

УДК 629.7.015

## **Методика идентификации параметров математической модели летательного аппарата на основе синтеза следящей системы**

А. И Никитин.

### **Аннотация.**

В работе рассматривается предложенная автором методика идентификации аэродинамических коэффициентов на основе синтеза следящей системы. Фактически решается обратная задача динамики: по записям изменений угловых скоростей и перегрузок восстанавливаются силы и моменты, вызвавшие эти изменения. Приведены подробные алгоритмы и соотношения для восстановления параметров продольного и бокового движения неманевренного самолета без системы улучшения устойчивости и управляемости. Графики сравнения переходных процессов до и после идентификации подтверждают практическую эффективность предложенной методики.

### **Ключевые слова:**

идентификация; следящая система; аэродинамические коэффициенты; летательный аппарат; математическая модель.

## **1. Введение**

Одной из важных задач, возникающих при создании современных автоматических систем управления, а так же авиационных тренажеров и полунатурных стендов, является задача идентификации, т.е. определения (а чаще всего – уточнения уже имеющих из продувок) аэродинамических коэффициентов летательного аппарата (ЛА). В данной работе рассматривается предложенная автором методика решения указанной задачи.

## **2. Основная идея методики**

Основная идея методики заключается в следующем: синтезируется следящая система, устраняющая рассогласование между рассчитанным значением фазовой координаты  $\bar{X}_p$ , по которой проводится идентификация, и значением, взятым из записи летных испытаний (ЛИ)  $\bar{X}_n$ . Расчет (а точнее моделирование изменения во времени) этой координаты ведется на основе записей ЛИ других фазовых координат и математической модели ЛА. Однако, в отличие от классической постановки задачи синтеза управления, в данном случае находится не закон управления, который уже имеется в виде записи отклонения рулевых поверхностей  $\bar{U}_n$ , а зависимость для аэродинамических коэффициентов  $\{\bar{a}, \bar{b}, \dots\}$  (см. рис.1).

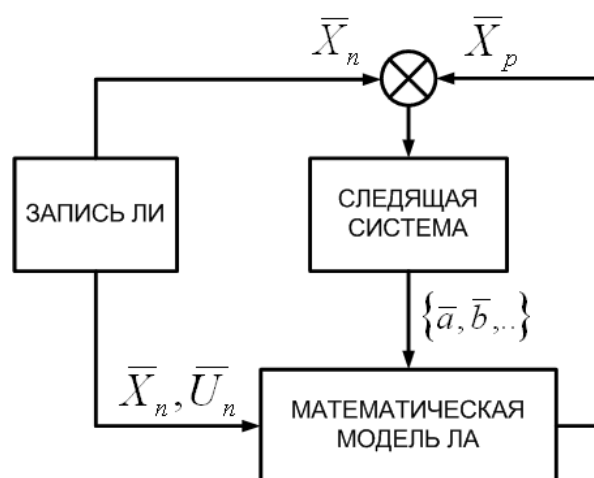


Рис.1

Таким образом, если и далее проводить аналогию с синтезом систем управления, то можно сказать, что управляющее воздействие становится известным нестационарным параметром системы, а «управляемыми» наоборот становятся неизвестные стационарные параметры. После обработки записей изменения параметров движения самолета по предложенному алгоритму получим значения аэродинамических коэффициентов как функции времени. Далее задача сводится к аппроксимации полученных зависимостей параметрическим уравнением с постоянными коэффициентами, которые находятся методом наименьших квадратов (МНК). Параметром в этом уравнении является время, а само уравнение – линейная комбинация аргументов, от которых зависит тот или иной аэродинамический коэффициент. Чаще всего априори известно о нелинейности зависимости того или иного аэродинамического коэффициента. В этом случае параметрическое уравнение логично представить в виде линейной комбинации из степеней аргументов, т.е. использовать полиномиальную аппроксимацию искомой зависимости.

### 3. Идентификация параметров продольного движения

Рассмотрим применение предложенной методики на примере идентификации параметров продольного движения неманевренного самолета без автоматической системы улучшения устойчивости и управляемости. На первом этапе необходимо восстановить (или уточнить) значения коэффициентов, определяющих подъемную силу: непосредственно коэффициент  $C_{y\alpha} = f(\alpha)$ , зависящий от угла атаки  $\alpha$ , а так же добавки от отклонения  $\delta_{PB}$  руля высоты (РВ)  $C_{yPB} = f(\delta_{PB}, \alpha)$  и добавки  $C_{y\bar{\omega}_z} = f(\bar{\omega}_z, \alpha)$  от безразмерной угловой скорости  $\bar{\omega}_z = \frac{\omega_z b_a}{V}$ . Проекция вектора перегрузки на ось ОУ скоростной системы координат (СК) определяется формулой [1]:

$$n_{ya} = \frac{1}{mg} (P \sin(\alpha + \varphi_{os}) + Y_a) \quad (1)$$

где  $m$  – масса самолета,  $P$  – тяга двигателей,  $\varphi_{os}$  – угол установки двигателя относительно оси фюзеляжа,  $\alpha$  – угол атаки самолета,  $Y = C_y q S$  – подъемная сила ( $q = \frac{\rho V^2}{2}$  – скоростной напор,  $S$  – площадь крыла),  $g$  – ускорение свободного падения.

Проекция того же вектора на ось ОУ связанной СК выражаются через проекции  $n_{xa}$  и  $n_{ya}$ :

$$\begin{aligned} n_y &= n_{ya} \cos(\alpha) - n_{xa} \sin(\alpha) \\ n_x &= n_{xa} \cos(\alpha) + n_{ya} \sin(\alpha) \end{aligned} \quad (2)$$

Т.к. рассматривается только продольное движение, то боковая перегрузка в (2) соответственно отсутствует. Из (2) путем несложных преобразований получим следующее соотношение:

$$n_y = \frac{n_{ya}}{\cos(\alpha)} - n_x \operatorname{tg}(\alpha) \quad (3)$$

Подставляя уравнение (1) в (3) и выражая из него  $C_y$  получим:

$$C_y = \frac{1}{qS} [mg \cos(\alpha)(n_y + n_x \operatorname{tg} \alpha) + P \sin(\alpha + \varphi_{os})] \quad (4)$$

Располагая записями параметров  $\alpha(t), V(t), n_x(t)$  и  $n_y(t)$  выполненных в ходе ЛИ, а также ВСХ двигателя, с помощью (4) получим значение коэффициента подъемной силы как функцию времени:  $C_y = f(t)$ . В общем случае этот коэффициент можно представить в виде суммы:

$$C_y = C_{y\alpha} + C_{yPB} + C_{y\bar{\omega}_z} \quad (5)$$

Слагаемые  $C_{yPB}$  и  $C_{y\bar{\omega}_z}$  справедливо представить в виде линейных зависимостей:

$C_{yPB} = C_y^{PB} \delta_{PB}$  и  $C_{y\bar{\omega}_z} = C_y^{\bar{\omega}_z} \bar{\omega}_z$ , где  $C_y^{PB}$  и  $C_y^{\bar{\omega}_z}$  соответствующие производные. О зависимости  $C_{y\alpha} = f(\alpha)$  априори известно, что она, как правило, линейна в области малых углов атаки. Тогда логично сначала восстановить коэффициенты  $C_y^{PB}$  и  $C_y^{\bar{\omega}_z}$ , воспользовавшись записям ЛИ, в которых самолет не выводился на большие углы атаки, т.е. в области, где изменение  $C_y = f(t)$  адекватно описывается линейным параметрическим уравнением с постоянными коэффициентами:

$$C_y(t) = C_y^\alpha \alpha(t) + C_y^{\bar{\omega}_z} \bar{\omega}_z(t) + C_y^{\delta_{PB}} \delta_{PB}(t) + const \quad (6)$$

Коэффициенты этого уравнения находятся методом наименьших квадратов (МНК). Уточнив таким способом значения производных  $C_y^{\delta_{PB}}$  и  $C_y^{\bar{\omega}_z}$ , можно непосредственно приступить к восстановлению нелинейной зависимости  $C_{y\alpha} = f(\alpha)$  на больших углах атаки. Для этого видоизменим (4):

$$C_{y\alpha} = \frac{1}{qS} [mg \cos(\alpha)(n_y + n_x \operatorname{tg} \alpha) + P \sin(\alpha + \varphi_{\delta\sigma})] - C_y^{PB} \delta_{PB} - C_y^{\bar{\omega}_z} \bar{\omega}_z \quad (7)$$

Сопоставляя полученную с помощью (7) функцию  $C_{y\alpha} = f(t)$  с функцией  $\alpha(t)$  находим искомую зависимость  $C_{y\alpha} = f(\alpha)$ .

Далее переходим ко второму этапу восстановления параметров продольного движения – к определению моментных характеристик самолета. Продольное движение ЛА при отсутствии крена и скольжения описывается следующим дифференциальным уравнением:

$$\dot{\omega}_z = \frac{1}{I_z} (M_{z\delta\delta} + m_z q S b_a - Y b_a (\bar{x}_{t0} - \bar{x}_T)) \quad (8)$$

где  $I_z$  – момент инерции самолета,  $M_{z\delta\delta}$  – момент от двигателя,  $m_z$  – коэффициент продольного момента,  $b_a$  – средняя аэродинамическая хорда крыла,  $\bar{x}_{t0}$  – относительная центровка, при которой осуществлялись продувки модели самолета в аэродинамической трубе и определялось значение  $m_z$ ,  $\bar{x}_T$  – текущая относительная центровка в полете.

Согласно предлагаемой методике, необходимо синтезировать для системы, описываемой уравнением (8), следящую систему искомым «управлением» которой является коэффициент продольного момента  $m_z$ . Целью управления является выполнение равенства  $\omega_{zp} - \omega_{zn} = 0$ . Индексы  $p$  и  $n$  здесь и далее соответственно означают расчетное и полетное (из записей ЛИ) значение угловой скорости. Синтез следящей системы выполним методом АКАР проф. А.А. Колесникова [2,3]. Выбор этого метода обусловлен в первую очередь тем, что он позволяет получить управление в виде алгебраического уравнения. Используя при синтезе уравнение (8) получим следующее выражение:

$$m_z = \frac{1}{q S b_a} \left[ \frac{I_z}{T} (\omega_{zp} - \omega_{zn}) - M_{z\delta\delta} + Y b_a (\bar{x}_{t0} - \bar{x}_T) \right] \quad (9)$$

где  $T$  – постоянная времени.

Подставляя (9) в дифференциальное уравнение (8) и моделируя получившуюся замкнутую систему получим значение коэффициента продольного момента как функцию времени:  $m_z = f(t)$ .

Указанную зависимость, аналогично зависимости  $C_y = f(t)$ , на небольших углах атаки можно представить в виде линейной комбинации:

$$m_z(t) = m_z^\alpha \alpha(t) + m_z^{\bar{\omega}_z} \bar{\omega}_z(t) + m_z^{\delta_{PB}} \delta_{PB}(t) + const \quad (10)$$

Используя уравнение (10) можно уточнить значение производных  $m_z^{\delta_{PB}}$  и  $m_z^{\bar{\omega}_z}$ , а также восстановить линейную часть зависимости  $m_{z\alpha} = f(\alpha)$ . Восстановление нелинейной части указанной функции, а также производной  $m_z^{\bar{\omega}_z} = f(\alpha)$  на больших углах атаки, требует иных подходов, нежели при восстановлении  $C_{y\alpha} = f(\alpha)$ , т.к. нелинейность проявляется сразу в двух функциях. В этом случае параметрическое уравнение логично представить в виде

линейной комбинации из степеней аргументов, т.е. использовать полиномиальную аппроксимацию искомых зависимостей:

$$m_z(t) = k_1 \alpha(t) + k_2 \alpha(t)^2 + k_3 \alpha(t)^3 + \bar{\omega}_z(t)(k'_1 \alpha(t) + k'_2 \alpha(t)^2 + k'_3 \alpha(t)^3) + const \quad (11)$$

где  $k_1 \dots k_3$  и  $k'_1 \dots k'_3$  – коэффициенты кубических полиномов, которые определяются с помощью МНК.

#### 4. Идентификация параметров бокового движения

Далее рассмотрим адаптацию предложенной методики к восстановлению параметров бокового движения неманевренного самолета без автоматической системы улучшения устойчивости и управляемости. На первом этапе необходимо восстановить (или уточнить) структуру и параметры приводов руля направления (РН) и элеронов. После этого уточнения можно приступить непосредственно к идентификации аэродинамических коэффициентов, определяющих боковое движение самолета.

Как правило, исходные для идентификации данные (а конкретно записи угловой скорости крена  $\omega_x$  и рыскания  $\omega_y$ ) имеют смещение относительно 0, которое необходимо устранить. Также расчетным путем необходимо восстановить важнейший из кинематических параметров, определяющих боковое движение самолета – угол скольжения  $\beta$ . Интегрируя по времени запись  $\omega_x$  и сопоставляя с имеющейся записью угла крена  $\gamma$ , делаем оценку о величине смещения  $\Delta\omega_x$ . Воспользовавшись упрощенным уравнением [4]

$$\dot{\beta} = \frac{g}{V} n_z + \omega_y + \omega_x \sin \alpha + \frac{g}{V} \sin \gamma \quad (12)$$

и записями соответствующих переменных состояния можно вычислить угол скольжения. Однако, требуется коррекция записи  $\omega_y$ , которая выполняется на основе качественного совпадения угла скольжения, полученного интегрированием уравнения (12) и вычисленного по формуле

$$\beta = \frac{1}{C_z^\beta} \left[ \frac{mgn_z}{qS} - C_z^{\delta_{РН}} \delta_{РН} - C_z^{\delta_{ИНТ}} \delta_{ИНТ} \right] \quad (13)$$

Количественного совпадения этих расчетов, конечно, не может быть, т.к. константы  $C_z^\beta$ ,  $C_z^{\delta_{РН}}$  и  $C_z^{\delta_{ИНТ}}$  берутся непосредственно из продувок. Таким образом, мы уточняем записи

$\omega_x(t)$ ,  $\omega_y(t)$  и восстанавливаем зависимость  $\beta(t)$ . В формулах (12) и (13)  $n_z$  – боковая перегрузка,  $\delta_{PH}$  – угол отклонения РН,  $\delta_{ИНТ}$  – угол отклонения интерцепторов.

Воспользовавшись формулой

$$C_z = \frac{mgn_z}{qS} \quad (14)$$

и записью боковой перегрузки восстановим коэффициент боковой силы как функцию времени:  $C_z = f(t)$ . Располагая также записями  $\beta(t)$ ,  $V(t)$ ,  $\omega_y(t)$ ,  $\delta_{PH}(t)$ ,  $\delta_{ИНТ}(t)$ , а также угла отклонения элеронов  $\delta_{ЭЛ}(t)$  и принимая за исходную модель параметрическое уравнение

$$C_z(t) = C_z^\beta \beta(t) + C_z^{\bar{\omega}_y} \bar{\omega}_y(t) + C_z^{\delta_{PH}} \delta_{PH}(t) + C_z^{\delta_{ЭЛ}} \delta_{ЭЛ}(t) + C_z^{\delta_{ИНТ}} \delta_{ИНТ}(t) \quad (15)$$

восстановим с помощью МНК значения коэффициентов  $C_z^{\bar{\omega}_y}$ ,  $C_z^\beta$ ,  $C_z^{\delta_{PH}}$ ,  $C_z^{\delta_{ЭЛ}}$ ,  $C_z^{\delta_{ИНТ}}$ .

Далее переходим к следующему этапу восстановления параметров бокового движения – к определению моментных характеристик самолета. Чтобы восстановить аэродинамические коэффициенты, определяющие динамику изменения крена и рыскания самолета, необходимо получить зависимости  $m_x = f(t)$  и  $m_y = f(t)$  (коэффициенты поперечного момента и момента рыскания соответственно) для каждой из записей ЛИ.

Угловое движение крена и рыскания ЛА описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_x &= \frac{qSl}{I_x I_y - I_{xy}^2} (I_y m_x + I_{xy} m_y); \\ \dot{\omega}_y &= \frac{qSl}{I_x I_y - I_{xy}^2} (I_{xy} m_x + I_x m_y), \end{aligned} \quad (16)$$

где  $I_x$ ,  $I_y$ ,  $I_{xy}$  – соответствующие моменты инерции самолета,  $l$  – размах крыла.

Согласно используемой методике, необходимо синтезировать для системы, описываемой уравнениями (16), следящую систему, искомыми «управлениями» которой являются коэффициенты  $m_x$  и  $m_y$ . Целями управления является выполнение равенств  $\omega_{xp} - \omega_{xp} = 0$  и  $\omega_{yp} - \omega_{yp} = 0$ . Синтез следящей системы снова выполним методом АКАР. В результате получим следующие выражения для законов управления:

$$\begin{aligned}
m_x &= \frac{1}{qSl} \left[ \frac{I_{xy}}{T_2} (\omega_{yp} - \omega_{yn}) - \frac{I_x}{T_1} (\omega_{xp} - \omega_{xn}) \right]; \\
m_y &= \frac{1}{qSl} \left[ \frac{I_{xy}}{T_1} (\omega_{xp} - \omega_{xn}) - \frac{I_y}{T_2} (\omega_{yp} - \omega_{yn}) \right].
\end{aligned} \tag{17}$$

где  $T_1$  и  $T_2$  – постоянные времени.

Подставляя (17) в дифференциальные уравнения (16) и моделируя получившуюся замкнутую систему, получим искомые зависимости:  $m_x = f(t)$  и  $m_y = f(t)$ .

Указанные зависимости, аналогично зависимости  $C_z = f(t)$ , можно представить в виде линейных комбинаций:

$$\begin{aligned}
m_x(t) &= m_x^\beta \beta(t) + m_x^{\delta_{PH}} \delta_{PH}(t) + m_x^{\delta_{ЭЛ}} \delta_{ЭЛ}(t) + m_x^{\delta_{ЭЛ}^2} \delta_{ЭЛ}^2(t) + m_x^{\delta_{ЭЛ}^3} \delta_{ЭЛ}^3(t) + \\
&+ m_x^{\delta_{ИНТ}} \delta_{ИНТ}(t) + m_x^{\bar{\omega}_x} \bar{\omega}_x(t) + m_x^{\bar{\omega}_y} \bar{\omega}_y(t)
\end{aligned} \tag{18}$$

и

$$m_y(t) = m_y^\beta \beta(t) + m_y^{\delta_{PH}} \delta_{PH}(t) + m_y^{\delta_{ЭЛ}} \delta_{ЭЛ}(t) + m_y^{\delta_{ИНТ}} \delta_{ИНТ}(t) + m_y^{\bar{\omega}_x} \bar{\omega}_x(t) + m_y^{\bar{\omega}_y} \bar{\omega}_y(t) \tag{19}$$

Снова используя МНК, восстановим значения констант (производных), входящих в (18) и (19).

Большинство искомых коэффициентов являются функциями угла атаки, высоты и числа  $M$ . Поэтому результаты идентификации параметров бокового движения группировались по признаку близости указанных условий полета. Затем были получены функции, аппроксимирующие зависимости аэродинамических коэффициентов от угла атаки. Кроме этого, уточнены поправки некоторых коэффициентов, учитывающие изменение числа Маха и высоты полета.

Как показал опыт практического применения, предложенная методика позволяет достаточно хорошо восстанавливать аэродинамические коэффициенты из записей ЛИ: после проведения идентификации увеличивается степень сходимости переходных процессов реального ЛА и его математической модели. Для иллюстрации на рис.2-3 приведены переходные процессы по угловой скорости вращения и нормальной перегрузке после дач РВ. На обоих рисунках пунктирной линией обозначены результаты моделирования до идентификации, сплошной линией – после. Более тонкая и «зашумленная» линия на рисунках – запись изменения параметров полета, взятая из ЛИ.



На рис.4-5 приведены переходные процессы по угловым скоростям крена, рыскания и боковой перегрузке после импульсов РН, а на рис.6 – после перекладки элеронов. На рисунках пунктирной линией обозначены результаты моделирования до идентификации, штрихпунктирной линией – после. Сплошная линия на указанных рисунках – запись изменения параметров полета, взятая из ЛИ.

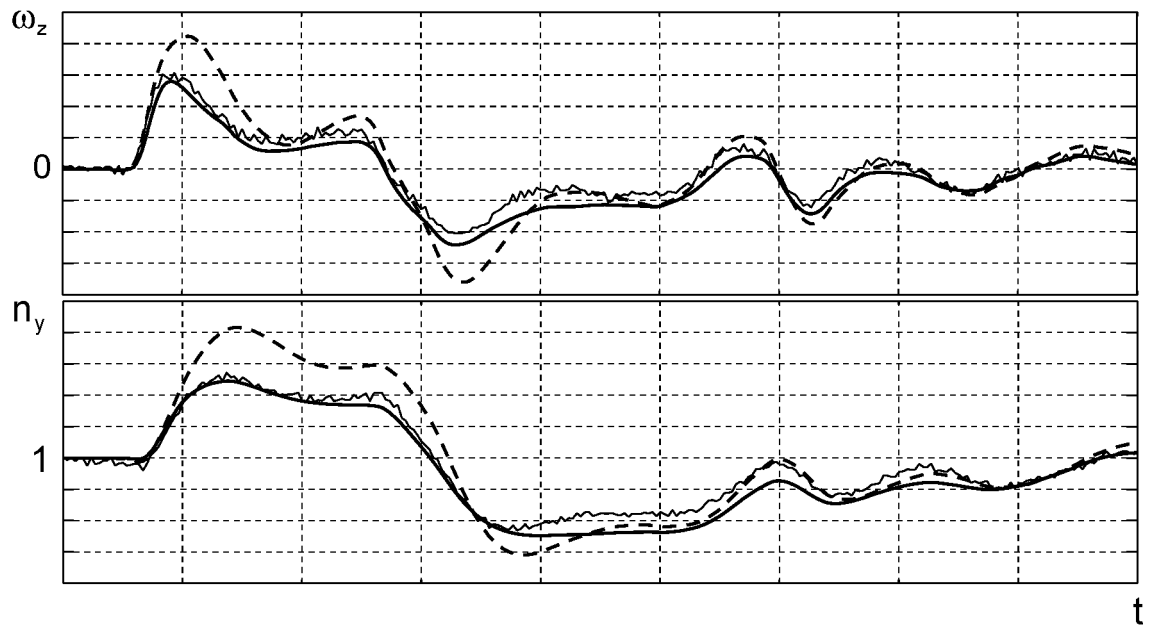


Рис.2 Переходные процессы после дач РВ

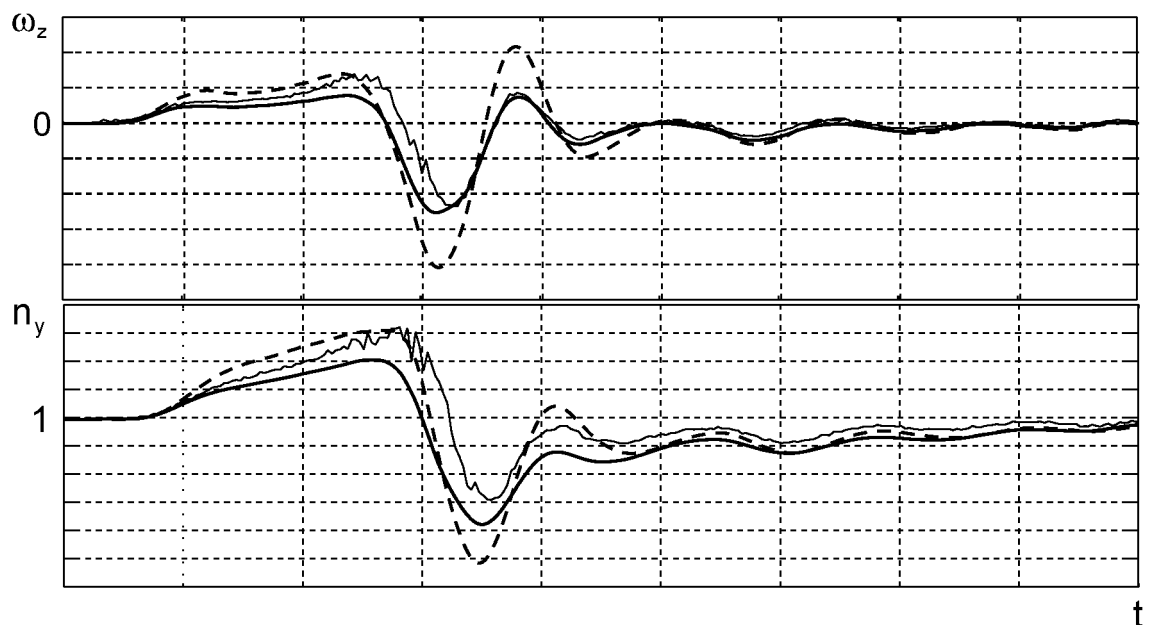


Рис.3 Переходные процессы после дач РВ

Идеи, лежащие в основе предлагаемой методики, близки к изложенным в [5]. Однако она выгодно отличается от методики Мелешина Б.А. и Обрубова А.Г., во-первых, снижением «субъективного» фактора при проведении идентификации, а во-вторых,

позволяет восстанавливать нелинейные зависимости, характерные для больших углов атаки. Предложенная методика позволяет значительно ускорить процесс идентификации и отказаться от преобладавшего ранее подхода, основанного на решении прямой задачи динамики, сводившегося, фактически, к малопродуктивному подбору соответствующих коэффициентов.

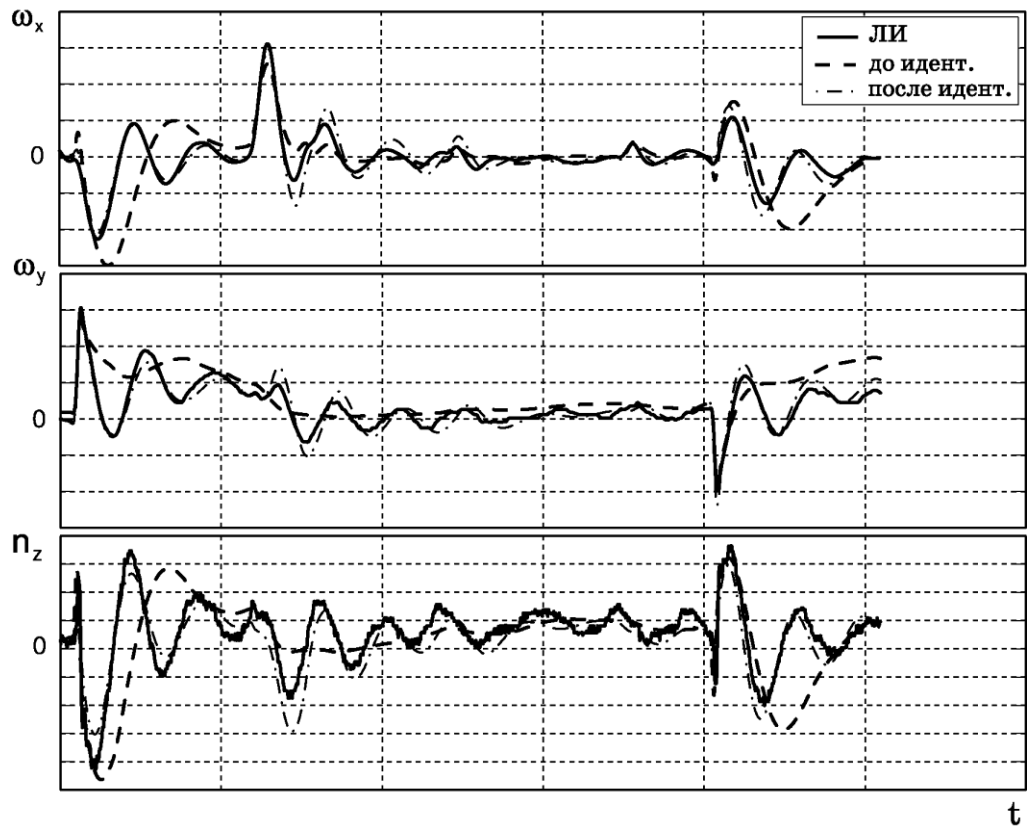


Рис.4 Переходные процессы после импульса РН

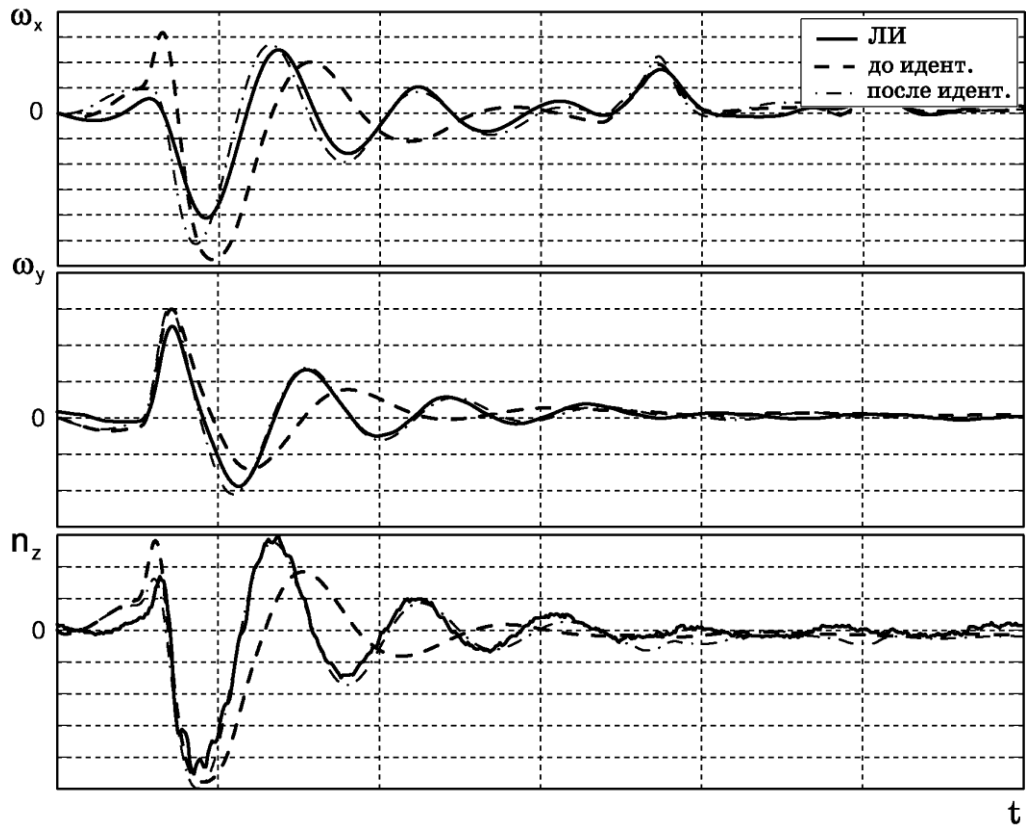


Рис.5 Переходные процессы после импульса РН

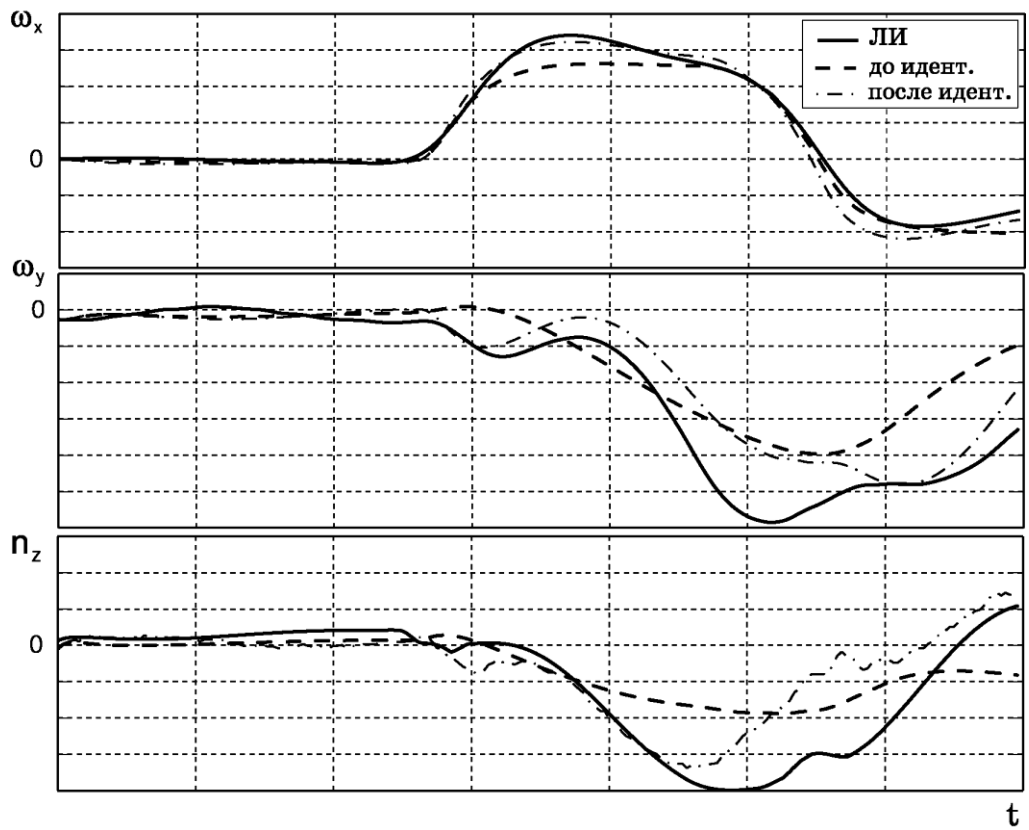


Рис.6 Переходные процессы после перекладки элеронов

### **Библиографический список**

1. Аэромеханика самолета: Динамика полета: Учебник для авиационных вузов/ А.Ф. Бочкарев, В.В. Андреевский, В.М. Белоконов и др.; Под ред. А.Ф. Бочкарева и В.В. Андреевского. 2-е изд. перераб. и доп. – М.: Машиностроение 1985г. - 360 с.
2. Колесников А.А. Синергетическая теория управления. – М.: Энергоатомиздат, 1994г. - 344 с.
3. Современная прикладная теория управления: синергетический подход в теории управления. /Под ред. А. А. Колесникова Ч. II – Москва-Таганрог: Изд. ТРТУ, 2000г. - 559 с.
4. Бюшгенс Г.С., Ступнев Р.В. Аэродинамика самолета: Динамика продольного и бокового движения. – М.: Машиностроение, 1979 г. - 352 с
5. Мелешин Б.А., Обрубов А.Г. Методика определения производных боковой устойчивости неманевренного самолета из летных испытаний. - ТВФ, №4, 2003 г. - С. 24-31.

### **Сведения об авторе**

Никитин Александр Игоревич, инженер-конструктор Таганрогского авиационного научно-технического комплекса (ТАНТК) им. Г.М. Бериева, к.т.н.  
Тел.: 8-918-518-91-98, E-mail: [savr.nik@gmail.com](mailto:savr.nik@gmail.com)