого контроллера в задаче управления курсом судна: дис. ... канд. техн. наук: 05.22.19/Виткалов Ярослав Леонидович. - Владивосток, 2006. - 180 с.
36. Гаврилов А.И. Нейросетевая реализация процедуры идентификации динамических систем: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.01/Гаврилов Александр Игоревич. - М., 2000. - 214 с.

37. Галушкин А.И. Современные направления развития нейροкомпьютерных технологий в России // Открытые системы. — 1997. — № 4. — С.25–28.
38. Геци К., Джазайери М., Мандриоли Д. Основы инженерии программного обеспечения. 2-е изд.: Пер. с англ. – СПб.: БХВ - Петербург, 2005. – 832с.
39. Гинзбург Г. П. Аэродинамика. М.: Высшая школа, 1966. - 404 с.
40. Горелик А. В., Бутыко Г. И., Белоусов Ю. А. Бортовые цифровые вычислительные машины. М.: Машиностроение, 1975.
41. ГОСТ 28195-89 «Оценка качества программных средств. Общие положения»
42. ГОСТ 28806-90. «Качество программных средств. Термины и определения»
43. ГОСТ 9126. «Информационная технология. Оценка программного продукта. Характеристики качества и руководящие указания по их применению»
44. Гроп Д. Методы идентификации систем. /Перевод с английского под ред.Кринецкого.-М.: Мир, 1979, -302с.
45. Гутер Р. С., Овчинский Б. В. Элементы численного анализа и математической обработки результатов опыта. М.: Физматгиз, 1970.-432с.
46. Дишель В.Д. Инерциально-спутниковые системы управления средствами выведения: теория и результаты первых применений// Труды МАИ, №43, 2011.
47. Дишель В.Д. Интервально-динамический метод гарантированно-достоверного оценивания и идентификации для задач корректируемой инерциальной навигации (ч. 1) // Труды ФГУП НПЦАП. 2017. № 3. С. 12-31.
48. Дишель В.Д., Межирицкий Е.Л., Пояцыка (Овчинникова) О.С., Соколова Н.В. Технология интервально-динамического оценивания и идентификации как средство повышения точности СУ средств

выведения...// XXV МКИНС. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2018. С. 53-63

49. Долгий И.Д. Теоретические основы, методы и средства разработки интегрированных систем диспетчерского управления на базе интеллектуальных технологий: дис. ... докт. техн. наук: 05.13.06/Долгий Игорь Давидович. – Ростов-на-Дону, 2011. - 299 с.

50. Дэннис Дж., Шнабель Р. Численные методы безусловной оптимизации и решения нелинейных уравнений / Пер. с англ. — М.: Мир, 1998. — 440 с.

51. Зайцев А.В, Канушкин С.В., Волков А.В., Павлов Р.С., Тое Вэй Тун «Разработка алгоритма управления движением летательного аппарата»//Проблемные вопросы развития наземных комплексов, стартового оборудования и эксплуатации летательных аппаратов/Филиал ФГУП «ЦЭНКИ»-КБТХМ.-М., 2014.-Вып. №9:часть 2.- с. 190-195.

52. Зайцев А.В, Канушкин С.В., Волков А.В., Павлов Р.С., Тое Вэй Тун «Модель управления летательного аппарата с учётом действующих возмущений»//Проблемные вопросы развития наземных комплексов, стартового оборудования и эксплуатации летательных аппаратов/Филиал ФГУП «ЦЭНКИ»-КБТХМ.-М., 2014.-Вып. №9:часть 2.- с. 196-201.

53. Зайцев А.В, Канушкин С.В., Волков А.В., Тое Вэй Тун «Применение обобщенного квадратичного показателя качества при решении задачи разработки метода терминального программного управления». Труды ФГУП «НПЦАП». Системы и приборы управления. №3, 2014. – М.: ОАО «ИПП «Куна».

54. Зайцев А.В, Канушкин С.В., Волков А.В., Тое Вэй Тун «Разработка алгоритма терминального управления» Информатика, вычислительная техника и управление: Сб. науч. тр. – Вып.5/Под ред. А. В. Князева, Д. А. Ловцова. – М.: ИТМиВТ РАН, 2014.

55. Зайцев А.В, Канушкин С.В., Волков А.В., Тое Вэй Тун

«Разработка модели реализации терминального управления летательного аппарата с учётом действующих возмущений» Информатика, вычислительная техника и управление: Сб. науч. тр. – Вып. 5/Под ред. А. В. Князева, Д. А. Ловцова. – М.: ИТМиВТ РАН, 2014.

56. Зайцев А.В., Аминова Ф.Э. Алгоритм оптимального программного управления летательного аппарата с учетом действующих возмущений // Труды ФГУП «НПЦАП», выпуск №4, 2019, с. 65-69

57. Зайцев А.В., Лупанчук В.Ю., Аминова Ф.Э. Информационные процессы в задачах навигации подвижного кластера сложных технических систем // Информационные системы и процессы: сб. науч. тр. / под ред. проф. В.М.Тютюнника. – Тамбов; М.; СПб.; Баку; Вена; Гамбург; Стокгольм; Буаке; Варна: изд-во МИНЦ «Нобелистика», 2018. – Вып.18. – 94 с., с. 28-37

58. Зубов В.И. Лекции по теории управления. -Л.: ЛГУ, 1972. -204с.

59. Иванов С.В., Маркин Е.В., Аминова Ф.Э. Модель движения летательного аппарата на основе гарантированного результата // Научно-технический сборник «Известия» №295. – Балашиха: ВА РВСН имени Петра Великого, 2020. – 383 с., с. 136-140

60. Иванов С.В., Маркин Е.В., Аминова Ф.Э. Система робототехнического обеспечения // Научно-технический сборник «Известия» №295. – Балашиха: ВА РВСН имени Петра Великого, 2020. – 383 с., с. 140-146

61. Иванов С.М., Цуканов Н.А. Регулирование давления в полужамкнутом объеме при горении твердых топлив с показателем степени в законе горения больше единицы // Физика горения и взрыва. - 2000, Т. 36, № 5

62. Казаков И.Е., Артемьев В.М., Бухалев В.А. Анализ систем случайной структуры. — М.: Наука, 1993. — 272 с.

63. Калман Р.Е. Об общей теории систем управления. - В кн.: Теория дискретных, оптимальных и самонастраивающихся систем.-М.: изд. АН СССР, 1961. -с.521-547.

64. Киселев О.Н., Попков Ю.С. Некоторые вопросы синтеза одного

класса нелинейных фильтров // Автоматика и телемеханика. — 1967. — № 11. — С.29–38.

65. Ковалевский С.В., Мишура Е.В. Моделирование на основе нейроподобных сетей в условиях ограниченности ресурсов // VII Всероссийская конференция "Нейрокомпьютеры и их применение" с международным участием "НКП-2001". М.: ИПРЖР, 2001. С. 385-388.

66. Коллин К. К., Липаев В. В. Проектирование алгоритмов управляющих ЦВМ. М.: Сов. Радио, 1970. – 178 с.

67. Колмогоров А.Н. О линейной размерности топологических векторных пространств // Докл. АН СССР. 1958. Т. 120. №2. С. 239-242.

68. Колмогоров А.Н. О некоторых асимптотических характеристиках вполне ограниченных метрических пространств // Докл. АН СССР. 1956. Т. 108. №3. С. 385-388

69. Колмогоров А.Н. О представлении непрерывных функций нескольких переменных суперпозициями непрерывных функций меньшего числа переменных // Докл. АН СССР. 1956. Т. 108. №2. С. 179-182

70. Колмогоров А.Н. О представлении непрерывных функций нескольких переменных суперпозициями непрерывных функций одного переменного и сложения // Докл. АН СССР. 1957. Т. 114. №5. С. 953-956

71. Колмогоров А.Н. Оценки минимального числа элементов  $\varepsilon$ -сетей в различных функциональных классах и их применение к вопросу о представимости функций нескольких переменных суперпозициями функций меньшего числа переменных // УМН. 1955. Т. 10. №1. С. 192-194

72. Колмогоров А.Н. Теория передачи информации // Сессия АН СССР по научным проблемам автоматизации производства. Т. 1: Пленарные заседания. М.: Изд-во АН СССР, 1957. С. 66-99.

73. Колмогоров А.Н., Тихомиров В.М.  $\varepsilon$ -энтропия и  $\varepsilon$ -емкость множеств в функциональных пространствах // УМН. 1959. Т. 14. №2. С. 3-86.

74. Колмогоров А.Н., Яглом А.М., Гельфанд И.М. Количество информации и энтропия для непрерывных распределений // Труды 3-го

Всесоюзного математического съезда (Москва, 1956). Т. III: Обзорные доклады. М.: Издательство АН СССР, 1958. С. 300-320.

75. Красильщиков и др. «Управление и наведение беспилотных маневренных ЛА на основе информационных технологий»

76. Красильщиков М.Н. «Информационно-управляющие комплексы ЛА»

77. Липаев В.В. Системное проектирование сложных программных средств для информационных систем. М: СИНТЕГ, 2002, - 268с.

78. Липаев В.В. Выбор и оценивание характеристик качества программных средств. – М: СИНТЕГ, 2001, -228с.

79. Липаев В.В. Документирование сложных ПС. М:СИНТЕГ, 2005.

80. Липаев В.В. Надежность программного обеспечения АСУ. – М.: Энергоиздат, 1981;

81. Липаев В.В. Надежность программных средств. М:СИНТЕГ.1988

82. Липаев В.В. Процессы и стандарты ЖЦ сложных ПС. М:СИНТЕГ, 2005

83. Логовский А.С. Зарубежные нейропакеты: современное состояние и сравнительные характеристики. Нейрокомпьютер №1, №2 1998.

84. Лонгботтом Р. Надежность вычислительных систем: Пер.с англ./под ред. П.П.Пархоменко . М.:Энергоатомиздат.1985.

85. Лысенко Л.Н. Наведение баллистических ракет: учебное пособие / Л. Н. Лысенко - М.: Издательство МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2016, - 448 с.

86. Лысенко Л.Н., Бетанов В.В., Звягин Ф.В. Теоретические основы баллистико-навигационного обеспечения космических полетов / Л.Н. Лысенко, В.В. Бетанов, Ф.В. Звягин - М.: Издательство МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2014, - 520 с.

87. Майборода, Л. А. Теория автоматического управления [Текст] : Лекции / Л. А. Майборода ; Харьковское высш. командно-инж. училище. - Харьков : [б. и.], 1965. - 1 т.; 23 см.

88. Медведев А. В., Аминова Ф.Э. Учёт нестационарности скорости горения твердого ракетного топлива в математической модели двигателя глубокого регулирования // Научно-технический сборник «Известия» №282. – В 2-х ч. – Ч. 1: «Концепция развития и применения робототехнических комплексов военного назначения в интересах Ракетных войск стратегического назначения» // под общ. Редакцией Р.О. Ногина. – Балашиха: ВА РВСН имени Петра Великого, 2018. – 315 с., с. 209-215

89. Милованов А.В., Воронин А.В. Программная реализация самообучающейся нейроподобной среды для распознавания образов // Нейроинформатика и ее применения: Тезисы докладов VI Всероссийского семинара / Под ред. А.Н. Горбаня. Красноярск: КГТУ, 1996. - с.95.

90. Миронов, А.Н. Обеспечение надежности систем управления объектами / А.Н. Дорохов, А.Н. Миронов, В.С. Солдатенко, О.Л. Шестопалова/ Балт. гос. техн. ун-т.- СПб., 2009.-291 с.

91. Миронов, А.Н. Обеспечение надежности сложных технических систем/ А.Н. Дорохов, В.А. Керножицкий, А.Н. Миронов, О.Л. Шестопалова/ Учебник.- СПб.: Издательство «Лань», 2011. - 352 с.

92. Миронов, А.Н. Основы эксплуатации объектов космической инфраструктуры / А.Н. Миронов, О.В. Антропов, Л.Т. Баранов и др. - СПб: ВКА им. А.Ф. Можайского, 2003.- Т.2 (Кн.3).- 404 с.

93. Могилевский В.Ж. «Наведение баллистических летательных аппаратов»

94. Никишов А.Н. Интеллектуальная нейросетевая система идентификации параметров информационно-измерительных устройств летательных аппаратов: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.01/Никишов Александр Николаевич. - М., 2012. - 135 с.

95. Патон Б.Е. Лебедев В.К. Электрооборудование для дуговой и шлаковой сварки. М.: Машиностроение, 1969. - 438с.

96. Петров Б.Н., Портнов-Соколов Ю.П., Андриенко А.Я., Иванов В.П. Бортовые терминальные системы управления: Принципы построения и элементы теории. М.: Машиностроение, 1983. – 202 с.
97. Половинчук Н.Я., Маркин Е.В., Аминова Ф.Э. Прогнозирование навигационной информации на основе метода оптимального оценивания // Научно-технический сборник «Известия» №286. – Балашиха: ВА РВСН имени Петра Великого, 2020. – 320 с., с. 272-275
98. Половко А.М., Гуров С.В. Основы теории надежности. – 2-е изд., перераб. и доп. – СПб.: БХВ-Петербург, 2006.
99. Полонников Р.И., Никандров А.В. Методы оценки показателей надежности программного обеспечения. – СПб: Политехника, 1992;
100. Поляк Б.Т., Щербаков П.С. Робастная устойчивость и управление. — М.: Наука, 2002. — 304 с.
101. Пупков К.А. Интеллектуальные системы (Исследование и создание) / Пупков К. А., Коньков В. Г. - М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2003. - 345 с.
102. Пупков К.А., Егупов Н.Д. Нестационарные системы автоматического управления: анализ, синтез и оптимизация / Под ред. К.А. Пупкова и Н.Д. Егупова - М. : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2007, 632 с.
103. Пупков К.А., Капалин В.И., Ющенко А.С. Функциональные ряды в теории нелинейных систем. — М.: Наука, 1976. — 448 с.
104. Семенов А.В. Обеспечение повышения качества управления движением летательного аппарата с нестационарными параметрами модели объекта управления // Вестник Воронежского государственного технического университета. — Воронеж: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Воронежский государственный технический университет», 2011, с.58-60
105. Системы управления летательными аппаратами. Учебник /Под общей редакцией профессора Г.Н. Лебедева.– М.: МАИ, 2005 г.-840 с.

106. Сихарулидзе И.Г. Баллистика и наведение летательных аппаратов. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2011. — 407 с.
107. Соммервилл Иан. Инженерия программного обеспечения. 6-е издание : Пер. с англ.- М: Издательский дом «Вильямс», 2002.
108. Суханов А.С. Анализ развития космических разгонных блоков // Актуальные проблемы авиации и космонавтики. – Красноярск: СибГАУ, 2011, с.46-47
109. Тюкин И.Ю. Алгоритмический синтез нейросетевых систем управления нелинейными динамическими объектами в условиях неопределенности: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.01/Тюкин Иван Юрьевич. - М., 2001. - 272 с.
110. Управление и наведение беспилотных маневренных летательных аппаратов на основе современных информационных технологий / [К. К. Веремеенко и др.]; под ред. М. Н. Красильщикова, Г. Г. Серебрякова. – М.: Физматлит, 2005. - 279 с.
111. Уткин В. Ф., Осадченко А. С., Браславский П. Ф. Баллистические ракеты в мирных целях. -Наука в России, 2000., вып. 5.
112. Уткин В.Ф., Браславский П.Ф., Осадченко А.С. Конверсионные стратегические ракеты на службе российской экономики и науки // Космонавтика и ракетостроение – Вып.3. – Королев.: ЦНИИмаш, 2003, с. 52-57
113. Хаммуд А. Использование нейросетевых подходов в адаптивных системах управления летательными аппаратами: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.01/Хаммуд Абдулла. - М., 2004. - 132 с.
114. Хохлов В.К., Гулин Ю.Ю. Выбор информативных признаков в автономных информационных системах с нейросетевыми трактами обработки сигналов // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана.Серия «Приборостроение». — 2000. — № 3. — С.70–83.
115. Шаракшанэ А.С. Испытания программ сложных автоматизированных систем. –М: Высшая школа, 1982,- 191с

116. Шахнов И.Ф. Количественная оценка важности целей // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2003. — № 1.
117. Школьный Е.П., Майборода Л.А. Атмосфера и управление движением летательных аппаратов Под ред. д-ра техн. наук, проф. В. М. Пономарева. - Ленинград : Гидрометеиздат, 1973. - 307 с. : черт.; 22 см.
118. Шураков В.В. Надежность программного обеспечения систем обработки данных. – М.: Финансы и статистика, 1987.
119. Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления. - М.: Изд-во "Мир", 1975. - 683 с.
120. Aminova F.E. Analysis of management methodologies for development of information and management systems and related software implementations // SCIENCE, TECHNOLOGY, SOCIETY AND INTERNATIONAL NOBEL MOVEMENT: Материалы Нобелевского Конгресса – 11 Международной Встречи-Конференции Лауреатов Нобелевских Премий И Нобелистов / под ред. проф. Тютюнника. – Тамбов; М.; СПб.; Баку; Вена; Гамбург; Стокгольм: изд-во МИНЦ «Нобелистика», 2017. – Тр. МИНЦ. Вып.6. – 512 с. : илл., с.505-508
121. Anscombe F.J., Tukey J.W. The examination and analysis of residuals // Technometrics. 1963. - Vol.5. - P. 141-160.
122. Carpenter G.A., Grossberg S. Art 2: Self-organizing of stable category recognition codes for analog output patterns // Applied Optics. — 1983. — Vol.26. — P.4919–4930.
123. D. Hilbert. Mathematische Probleme // Nachr. Akad. Wiss. Gottingen. 1900. P.253-297; // Gesammelte Adhandlungen. V. 3. Berlin: Springer, 1935. P. 290-329
124. DARPA Neural Network Study. — Fairfax (VA): AFCEA International Press, 1988. — 580 p.
125. Fukushima K. Neocognitron: A self -organizing neural network model for amechanism of pattern recognition unaffected by shift in position // Biolog. Cybernetics. 1980. - Vol. 36. - P. 193-202.

126. ISO 9126:1991 «Информационная технология. Оценка программной продукции. Характеристика качества и руководство по их применению»
127. ISO/IEC 12119:1994. «Информационная технология. Пакеты программ. Требования к качеству и оценка качества»
128. ISO/IEC 9126-1-4(проекты). «Качества программных средств: Ч 1. Модель качества; Ч 2. Внешние метрики; Часть 3. Внутренние метрики; Ч 4. Метрики качества в использовании»
129. Nomoto K., Motoyama T. Loss of Propulsion Power Caused by Yawing  $\xi$  with Particular Reference to Automatic Steering // J. Soc. Nav. Arch. Jahan. Dec.1966. Vol. 120, N12. P. 71-80.
130. Norrbin N. H. On the added resistance due to steering on a straight course//Proc. 13th ITTC, Berlin and Hamburg. 1972. P. 1-24.
131. Rosenblatt F. Principles of Neurodynamics: Perceptron and the Theory of Brain Mechanisms.- Washington (DC): Spartan Books, 1962. 480p.
132. V. Alekseev, A. Yakovlev, F. Aminova, M. Sergeev The study of the complex information systems structure on the coefficient of structural uncertainty basis // Journal of Physics: Conference Series (JPCS), 2019

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

Алгоритмы расчета параметров движения конструкции ступеней

$$\begin{aligned}\mu_B(n, S_B) &:= S_B \cdot t_K(n) \\ f_V(n, S_B) &:= -\ln(1 - \mu_B(n, S_B)) \\ f_I(n, S_B) &:= 1 + \frac{(1 - \mu_B(n, S_B)) \cdot \ln(1 - \mu_B(n, S_B))}{\mu_B(n, S_B)}\end{aligned}$$

**Проекций полной скорости в точке окончания АУТ**

$$\begin{aligned}V_{\xi K}(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) &:= \cos(\Theta_0) \cdot (V_0 + U_{eH} \cdot f_V(n, S_B)) - t_K(n) \cdot g_0 \cdot \sin(\Phi_0) \\ V_{\eta K}(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) &:= \sin(\Theta_0) \cdot (V_0 + U_{eH} \cdot f_V(n, S_B)) - t_K(n) \cdot g_0 \cdot \cos(\Phi_0)\end{aligned}$$

**Проекций кажущейся скорости в точке окончания АУТ**

$$\begin{aligned}W_{\xi K}(U_{eH}, \Theta_0, n, S_B) &:= \cos(\Theta_0) \cdot U_{eH} \cdot f_V(n, S_B) \\ W_{\eta K}(U_{eH}, \Theta_0, n, S_B) &:= \sin(\Theta_0) \cdot U_{eH} \cdot f_V(n, S_B)\end{aligned}$$

**Проекций радиус-вектора в точке окончания АУТ**

$$\begin{aligned}\eta_K(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) &:= \left( R_0 - g_0 \cdot \frac{t_K(n)^2}{2} \right) \cdot \cos(\Phi_0) + t_K(n) \cdot \sin(\Theta_0) \cdot (V_0 + U_{eH} \cdot f_I(n, S_B)) \\ \xi_K(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) &:= \left( R_0 - g_0 \cdot \frac{t_K(n)^2}{2} \right) \cdot \sin(\Phi_0) + t_K(n) \cdot \cos(\Theta_0) \cdot (V_0 + U_{eH} \cdot f_I(n, S_B))\end{aligned}$$

**Модули радиус-вектора, полной и кажущейся скорости в точке окончания АУТ**

$$\begin{aligned}R_K(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) &:= \sqrt{\eta_K(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)^2 + \xi_K(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)^2} \\ V_K(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) &:= \sqrt{V_{\xi K}(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)^2 + V_{\eta K}(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)^2} \\ W_K(U_{eH}, \Theta_0, n, S_B) &:= \sqrt{W_{\xi K}(U_{eH}, \Theta_0, n, S_B)^2 + W_{\eta K}(U_{eH}, \Theta_0, n, S_B)^2}\end{aligned}$$

**Угловая и линейная дальность АУТ**

$$\begin{aligned}\Phi_K(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) &:= \operatorname{atan}\left( \frac{\xi_K(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)}{\eta_K(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)} \right) \\ L_K(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) &:= R_0 \cdot \Phi_K(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)\end{aligned}$$

**Угол наклона вектора полной скорости к линии местного горизонта**

$$\begin{aligned}\Theta_{\xi K}(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) &:= \operatorname{atan}\left( \frac{V_{\eta K}(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)}{V_{\xi K}(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)} \right) \\ \Theta_K(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) &:= \Theta_{\xi K}(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) + \Phi_K(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) \\ \Theta_{\text{крп}}(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) &:= \frac{180}{\pi} \cdot \Theta_K(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)\end{aligned}$$

**Проекций терминальной кажущейся скорости в точке окончания АУТ**

$$W_{\xi\text{TK}}(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) := \cos(\Theta_K(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)) \cdot U_{\text{EH}} \cdot f_V(n, S_B)$$

$$W_{\eta\text{TK}}(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) := \sin(\Theta_K(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)) \cdot U_{\text{EH}} \cdot f_V(n, S_B)$$

**Модуль терминальной кажущейся скорости в точке окончания АУТ**

$$W_{\text{TK}}(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) := \sqrt{W_{\xi\text{TK}}(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)^2 + W_{\eta\text{TK}}(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)^2}$$

**Оценка относительной высоты в точке окончания АУТ**

$$h_K(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) := \frac{R_K(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)}{R_3} + -1$$

**Первый терминальный параметр краевых условий**

$$X_K(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) := \tan(\Theta_K(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B))$$

**Угловая дальность точки падения**

$$\chi_K(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) := \frac{2 \cdot \pi_0}{R_3} \cdot \frac{1 + \tan(\Theta_K(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B))^2}{(1 + h_K(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)) \cdot V_K(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)^2} + -(2 + h_K(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B))$$

$$\Phi_{\text{П}}(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) := 2 \cdot \text{atan} \left( \frac{\tan(\Theta_K(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B))^2 + \sqrt{\tan(\Theta_K(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B))^2 + h_K(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)) \cdot \chi_K(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)}}{\chi_K(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)} \right)$$

**Линейная дальность ПУТ**

$$L_{\text{П}}(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) := R_3 \cdot \Phi_{\text{П}}(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)$$

**Второй терминальный параметр краевых условий**

$$L_0(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) := L_K(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) + L_{\text{П}}(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)$$

**Распогласования (невязки) терминальных параметров**

$$\varepsilon_L(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) := L_0(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) - L_0(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_H)$$

$$\varepsilon_{\Theta}(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) := \tan(\Theta_K(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)) + -\tan(\Theta_K(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_H))$$

**Баллистические производные**

$$\phi_K(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) := \frac{1}{h_K(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) \cdot \frac{1}{\tan\left(\frac{\Phi_{\text{П}}(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)}{2}\right)} + \tan(\Theta_K(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B))}$$

$$\nu_K(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) := \frac{R_K(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) \cdot V_K(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)^2}{\pi_0}$$

$$\Delta L_{V_K}(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) := 4 \cdot R_3 \cdot \frac{\phi_K(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)}{V_K(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) \cdot \nu_K(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\Phi_{\text{П}}(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)}{2}\right)^2}{\cos(\Theta_K(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B))^2}$$

$$\Delta L_{\text{П}\Theta_K}(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) := V_K(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \nu_K(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) \cdot \frac{1}{\tan\left(\frac{\Phi_{\text{П}}(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)}{2}\right)} + -\tan(\Theta_K(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)) \right) \cdot \Delta L_{V_K}(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)$$

$$\Delta L_{V_{\xi K}}(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) := \Delta L_{V_K}(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) \cdot \frac{V_{\xi K}(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)}{V_K(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)} + -\Delta L_{\text{П}\Theta_K}(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) \cdot \frac{V_{\eta K}(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)}{V_K(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)^2}$$

$$\Delta L_{V_{\eta K}}(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) := \Delta L_{V_K}(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) \cdot \frac{V_{\eta K}(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)}{V_K(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)} + \Delta L_{\text{П}\Theta_K}(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) \cdot \frac{V_{\xi K}(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)}{V_K(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)^2}$$

**Коэффициенты приращения**

$$\Delta(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) := \Delta L_{V_{\xi K}}(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) + \Delta L_{V_{\eta K}}(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) \cdot \tan(\Theta_K(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B))$$

$$K_{L\xi}(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) := \frac{-1}{\Delta(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)}$$

$$K_{L\eta}(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) := \frac{-\tan(\Theta_K(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B))}{\Delta(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)}$$

$$K_{\Theta\xi}(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) := \frac{V_{\xi K}(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)}{\Delta(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)} \cdot \Delta L_{V_{\eta K}}(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)$$

$$K_{\Theta\eta}(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B) := \frac{-V_{\eta K}(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)}{\Delta(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)} \cdot \Delta L_{V_{\xi K}}(U_{\text{EH}}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_B)$$

**Проекция вектора поправки командной скорости**

$$\delta W_{\xi}(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_H, S_B) := K_{L\xi}(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_H, S_B) \cdot \varepsilon_L(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_H, S_B) + K_{\Theta\xi}(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_H, S_B) \cdot \varepsilon_{\Theta}(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_H, S_B)$$

$$\delta W_{\eta}(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_H, S_B) := K_{L\eta}(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_H, S_B) \cdot \varepsilon_L(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_H, S_B) + K_{\Theta\eta}(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_H, S_B) \cdot \varepsilon_{\Theta}(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_H, S_B)$$

$$\delta W(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_H, S_B) := \sqrt{\delta W_{\xi}(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_H, S_B)^2 + \delta W_{\eta}(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_H, S_B)^2}$$

**Значение вектора командной скорости и угла тангажа**

$$W_{\xi r}(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_H, S_B) := W_{\xi rK}(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_H, S_B) + \delta W_{\xi}(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_H, S_B)$$

$$W_{\eta r}(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_H, S_B) := W_{\eta rK}(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_H, S_B) + \delta W_{\eta}(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_H, S_B)$$

$$\Delta W_{\xi K}(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_H, S_B) := W_{\xi r}(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_H, S_B) + -W_{\xi K}(U_{eH}, \Theta_0, n, S_B)$$

$$\Delta W_{\eta K}(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_H, S_B) := W_{\eta r}(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_H, S_B) + -W_{\eta K}(U_{eH}, \Theta_0, n, S_B)$$

**Новое значени угла тангажа**

$$v(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_H, S_B) := \operatorname{atan}\left(\frac{\Delta W_{\eta K}(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_H, S_B)}{\Delta W_{\xi K}(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_H, S_B)}\right)$$

$$v_{\text{гр}}(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_H, S_B) := \frac{180}{\pi} \cdot v(U_{eH}, V_0, \Theta_0, \Phi_0, n, S_H, S_B)$$

## ПРИЛОЖЕНИЕ Б

## Модель движения ЛА

**1. Исходные данные**

Рассматривается внеатмосферный участок траектории управляемого движения последней ступени БЛА (рис.1). На рисунке обозначены: С - точка старта; К - точка конца АУТ; П - точка цели. Моменту времени  $t_0$  (началу управляемого движения последней ступени БЛА) соответствуют параметры движения  $v_0, \theta_{00}, R_0, \Phi_0$  моменту времени  $t_k$  (окончание АУТ) -  $v_k, \theta_k, R_k, \Phi_k$ . Номинальному (расчетному) движению соответствуют  $v_{кн}, \theta_{кн}, R_{кн}, \Phi_{кн}$ .

**1.2. Силы, действующие на БЛА на участке управляемого движения.**Сила тяги двигателя

$$P := V_m \cdot U_{ен}$$

Сила тяготения Земли

$$G := \frac{\pi_0}{R^2} \cdot m_{БЛА}, \quad g(R) := \frac{\pi_0}{R^2}$$

На участке полета последней ступени БЛА гравитационное поле принимается однородным и плоскопараллельным:

$$\pi_0 := 3.986 \cdot 10^{14} \quad R_3 := 6.371 \cdot 10^6 \quad R_0 := 6.48 \cdot 10^6 \quad g_0 := 9.5$$

На участке свободного полета (ПУТ) гравитационное поле принимается с тем же значением  $\pi_0$ .

**1.3. Уравнения управляемого движения последней ступени БЛА при  $t \geq t_0$ :**

$$VV_{\eta_{кн}} := \frac{U_{ен} \cdot V_m \cdot \sin(\nu_0)}{m_0 - V_m \cdot t} + -g_0 \cdot \cos(\Phi_0), \quad VV_{\xi_{кн}} := \frac{U_{ен} \cdot V_m \cdot \cos(\nu_0)}{m_0 - V_m \cdot t} + -g_0 \cdot \sin(\Phi_0)$$

(1.3)

**1.4. Численные значения исходных данных**

$$\begin{array}{lllll} R_3 := 6.371 \cdot 10^6 & R_0 := 6.48 \cdot 10^6 & g_0 := 9.5 & \pi_0 := 3.986 \cdot 10^{14} & \alpha_0 := 0 \\ S_H := 1.25 \cdot 10^{-2} & U_{ен} := 2.8 \cdot 10^3 & V_{00} := 2.55 \cdot 10^3 & \theta_{00} := .681 & \Phi_0 := .024 \\ n := 30 & \nu_0 := \theta_{00} & V_0 := V_{00} & t_{кн} := 70 - n & \end{array}$$

Траектория движения конструкции ступеней отображена на Рисунке Б.1.

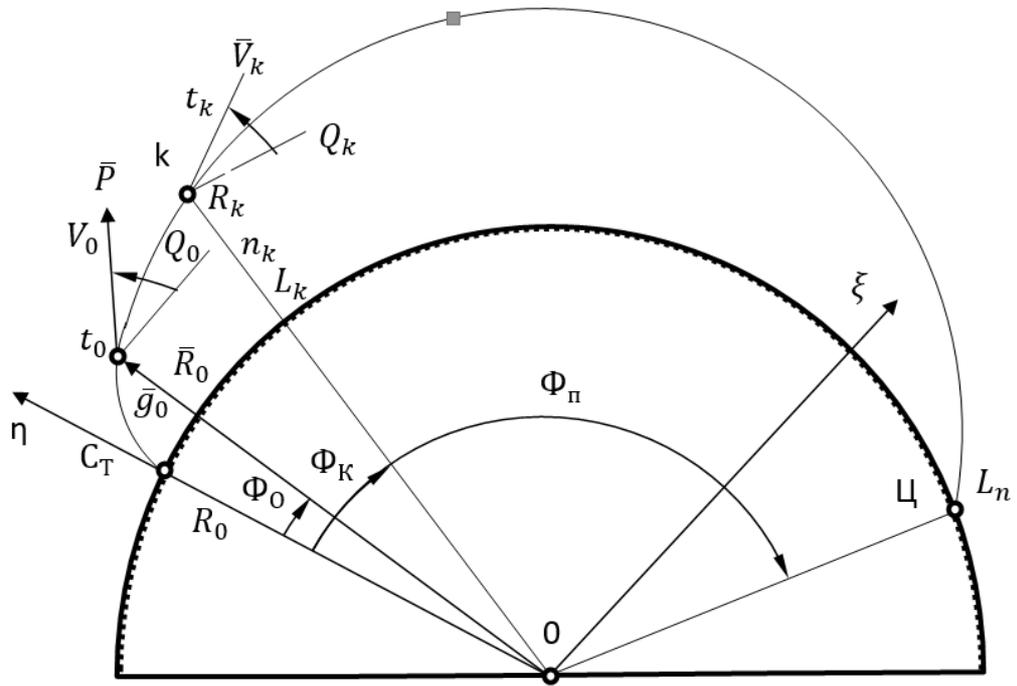


Рисунок Б.1 – Траектория движения КС

## 2. Расчет номинальных параметров

2.2. Интегрированием системы уравнений (1.3) при выбранных начальных условиях вычислить концевые значения для  $t_{\text{кн}}$  параметров номинального управляемого движения:

$$\mu_{\text{H}} := S_{\text{H}} \cdot t_{\text{кн}} \quad f_{\text{HV}} := -\ln(1 - \mu_{\text{H}}) \quad f_{\text{HR}} := 1 + \frac{(1 - \mu_{\text{H}}) \cdot \ln(1 - \mu_{\text{H}})}{\mu_{\text{H}}}$$

$$V_{\xi_{\text{кн}}} := \cos(\nu_0) \cdot (V_0 + U_{\text{еН}} \cdot f_{\text{HV}}) - t_{\text{кн}} \cdot g_0 \cdot \sin(\Phi_0) \quad V_{\eta_{\text{кн}}} := \sin(\nu_0) \cdot (V_0 + U_{\text{еН}} \cdot f_{\text{HV}}) - t_{\text{кн}} \cdot g_0 \cdot \cos(\Phi_0)$$

$$\eta_{\text{кн}} := \left( R_0 + -g_0 \cdot \frac{t_{\text{кн}}^2}{2} \right) \cdot \cos(\Phi_0) + t_{\text{кн}} \cdot \sin(\nu_0) \cdot (V_0 + U_{\text{еН}} \cdot f_{\text{HR}})$$

$$\xi_{\text{кн}} := \left( R_0 + -g_0 \cdot \frac{t_{\text{кн}}^2}{2} \right) \cdot \sin(\Phi_0) + t_{\text{кн}} \cdot \cos(\nu_0) \cdot (V_0 + U_{\text{еН}} \cdot f_{\text{HR}})$$

$$V_{\text{кн}} := \sqrt{V_{\xi_{\text{кн}}}^2 + V_{\eta_{\text{кн}}}^2} \quad R_{\text{кн}} := \sqrt{\eta_{\text{кн}}^2 + \xi_{\text{кн}}^2}$$

2.3. Для выбранных начальных условий рассчитываем величину кажущейся скорости и значение угла тангажа

$$W_{\xi_{\text{H}}} := \cos(\nu_0) \cdot U_{\text{еН}} \cdot f_{\text{HR}} \quad W_{\eta_{\text{H}}} := \sin(\nu_0) \cdot U_{\text{еН}} \cdot f_{\text{HR}}$$

$$W_{\text{H}} := \sqrt{W_{\xi_{\text{H}}}^2 + W_{\eta_{\text{H}}}^2} \quad \nu := \text{atan}\left(\frac{W_{\eta_{\text{H}}}}{W_{\xi_{\text{H}}}}\right)$$

2.4. Путем прогноза АУТ рассчитываем первый терминальный параметр невязки краевых условий

$$\Phi_{\text{кн}} := \text{atan}\left(\frac{\xi_{\text{кн}}}{\eta_{\text{кн}}}\right) \quad L_{\text{кн}} := R_3 \cdot \Phi_{\text{кн}} \quad \theta_{\xi_{\text{кн}}} := \text{atan}\left(\frac{V_{\eta_{\text{кн}}}}{V_{\xi_{\text{кн}}}}\right) \quad \theta_{\text{кн}} := \theta_{\xi_{\text{кн}}} + \Phi_{\text{кн}}$$

· 2.5. Решая задачу пргноза ПУТ, рассчитываем второй терминальный параметр невязки краевых условий

$$h_{\text{кн}} := \frac{R_{\text{кн}}}{R_3} + -1$$

$$\chi_{\text{кн}} := \frac{2 \cdot \pi_0}{R_3} \cdot \frac{1 + \tan(\theta_{\text{кн}})^2}{(1 + h_{\text{кн}}) \cdot V_{\text{кн}}^2} + -(2 + h_{\text{кн}})$$

$$\Phi_{\text{пн}} := 2 \cdot \text{atan} \left( \frac{\tan(\theta_{\text{кн}})^2 + \sqrt{\tan(\theta_{\text{кн}})^2 + h_{\text{кн}} \cdot \chi_{\text{кн}}}}{\chi_{\text{кн}}} \right)$$

$$L_{\text{пн}} := R_3 \cdot \Phi_{\text{пн}}$$

$$L_{\text{н}} := L_{\text{кн}} + L_{\text{пн}}$$

· 2.6. Зная  $v_{\text{кн}} := \theta_{\text{кн}}$  рассчитываем значение терминальной кажущейся скорости

$$v_{\text{кн}} := \theta_{\text{кн}}$$

$$W_{\text{тгн}} := U_{\text{ен}} \cdot f_{\text{нв}} \cdot \cos(v_{\text{кн}})$$

$$W_{\text{тпн}} := U_{\text{ен}} \cdot f_{\text{нв}} \cdot \sin(v_{\text{кн}})$$

### 3 Расчет вектора командной скорости

Исследуется возмущенное движение БЛА при одинаковых начальных условиях  $v_0, \theta_{00}, R_0, \Phi_0$  и действующих возмущениях  $\Delta S = 0.1 S_{\text{н}}$

· 3.1. Вводим возмущенное значение  $s := 1.1 \cdot s_{\text{н}}$  и повторяем расчеты пп 2.1 - 2.6 получаем новые текущие значения  $\tan(\theta_{\text{к}})$  И  $L_{\text{к}}$ .

#### **2.1-2**

$$S_{\text{н}} := 1.1 \cdot S_{\text{н}} \quad \mu_{\text{н}} := S_{\text{н}} \cdot t_{\text{кн}} \quad f_{\text{нв}} := -\ln(1 - \mu_{\text{н}}) \quad f_{\text{нр}} := 1 + \frac{(1 - \mu_{\text{н}}) \cdot \ln(1 - \mu_{\text{н}})}{\mu_{\text{н}}}$$

$$V_{\xi_{\text{к}}} := \cos(v_0) \cdot (V_0 + U_{\text{ен}} \cdot f_{\text{нв}}) + -t_{\text{кн}} \cdot g_0 \cdot \sin(\Phi_0) \quad V_{\eta_{\text{к}}} := \sin(v_0) \cdot (V_0 + U_{\text{ен}} \cdot f_{\text{нв}}) + -t_{\text{кн}} \cdot g_0 \cdot \cos(\Phi_0)$$

$$\eta_K := \left( R_0 + -g_0 \cdot \frac{t_{KH}^2}{2} \right) \cdot \cos(\Phi_0) + t_{KH} \cdot \sin(\nu_0) \cdot (V_0 + U_{eH} \cdot f_{HR})$$

$$\xi_K := \left( R_0 + -g_0 \cdot \frac{t_{KH}^2}{2} \right) \cdot \sin(\Phi_0) + t_{KH} \cdot \cos(\nu_0) \cdot (V_0 + U_{eH} \cdot f_{HR})$$

$$V_K := \sqrt{V_{\xi_K}^2 + V_{\eta_K}^2} \quad R_K := \sqrt{\eta_K^2 + \xi_K^2}$$

### 2.3

$$W_{\xi_H} := \cos(\nu_0) \cdot U_{eH} \cdot f_{HR} \quad W_{\eta_H} := \sin(\nu_0) \cdot U_{eH} \cdot f_{HR}$$

$$W_H := \sqrt{W_{\xi_H}^2 + W_{\eta_H}^2} \quad \nu := \text{atan} \left( \frac{W_{\eta_H}}{W_{\xi_H}} \right)$$

### 2.4

$$\Phi_K := \text{atan} \left( \frac{\xi_K}{\eta_K} \right) \quad L_{KH} := R_3 \cdot \Phi_K \quad \theta_{\xi_K} := \text{atan} \left( \frac{V_{\eta_K}}{V_{\xi_K}} \right)$$

$$\theta_K := \theta_{\xi_K} + \Phi_K$$

### 2.5

$$h_K := \frac{R_K}{R_3} + -1 \quad \chi_K := \frac{2 \cdot \pi_0}{R_3} \cdot \frac{1 + \tan(\theta_K)^2}{(1 + h_K) \cdot V_K^2} + -(2 + h_K)$$

$$\Phi_{II} := 2 \cdot \text{atan} \left( \frac{\tan(\theta_K)^2 + \sqrt{\tan(\theta_K)^2 + h_K \cdot \chi_K}}{\chi_K} \right) \quad L_{II} := R_3 \cdot \Phi_{II}$$

$$L_K := L_{KH} + L_{II}$$

· 3.2. Получаем рассогласование между  $L_H$  и  $\tan(\theta_{KH})$  и полученными текущими значениями (невязки):

$$\varepsilon_L := L_K + -L_H$$

$$\varepsilon_\theta := \tan(\theta_K) + -\tan(\theta_{KH})$$

### · 3.3. Рассчитываем баллистические производные

$$\phi_K := \frac{1}{h_K \cdot \frac{1}{\tan\left(\frac{\Phi_{\Pi}}{2}\right)} + \tan(\theta_K)} \quad v_K := \frac{R_3 \cdot V_K^2}{\pi_0}$$

$$VL_{\Pi V_K} := 4 \cdot R_3 \cdot \frac{\phi_K}{V_K \cdot v_K} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\Phi_{\Pi}}{2}\right)^2}{\cos(\theta_K)^2}$$

$$VL_{\Pi \theta_K} := V_K \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot v_K \cdot \frac{1}{\tan\left(\frac{\Phi_{\Pi}}{2}\right)} + -\tan(\theta_K) \right) \cdot VL_{\Pi V_K}$$

$$VL_{V_{\xi K}} := VL_{\Pi V_K} \cdot \frac{V_{\xi K}}{V_K} + -VL_{\Pi \theta_K} \cdot \frac{V_{\eta K}}{V_K^2}$$

$$VL_{V_{\eta K}} := VL_{\Pi V_K} \cdot \frac{V_{\eta K}}{V_K} + -VL_{\Pi \theta_K} \cdot \frac{V_{\xi K}}{V_K^2}$$

### · 3.4. Рассчитываем коэффициенты приращения:

$$\Delta := VL_{V_{\xi K}} + VL_{V_{\eta K}} \cdot \tan(\theta_K)$$

$$K_{L\xi} := \frac{-1}{\Delta}$$

$$K_{L\eta} := \frac{-\tan(\theta_K)}{\Delta}$$

$$K_{\theta\xi} := \frac{V_{\xi K}}{\Delta} \cdot VL_{V_{\eta K}}$$

$$K_{\theta\eta} := \frac{V_{\eta K}}{\Delta} \cdot VL_{V_{\eta K}}$$

### · 3.5. Рассчитываем проекции вектора поправки терминальной скорости:

$$\delta W_{\xi} := K_{L\xi} \cdot \varepsilon_L + K_{\theta\xi} \cdot \varepsilon_{\theta}$$

$$\delta W_{\eta} := K_{L\eta} \cdot \varepsilon_L + K_{\theta\eta} \cdot \varepsilon_{\theta}$$

$$\delta W := \sqrt{\delta W_{\xi}^2 + \delta W_{\eta}^2}$$

### · 3.6. Рассчитываем проекции уточненного вектора терминальной скорости

$$W_{T\xi} := W_{T\xi H} + \delta W_{\xi}$$

$$W_{T\eta} := W_{T\eta H} + \delta W_{\eta}$$

### 3.7. Рассчитываем вектор командной скорости

$$W_{\xi} := W_{T\xi} + -W_{\xi H} \qquad W_{\eta} := W_{T\eta} + -W_{\eta H}$$

### 3.8. Рассчитываем новое значение угла тангажа

$$\nu := \text{atan} \left( \frac{W_{\eta}}{W_{\xi}} \right)$$

## Результаты моделирования в использовании вариантов исходных данных.

Результаты расчета номинальных параметров приведены в таблицах А.1-А.3.

Таблица А.1 – Расчет кинематических параметров движения

	1	7	13	19	25
$\eta_{KH}$	$6,649 \cdot 10^6$	$6,625 \cdot 10^6$	$6,604 \cdot 10^6$	$6,586 \cdot 10^6$	$6,569 \cdot 10^6$
$\xi_{KH}^{PK}$	$3,943 \cdot 10^5$	$3,596 \cdot 10^5$	$3,297 \cdot 10^5$	$3,032 \cdot 10^5$	$2,794 \cdot 10^5$
$V_{\eta KH}$	$4,448 \cdot 10^3$	$3,457 \cdot 10^3$	$3,261 \cdot 10^3$	$2,910 \cdot 10^3$	$2,635 \cdot 10^3$
$V_{\xi KH}$	$6,282 \cdot 10^3$	$5,336 \cdot 10^3$	$4,680 \cdot 10^3$	$4,177 \cdot 10^3$	$3,769 \cdot 10^3$
$V_{KH}$	$7,697 \cdot 10^3$	$6,515 \cdot 10^3$	$5,704 \cdot 10^3$	$5,091 \cdot 10^3$	$4,599 \cdot 10^3$
$R_{KH}$	$6,661 \cdot 10^6$	$6,635 \cdot 10^6$	$6,612 \cdot 10^6$	$6,593 \cdot 10^6$	$6,575 \cdot 10^6$

Таблица А.2 – Расчет терминальных параметров

$\theta_{KH}$	0,675	0,665	0,659	0,654	0,653
$L_{KH}$	$1,134 \cdot 10^7$	$7,026 \cdot 10^6$	$4,904 \cdot 10^6$	$3,692 \cdot 10^6$	$2,915 \cdot 10^6$

Таблица А.3 – Расчет терминальной кажущейся скорости

$W_{T\eta H}$	$3,473 \cdot 10^3$	$2,677 \cdot 10^3$	$2,136 \cdot 10^3$	$1,730 \cdot 10^3$	$1,406 \cdot 10^3$
$W_{T\xi H}$	$4,336 \cdot 10^3$	$3,412 \cdot 10^3$	$2,760 \cdot 10^3$	$2,254 \cdot 10^3$	$1,839 \cdot 10^3$

Результаты расчета вектора командной скорости с учетом возмущений приведены в таблицах Б.1-Б.6.

Таблица Б.1 – Расчет кинематических параметров движения

	1	7	13	19	25
$\eta_{\text{кн}}, \times 10^6,$	6,668	6,637	6,612	6,591	6,573
$\xi_{\text{кн}}^{\eta\text{кн}}, \times 10^5,$	4,177	3,743	3,397	3,101	2,842
$V_{\eta\text{кн}}, \times 10^3,$	6,187	4,553	3,763	3,251	2,878
$V_{\xi\text{кн}}, \times 10^3,$	8,429	6,343	5,3	4,598	4,069
$V_{\text{кн}}, \times 10^3,$	8,046	7,808	6,5	5,631	4,984
$R_{\text{кн}}, \times 10^6,$	6,681	6,648	6,621	6,599	6,579

Таблица Б.2 – Расчет терминальных параметров

$\theta_{\text{кн}}$	0,696	0,679	0,669	0,662	0,659
$L_{\text{кн}}, \times 10^6,$	17,99	11,71	6,928	4,713	3,489

Таблица Б.3 – Расчет терминальной кажущейся скорости

$W_{T\eta\text{н}}, \times 10^3,$	5,332	3,537	2,659	2,081	1,653
$W_{T\xi\text{н}}, \times 10^3,$	6,385	4,384	3,364	2,667	2,135

Таблица Б.4 – Расчет поправки терминальной скорости

$\delta W_{\eta}$	-1067	3367	-830,957	-530,64	-363,478
$\delta W_{\xi}$	-1253	4184	-1046	-677,364	-467,724

Таблица Б.5 – Расчет уточненного вектора терминальной скорости

$W_{T\eta}$	6941	1825	1572	1333	1116
$W_{T\xi}$	8678	2332	2035	1739	1462

Таблица Б.6 – Расчет командной скорости

$W_{\eta}$	5735	798,448	695,403	587,097	486,943
$W_{\xi}$	7191	1066	953,508	819,069	685,1

Новое значение угла тангажа приведено на Рисунке Б.2.

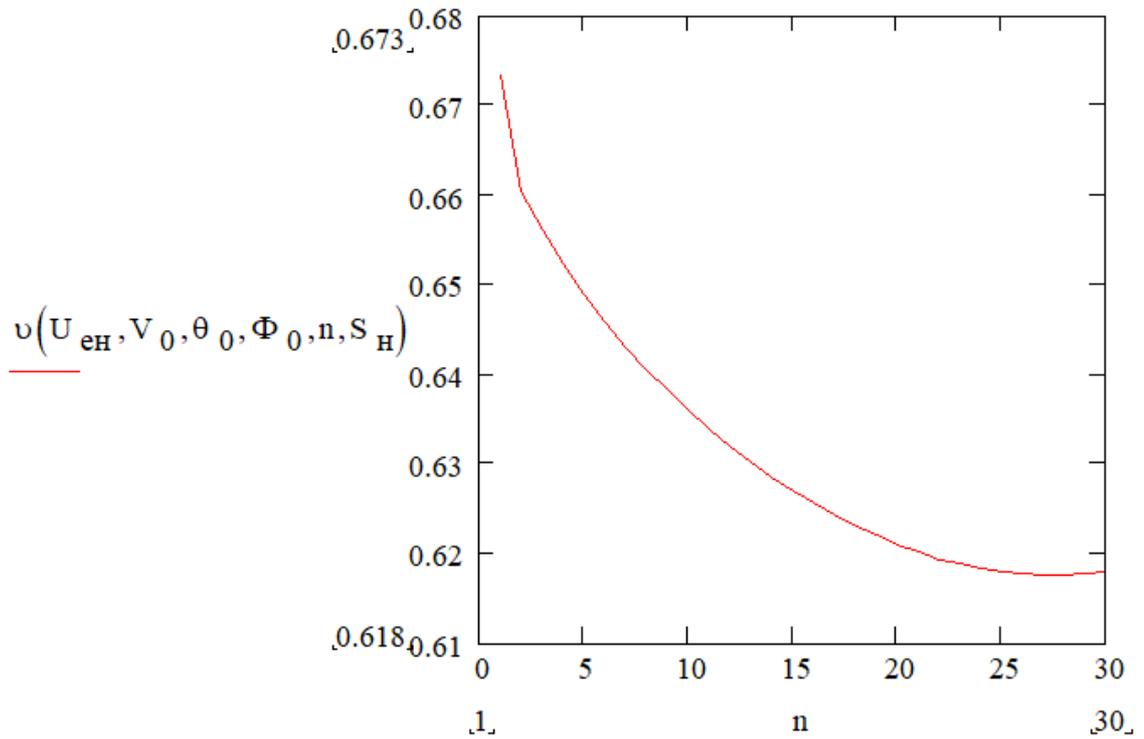


Рисунок Б.2 – График изменения угла тангажа