

Численное исследование конвективного теплообмена в наклонном продольном слое воздуха

Пивоваров Д. Е.

Институт проблем механики имени А. Ю. Ишлинского РАН, ИПМех РАН,

просп. Вернадского, дом 101, корп. 1, Москва, 119526, Россия

e-mail: pivovar@ipmnet.ru

Аннотация

Представлены результаты 3-мерного численного моделирования конвективных взаимодействий при тепловой гравитационной конвекции с произвольной ориентацией потока тепла к силе тяжести. Расчеты проводились в ограниченной твердыми стенками прямоугольной полости с соотношением сторон $4 \times 0.5 \times 1$, подогреваемой снизу, при ламинарном режиме конвекции $Ra = 10^3 - 10^5$. Полость, заполненная воздухом ($Pr = 0.72$), поворачивалась вокруг короткой стороны, что соответствует продольной конфигурации, отличной от поперечной, рассматриваемой в ряде работ, где вращение осуществляется вокруг длинной стороны. Угол наклона полости изменялся в различных направлениях между горизонтальным и вертикальным положениями слоя для изучения влияния начальных условий на конвекцию. Даются средние характеристики теплообмена и структуры пространственного течения. Проводится сопоставление с двумерными расчетами. Указаны случаи наличия и отсутствия гистерезиса, построена карта режимов и приведены особенности конвективных взаимодействий.

Ключевые слова: уравнение Навье-Стокса, приближение Буссинеска, моделирование, свободная конвекция, бифуркации, гистерезис, наклонный слой

Введение

Под слоем жидкости понимается замкнутая область пространства, ограниченная двумя параллельными поверхностями с различной температурой, вследствие чего может возникать конвективное течение. При различных ориентациях поверхности нагрева к силе тяжести различают два механизма конвекции. Первый вызван неустойчивым положением

равновесия нагретой жидкости при подогреве снизу (горизонтальный слой жидкости), а второй вызван отсутствием равновесия при боковом подводе тепла (вертикальный слой жидкости). При произвольной ориентации поверхности оба механизма вступают во взаимодействие между собой, формируя ту или иную картину течения. С подобными явлениями встречаются в энергетической и аэрокосмической отраслях, а именно, при проектировании солнечных коллекторов, систем охлаждения ядерных реакторов, хранения низкотемпературных компонент топлива и др. [1].

Первые эксперименты [2] показали, что в наклонном слое жидкости до определенного угла наклона сохраняется валиковая структура течения, присущее конвекции Рэлея-Бенара, причем конвективные валы формируются вдоль наклонной стороны (рис. 1а). Анализ устойчивости [3] установил зависимость механизма неустойчивости от угла наклона. Методом Галеркина [4] определены границы устойчивости течения. Однако эти данные получены в предположение бесконечности слоя $D \rightarrow \infty, L \rightarrow \infty$ (рис. 2).

Первое систематическое описание структуры течений в замкнутом слое было дано в [5], где рассмотрен ограниченный наклонный слой жидкости, но с достаточно большим удлинением как по глубине D , так и по длине L слоя по отношению к его высоте H (рис. 2). Замыкание области поставило вопрос о выборе геометрических параметров для дальнейших исследований. В первую очередь они диктовались применением матричной структуры заполнения пустого пространства в солнечных коллекторах [6]. Работа [7] содержит детальный обзор исследований, выполненных в этом направлении. Немного позже [8] были уточнены параметрические зависимости, применяемые для расчета теплообменных характеристик при различных диапазонах изменения угла наклона. Работа [9] содержит экспериментальное исследование конвекции в длинных наклонных слоях, которые встречаются при проектировании стеклопакетов.

Во всех этих исследованиях предполагалось, что слой поворачивается вокруг достаточно длинной стороны, т.е. глубина D его велика по сравнению с расстоянием H между изотермическими поверхностями (рис. 2). Слои с такой конфигурацией получили название поперечных слоев. Им сопоставляется другая конфигурация, в которой изменение угла происходит вокруг короткой стороны, но не просто короткой по сравнению с длиной L , а меньшей по сравнению с расстоянием между изотермическими поверхностями, т.е. $D < H$. Такие слои называют продольными (рис. 1б).

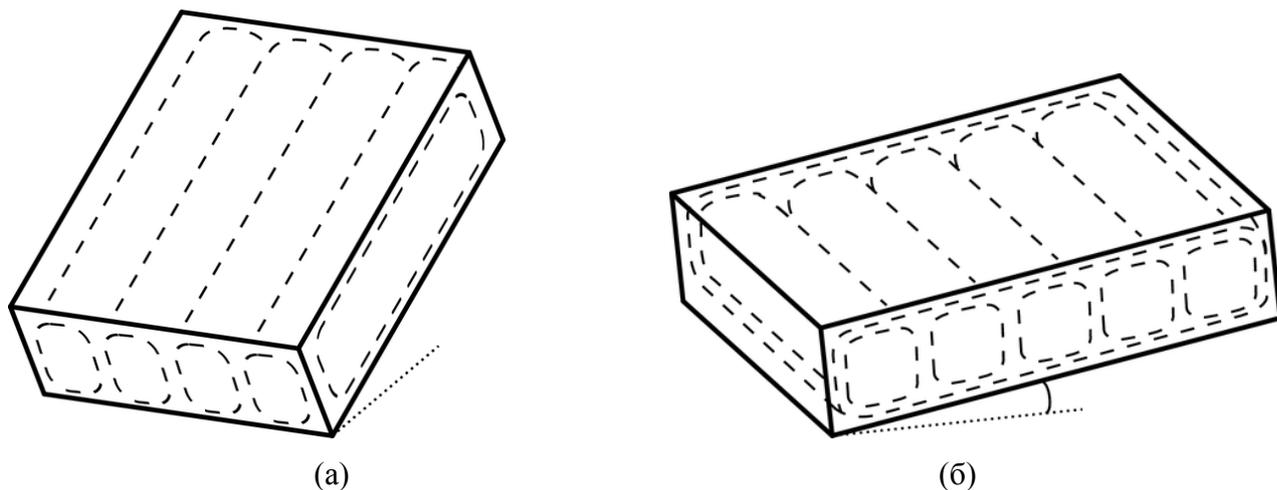


Рис. 1. Схема образования конвективных валов в наклонных слоях
(а – поперечных, б – продольных)

В первой экспериментальной работе с продольными слоями [10] показано, что валики образуются поперек наклонной стороны (рис. 1б), что лучше подавляет конвекцию и более предпочтительно для проектирования солнечных коллекторов. Также было отмечено, что подъемно-опускное течение, образующееся при вертикальном положении слоя, более устойчиво при уменьшении угла, чем рэлей-бенаровский режим конвекции. Фактически, это было первым обнаружением гистерезиса в подобных течениях, который не имел места в поперечных слоях. Так, в экспериментальной работе [11] с поперечными слоями отмечалось, что «с уменьшением угла наклона ни в циркуляции жидкости, ни в числе Нуссельта не наблюдалось значительного гистерезиса». Здесь под гистерезисом понимается зависимость структуры течения от направления изменения угла наклона [12]. В настоящей работе это утверждение удобно принять за определение гистерезиса.

Автору известна лишь одна работа по прямому численному моделированию в продольных слоях [13]. В ней показано, что изменяя глубину слоя D от $1/6$ до 0.5 , данный параметр оказывает значительное влияние как на переход от многоячейкового режима к одноячейковому, так и на интенсивность теплообмена. Данные расчета хорошо согласуются с экспериментом [10]. В настоящей работе проведен аналогичный расчет, который подтвердил результаты наблюдений в эксперименте.

Методами численного моделирования исследование гистерезиса было продолжено лишь в двумерном приближении, т.е. для плоских течений [14]. Ранее проведенные работы показывали применимость двумерной модели в случае больших углов наклона, когда доминирует подъемно-опускное течение. При малых углах наклона трехмерное течение не

может быть плоским, поскольку валы образуются вдоль угла наклона в поперечных слоях, а в продольных слоях предположение бесконечности глубины слоя неверно. Несмотря на существенно пространственную структуру течения, в последние годы отмечается рост работ, посвященных гистерезису двумерных течений [15, 16, 17]. Ряд работ посвящен изучению квадратной области [18, 19], но больше нацелен на тестирование новых алгоритмов.

Целью настоящей работы является изучение характера взаимодействия конвективных потоков на основе расчета интегральной характеристики теплообмена на горячей стенке, изучение структуры течения и гистерезиса, вызванного различными направлениями изменения угла наклона слоя и построение карты режимов для сравнения ее с двумерными данными [14]. Решается вопрос о возможности моделирования продольных слоев в рамках двумерного приближения.

1. Постановка задачи, методика решения

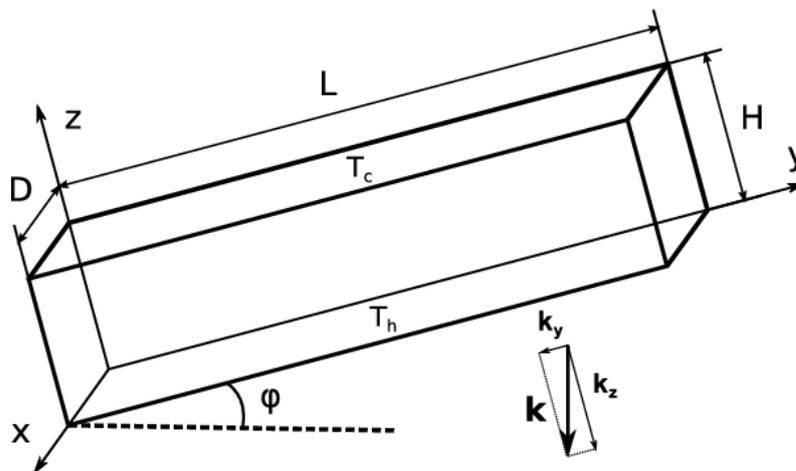


Рис. 2. Геометрическая схема наклонного продольного слоя.

Рассматривается конвекция в слое жидкости, ограниченном твердыми стенками, с соотношением сторон $H \times L \times D = 1 \times 4 \times 0.5$ при различных углах наклона ϕ нагреваемой стороны к горизонту (рис. 2). Стороны $z=0$ и $z=1$ поддерживаются при постоянных температурах T_h и T_c соответственно ($T_h > T_c$), остальные стороны теплоизолированы.

Для описания задачи используется система 3-мерных уравнений Навье-Стокса и уравнения теплопроводности в приближении Буссинеска. Выбирая масштабы длины H , времени H^2/ν , скорости ν/H , температуры $T_h - T_c$ и давления $\rho\nu^2/H^2$, получаем запись системы в безразмерном виде

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \Delta \mathbf{u} + \frac{Ra}{Pr} T \mathbf{k},$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \nabla T = \frac{\Delta T}{Pr},$$

$$\operatorname{div} \mathbf{u} = 0,$$

где $\mathbf{u}, T, p, t, \mathbf{k}$ – безразмерные вектор скорости, температура, давление, время и единичный вектор массовых сил соответственно, $Pr = \nu/\chi$ – число Прандтля, $Ra = g\beta(T_h - T_c)H^3/\nu\chi$ – число Рэлея (ν – кинематическая вязкость, χ – температуропроводность, g – модуль силы тяжести, β – коэффициент объемного расширения). Граничные условия записываются в виде:

$$\mathbf{u} = 0,$$

$$T|_{z=0} = 1, T|_{z=1} = 0,$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0.5} = \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=4} = 0.$$

Для решения задачи используется численная схема [20, 21], которая успешно применялась для прямого моделирования изотермических течений в ортогональных системах координат, в частности, для расчета изотермических течений в эллиптических трубах [22]. Данная схема обладает свойством консервативности и расширена на случай неизотермических течений, где дополнительно решается уравнение переноса тепла в жидкости.

Задача решается на разнесенных сетках. Пространственные производные аппроксимируются центральными разностями со вторым порядком точности, интегрирование по времени ведется методом Рунге-Кутты третьего порядка. Относительно вязких членов интегрирование ведется неявно. Шаг по времени выбирается автоматически с проверкой выполнимости условия Куранта.

Настоящая схема была протестирована на задаче конвекции в кубической области при различной температуре на двух противоположных боковых стенках и условиях теплоизоляции на оставшихся сторонах, что отвечает граничным условиям сформулированной задачи [23]. Получена удовлетворительная точность с имеющимся тестовым примером [24].

В расчетах используется равномерная сетка $80 \times 20 \times 10$, поскольку градиенты температуры не столь велики для исследуемых чисел Рэлея, а сгущение сетки по каждому

направлению в два раза дает изменение числа Нуссельта менее, чем на 2%.

Все расчеты велись, варьируя угол наклона слоя, до наступления стационара при фиксированном значении числа Рэля в диапазоне $10^3 - 10^5$ с шагом 10^3 . Критерием выхода на стационар было отсутствие изменения числа Нуссельта в течении 1 единицы безразмерного времени с точность 10^{-5} . Сначала слой поворачивался из горизонтального положения в вертикальное. После каждой бифуркации (изменении структуры течения) была проведена серия расчетов при обратном повороте слоя. Затем слой поворачивали в обратном направлении из вертикального положения в горизонтальное. При каждом повороте слоя угол наклона изменялся на 1° . В горизонтальном положении слоя использовались нулевые начальные данные, а далее начальные данные всегда брались из предыдущего стационарного состояния.

Выбор геометрии области по длине обусловлен проведением сравнения с аналогичными двумерными данными[14], а глубина области соответствует более последовательной смене течений[13].

В каждом стационарном состоянии строились изолинии функции тока в сечении $x = 0.25$ по соответствующим компонентам вектора скорости, а также вычислялось среднее число Нуссельта на горячей стенке по формуле

$$Nu = \iint_S T_z dS$$

2. Структуры течения и интенсивность теплообмена

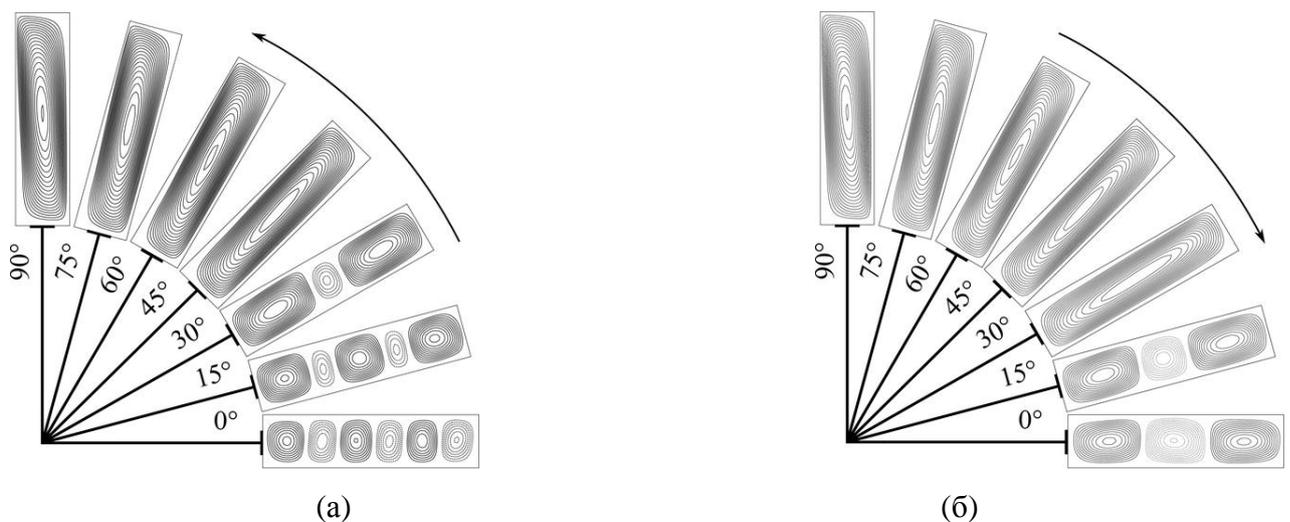


Рис. 3. Изолинии функции тока в плоскости $x = 0.25$ при увеличении (а) и уменьшении (б) угла наклона для $Ra=15000$

При анализе структуры течения необходимо разбить его на две составляющие. Первая составляющая относится к течению, возникающему под действием продольной компоненты k_y вектора массовых сил, направленной параллельно нагретой поверхности (рис. 2). При этом возникает подъемно-опускное течение, называемое основным, с восходящим потоком жидкости вдоль горячей стенки и нисходящим вдоль холодной. Вторая составляющая относится к течению, возникающему под действием поперечной компоненты k_z вектора массовых сил, направленной по нормали к нагретой поверхности. В этом случае течение имеет ячейковую структуру, причем течения соседних ячеек направлены в разные стороны. Направление осей вращения всех ячеек совпадает с направлением оси Oz , что не наблюдается в поперечных слоях. При наложении этих двух течений друг на друга происходит как бы столкновение потоков жидкости в тех ячейках, направление вращения которых противоположно направлению вращения основного течения. Ячейки, сонаправленные с основным течением, наоборот усиливаются. При изменении угла наклона это проявляется в изменении размера ячеек: сонаправленные с основным течением ячейки удлиняются вдоль слоя, а противоположно направленные сужаются.

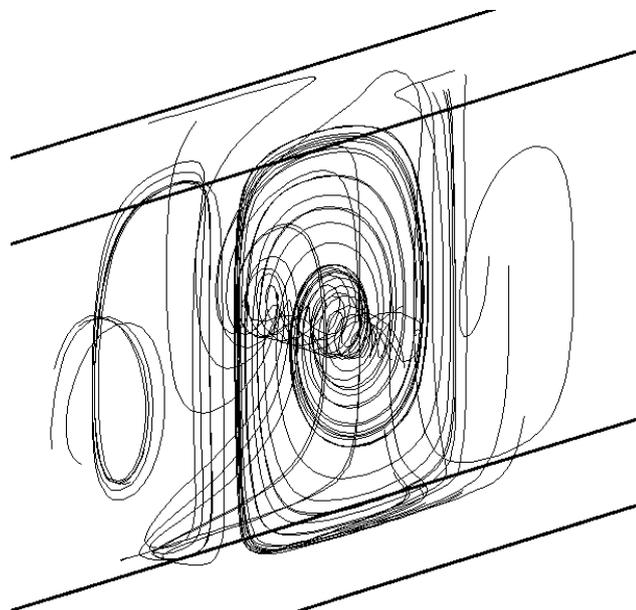


Рис. 4. Траектории 30 частиц, равномерно посеянных на отрезке прямой $y = 2, z = 0.5$ внутри расчетной области

Этот эффект наглядно продемонстрирован на рис. 2, где представлена эволюция структуры течения при подъеме слоя из горизонтального положения в вертикальное. Здесь

показаны изолинии функции тока, вычисленной по компонентам вектора скорости u_y и u_z в сечении $x = 0.25$. Сплошными линиями показаны положительные значения функции тока, а пунктирными - отрицательные. Рис. 2 иллюстрирует эволюцию структур уже при опускании слоя из вертикального положения. Легко видеть, что момент перестройки течения в первом случае настает при $\phi > 30^\circ$, а во втором при $\phi < 30^\circ$. Аналогичное наблюдение было сделано в эксперименте [10]. Подобные картины течений имеют места во всех сечениях $x = Const$ и напоминают траектории частиц для плоских течений. Однако реальные траектории частиц имеют спиралевидную форму (рис. 4). Компонента скорости u_x переносит частицу в другую плоскость, где ее траектория представляет уже другую окружность. Таким образом, частица уходит от центра ячейки и приближается к боковым сторонам. При этом возможны скачки в соседние ячейки.

Установившееся количество конвективных ячеек определяет интенсивность конвективного теплообмена и тем самым характеризует определенный режим конвекции. Границами этих режимов следует считать границы перестройки структуры течения, происходящей при различных направлениях изменения угла наклона слоя. По таким перестройкам (или бифуркациям) ниже будут построены карты режимов для двух сценариев изменения угла наклона.

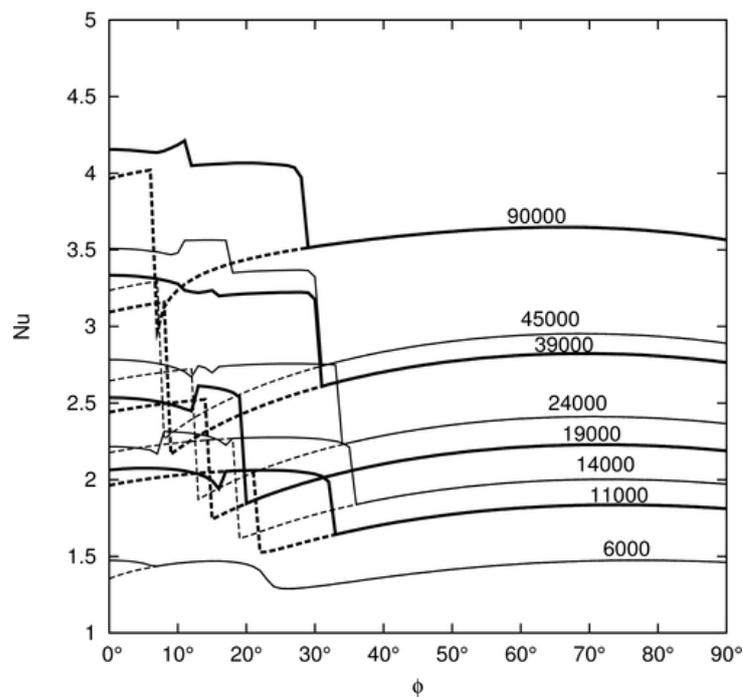


Рис. 5. Зависимость интенсивность теплообмена при изменении угла наклона при различных числах Рэлея (сплошные линии при увеличении угла, пунктирные при уменьшении)

Следствием наличия зон с различной структурой течения является ступенчатый характер изменения интенсивности теплообмена, поэтому в качестве гистерезисной функции принимается среднее число Нуссельта на горячей стенке. На рис. 5 изображены графики изменения числа Нуссельта в зависимости от угла наклона слоя при различных значениях числа Рэлея. Числа Рэлея выбраны так, чтобы показать различающиеся между собой графики, каждый из которых сохраняет свой вид в некотором диапазоне изменения числа Рэлея. Изменению структуры течения соответствуют локальные минимумы этих графиков.

В работе [25] было отмечено, что наличие глобального минимума при повороте поперечных слоев свидетельствует о том, что «две формы движения скорее не накладываются, а превалирует одна из них». Далее будет показано, что подобный вывод справедлив и для всех локальных минимумов. Наличие же максимума будет указывать на взаимодействие двух форм движения, а монотонный характер изменения либо на подавление конвективной составляющей одного из движений, либо на его развитие.

В характере изменения числа Нуссельта можно заметить следующие особенности: уменьшение или увеличение числа Нуссельта в самом начале наклона слоя, наличие максимумов и минимумов между бифуркациями, немонотонное изменение порога бифуркаций. Именно эти особенности являются следствием различного сценария взаимодействия конвективных потоков.

При слабой надкритичности $Ra < 7 \cdot 10^3$ начальное количество ячеек равно 4 (рис. 5, $Ra = 6000$). Увеличение угла наклона уменьшает интенсивность теплообмена до тех пор, пока в районе 8° не происходит бифуркация, вследствие которой исчезает одна ячейка. После этого интенсивность увеличивается с ростом угла наклона и достигает своего максимума при 16° . Дальнейшее увеличение угла наклона уменьшает конвективный теплообмен пока не происходит очередная бифуркация, устанавливающая глобальное подъемно-опускное течение. Данный режим имеет ярко выраженный максимум вблизи вертикального положения слоя. Этот максимум характерен для всего рассматриваемого диапазона изменения числа Ra и с увеличением надкритичности смещается влево.

При $Ra = 7 \cdot 10^3 - 1.2 \cdot 10^4$ ячеек уже 5 (рис. 5, $Ra = 11000$). При этом в отличие от первого графика до 5° наблюдается увеличение числа Нуссельта, а после его уменьшение. В районе 15° в результате бифуркации течение перестраивается в 3-ячеистую конфигурацию, что скачком увеличивает число Нуссельта. Дальнейшее поведение аналогично предыдущему графику.

При $Ra = 1.2 \cdot 10^4 - 8.1 \cdot 10^4$ начальное количество ячеек увеличивается до 6. По мере увеличения угла наклона число Нуссельта уменьшается как на первом графике. После первой бифуркации для $Ra = 1.2 \cdot 10^4 - 2 \cdot 10^4$ исчезает одна ячейка, а число Нуссельта делает резкий скачек вверх, превышая начальное значение, установившееся при горизонтальном положении слоя (рис. 5, $Ra = 14000$). Пять ячеек чувствуют себя более «свободно» и дают больший вклад в конвективный перенос, чем 6 ячеек. При 18° после второй бифуркации количество ячеек уменьшается на две. Далее характер движения повторяет уже описанный для меньших чисел Ra . По достижению $Ra = 2 \cdot 10^4$ после первой бифуркации число Нуссельта становится меньше, чем было на горизонтали, а границы между первой и второй бифуркациями расширяются (рис. 5, $Ra = 24000$). При $Ra = 4.1 \cdot 10^4$ на место этой зоны приходит зона с 4 ячейками и совершенно иным поведением числа Нуссельта (рис. 5, $Ra = 39000$). После первой бифуркации число Нуссельта достигает локального минимума, после которого интенсивно увеличивается. При $Ra = 6 \cdot 10^4$ зона 4 ячеек снова сменяется зоной 5 ячеек с большей интенсивностью теплообмена, чем при горизонтали (рис. 5, $Ra = 45000$). Подобное поведение характерно до $Ra = 8.1 \cdot 10^4$.

При $Ra > 8.1 \cdot 10^4$ начальное количество ячеек снова становится равным 4. При этом характер изменения числа Нуссельта при увеличении угла наклона повторяет характер тех же четырех вихрей, возникших после бифуркации шести вихрей, а именно, наблюдается локальный минимум и достаточно крутой подъем перед бифуркацией, приводящей к 3 ячейкам (рис. 5, $Ra = 90000$).

Таким образом, имеется чередование зон с различным количеством ячеек и различным характером изменения числа Нуссельта.

При уменьшении угла наклона слоя из вертикального положения до последней бифуркации график зависимости числа Нуссельта совпадает с графиком при увеличении угла. Дальнейшее уменьшение угла продолжает уменьшать число Нуссельта. Бифуркация настает тем быстрее, чем меньше число Рэлея. После бифуркации течение принимает структуру, совпадающую со структурой течения при повороте от горизонтали, которое было до последней бифуркации, т.е. предпоследнюю структуру.

При уменьшении угла наклона слоя после бифуркаций число Нуссельта уменьшается, а бифуркации не происходит вплоть до горизонтального положения слоя. Участок графика числа Нуссельта при отрицательном шаге изменения угла наклона в окрестности горизонтали совпадает по характеру с окрестностью вертикали.

При изменении угла наклона из крайнего положения слоя та компонента силы тяжести, которая отвечает за возникновение конвекции, уменьшается и должна приводить к уменьшению интенсивности теплообмена. Однако, существуют ситуации, когда число Нуссельта как уменьшается, так и увеличивается. Вторую ситуацию можно объяснить лишь тем обстоятельством, что увеличивается вторая компонента силы тяжести, причина развития другой формы конвективного течения, которая добавляет свой вклад в общий теплообмен. Тем не менее, возможно и подавляющее действие другой формы течения, вследствие чего можно наблюдать резкое уменьшение числа Нуссельта.

Двумерные расчеты носят аналогичный ступенчатый характер изменения числа Нуссельта [14], но во-первых, число ячеек не совпадает с наблюдаемыми в трехмерном случае, а во-вторых, интенсивность теплообмена при обратном повороте слоя соответствует одной из форм движения, которая устанавливалась при положительном шаге изменения угла наклона.

3. Режимы течения и гистерезисы

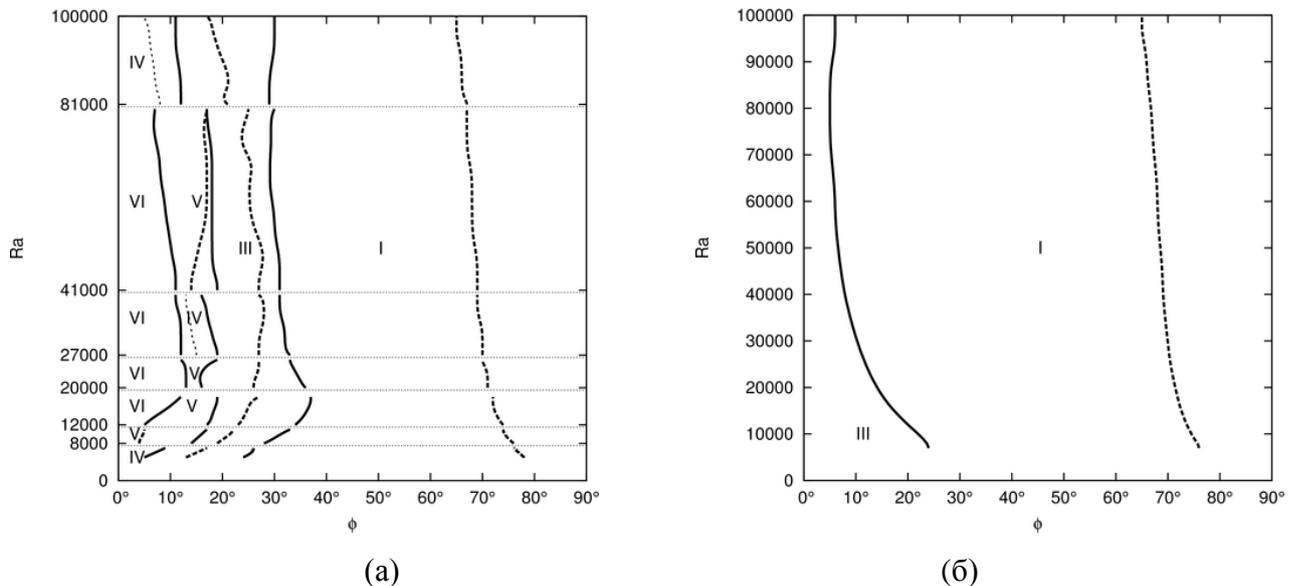


Рис. 6. Карта конвективных режимов при увеличении (а) и при уменьшении (б) угла наклона слоя (сплошные линии - бифуркации, пунктирные линии - локальные максимумы, точечные линии - локальные минимумы)

На основе анализа разрывов и локальных экстремумов числа Нуссельты при различных сценариях поворота слоя были построены карты режимов, которые представлены на рис. 6. Режим течения определяется числом Нуссельта, углом наклона и направлением

поворота слоя.

При повороте слоя из горизонтального положения наблюдается большое количество режимов по количеству ячеек и ступенчатый характер смены этих режимов по мере увеличения числа Рэлея (рис. 5). При повороте слоя из вертикального положения границы режимов представляют монотонные кривые (рис. 5).

Подобные карты режимов для плоского течения были построены в работе [14]. В охватываемым ими диапазоне числа Рэлея наблюдается различие в количествах ячеек при повороте слоя с настоящей работой. Это связано с тем, что плоское течение рассматривается в предположении бесконечной глубины слоя, в то время как в экспериментах показано, что для наблюдения гистерезиса глубину слоя нужно ограничить, причем сделать меньшей высоты слоя. Таким образом, двумерное приближение качественно описывает несуществующую ситуацию в пространстве. Схожесть картин течений в срединном сечении дает предположение, что при определенных выборах глубины слоя и пересчете, можно применить двумерную модель. Однако из-за ограниченности глубины слоя это не даст большого временного выигрыша при вычислениях.

Явление гистерезиса в свободно-конвективных течениях обусловлено зависимостью установившегося течения от начальных условий, т.е. существование различных стационарных решений для заданных граничных условий. Применительно к настоящей задаче его можно определить еще и как свойство конвективных течений, устанавливающее зависимость бифуркаций от текущего конвективного режима. Действительно, определенная конфигурация области ведет к образованию самоорганизующихся структур, которые при некоторых условиях могут быть устойчивыми или неустойчивыми. Эта устойчивость определяет момент наступления очередной бифуркации, которая приведет к смене структуры течения.

На рис. 5 резкие скачки функции соответствуют бифуркациям. После каждой бифуркации угол наклона изменялся в обоих направлениях. Обратное изменение угла наклона приводило к другой ветви гистерезиса, более устойчивой, чем та, на которой произошла бифуркация. Следует отметить, что ступенчатое изменение функции Нуссельта приводит к наличию нескольких петель гистерезиса вдоль всего диапазона изменения угла наклона.

Гистерезис наблюдался в экспериментальной работе [10] при большем шаге изменения угла. При уменьшении шага до 1° в настоящей работе, гистерезис сохранился, что дает основание считать его гистерезисом второго типа по классификации, предложенной в

работе [12]. Данный тип характеризуется зависимостью гистерезисной функции, в данном случае числа Нуссельта, от направления изменения аргумента, но не от его модуля, что характерно для гистерезисных функций первого рода.

Разрывы в поведении среднего числа Нуссельта в зависимости от угла поворота слоя сохраняются и для графика зависимости от числа Рэлея при фиксированном угле (рис. 7). Скачки на графике подтверждают смену конвективного режима, а сам режим устанавливается в определенном диапазоне изменения числа Рэлея. Однако, дополнительные расчеты показали, что при фиксированном угле не наблюдается гистерезиса при варьировании числа Рэлея, что обычно делают в экспериментах, а следовательно экспериментальные параметрические зависимости, получаемые для показателей интенсивности теплообмена остаются монотонными.

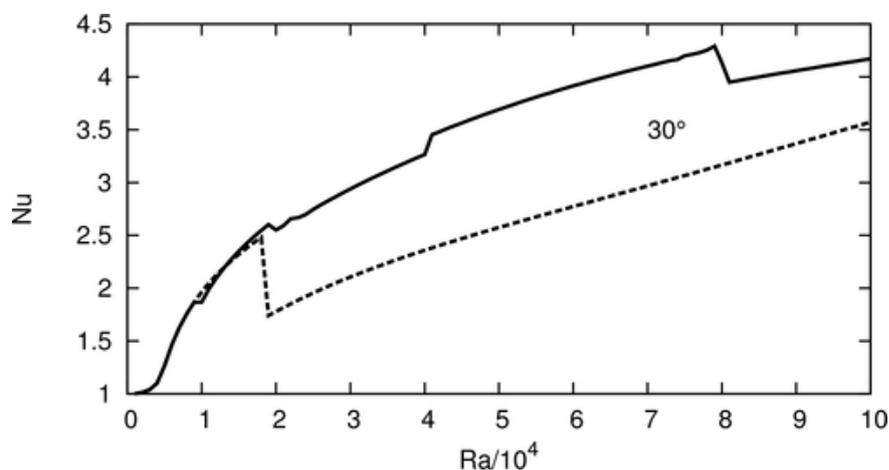


Рис. 7. Зависимость интенсивность теплообмена от числа Рэлея при угле 30° (сплошные линии при увеличении угла, пунктирные при уменьшении)

4. Заключение

Методом прямого численного моделирования была исследована ламинарная конвекция в продольном слое воздуха, расположенным под углом к горизонту. Особенностью структуры течения в наклонных продольных слоях в отличие от поперечных заключается в наличие конвективных валов, формирующихся перпендикулярно подъемно-опускному течению. В наклонном слое это приводит к активному взаимодействию валов с основным течением вследствие наличия встречных конвективных потоков. Установлено, что такое взаимодействие проявляется по-разному в зависимости от направления угла наклона слоя и числа Рэлея. Конвективные течения, вызванные разными механизмами, могут как подавлять друг друга, так и вносить общий вклад в конвективный теплообмен. Существуют

случаи, когда при подъеме слоя подъемно-опускное течение перестраивает ячейки таким образом, что их вклад в конвекцию увеличивается.

Найдены характеристики среднего теплообмена, по которым построены карты конвективных режимов при различных сценариях поворота слоя. По построенным картам исследовано явление гистерезиса, которое возникает вследствие различной устойчивости той или иной формы установившегося течения. Показано, что наиболее устойчивым многоячейковым течением является то, которое устанавливается перед последней бифуркацией при положительном изменении угла. При фиксированном угле и варьировании числа Рэлея гистерезис не наблюдался.

Показано, что для рассмотренной геометрии невозможно двумерное приближение.

Автор работы выражает благодарность В.И. Полежаеву за обсуждение выполненной работы и Н.В. Никитину за консультацию по методике расчета. Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 12-08-000034).

Библиографический список

1. Polezhaev V.I., Myakshina M.N., Nikitin S.A. Heat transfer due to buoyancy-driven convective interaction in enclosures: Fundamentals and applications // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2012. V. 55. 1–3. P. 156–165.
2. Graaf J.D., Held E.V.D. The relation between the heat transfer and the convection phenomena in enclosed plane air layers // *Applied Scientific Research*. 1953. V. 3. 6. P. 393–409.
3. Бирих Р.В., Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М., Рудаков Р.Н. Гидродинамическая и тепловая неустойчивость стационарного конвективного движения // *Прикладная математика и механика*. 1969. Т. 32. 2. С. 256–263.
4. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Об устойчивости плоскопараллельного конвективного движения относительно пространственных возмущений // *Прикладная математика и механика*. 1969. Т. 33. 5. С. 855–860.
5. Hart J.E. Stability of the flow in a differentially heated inclined box // *Journal of Fluid Mechanics*. 1971. V. 47. 3. P. 547–576.
6. Buchberg H., Catton I., Edwards D.K. Natural Convection in Enclosed Spaces—A Review of Application to Solar Energy Collection // *Journal of Heat Transfer*. 1976. V. 98. 2. P. 182–188 .
7. Catton I. Natural Convection in Enclosures // *Proceedings of the Sixth Int. Heat Trans. Conference, Toronto*. W.D.C.: Hemisphere, 1978. V. 6. P. 13–31.
8. Inaba H., Fukuda T. An Experimental Study of Natural Convection in an Inclined Rectangular

- Cavity Filled With Water at Its Density Extremum // *Journal of Heat Transfer*. 1984. V. 106. 1. P. 109–115 = *Инаба, Фукуда* Экспериментальное исследование свободной конвекции в заполненной водой наклонной прямоугольной полости при температурах, соответствующих окрестности экстремума плотности // *Теплопередача*. 1984. Т. 106. 1. С. 107–114.
9. ElSherbiny S.M., Raithby G.D., Hollands K.G.T. Heat Transfer by Natural Convection Across Vertical and Inclined Air Layers // *Journal of Heat Transfer*. 1982. V. 104. 1. P. 96–102 = *Эль-Щербини, Рейтби, Холландс* Свободноконвективный теплообмен в вертикальных и наклонных воздушных слоях // *Теплопередача*. 1982. Т. 104. 1. С. 104–110.
10. Symons J.G., Peck M.K. Natural Convection Heat Transfer Through Inclined Longitudinal Slots // *Journal of Heat Transfer*. 1984. V. 106. 4. P. 824–829 = *Симонс, Пек* Теплоотдача при свободной конвекции через наклонные продольные щели // *Теплопередача*. 1984. Т. 106. 4. С. 131–137.
11. Ozoe H., Sayama H., Churchill S.W. Natural convection patterns in a long inclined rectangular box heated from below: Part I. Three-directional photography // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 1977. V. 20. 2. P. 123–129.
12. Хатунцева О.Н. Классификация гистерезисных функций. Теоретические модели и методы описания. // *Физико-химическая кинетика в газовой динамике*. 2012. Т. 13. <http://www.chemphys.edu.ru/media/files/2012-02-29-001.pdf>.
13. Yang H.Q., Yang K.T., Lloyd J.R. Laminar natural-convection flow transitions in tilted three-dimensional longitudinal rectangular enclosures // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 1987. V. 30. 8. P. 1637–1644.
14. Soong C.Y., Tzeng P.Y., Chiang D.C., Sheu T.S. Numerical study on mode-transition of natural convection in differentially heated inclined enclosures // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 1996. V. 39. 14. P. 2869–2882.
15. Пивоваров Д.Е., Полежаев В.И. Структуры течения и особенности теплообмена при свободной конвекции в наклонных слоях // *Труды XVII Школы-семинара молодых ученых и специалистов под руководством акад. РАН А.И. Леонтьева "Проблемы газодинамики и теплообмена в аэрокосмических технологиях"*. М.: Издательский дом МЭИ, 2009. Т. 2. С. 113–116.
16. Khezzar L., Siginer D., Vinogradov I. Natural convection in inclined two dimensional rectangular cavities // *Heat and Mass Transfer*. 2012. V. 48. 2. P. 227–239.
17. Singh A.K., Roy S., Basak T. Visualization of Heat Transport during Natural Convection in a Tilted Square Cavity: Effect of Isothermal and Nonisothermal Heating // *Numerical Heat Transfer*,

Part A: Applications. 2012. V. 61. 6. P. 417–441.

18. Azwadi C.S.N., Fairus M.Y.M., Syahrullail S. Virtual Study of Natural Convection Heat Transfer in an Inclined Square Cavity // *Journal of Applied Sciences*. 2010. V. 10. 4. P. 331–336.

19. Munir F.A., Sidik N.A.C., Ibrahim N.I.N. Numerical Simulation of Natural Convection in an Inclined Square Cavity // *Journal of Applied Sciences*. 2011. V. 11. 2. P. 373–378.

20. Nikitin N. Third-order-accurate semi-implicit runge-kutta scheme for incompressible navier-stokes equations // *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. 2006. V. 51. 2. P. 221–233.

21. Nikitin N. Finite-difference method for incompressible Navier–Stokes equations in arbitrary orthogonal curvilinear coordinates // *Journal of Computational Physics*. 2006. V. 217. 2. P. 759–781.

22. Никитин Н.В. Прямой расчет турбулентных течений в эксцентрических трубах // *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 2006. Т. 46. 3. С. 509–525.

23. Пивоваров Д.Е. Моделирование трехмерных внутренних конвективных течений // *Проблемы газодинамики и теплообмена в новых энергетических технологиях: Тезисы докладов XVIII Школы-семинара молодых ученых и специалистов под руководством акад. РАН А.И. Леонтьева*. М.: Издательский дом МЭИ, 2011. С. 79–80.

24. Бессонов О.А., Брайловская В.А., Никитин С.А., Полежаев В.И. Тест для численных решений трехмерной задачи о естественной конвекции в кубической полости // *Математическое моделирование*. 1999. Т. 11. 12. С. 51–58.

25. Arnold J.N., Catton I., Edwards D.K. Experimental Investigation of Natural Convection in Inclined Rectangular Regions of Differing Aspect Ratios // *Journal of Heat Transfer*. 1976. V. 98. 1. P. 67–71 = *Арнольд, Кэттон, Эдвардс* Экспериментальное исследование естественной конвекции в наклонных прямоугольных областях с различным соотношением сторон // *Теплопередача*. 1976. Т. 98. 1. С. 70–74.