

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

На правах рукописи



УДК: 629.764.7

Трифонов Максим Викторович

**СИНТЕЗ АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ ПЕРВОЙ СТУПЕНИ РАКЕТЫ-
НОСИТЕЛЯ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПУСКА**

Специальность: 05.07.09

Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель: доктор технических наук,
профессор Бобронников Владимир Тимофеевич

Москва - 2019

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

ВВЕДЕНИЕ.....	5
ГЛАВА 1. ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ РН НА УЧАСТКЕ ПОЛЕТА ПЕРВОЙ СТУПЕНИ И ЗАДАЧА АКОР С УПРАВЛЯЕМЫМ ВЫХОДОМ.....	17
1.1. Краткий обзор задач управления РН на участке полета первой ступени и их решений....	18
1.2. Постановки технических задач управляемого движения первой ступени РН	21
1.3. Краткий обзор методов синтеза регуляторов СУ.....	22
1.4. Состав и структура СУ движением РН	24
1.5. Модель движения первой ступени РН	26
1.5.1. Используемые системы координат	26
1.5.2. Допущения, используемые при формировании модели РН как объекта управления	28
1.5.3. Математическая модель движения РН	28
1.6. Задача АКОР с управляемым выходом	34
1.6.1. Постановка задачи АКОР с управляемым выходом	34
1.6.2. Решение задачи АКОР с управляемым выходом методом динамического программирования Беллмана	36
1.6.3. Решение задачи АКОР с управляемым выходом с использованием принципа максимума Понтрягина.....	39
1.6.4. Пример нахождения оптимального управления системой первого порядка с использованием решения задачи АКОР с управляемым выходом.....	41
1.7. Выводы по Главе 1	42
ГЛАВА 2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ УВОДОМ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ СТРУЙ ПЕРВОЙ СТУПЕНИ РН ОТ СООРУЖЕНИЙ СТАРТОВОГО КОМПЛЕКСА ...	43
2.1. Постановка задачи управления уводом ГД струй РН от сооружений СК.....	43
2.2. Формирование математической модели РН как объекта управления в задаче управления уводом ГД струй РН.....	46
2.2.1. Упрощение и линеаризация уравнений движения РН.....	46
2.2.2. Формирование параметра выхода системы	48
2.2.3. Уравнения движения РН на этапе увода струй в векторно-матричной форме.....	48
2.3. Решение задачи управления уводом струй с применением решения задачи АКОР с управляемым выходом.....	50
2.4. Алгоритм численного решения задачи увода струй РН	53
2.5. Выбор элементов весовых матриц F , Q , R	54
2.6. Численные результаты решения задачи управления уводом струй РН.....	55
2.7. Выводы по Главе 2	59
ГЛАВА 3. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ АВАРИЙНЫМ УВОДОМ РН ОТ СООРУЖЕНИЙ СТАРТОВОГО КОМПЛЕКСА ПРИ ОТКАЗЕ ДВИГАТЕЛЯ.....	60

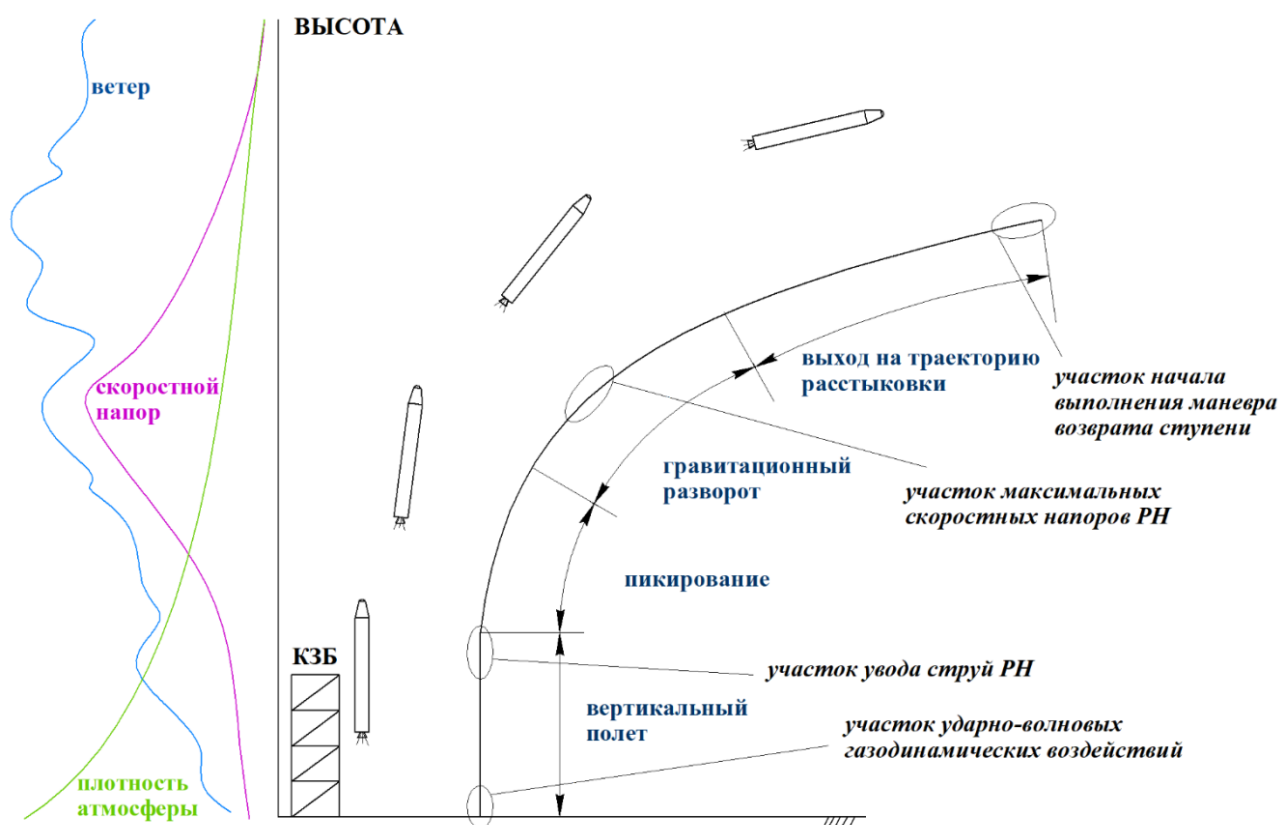
3.1. Постановка задачи управления аварийным уводом РН от сооружений СК при отказе двигателя	61
3.2. Формирование математической модели РН как объекта управления в задаче управления аварийным уводом РН.....	63
3.2.1. Расчет моментной балансировки РН при отказе двигателя	63
3.2.2. Уравнения движения РН в стартовой-1 системе координат	65
3.2.3. Уравнения движения на этапе увода РН в векторно-матричном виде.....	67
3.3. Решение задачи управления аварийным уводом РН с применением решения задачи АКОР с управляемым выходом	70
3.4. Анализ характеристик отказа двигателя РН	72
3.5. Выбор элементов весовых матриц F , Q , R	74
3.6. Численные результаты решения задачи управления аварийным уводом РН.....	75
3.7. Выводы по Главе 3	79
ГЛАВА 4. НАСТРОЙКА ПАРАМЕТРОВ АЛГОРИТМА УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ РН ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ КРУПНОГАБАРИТНОГО ГОЛОВНОГО ОБТЕКАТЕЛЯ И С УЧЕТОМ АТМОСФЕРНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ	81
4.1. Функциональная схема СУ и структура ее регулятора при движении РН на участке МСН	82
4.2. Показатели эффективности СУ РН на участке МСН.....	83
4.3. Математические модели атмосферных возмущений	84
4.3.1. Модели ветра.....	87
4.3.2. Модели плотности	89
4.3.3. Параметры движения РН с учетом атмосферных возмущений	92
4.4. Методы анализа потребных перегрузок РН при действии атмосферных возмущений	94
4.4.1. Метод уравнений моментов	94
4.4.2. Метод «оггибающих»	96
4.5. Задача перенастройки коэффициентов регулятора СУ при изменении характеристик РН как объекта управления	97
4.6. Численные результаты решения задачи снижения нормальных перегрузок, испытываемых РН при полете в возмущенной атмосфере	98
4.7. Выводы по Главе 4	101
ГЛАВА 5. АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ РАЗРАБОТАННЫХ АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ ПЕРВОЙ СТУПЕНИ РН МЕТОДАМИ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ	103
5.1. Постановка задачи имитационного моделирования СУ движением РН	103
5.2. Методика имитационного моделирования и статистические показатели эффективности функционирования СУ.....	104
5.3. Программная реализация компонент имитационных моделей.....	105
5.4. Численные результаты имитационного моделирования	107

5.4.1. Результаты анализа движения РН в задаче увода струй.....	107
5.4.2. Результаты анализа движения в задаче управления аварийным уводом РН при отказе двигателя	110
5.4.3. Результаты анализа движения РН на участке МСН.....	112
5.5. Выводы по Главе 5	114
ЗАКЛЮЧЕНИЕ К РАБОТЕ.....	115
СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И ОБОЗНАЧЕНИЙ	116
ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ ЛИТЕРАТУРЫ.....	117

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность работы. В условиях значительной конкуренции на мировом рынке по услугам запусков ракета-носителей (РН) и требований по снижению издержек на вывод полезной нагрузки (ПН) в космическое пространство одной из актуальных задач в настоящее время является повышение эффективности пусков РН, в том числе за счет снижения затрат на содержание и ремонт сооружений стартового комплекса (СК), а также применения на РН крупногабаритных головных обтекателей (ГО) для возможности доставки разнообразных по своим габаритам грузов в космическое пространство. Одним из путей решения этой комплексной задачи может быть разработка усовершенствованных алгоритмов управления угловым движением первой ступени РН.

Участок полета первой ступени РН имеет ряд характерных особенностей по отношению к другим участкам. К таким особенностям, в частности, можно отнести взаимодействие РН со стартовыми сооружениями на первых секундах полета, движение РН с малой скоростью в непосредственной близости от кабель-заправочной башни (КЗБ) и других сооружений СК, движение РН на участке максимальных скоростных напоров (МСН) в присутствии существенных атмосферных возмущений (ветра, вариаций плотности) и другие. Ниже приведена типовая схема выведения ПН на целевую орбиту с выделением характерных участков траектории штатного полета РН.



Как следствие перечисленных особенностей, применительно к участку полета первой ступени РН возникают следующие специальные научно-технические проблемы:

- воздействие ударно-волновых газодинамических (ГД) нагрузок на сооружения стартового комплекса при запуске ДУ РН, которые возникают из-за ударных волн в газовом потоке в газоходе;
- тепловые и механические воздействия со стороны РН на сооружения СК, в частности, влияние ГД струй двигателей РН и возможное соударение РН с КЗБ, в том числе при горизонтальном ветре;
- возмущения, возникающие при аварийном отключении одного из двигателей РН на первых секундах после ее старта, в том числе потеря управления РН, и, как следствие, возможные ударные воздействия носителя на сооружения СК;
- повышенные нормальные перегрузки РН при движении на участке МСН в возмущенной атмосфере, особенно при полете РН с крупногабаритным ГО;
- структурная и параметрическая неопределенность характеристик РН как объекта управления из-за неопределенности массово-инерционных и аэродинамических характеристик, а также изгибных возмущающих моментов конструкции РН при прохождении зоны МСН;
- целесообразность выполнения маневра возврата первой ступени РН и ее мягкой посадки для повторного использования и другие.

Некоторые из перечисленных проблем могут быть решены путем разработки и применения усовершенствованных алгоритмов управления движением РН в составе СУ движением первой ступени РН.

При движении первой ступени РН на начальном участке полета, т. е. на высотах 0 - 300 метров, необходимо уделять повышенное внимание требованию сохранности СК. Под этим требованием подразумевается минимизация тепловых и механических воздействий со стороны РН, в том числе воздействие ГД струй двигателей РН, соударение РН с КЗБ и другие ударные воздействия со стороны РН на сооружения СК, вызванные потерей управления РН при нештатных ситуациях на борту носителя. К таким ситуациям, в частности, относится аварийное отключение одного из двигателей РН.

В качестве показателя сохранности СК может выступать срок между плановыми техническими обслуживаниями сооружений СК, который необходимо максимизировать. Это связано с высокой стоимостью сооружений СК и его обслуживания. Стоимость СК РН обычно в разы превышает стоимость самого средства выведения [1]. Например, в рамках проекта «Морской старт» платформа «Одиссей», используемая для запуска РН «Зенит-3SL», оценивается

в 3500 млн. долларов [2] по отношению к стоимости пуска РН в 95 млн. долларов [3], а обслуживание и ремонт СК обходится в сотни тысяч долларов в год. Поэтому, различного рода негативные воздействия на сооружения СК со стороны первой ступени РН должны быть минимизированы.

На участке полета с МСН на высотах от 8 000 до 12 000 м необходимо уделять повышенное внимание оценке нормальных перегрузок, испытываемых РН с крупногабаритным ГО в возмущенной атмосфере [4]. Причиной такого внимания является развитие космических исследований, которые требуют разработки и создания разнообразных КА, различающихся как по конструктивно-компоновочным схемам, так и по габаритно-массовым характеристикам. Кроме того, во многих проектах требуется выводить на орбиту сразу несколько космических аппаратов, что предъявляет особые требования к конструкции головной части РН, и использовать крупногабаритные ГО.

Основными возмущениями при движении первой ступени РН являются атмосферные возмущения: горизонтальный ветер и вариации плотности атмосферы. В настоящее время учету влияния атмосферных возмущений на движение РН уделяется повышенное внимание (см., например, [5, 6]), в том числе из-за случаев переноса пусков РН по результатам метрологических измерений, осуществляемых в районе старта непосредственно перед пуском [7]. Более точная оценка ветровых возмущений на движение первой ступени РН, в первую очередь, важна на начальном участке полета (до высот 0 - 100 м) из-за необходимости обеспечения требования безударности РН с сооружениями СК, а также на участке МСН в связи с необходимостью ограничения располагаемых нормальных перегрузок, испытываемых РН с крупногабаритным ГО. Например, было показано [4], что неучет случайных порывов ветра на участке МСН может приводить к существенным ошибкам при оценке нормальных перегрузок РН, что в конечном итоге может привести к невыполнению РН своей миссии.

При формировании моделей атмосферных возмущений необходимо учитывать сложную природу этих явлений, в частности, изменения скорости ветра и вариаций плотности как коррелированных случайных функций высоты полета РН. Кроме того, на участке МСН из-за действия нормальных перегрузок РН и изменения геометрии конструкции РН возникают возмущающие изгибные моменты конструкции РН [8], которые приводят, в том числе, к расхождению между номинальной аэродинамикой РН и текущими аэродинамическими характеристиками носителя, а также к ошибкам измерений датчиков навигационной системы (НС), «жестко» закрепленных на корпусе РН. При анализе управляемого движения РН такое структурное возмущение, называемое «немоделируемой динамикой» [9], может быть исследовано в частотной области робастными методами управления [10, 11].

Применяемые в настоящее время методы и способы управления движением РН на участке полета первой ступени в таких специальных ситуациях нуждаются в совершенствовании. Для повышения требований сохранности сооружений СК и эффективности пуска целесообразно дополнить существующие подходы и методы к решению перечисленных проблем новыми подходами и методами, основанными на использовании усовершенствованных алгоритмов управления движением первой ступени РН.

В частности, в качестве средства снижения тепловых нагрузок на сооружения СК от ГД струй РН [12] предлагается организовать движение РН таким образом, чтобы обеспечить увод ГД струй в заданном направлении в заранее подготовленный термозащищенный сектор на стартовой плоскости. Реализация такого увода предусматривает формирование и исполнение программы изменения положения следов струй ракетных двигателей (РД) РН на стартовой плоскости как функции высоты полета РН. Аналогично, при отказе одного из РД необходимо штатную программу управления углом тангажа РН заменить программой аварийного увода РН в заданную зону самоликвидации, предотвращая соударение РН с КЗБ, огибая ответственные сооружения СК.

Существенными факторами, влияющими на формирование программ увода струй РД и аварийного увода РН, являются конструктивные особенности сооружений СК, в частности, положение термозащищенного сектора и ответственных сооружений СК в непосредственной близости от ПУ, а в случае пилотируемых стартов и наступления нештатных ситуаций - положение зоны приземления капсулы с космонавтами.

При движении РН с крупногабаритным ГО в возмущенной атмосфере для снижения и корректной оценки нормальных перегрузок РН возможна перенастройка структуры и параметров СУ движением первой ступени с учетом габаритов ГО, изменения массово-инерционных и аэродинамических характеристик РН. Проверка эффективности разработанных алгоритмов управления может быть осуществлена путем моделирования замкнутой СУ движением РН с учетом ветра и вариаций плотности атмосферы как случайных коррелированных функций высоты полета РН.

Наконец, как показывает существующий опыт [13], управление маневром возврата первой ступени РН и ее мягкая посадка для повторного использования могут быть успешно осуществлены путем формирования алгоритмов управления СУ движением РН. Однако для решения данной задачи требуется существенное изменение конструкции РН и ее ДУ [13], а также создание специальной инфраструктуры в месте мягкой посадки первой ступени РН. Кроме того, очевидно, что такая модификация РН и посадочного комплекса для отработавшей ступени требует разработки соответствующих технологий и, следовательно, временных, материальных и научных ресурсов.

Таким образом, сформулированные выше специальные проблемы организации управляемого движения РН являются актуальными проблемами управления движением РН на участке полета первой ступени. Учитывая недостатки существующих подходов к решению указанных проблем, альтернативным подходом может служить разработка усовершенствованных алгоритмов управления движением первой ступени РН в указанных специальных ситуациях и анализ эффективности разработанных алгоритмов с использованием более детальных моделей горизонтального ветра и вариаций плотности атмосферы, сформированных на основе технологии формирующих фильтров (ФФ), а также дополнительная оценка эффективности этих алгоритмов с помощью более полной модели движения РН на рассматриваемом участке полета.

В решение задач, рассматриваемых в данной работе, существенный вклад внесли советские и российские ученые. Одной из фундаментальных работ в развитие теории автоматического управления является работа профессора МАИ А.М. Летова, посвященная аналитическому конструированию регуляторов (АКОР) [14]. Ценные результаты в области оптимального управления получены в работах В.В. Малышева [15], Л.Н. Лысенко [16], Ю.Г. Сихарулидзе [17]. Существенный вклад в исследования динамики полета первой ступени РН и ее различного рода негативных воздействий на сооружения СК внесли В.П. Легостаев [18], В.Г. Динеев [19], А.А. Дядькин [20], Г.Н. Румянцев [21, 22], А.С. Филатьев [23], В.Д. Володин [24] и другие.

Реализацию управляемого движения первой ступени РН можно разделить на решение двух задач:

- программирование траектории движения центра масс РН;
- стабилизация движения РН в окрестности программной траектории с помощью СУ угловым движением РН.

При решении задачи программирования траектории РН должен быть сформулирован критерий оптимальности (качества) управления и учтены граничные условия и ограничения на параметры движения РН и управления вдоль траектории. Для РН основным критерием качества управления является масса ПН выводимой на заданную орбиту, и, как следствие, масса расходуемого топлива. В качестве ограничений для траектории выведения выступают располагаемая нормальная перегрузка РН, скоростной напор и другие ограничения.

На некоторых участках полета первой ступени РН задача построения оптимальной траектории выведения может быть решена без использования классических методов оптимального управления [17, 25] на основе эвристического подхода. В первую очередь это относится к участкам, на которых СУ движением РН «перегружена» большим числом предъявляемых к ней требований. В частности, таким участком является начальный участок

вертикального движения РН, когда кроме существующих стандартных задач управления, в СУ также должны учитываться требования по безопасности сооружений СК. В таком случае возникает необходимость решения конкретных инженерных задач, например, с учетом конструктивных особенностей сооружений СК – положения КЗБ и термозащищенного сектора для увода струй РД, расположения ответственных сооружений СК в окрестности ПУ, в том числе с взрывоопасными емкостями. В подобных ситуациях возможно ограниченное число или даже одна удовлетворяющая требованиям программа управления движением РН.

При сформированной программе управления необходимо разработать алгоритмы управления угловым движением РН, которые бы с необходимой точностью выполняли построенные программы управления. Как правило, таких алгоритмов может быть несколько, и их переключение должно происходить в зависимости от участка полета или при наступлении отказа в системах РН. Например, в СУ движением РН могут использоваться разные алгоритмы управления движением РН на начальном участке полета (0 – 300 метров), на основном участке набора высоты РН (300 – 8 000 метров), на участке МСН РН (8 000 – 12 000 метров) и на некоторых других участках.

Среди методов синтеза регуляторов замкнутых СУ, некоторые из которых будут представлены в кратком обзоре в Главе 1, выделим методы АКОР, появление которых стало ключевым в развитии теории автоматического управления. Фундаментальными работами в этом направлении послужила серия публикаций [14] в 1960-1961 гг. А.М. Летова. Позднее развитием этой теории послужили работы А.А. Крассовского [26, 27]. Отличительной особенностью метода АКОР Крассовского является использование так называемого полуопределенного критерия [28]. За рубежом существенный вклад в развитие этого научного направления внес американский математик Р. Калман [29]. В его работах метод АКОР получил название метода линейно-квадратичной оптимизации, а одно из его частных решений - задача слежения (англ.: *a linear-quadratic tracking control*). Однако, именно А.М. Летов впервые определил конечную цель АКОР как получение закона управления «чисто» аналитическим путем, исходя из предъявляемых к качеству управления требований, формализованных в виде квадратичного критерия.

В работе [30] было показано, как в теории АКОР достигается устойчивость динамической системы. Таким образом, законы управления (регуляторы), синтезированные в рамках теории АКОР, являются оптимальными и обеспечивают устойчивость движения системы. В работе [31] показано, что синтез регуляторов для линейных нестационарных систем с квадратичным критерием качества сводится к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений Риккати с известными начальными условиями.

Методы АКОР [27, 32, 33, 34] хорошо формализованы, их отличает аналитичность и логическая завершенность. Для линейных нестационарных объектов они позволяют определить

как структуру, так и параметры закона управления. Одним из важных преимуществ этого класса методов является удобство применения методов АКОР для синтеза законов управления, предназначенных для отслеживания некоторой заданной (желаемой) программы управления. Именно такую особенность имеют некоторые из представленных выше задач управления движением РН на участке полета первой ступени. Такими задачами являются задачи управления уводом струй и аварийным уводом РН при отказе двигателя. Однако заранее следует отметить, что для решения этих двух задач необходимо осуществить модификацию «классической» задачи АКОР для учета в рассматриваемой системе явной зависимости вектора выхода от вектора управления, а также присутствие в правой части уравнения состояния заданного вектора входов в явном виде. Подробнее постановка и решение задачи АКОР с управляемым выходом будет рассмотрена в Главе 1.

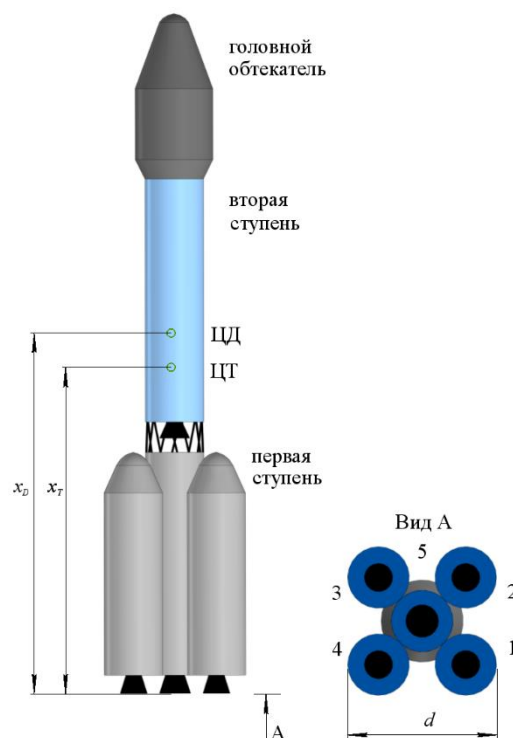
Учитывая изложенное, **целью диссертационной работы** является исследование возможности повышения эффективности пуска РН путем разработки алгоритмов управления движением первой ступени РН для реализации программ увода струй РД, аварийного увода РН, а также снижения располагаемых нормальных перегрузок РН при движении на участке МСН путем использования уточненных моделей горизонтального ветра и вариаций плотности атмосферы как случайных функций высоты полета РН.

Для достижения указанной цели в работе решаются **научно-технические задачи**:

- 1) разрабатывается методика решения задачи АКОР с управляемым выходом;
- 2) формируется алгоритм управления движением РН, обеспечивающий увод струй РД от сооружений СК в заданный термозащищенный сектор на стартовой плоскости в соответствии с заданной программой увода;
- 3) формируется алгоритм управления движением РН, обеспечивающий аварийный увод РН при отказе двигателя в зону самоликвидации в соответствии с заданной аварийной программой увода;
- 4) разрабатывается методика статистического анализа управляемого движения РН на участке МСН с использованием уточненных моделей атмосферных возмущений методом уравнений моментов и анализируется возможность снижения располагаемых перегрузок РН на возмущенном участке МСН путем перенастройки параметров закона управления СУ движением РН;
- 5) анализируется эффективность разработанных методик и алгоритмов на рассматриваемых участках управляемого движения РН с использованием нелинейной модели управляемого движения РН и разработанных моделей случайных горизонтального ветра и вариаций плотности атмосферы методами имитационного моделирования.

Объектом исследования в работе является СУ движением первой ступени РН в составе гипотетической РН тяжелого класса, внешний вид которой представлен на рисунке справа. РН состоит из одного центрального блока и четырех боковых, на каждом из которых установлен один жидкостной двигатель с одинаковыми техническими характеристиками. Рассматриваемая РН может осуществлять пилотируемые пуски.

Предметом исследования являются алгоритмы управления движением РН при полете первой ступени, обеспечивающие управление уводом струй РД, аварийным уводом РН при отказе двигателя, а также задача оценки нормальных перегрузок, испытываемых РН при движении РН с крупногабаритным ГО в возмущенной атмосфере.



Методы исследования. Основными методами исследования, используемыми в работе, являются оптимальное управление, динамика полета и управление движением ЛА, статистическая динамика движения автоматических ЛА.

Научная новизна. В работе получены следующие новые научно-технические результаты:

1) Решение задачи АКОР с управляемым выходом в виде оптимального управления линейной нестационарной системой по квадратичному критерию в более общих условиях по сравнению с «классическим» решением задачи АКОР.

2) Методика формирования алгоритма управления уводом струй РД от сооружений СК по заданной программе увода с применением решения задачи АКОР с управляемым выходом.

3) Методика формирования алгоритма управления аварийным уводом РН от сооружений СК по заданной программе увода с применением решения задачи АКОР с управляемым выходом.

4) Методика статистического анализа управляемого движения первой ступени РН для оценки нормальных перегрузок, испытываемых РН при движении на участке МСН с учетом размеров ГО и случайных горизонтального ветра и вариаций плотности атмосферы.

5) Структура и параметры регуляторов замкнутой СУ РН на участке полета первой ступени для решения задач управления уводом струй РД, управления аварийным уводом РН и оценки располагаемых нормальных перегрузок РН на участке МСН с учетом размеров ГО и случайных атмосферных возмущений.

Практическая значимость работы. Полученные в работе результаты могут быть использованы при проектировании СУ движением первой ступени РН для решения задач

управления уводом струй РД от сооружений СК, управления аварийным уводом РН при отказе двигателя, а также при оценке нормальных перегрузок, испытываемых РН при движении в плотных возмущенных слоях атмосферы с различными типами ГО.

Методика статистического анализа возмущенного движения РН и математические модели возмущений в виде ФФ для оценки эффективности предлагаемых алгоритмов управления могут быть применены для различных типов ЛА и различного рода решаемых задач; методика решения задачи АКОР с управляемым выходом как задачи оптимального управления линейной нестационарной системой по квадратичному критерию может быть применена при разработке алгоритмов управления движением динамических объектов различных типов.

Материалы диссертационной работы используются в учебном процессе кафедры 604 «Системный анализ и управление» МАИ.

Достоверность результатов, полученных в работе, подтверждается имитационным моделированием разработанных алгоритмов управления в замкнутой СУ движением РН с учетом случайных горизонтального ветра и вариаций плотности атмосферы.

Апробация работы. Результаты работы докладывались на шести научно-технических конференциях:

1) Московская молодёжная научно-практическая конференция «Инновации в авиации и космонавтике-2013», Москва, 16-18 апреля, 2013 год.

2) Московская молодёжная научно-практическая конференция «Инновации в авиации и космонавтике-2014», Москва, 22-24 апреля, 2014 год.

3) XLII Международная молодежная научная конференция «Гагаринские чтения-2016», Москва, 12-15 апреля, 2016.

4) 15-я Международная конференция «Авиация и космонавтика-2016», Москва, 14-18 ноября, 2016 год.

5) XLIII Международная молодежная научная конференция «Гагаринские чтения-2017», Москва, 15-19 апреля, 2017.

6) XLIV Международная молодежная научно-техническая конференция «Гагаринские чтения-2018», Москва, 17-20 апреля, 2018.

Докладам автора на секции «Анализ и синтез аэрокосмических систем» международной молодежной научно-технической конференции «Гагаринские чтения» в 2017 и в 2018 году было присуждено первое место. В 2018 году на конференции «Гагаринские чтения-2018» работа была отобрана в финал конкурса научных работ.

Результаты исследований автора опубликованы в 3 статьях в российских журналах, входящих в перечень ВАК Минобрнауки РФ. Одобрена заявка на изобретение (патент) (номер заявки 2018142989, решение о выдаче патента от 22.04.2019).

Положения, выносимые на защиту:

1. Решение задачи АКОР с управляемым выходом в общем виде, результатом которого является оптимальное управление линейной нестационарной системой по квадратичному критерию в более общих условиях по сравнению с «классическим» решением задачи АКОР.

2. Методика решения задачи управления уводом струй РД от сооружений СК по заданной программе увода с применением решения задачи АКОР с управляемым выходом.

3. Методика решения задачи управления аварийным уводом РН при отказе двигателя по заданной программе увода в зону самоликвидации с применением решения задачи АКОР с управляемым выходом.

4. Методика решения задачи корректной оценки и снижения располагаемых нормальных перегрузок РН на возмущенном участке МСН при уточненных моделях атмосферных возмущений путем перенастройки параметров закона управления СУ движением РН.

5. Имитационная модель функционирования замкнутой СУ движением РН для оценки эффективности разработанных методик и алгоритмов управления движением РН на участке полета первой ступени с учетом случайных горизонтального ветра и вариаций плотности атмосферы.

Личный вклад автора. Все результаты, представленные в работе, получены автором лично. Вклад автора состоит в формулировке проблемы в целом и частных задач исследования, разработке методик, алгоритмов и компьютерных программ, в анализе и обобщении полученных результатов, в формулировке выводов по работе.

Автор считает необходимым выразить благодарность Альтшулеру А.Ш. и Соломахе С.Г. за помощь при формулировке постановок технических задач исследования.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав, и заключения. Работа содержит 123 страницы, 82 иллюстраций и 8 таблиц. Список используемой литературы включает 94 наименований.

Во **введении** обосновывается актуальность темы диссертационной работы, формулируются цель, задачи, объект и предмет исследования, представлены сведения о научной новизне, практической значимости, апробации результатов исследования, а также основные положения, выносимые на защиту. Дано обоснование выбора метода АКОР для решения частных, специальных задач управления движением РН на участке полета первой ступени рассматриваемых в работе.

Первая глава содержит постановки технических задач управления движением РН на участке полета первой ступени, описание состава и структуры СУ движением РН, описание математической модели движения РН на участке полета первой ступени.

Сформулирована постановка математической задачи оптимального управления движением динамической системы как задачи АКОР с управляемым выходом и приведено решение этой задачи, конечным результатом которого является оптимальное управление линейной нестационарной системой по квадратичному критерию в более общей постановке по отношению к «классической» задаче АКОР.

Вторая глава посвящена решению задачи управления уводом струй РН от сооружений СК в направлении заданного термозащищенного сектора. С использованием решения задачи АКОР с управляемым выходом сформирован регулятор СУ движением РН, обеспечивающей увод струй по заданным программам увода для снижения их теплового влияния на сооружения СК в штатном полете.

Анализируется скорость увода струй РД и выход следов струй в проекциях на стартовую плоскость за границы термозащищенного сектора. Показано, что разработанный регулятор СУ движением РН с удовлетворительной точностью обеспечивает выполнение заданной программы увода струй. Углы тангажа и отклонения сопел двигателей являются малыми величинами, а в конце маневра увода горизонтальная скорость РН стремится к нулю; угловое положение РН возвращается к вертикальному.

В **третьей главе** решается задача аварийного увода РН от сооружений СК при отказе РД по заданной программе увода с учетом расположения ответственных сооружений СК. С использованием решения задачи АКОР с управляемым выходом сформирован регулятор СУ движением РН, обеспечивающей аварийный увод РН от сооружений СК в зону самоликвидации.

Варьируются характеристики отказа двигателя: момент наступления отказа после старта, номер и уровень снижения тяги аварийного двигателя для выбора наихудшего варианта отказа. Анализируется расстояние между КЗБ и габаритными точками РН для обеспечения требования безударности.

Показано, что разработанный регулятор СУ движением с удовлетворительной точностью обеспечивает выполнение заданной программы аварийного увода РН. Движение РН остается близким к вертикальному, а сопла двигателей отклоняются в допустимых пределах.

Четвертая глава посвящена решению задачи уменьшения нормальных перегрузок, испытываемых РН на участке МСН. Для возможности применения крупногабаритных ГО предложена методика коррекции параметров регулятора СУ движением РН с учетом изменившихся характеристик РН как объекта управления и влияния случайных атмосферных возмущений. Для имитации горизонтального ветра и вариаций плотности атмосферы применена технология ФФ. Для статистического анализа управляемого движения РН в возмущенной атмосфере рассмотрен метод уравнений моментов, который позволяет в результате однократного интегрирования системы дифференциальных уравнений по времени для вектора математических

ожиданий и ковариационной матрицы получать статистические характеристики всех компонент вектора состояния анализируемой СУ движением РН.

Проведено сравнение результатов моделирования, полученных методом уравнений моментов, с рассчитанными упрощенным методом «огибающих». Показано, что неучет изменчивости атмосферных возмущений по высоте может приводить к заниженным оценкам нормальных перегрузок РН. Также показано, что коррекция параметров закона управления позволяет снизить нормальные перегрузки, испытываемые РН в полете с крупногабаритным ГО.

В пятой главе дается описание имитационной модели и численные результаты моделирования замкнутой СУ движением РН на участке полета первой ступени в задачах управления уводом струй РН и аварийным уводом РН при отказе двигателя, а также управления движением РН на участке МСН.

Регуляторы СУ, разработанные в Главах 2 - 4 с использованием линеаризованных моделей движения РН, исследованы в составе более детальных имитационных моделей движения РН. Подтверждена эффективность предложенных алгоритмов управления при случайных атмосферных возмущениях, имитируемых с использованием технологии ФФ, рассмотренной в Главе 4.

В заключении приводятся основные результаты, полученные в диссертационной работе.

ГЛАВА 1. ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ РН НА УЧАСТКЕ ПОЛЕТА ПЕРВОЙ СТУПЕНИ И ЗАДАЧА АКОР С УПРАВЛЯЕМЫМ ВЫХОДОМ

В данной главе формулируются постановки технических задач исследования на основе анализа актуальных задач управления движением РН на участке полета первой ступени. Формируется модель движения РН как объекта управления. Формулируется постановка математической задачи исследования как задачи АКОР с управляемым выходом и приводится ее решение в виде оптимального управления линейной нестационарной системой. Особенностью задачи в рассматриваемой постановке является учет вектора входов в правой части уравнения состояния и явная зависимость вектора выхода системы от вектора управления. Результаты, полученные в данной главе, будут применены в последующих главах при решении частных задач исследования.

За последние десятилетия достигнуты существенные прорывы в области ракетостроения, такие как успешный пуск РН с морского космодрома в рамках проекта «Морской старт» [18, 20], выполнение маневра возврата и мягкая посадка отработавшей первой ступени РН «Фэлкон» [13] и другие. Объединяющей целью создания таких усовершенствованных технологий является повышение эффективности пусков РН, что влечет за собой, в частности, снижение стоимости доставки ПН в космическое пространство. В первом примере это достигается путем запуска РН непосредственно с экватора с произвольным азимутом пуска, что позволяет максимально использовать эффект вращения Земли, а, следовательно, снизить энергетические затраты РН для вывода ПН на целевую орбиту. Во втором случае за счет многократности - повторного использования первой ступени РН.

Другим направлением повышения конкурентоспособности и эффективности существующих и проектируемых РН является снижение затрат на создание, обслуживание и ремонт сооружений СК, обеспечивающих пуск РН [18, 24, 35]. Частично этого можно достичь, создав на стартовой платформе термозащищенный сектор увода ГД струй РД и организовав с помощью СУ управляемое движение РН, при котором обеспечивается соответствующее отклонение струй в направлении данного сектора. Еще одним решением может быть расширение предлагаемых услуг пуска РН по массово-габаритным характеристикам выводимой ПН. Для этого необходимо изменение конфигурации РН, в частности применение крупногабаритного ГО. В случае применения таких увеличенных (нестандартных) головных частей, как правило, к СУ движением РН должны быть предъявлены дополнительные требования по снижению располагаемых нормальных перегрузок РН [6, 35].

1.1. Краткий обзор задач управления РН на участке полета первой ступени и их решений

При запуске двигательной установки (ДУ) РН, еще до старта, возникают ударно-волновые ГД и акустические нагрузки струй РН, оказывающие влияние на сооружения СК, в частности, на газоход и стартовый стол. Кроме того, в этот момент также возможно негативное акустическое воздействие включаемых РД на ПН. Научное направление, занимающиеся исследованием таких возмущений, получило название газодинамика старта [20]. Оценка таких негативных воздействий проводится на полунатурных стендах путем замеров температуры и акустического давления на поверхности ПУ и в районе ГО.

После отрыва РН от стартовых опор и при подъеме ГД струи начинают оказывать негативные воздействия на другие сооружения СК, в частности, КЗБ и поверхность стартового стола [18, 24]. В настоящее время сооружения СК слабо или вовсе не защищены от тепловых воздействий факелов двигателей РН. В связи с этим разработчики сооружений СК вынуждены проектировать их громоздкими, состоящими из теплостойких и высокопрочных материалов [1]. Кроме того, применяются вспомогательные средства (вода, пена) для охлаждения конструкций СК во время старта РН [36], что усложняет процессы, проходящие в момент старта РН, и увеличивает затраты на осуществления пуска. Альтернативным (более современным) методом защиты стартовых сооружений по отношению к пассивным способам выступает управляемый увод факелов двигателей за счет применения соответствующих алгоритмов управления в СУ движением РН. Недостатком уже применяемых алгоритмов управления являются эвристический подход при их формировании и «жесткая» привязка ко времени. Кроме того, применяемые алгоритмы не обладают достаточной робастностью, поскольку не учитывают внешние возмущения и фактические текущие параметры РН как объекта управления. В настоящее время ведутся исследования для разработки усовершенствованных алгоритмов управления движением РН [24, 37]. Следует отметить, что такие работы ориентированы на решение частных задач для конкретных РН и СК и плохо формализованы. Например, при осуществлении управляемого увода струй РН «Зенит-3SL» [18, 20] ключевой целью является снижение теплового воздействия на поверхность стартового стола с учетом ограниченной площади подвижной платформы. Для этого сопла двигателей отклоняются попарно синхронно, формируя траектории следов струй на стартовой плоскости, вытянутые в поперечном направлении палубы.

Анализ возникновения аварийных ситуаций на начальном участке полета РН требует дополнительного внимания по нескольким причинам:

- скорость РН мала и в некоторых случаях соизмерима со скоростью ветра (в первые секунды полета скорость РН может быть даже меньше скорости ветра);

- движение РН происходит в непосредственной близости от сооружений СК, в частности, в первые секунды полета РН движется вдоль КЗБ;
- в окрестности старта могут находиться взрывоопасные емкости и склады с горючими веществами.

При пуске РН могут происходить критические и некритические отказы. В первом случае, дальнейшее выполнение РН своего целевого назначения становится невозможным. Во втором, известны пути решения оперативного перерасчета траектории выведения РН с учетом нештатной ситуации [38]. Критическим отказом, в частности, является отказ одного из двигателей РН (например, авария РН «Зенит-3SL» 30 января 2007 года). В этом случае на РН начинают действовать возмущающие силы и моменты, приводящие к боковому смещению РН в направлении отказавшего РД. Поэтому, необходимо предусмотреть ряд мер, предотвращающих соударение РН с КЗБ, которое может привести к частичному повреждению или полному уничтожению сооружений СК. В случае пилотируемых пусков РН должны быть предусмотрены меры для обеспечения безопасности космонавтов, в частности, отделение капсулы с экипажем от РН и ее приземление в заданный район в окрестности СП [39].

Одним из ответственных участков движения первой ступени РН является участок МСН (на высоте 8 000 – 12 000 м). Из-за воздействия ветровых возмущений, а также применения крупногабаритных ГО, к СУ движением РН предъявляют более строгие требования к учету ограничения располагаемой нормальной перегрузки РН [6, 40]. Для снижения негативного воздействия атмосферы на РН в составе СУ применяются различные классы методов управления, например, метод ПИД-управления и его модификация [4, 41] или метод адаптивного управления [42]. В зависимости от погодных условий возможны переносы пуска РН, что приводит к удорожанию пуска РН. Поэтому, актуальной задачей является максимально корректная оценка ветровых возмущений на функционирование СУ движением РН [7].

На заключительном участке полета первой ступени РН может быть выполнен маневр возврата отработавшей ступени для ее повторного использования. Ключевым вопросом остается оценка экономической эффективности сохранения первой ступени РН для повторного использования. Очевидно, что для выполнения маневра возврата требуется дополнительное топливо, в результате чего снижается масса ПН, выводимой на целевую орбиту. Вариант посадки отработавшей ступени на плавучую платформу является экономически эффективным в первую очередь для стран, расположенных вблизи акваторий океанов. Показано [13], что возвращение отработавшей ступени РН к месту старта и ее вертикальная посадка по экономической эффективности сопоставима с использованием в качестве первой ступени многоэтапного ускорителя «самолетной» схемы. Также следует обратить внимание на тот факт, что при построении оптимальной траектории возврата одним из ключевых ограничений является

тепловое нагружение конструкции, что в свою очередь накладывает ограничения на скорость входа возвращаемой ступени в плотные слои атмосферы. Поэтому вертикальная посадка требует применения инновационных технологий в конструкции РН с точки зрения их термостойкости, в первую очередь это относится к материалам сопел двигателей и защитных щитков двигательной установки РН.

Следует отметить, что важными задачами управления на участке полета первой ступени РН также являются:

- 1) учет в модели движения РН разброса массово-инерционных, аэродинамических и геометрических характеристик [19, 43, 44];
- 2) учет в модели движения РН колебаний топлива в баках [45, 46, 47];
- 3) учет в модели движения РН изгибных колебаний конструкции РН [38, 44, 48].

В работе [35] некоторые из перечисленных проблем управления на участке полета первой ступени названы нетрадиционными задачами управления. В частности, обсуждаются задачи увода струй РД и снижения располагаемых нормальных перегрузок РН «Зенит-3SL», стартующей с морской платформы.

В работе [38] проведено подробное исследование возмущенного движения твердотопливной и жидкостной РН по всей траектории выведения с учетом разброса характеристик РН и атмосферных возмущений. В качестве метода анализа рассмотрен метод уравнений моментов с учетом особенности активного участка полета РН, заключающейся в том, что выключение тяги РД отработавших ступеней происходит не по времени, а по достигнутой скорости движения РН. В качестве моделей возмущений рассматриваются канонические разложения функций.

В работе [43] рассматриваются ряд частных задач управления движением РН на участке полета первой ступени и методов анализа точности выходов СУ, в частности, метод переходной матрицы, метод статистической линеаризации, метод уравнений моментов, метод Монте-Карло и другие. Рассмотрена задача программирования траектории движения центра масс РН с учетом особенностей применения твердотопливных ДУ с использованием принципа максимума Понтрягина. Для моделирования атмосферных возмущений в данной работе предлагается несколько подходов: канонические разложения и технология ФФ.

Представленный перечень задач управления на участке полета первой ступени РН не является исчерпывающим списком всех проблем управления на этом участке, но, по-видимому, наиболее обсуждаемым в современных условиях. Для решения некоторых из этих задач предлагаются меры, направленные на совершенствование алгоритмов управления движением РН, способствующих повышению эффективности пуска.

1.2. Постановки технических задач управляемого движения первой ступени РН

Для снижения термодинамических нагрузок на сооружения СК предлагается осуществить управляемый увод ГД струй в заранее подготовленный термозащищенный сектор на стартовой плоскости. Расположение такого сектора, как правило, зависит от расположения КЗБ, технологического оборудования и емкостей с взрывоопасными жидкостями, а программа увода задается в форме зависимости дальности следов ГД струй в плоскости увода от высоты полета РН. При таком способе снижения термодинамических нагрузок на сооружения СК предъявляются дополнительные требования к СУ движением РН, которая должна выполнять требуемую программу увода.

В случае наступления критического отказа – аварийное отключение одного из двигателей РН, необходимо уводить РН по заданной аварийной программе увода в заданную точку пространства для реализации дальнейших действий по циклограмме ликвидации РН. При построении аварийной программы увода ключевым фактором становится расположение ответственных сооружений СК и области приземления капсулы с космонавтами (при пилотируемом пуске). Требуемая (номинальная) программа увода описывается зависимостью положения характерной точки РН на стартовой плоскости от высоты полета РН с выполнением дополнительного условия ее моментной балансировки после отказа двигателя.

Для применения крупногабаритных ГО в законе управления движением аппарата необходимо более тщательно учитывать нормальные перегрузки РН. Для этого необходимо в качестве возмущений рассматривать более детальные статистические модели атмосферных возмущений (ветра и вариаций плотности), т.к. упрощенные модели этих возмущений могут приводить к заниженным оценкам нормальных перегрузок, испытываемым РН в полете.

Организация управляемого движения РН на начальном участке полета, как уже отмечалось, сводится к двум задачам: построение программной (номинальной) траектории движения РН [25, 38] и стабилизация движения РН вдоль построенной траектории [49, 50]. В данной работе первая задача считается решенной. Начальный участок полета РН перенасыщен числом различного рода задач управления, особенно из соображений безопасности сооружений СК и космонавтов в случае пилотируемого старта. Поэтому программные траектории движения РН на этом участке при возникновении нестандартных ситуаций могут быть сформированы без использования классических методов оптимального управления на основе эвристического подхода, исходя из инженерных соображений.

Выполнение номинальных программ управления - это вторая задача организации управления движением РН, которая должна быть исполнена СУ движением РН. В зависимости от участка полета или при возникновении нештатных ситуаций возможна перенастройка структуры и параметров регуляторов СУ движением РН. Для осуществления такой

перенастройки необходимо сформировать набор алгоритмов управления и использовать отдельные алгоритмы из этого набора в полете для конкретных участков и/или при сложившейся нештатной ситуации на борту.

Таким образом, постановки технических задач, рассматриваемых в работе, включают следующие частные задачи управления:

- управляемый увод ГД струй в термозащищенный сектор на стартовой плоскости для снижения термодинамических нагрузок на сооружения СК,
- аварийный увод РН при отказе двигателя для безопасности сооружений СК и космонавтов в случае пилотируемого пуска,
- снижение нормальных перегрузок, испытываемых РН в полете при случайных атмосферных возмущениях – горизонтальном ветре и вариациях плотности атмосферы, в том числе при использовании крупногабаритных ГО.

1.3. Краткий обзор методов синтеза регуляторов СУ

Рассмотрим некоторые методы синтеза регуляторов, которые нашли применение при решении задач управления РН на участке полета первой ступени. В первую очередь следует отметить методы **пропорционально-интегрально-дифференциального (ПИД) управления**, которые в настоящее время из-за широкого их применения относят к классу классических методов управления. Основным преимуществом таких регуляторов является хорошая формализация и простота использования, как в линейных, так и в нелинейных системах. Для линейных нестационарных систем разработана методика адаптации параметров ПИД-регулятора к условиям движения ЛА [51, 52]. Необходимость создания такой методики обусловлена переменностью свойств ЛА как объекта управления ЛА во времени, возникающей вследствие трех основных факторов: изменения высоты полета (через плотность атмосферы), изменение скорости (через число Маха и скоростной напор) и времени движения ЛА по траектории (через наличие активного и пассивного участков полета и связанное с ними изменение массово-инерционных характеристик ЛА). Подобрать априори коэффициенты регулятора СУ угловым движением РН на сетке значений этих трех параметров адаптации (или двух, если от рассмотрения скорости и высоты полета ЛА перейти к скоростному напору), можно в полете вычислять значения коэффициентов регулятора в зависимости от текущих значений параметров адаптации, измеренных НС, например, бесплатформенной инерциальной навигационной системой (БИНС).

В настоящее время применяются различные модификации ПИД-регуляторов, в частности, ПД-регулятор, ПИД-регулятор с обратной связью по нормальной перегрузке ЛА и другие. Среди недостатков этого класса регуляторов можно указать на недостаточную их эффективность при

решении некоторых специальных задач управления, в том числе при решении проблем управления движением первой ступени РН.

Другим классом методов синтеза СУ ЛА являются **методы робастного управления**. К таким методам относятся H_2 -синтез, H_∞ -синтез, μ -синтез и другие. Основным различием этих методов являются разные критерии оптимальности и разные технологии получения желаемой частотной характеристики разомкнутой системы. Теория синтеза робастных регуляторов имеет целью формирование алгоритмов управления замкнутой системой на основе настройки частотных характеристик (для SISO-систем) и сингулярных величин (для MIMO-систем) передаточной функции разомкнутой системы [41], а также методов их анализа для формирования приоритетов между производительностью системы и ее чувствительностью к возмущениям и неопределенностям модели.

В зависимости от применяемого метода робастного синтеза такое назначение приоритетов достигается по-разному. В частности, в методе H_∞ -синтез вводятся в цепь дополнительные передаточные функции $G_1(s), G_2(s)$, которые, по сути, являются фильтрами высоких и низких частот для достижения желаемого результата в соответствующих областях частот частотной характеристики разомкнутой системы [53].

Преимуществом робастных методов синтеза является то, что при построении робастных алгоритмов управления можно учитывать неопределенности системы без знания физического происхождения этих неопределенностей, например, эффект «немоделируемой динамики» [9]. Такой эффект возникает, например, при изгибах конструкции ЛА и, как следствие, отклонениях фактической аэродинамики ЛА от расчетной при вибрациях корпуса ЛА, и некоторых других.

Еще одним достоинством робастных методов является возможность синтеза алгоритмов управления для MIMO-систем и наличие для этого готовых пакетов и программ, например, в среде *MATLAB* [10, 11].

Основным недостатком робастных методов синтеза является высокий порядок робастных регуляторов, что часто ограничивает их практическое применение [9], а также, что робастные методы ориентированы в первую очередь на настройку их чувствительности к высокочастотным возмущениям, таким как шумы в измерениях, высокочастотные колебания конструкции объекта и некоторые другие.

В последнее время становятся популярными **методы отказоустойчивого управления** [54, 55], относящиеся к классу «гибкого» управления (управления без фиксированной программы). Применение таких методов для формирования алгоритмов управления в составе СУ движением РН может быть ориентировано на повышение надежности и вероятности успеха миссии при возникновении аварийных ситуаций на борту [56]. Однако в этом случае СУ РН существенно

усложняется. Как правило, отказоустойчивая СУ должна включать в свой состав алгоритмы обнаружения и идентификации отказа, а также как минимум, два регулятора СУ угловым движением РН: базовый и дополнительный [57]. При обнаружении отказа, формирование алгоритмов управления движением РН выполняют одновременно и базовый и дополнительный регуляторы [58]. Кроме того, для реализации отказоустойчивого управления и построения дополнительного регулятора должно выполняться требование избыточности отказавшей подсистемы РН. В качестве еще одного недостатка методов отказоустойчивого управления можно отметить их сложную реализацию и отсутствие все еще четкой формализации методов управления этого класса. В работе [54, 57] рассматриваются примеры применения отказоустойчивых методов при наступлении отказов рулевых приводов и навигационных измерителей ЛА.

Также следует отметить работы [59, 60, 61, 62], в которых изложены методы синтеза управления, которые могут быть полезны при проектировании СУ движением РН.

В данной работе для синтеза СУ РН используются метод АКОР и модификация ПИД-регулятора. Как уже отмечалось во введении, методы АКОР являются удобным инструментом для формирования алгоритмов управления движением для линейных нестационарных систем, поскольку позволяют получать структуру и параметры закона управления движением для реализации требуемых программ управления. ПИД-регулятор применяется в работе при решении задачи управления РН на участке МСН для уменьшения нормальных перегрузок, испытываемых РН при движении с крупногабаритным ГО. В применяемой модификации ПИД-регулятора в контур управления введена дополнительная обратная связь по нормальной перегрузке РН для снижения угла атаки.

1.4. Состав и структура СУ движением РН

В общем случае СУ движением РН состоит из трех подсистем: системы наведения, системы стабилизации и системы навигации (см. Рисунок 1.1) [63].

Система наведения является «главной» подсистемой СУ, поскольку она управляет движением центра масс (траекторией) РН. Выходами системы наведения являются командные углы тангажа, рыскания и крена ϑ_c , ψ_c , γ_c соответственно, которые поступают для исполнения в СУ угловым движением (систему стабилизации) РН.

Система стабилизации является исполнительной подсистемой СУ РН по отношению к системе наведения РН. Результатом ее работы является управляемое движение РН в соответствии с командами, сформированными в системе наведения, и подавление возмущений, в частности, атмосферных возмущений, действующих на РН в полете.

Система навигации (НС) служит для определения текущих параметров движения РН в полёте по результатам измерений навигационных приборов, как правило, акселерометров и гироскопов, входящих в состав этой системы. Эти параметры используются в системе наведения для формирования команд управления и в системе стабилизации для управления угловым движением и поперечными линейными перемещениями носителя (см. Рисунок 1.1).

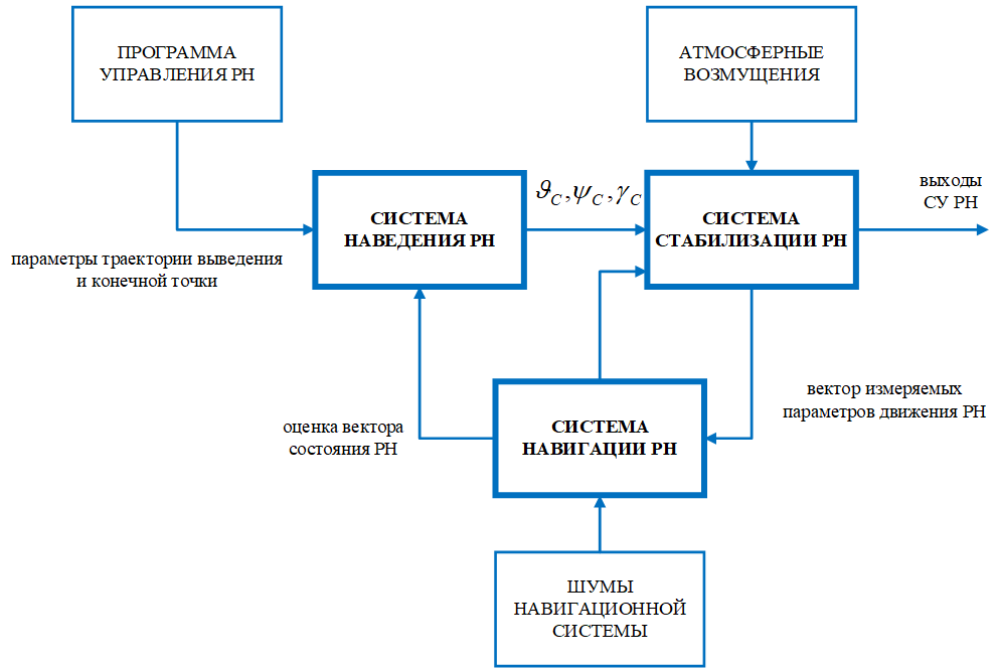


Рисунок 1.1 - Функциональная схема замкнутой СУ движением РН

Подсистемами системы стабилизации являются регулятор, рулевые приводы (РП) и РН как объект управления (динамика РН), представленная дифференциальными уравнениями ее движения. Функциональная схема замкнутой системы стабилизации приведена на Рисунке 1.2.

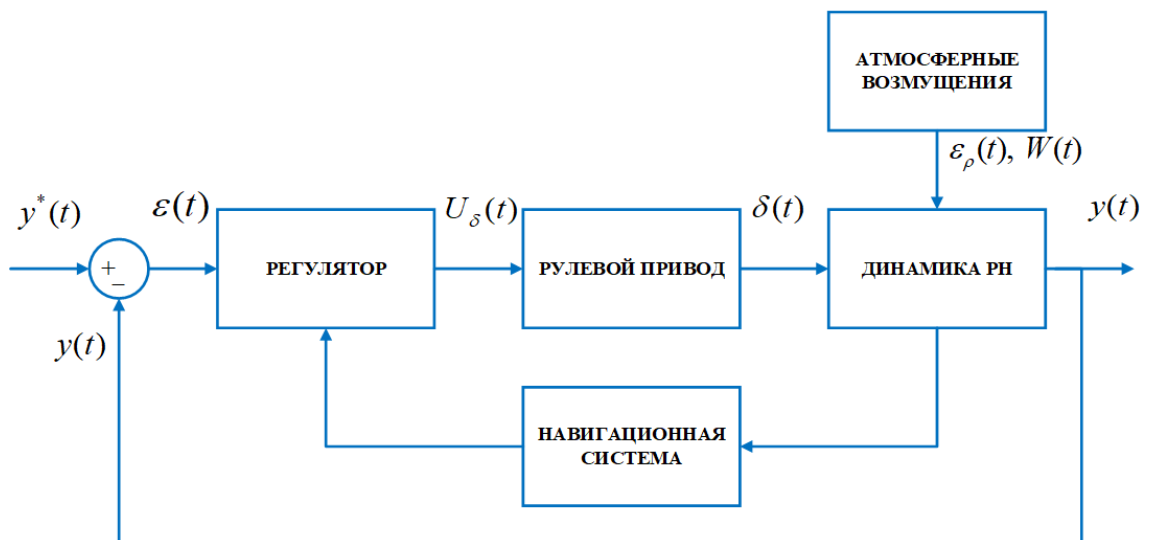


Рисунок 1.2 - Функциональная схема СС РН

1.5. Модель движения первой ступени РН

Особенностью движения РН при полете первой ступени является участок вертикального движения с небольшими скоростями РН и углами тангажа и наклона траектории, близкими к 90 град.

1.5.1. Используемые системы координат

Для описания углового движения РН используется связанная $CXYZ$ система координат (ССК), а для определения аэродинамических сил - скоростная (поточная) $CX_aY_aZ_a$ система координат (ПСК).

Для описания атмосферных возмущений горизонтального ветра и вариаций плотности атмосферы применяется земная система координат $O_0X_gY_gZ_g$ (ЗСК). Для описания положения следов струй на стартовой плоскости используется стартовая инерциальная $OX_cY_cZ_c$ система координат (СТСК).

В задаче управления аварийным уводом РН при отказе РД для вычисления траектории увода используется стартовая-1 инерциальная $OX_{c1}Y_{c1}Z_{c1}$ система координат (СТСК-1).

Базовая система координат $O_BX_BY_BZ_B$ (БСК) используется для вычисления характерных расстояний РН – центра тяжести РН, центра качания двигателя и др.

Рассмотрим подробнее перечисленные системы координат (СК) (см. [64, 65]).

Связанная система координат (ССК) $CXYZ$ (см. Рисунки 1.3; 1.4,а). Начало C находится в центре масс РН. Ось CX направлена вдоль центральной продольной оси инерции РН, ось CY нормальна к CX и направлена к верхней части РН, ось CZ нормальна к плоскости CXY и направлена к правой части РН.

Скоростная система координат (ПСК) $CX_aY_aZ_a$ (см. Рисунки 1.3; 1.4,а). Начало C находится в центре масс РН. Скоростная ось CX_a направлена по вектору воздушной скорости РН, ось подъемной силы CY_a нормальна к оси OX_a , находится в вертикальной плоскости симметрии (т.е. в плоскости OX_aY_a) и направлена к верхней части РН боковая ось OZ_a нормальна к плоскости OX_aY_a и направлена к правой части РН.

Земная система координат (ЗСК) $O_0X_gY_gZ_g$ (см. Рисунок 1.3). Начало системы O_0 расположено в центре Земли. Ось O_0Y_g совпадает с осью вращения Земли. Ось O_0X_g проходит через нулевой меридиан, а ось O_0Z_g дополняет систему до правой.

Стартовая инерциальная система координат (СТСК) $OX_cY_cZ_c$ (см. Рисунки 1.3; 1.4,а). Начало O находится в точке пересечения продольной оси РН, стоящей на пусковом устройстве,

с горизонтальной плоскостью на уровне нулевой отметки пускового устройства. Ось OY_C направлена вверх вдоль продольной оси РН. Ось OX_C лежит в плоскости увода струи РН. Ось OZ_C дополняет систему координат до правой прямоугольной системы координат.

Стартовая-1 инерциальная система координат (СТСК-1) $OX_{C1}Y_{C1}Z_{C1}$ (см. Рисунок 1.4,б). Начало O находится в точке пересечения продольной оси РН, стоящей на пусковом устройстве, с горизонтальной плоскостью на уровне нулевой отметки пускового устройства. Ось OX_{C1} направлена вверх вдоль продольной оси РН. Ось OY_{C1} лежит в горизонтальной плоскости по нормали к плоскости КЗБ. Ось OZ_{C1} дополняет система координат до правой прямоугольной системы координат.

Базовая система координат (БСК) $O_B X_B Y_B Z_B$ (см. Рисунок 1.4,б). Начало O_B находится в точке пересечения продольной оси РН с плоскостью среза сопла центрального двигателя в неотклоненном положении (крайняя точка корпуса РН). Ось $O_B X_B$ направлена вдоль продольной оси РН. Ось $O_B Y_B$ имеет боковое направление относительно РН в сторону двигателей $i = 2, 3$ (Рисунок 1.5). Ось $O_B Z_B$ дополняет систему координат до правой прямоугольной системы координат.

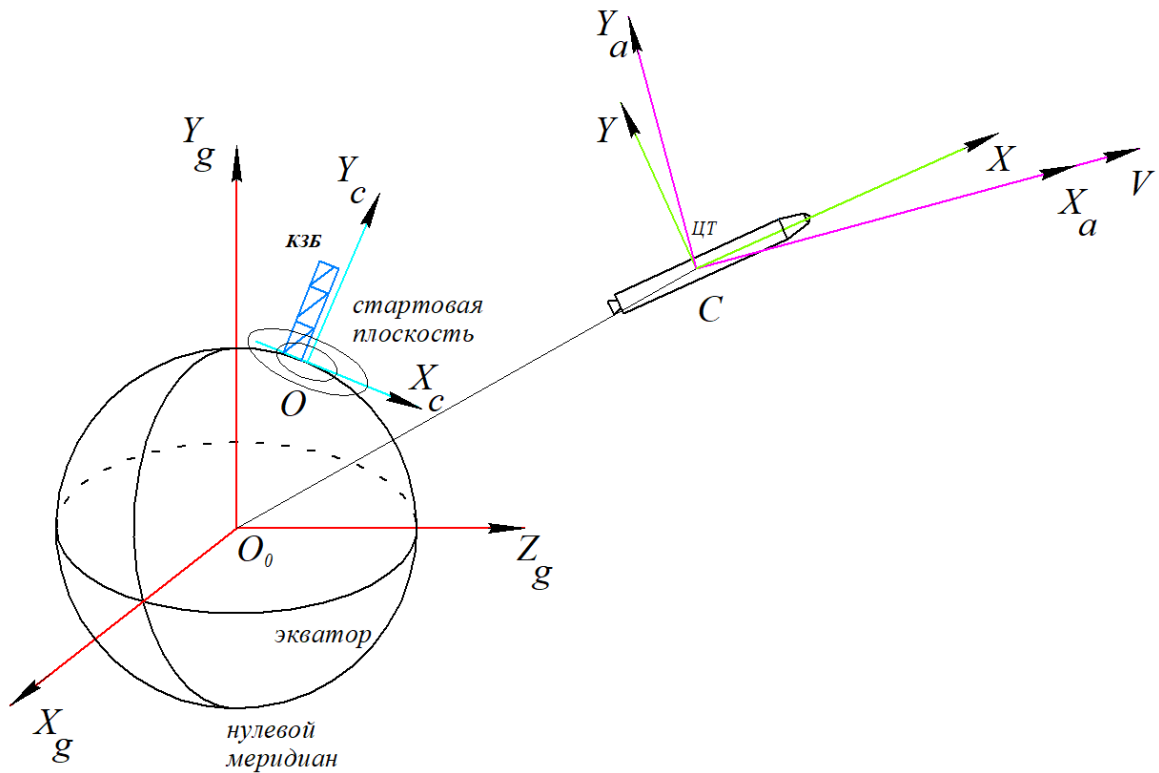


Рисунок 1.3 - Иллюстрация к описанию систем координат и направлениям их осей

1.5.2. Допущения, используемые при формировании модели РН как объекта управления

При решении задач построения регуляторов СУ необходимо использовать математические модели компонентов СУ. Среди этих компонентов основным является РН как объект управления в движении ее центра масс и в угловом движении.

При формировании математической модели движения РН в работе используются следующие упрощающие предположения:

1) рассматривается «плоское» движение РН в плоскостях маневров увода струй (см. Главу 2) и самой РН при отказе РД (см. Главу 3);

2) РН считается твердым телом;

3) поле тяготения Земли считается однородным;

4) суточное вращение Земли не учитывается;

5) аэродинамические характеристики РН могут быть представлены в виде

$$C_x = const, C_y = C_y^\alpha \alpha = const, C_D = const,$$

где α - угол атаки, C_x - коэффициент аэродинамической силы сопротивления, C_y - коэффициент аэродинамической лобовой силы, C_y^α - производная коэффициента аэродинамической подъемной силы, C_D - коэффициент центра давления;

6) тяга двигателей РН на рассматриваемых участках в штатном полете считается постоянной;

7) инерционные свойства рулевых приводов ДУ не учитываются;

8) углы тангажа, рысканья и крена $\vartheta(t)$, $\psi(t)$, $\gamma(t)$ на рассматриваемом участке полета и их отклонения от командных углов $\vartheta_c(t)$, $\psi_c(t)$, $\gamma_c(t) = 0$ (формируемых СУ РН), полагаются малыми;

9) ошибки НС отсутствуют, т.е. предполагается, что НС работает идеально;

10) команды на отклонение сопел двигателей в каналах тангажа и рыскания для всех пяти двигателей одинаковые (т.е. реализуется «синхронное» отклонение сопел РД), а их векторы тяги во все моменты времени параллельны друг другу.

1.5.3. Математическая модель движения РН

Полная нелинейная математическая модель движения первой ступени РН представляет собой систему нелинейных дифференциальных уравнений высокого порядка. Эта система может быть записана в виде векторно-матричного уравнения в нормальной форме Коши и алгебраического уравнения вида:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x(t), u(t)), \\ y &= \varphi(x(t), u(t)). \end{aligned} \quad (1.1)$$

где

$x = [x_i]_n$ - вектор состояния системы;

$u = [u_i]_r$ - вектор управляющих и входных воздействий;

$y = [y_i]_m$ - вектор выходов системы;

f и φ - вектор-функции правых частей уравнения состояния и уравнения выходов системы соответственно.

Движение РН на участке полета первой ступени происходит под действием трех сил: силы тяги двигателей, аэродинамических сил и гравитационной силы. Векторные уравнения движения центра масс и вращательного движения РН могут быть записаны на основе второго закона Ньютона и закона изменения количества движения в виде:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{V}}{dt} &= \frac{1}{m} (\vec{F}_P + \vec{F}_A + \vec{F}_G), \\ \frac{d\vec{K}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{K} &= \vec{M}_P + \vec{M}_A. \end{aligned} \quad (1.2)$$

В проекциях на оси ССК вектор силы тяги \vec{P} может быть представлен тремя компонентами

$$\vec{F}_{Pi} = [P_{xi} \quad P_{yi} \quad P_{zi}]^T, \quad (1.3)$$

где $i = \overline{1,5}$ - номер двигателя;

а вектор аэродинамической силы, действующей на РН в полете имеет вид:

$$\vec{F}_A = [X_a \quad Y_a \quad Z_a]^T = [-C_x qS \quad C_y qS \quad C_z qS]^T, \quad (1.4)$$

где C_x, C_y, C_z - коэффициенты аэродинамических сил;

S - характерная площадь,

$q = \rho(h)V^2 / 2$ - скоростной напор,

ρ - плотность воздуха,

h - высота ЦМ,

V - воздушная скорость РН.

В линейном приближении коэффициенты аэродинамических сил вычисляются в зависимости от углов атаки и скольжения с помощью соотношений:

$$\begin{aligned}
 C_x &= C_{x0}, \\
 C_y &= C_y^\alpha \alpha, \\
 C_z &= C_z^\beta \beta,
 \end{aligned}
 \tag{1.5}$$

где α - угол атаки, β - угол скольжения.

В силу осевой симметрии РН:

$$C_z^\beta \beta \equiv -C_y^\alpha \alpha, \tag{1.6}$$

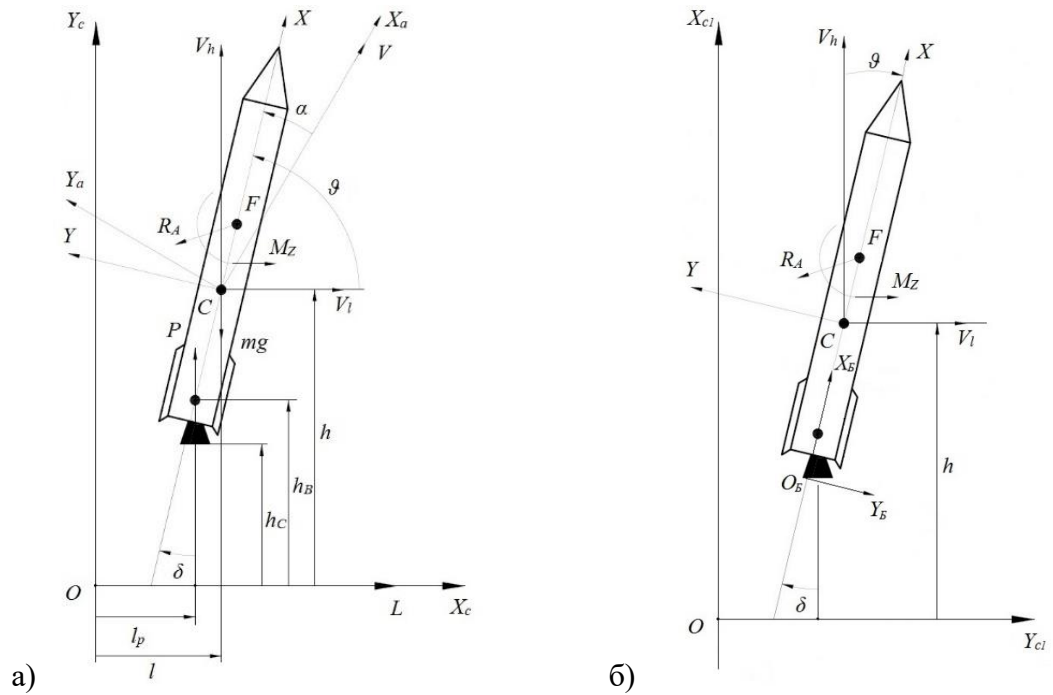


Рисунок 1.4 - Параметры движения РН на этапе увода струй в СТСК (а) и на этапе увода РН СТСК-1 системе координат (б) на примере центрального блока и соответствующего ему ЦД РН

Компоненты вектора воздушной скорости РН в связанной СК:

$$\begin{aligned}
 V_x &= V \cos \alpha \cos \beta, \\
 V_y &= -V \sin \alpha \cos \beta, \\
 V_z &= V \sin \beta.
 \end{aligned}
 \tag{1.7}$$

Для малых углов α и β из (1.7) получим:

$$\begin{aligned}
 \alpha &= -V_y / V, \\
 \beta &= V_z / V.
 \end{aligned}
 \tag{1.8}$$

Подставляя (1.5), (1.6) и (1.8) в (1.4), представим вектор \vec{F}_A в ССК в виде:

$$\vec{F}_A = \begin{bmatrix} -C_x q S \\ C_y^\alpha \alpha q S \\ C_z^\beta \beta q S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -C_{x0} q S \\ -C_y^\alpha q S V_y / V \\ -C_z^\alpha q S V_z / V \end{bmatrix}, \quad (1.9)$$

С учетом малости углов отклонения камер двигателей δ_θ , δ_ψ вектор силы тяги \vec{F}_P i -го двигателя в ССК можно представить в виде:

$$\vec{F}_{P_i} = \begin{bmatrix} P_{xi} \\ P_{yi} \sin \delta_\theta \\ -P_{zi} \sin \delta_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{xi} \\ P_{yi} \delta_\theta \\ -P_{zi} \delta_\psi \end{bmatrix}, \quad (1.10)$$

Сила тяжести в ЗСК описывается вектором $\vec{F}_G = [0 \quad -mg \quad 0]^T$. Эта сила прикладывается к ЦМ РН, поэтому ее момент относительно ЦМ равен нулю.

Главный вектор момента сил тяги двигателей относительно ЦМ РН равен

$$\vec{M}_P = \sum_{i=1}^5 \vec{r}_i \times \vec{P}_i, \quad (1.11)$$

где \vec{r}_i - вектор центра качания камеры сгорания i -го двигателя в связанной СК.

Компоненты вектора \vec{r}_i для компоновки РН, показанной на Рисунке 1.5, представлены в Таблице 1.1.

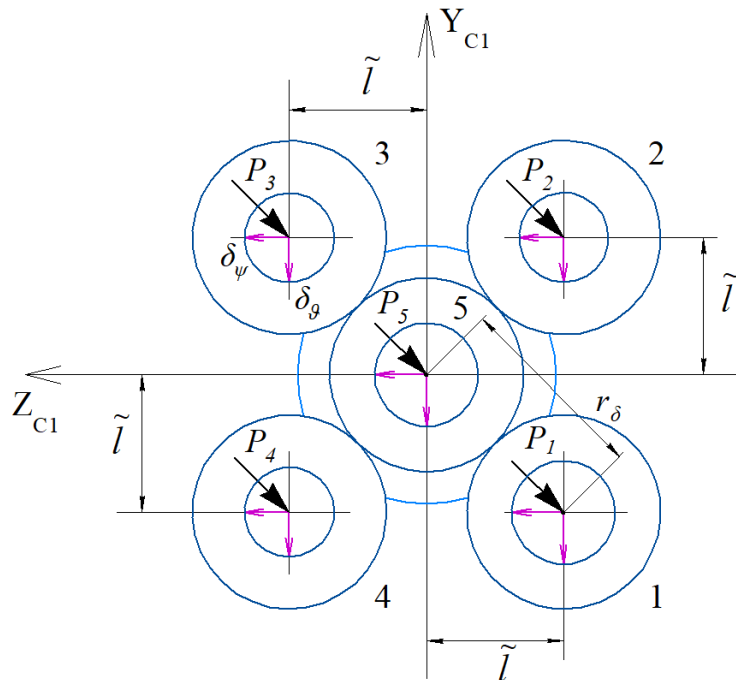


Рисунок 1.5 - Расположение двигателей РН на первой ступени (вид сверху)

Таблица 1.1 - Расстояние от плоскости симметрии РН до точки приложения силы ЦД и БД
(плечи силы тяги двигателя)

i	1	2	3	4	5
\tilde{r}_i					
\tilde{x}_i	$x_B - x_T$	$x_B - x_T$	$x_B - x_T$	$x_B - x_T$	$x_B - x_T$
\tilde{y}_i	$-\tilde{l} - y_T$	$\tilde{l} - y_T$	$\tilde{l} - y_T$	$-\tilde{l} - y_T$	$-y_T$
\tilde{z}_i	$-\tilde{l} - z_T$	$-\tilde{l} - z_T$	$\tilde{l} - z_T$	$\tilde{l} - z_T$	$-z_T$

В этой таблице:

$\tilde{x}_i, \tilde{y}_i, \tilde{z}_i$ - плечи силы тяги i -го двигателя по соответствующим осям БСК;

x_B - координата центров качания двигателей в БСК;

x_T - координата центра масс РН в БСК;

$\tilde{l} = r_\delta / \sqrt{2}$ - характерное состояние (см. Рисунок 1.5), где

r_δ - расстояние между осями ЦД и БД.

В проекциях на оси ССК уравнение (1.11) имеет вид

$$\vec{M}_P = \sum_{i=1}^5 \begin{bmatrix} \tilde{y}_i P_{Zi} - \tilde{z}_i P_{Yi} \\ \tilde{z}_i P_{Xi} - \tilde{x}_i P_{Zi} \\ \tilde{x}_i P_{Yi} - \tilde{y}_i P_{Xi} \end{bmatrix}. \quad (1.12)$$

Уравнение (1.12) и его составляющие (см. Таблицу 1.1) позволяет учитывать смещение центра масс РН из-за выгорания топлива или отстыковки капсулы с космонавтами при пилотируемом пуске и нештатной ситуации на борту.

В линейном приближении вектор аэродинамического момента, действующего на РН, состоит из следующих компонент:

$$\vec{M}_A = \begin{bmatrix} -C_{x0} y_T + C_{x0} z_T \\ -C_z^\beta (x_D - x_T) \beta + C_{x0} z_T \\ C_y^a (x_D - x_T) \alpha - C_{x0} y_T \end{bmatrix} qS = \begin{bmatrix} -C_{x0} y_T + C_{x0} z_T \\ C_y^a (x_D - x_T) \frac{V_z}{V} + C_{x0} z_T \\ -C_y^a (x_D - x_T) \frac{V_y}{V} - C_{x0} y_T \end{bmatrix} qS, \quad (1.13)$$

где

x_D - расстояние от плоскости среза сопла ЦД до центра давления РН в проекциях на БСК:

$$x_D = L(1 - C_D);$$

L - характерная длина РН.

С учетом указанных выше допущений полная система уравнений движения РН (1.2) распадается на две независимые системы продольного и бокового движений. Может быть показано, что в результате такого разделения продольное движение на участке полета первой ступени РН может быть описано следующей системой нелинейных уравнений в СТСК (Рисунок 1.4,а):

$$\begin{aligned}
 \dot{h} &= V_h, \\
 \dot{l} &= V_l, \\
 \dot{V}_h &= (P_\Sigma \sin(\vartheta + \delta_g) - mg - X_a \sin \vartheta + Y_a \cos \vartheta) / m, \\
 \dot{V}_l &= (P_\Sigma \cos(\vartheta + \delta_g) - Y_a \sin \vartheta - X_a \cos \vartheta) / m, \\
 \dot{\omega}_z &= (-P_\Sigma \sin \delta_g (x_T - x_B) + Y_a (x_D - x_T)) / I_z, \\
 \dot{\vartheta} &= \omega_z,
 \end{aligned} \tag{1.14}$$

где m – масса РН;

I_z - момент инерции относительно поперечной оси;

V_h, V_l - проекции скорости на оси ПСК;

P_Σ - суммарная тяга всех работающих двигателей;

ϑ - угол тангажа;

$X_a = C_x S \rho V^2 / 2$ - аэродинамическая продольная сила;

$Y_a = C_y^\alpha \alpha S \rho V^2 / 2$ - аэродинамическая нормальная сила;

$\alpha = \vartheta - \theta$ - угол атаки,

$\theta = \arctg(V_h / V_l)$ - угол наклона траектории;

ω_z - угловая скорость вращения РН относительно поперечной оси;

δ_g - угол отклонения сопла двигателя в продольном канале;

g - ускорение свободного падения;

l - расстояние от точки старта до проекции ЦМ РН на стартовую плоскость (горизонтальная дальность РН).

В некоторых задачах управления на участке движения первой ступени РН для описания движения РН удобней использовать скалярные уравнения движения, записанные в СТСК-1 (Рисунок 1.4,б). Применительно к каналу тангажа такие уравнения записываются следующим образом:

$$\begin{aligned}\dot{x}_C &= V_{xC}, \\ \dot{y}_C &= V_{yC}, \\ \dot{V}_{xC} &= (P_\Sigma \cos \vartheta - mg + X_a \cos \vartheta) / m, \\ \dot{V}_{yC} &= P_\Sigma \sin(\vartheta + \delta_g) - (X_a - Y_a) \sin \vartheta - Y_a \cos \vartheta / m, \\ \dot{\omega}_z &= (-P_\Sigma (x_T - x_B) \sin(\vartheta - \delta_g) + (X_a - Y_a) y_T \sin \vartheta - Y_a (x_D - x_T) \cos \vartheta + (P_i - \tilde{P}_i) \tilde{l}) / I_z, \\ \dot{\vartheta} &= \omega_z,\end{aligned}$$

где \tilde{P}_i - тяга отказавшего i -го двигателя,

P_i - номинальная тяга i -го двигателя.

1.6. Задача АКОР с управляемым выходом

В данном разделе решается задача оптимального управления линейной нестационарной системой по квадратичному критерию в более общих условиях по сравнению с «классической» задачей АКОР методом динамического программирования Беллмана [66, 67]. Метод динамического программирования позволяет получить оптимальное управление с полной обратной связью на основе решения в обратном времени задачи Коши для системы матричных дифференциальных уравнений типа Риккати.

Следует отметить, что существует ряд альтернативных подходов к решению указанной задачи, а именно можно воспользоваться принципом максимума Понтрягина [68, 69] или методом функций Кротова [70, 71]. В частности, автор диссертационной работы использовал в своих работах [12, 72] модификацию принципа максимума типа [73, 74, 75] для нахождения оптимального управления.

1.6.1. Постановка задачи АКОР с управляемым выходом

Пусть задана нестационарная линейная наблюдаемая и управляемая динамическая система

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= A(t)x(t) + B(t)u(t) + \tilde{F}(t), \\ y(t) &= C(t)x(t) + D(t)u(t),\end{aligned}\tag{1.15}$$

с произвольными начальными условиями $x(t_0) = x_0$.

В этой системе:

$x(t)$ - n -мерный вектор состояния,

$u(t)$ - r -мерный вектор управления,

$y(t)$ - m -мерный вектор выходов,

$\tilde{F}(t)$ - n -мерный вектор входных детерминированных воздействий.

Структурная схема системы (1.15) представлена на Рисунке 1.6.

Векторная ошибка слежения на интервале времени $[t_0, t_K)$ вычисляется с помощью соотношения:

$$e(t) = y(t) - z(t), \quad (1.16)$$

где $z(t)$ – вектор-функция желаемых выходов системы.

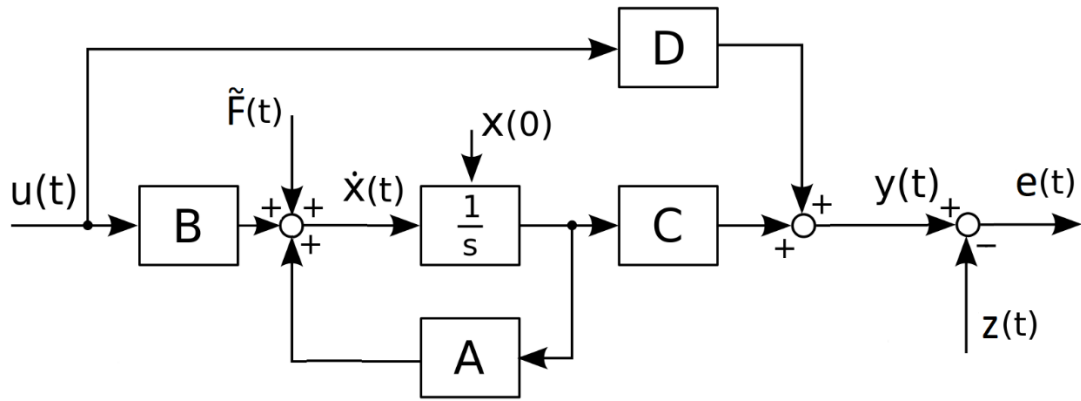


Рисунок 1.6 - Структурная схема линейной нестационарной системы вида (1.15)

Необходимо найти управление, минимизирующее квадратичный интегрально-терминальный критерий вида:

$$J(e, u) = \frac{1}{2} e_1^T(t_K) F e_1(t_K) + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_K} (e^T(t) Q(t) e(t) + u^T(t) R(t) u(t)) dt, \quad (1.17)$$

где $Q(t), R(t), F$ – весовые матрицы, $Q(t), F$ – неотрицательно определенные симметрические матрицы, $R(t)$ – положительно определенная симметрическая матрица, t_K – заданное конечное время, $u(t)$ – управление без дополнительных ограничений (геометрических) $e_1(t_K) = C(t_K)x(t_K) - z(t_K)$ – ошибка слежения в конечный момент времени t_K .

Известно [73, 75], что решением данной задачи при $D(t) = 0, \tilde{F}(t) = 0$ является оптимальное управление

$$u(t) = R^{-1}(t) B^T(t) [g(t) - K(t)x(t)], \quad (1.18)$$

где $K(t)$ – n -мерная квадратная симметричная положительно определенная матрица, удовлетворяющая матричному дифференциальному уравнению типа Риккати:

$$\frac{dK(t)}{dt} = K(t)B(t)R^{-1}(t)B^T(t)K(t) - K(t)A(t) - A^T(t)K(t) - C^T(t)Q(t)C(t)$$

с конечным условием: $K(t_K) = C^T(t_K)FC(t_K)$;

$g(t)$ – n -мерный вектор-столбец, являющийся решением линейного векторного дифференциального уравнения

$$\frac{dg(t)}{dt} = [K(t)B(t)R^{-1}(t)B^T - A^T(t)]g(t) - C^T(t)Q(t)z(t)$$

с конечным условием: $g(t_k) = C^T(t_k)Fz(t_k)$.

Однако постановка задачи АКОР для системы (1.15) с допущениями $D(t) = 0$, $\tilde{F}(t) = 0$ и ее решение (1.18) не являются универсальными. В задаче управления уводом струй РН вектор выхода системы $y(t)$ зависит не только от вектора состояния $x(t)$, но и от вектора управления $u(t)$ (т.е. $D(t) \neq 0$), т.к. в данном случае управлением является угол отклонения сопла двигателя РН, от которого зависит положение следа струи на стартовой плоскости. Кроме того, в задаче управления уводом РН при отказе РД необходимо учитывать в правой части уравнения состояния (1.1) детерминированный вектор входов $\tilde{F}(t)$, обусловленный отказом.

Поэтому, для нахождения решения в таких ситуациях математическую постановку задачи АКОР в общем виде целесообразно сформулировать следующим образом: найти оптимальный закон управления $u^*(t)$ линейной нестационарной системой (1.15) при ненулевом векторе входов $\tilde{F}(t)$ в уравнении состояния и ненулевом слагаемом $D(t)u(t)$ в уравнении выходов, минимизирующий квадратичный критерий вида (1.17). Такую постановку задачи будем называть задачей АКОР с управляемым выходом [12, 72].

1.6.2. Решение задачи АКОР с управляемым выходом методом динамического программирования Беллмана

Подставим выражение для ошибки (1.16) в функционал (1.17)

$$J = \frac{1}{2} (C(t_k)x(t_k) - z(t_k))^T F (C(t_k)x(t_k) - z(t_k)) + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_k} ((Cx + Du - z)^T Q (Cx + Du - z) + u^T Ru) dt. \quad (1.19)$$

В соответствии с методом динамического программирования Беллмана [66] оптимальное управление u^* для системы (1.15) с квадратичным критерием вида (1.19) может быть найдено путем решения уравнения Гамильтона-Якоби-Беллмана с граничным (терминальным) условием:

$$\left\{ \max_{u \in R^r} \left\{ \frac{\partial \varphi(t, x)}{\partial t} + \left(\frac{\partial \varphi(t, x)}{\partial x} \right)^T f(t, x, u) - f^0(t, x, u) \right\} = 0, \right. \\ \left. \varphi(t_k, x) = -\Phi(x), \right. \quad (1.20)$$

где

$$\begin{aligned} f(t, x, u) &= A(t)x(t) + B(t)u(t) + \tilde{F}(t), \\ f^0(t, x, u) &= (C(t)x(t) + D(t)u(t) - z(t))^T Q(t)(C(t)x(t) + D(t)u(t) - z(t)) + u^T(t)R(t)u(t), \\ \Phi(x) &= (C(t)x(t) - z(t))^T F(C(t)x(t) - z(t)) \end{aligned}$$

Решение уравнения (1.34) будем искать в виде:

$$\varphi(t, x) = -\frac{1}{2}x^T K(t)x + x^T g(t) + \chi(t).$$

В этом случае производные в уравнении (1.20) примут следующий вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi(t, x)}{\partial t} &= -\frac{1}{2}x^T \frac{dK}{dt}x + x^T \frac{dg}{dt} + \frac{d\chi}{dt}, \\ \frac{\partial \varphi(t, x)}{\partial x} &= -K(t)x + g(t). \end{aligned} \tag{1.21}$$

Перепишем (1.20) с учетом (1.17) и (1.21)

$$\left\{ \begin{aligned} \max_{u^* \in R^r} \left\{ \left[-\frac{1}{2}x^T \frac{dK}{dt}x + x^T \frac{dg}{dt} + \frac{d\chi}{dt} \right] + [-K(t)x + g(t)]^T [Ax + Bu + \tilde{F}] - \right. \\ \left. - \frac{1}{2}[(Cx + Du - z)^T Q(Cx + Du - z) + u^T Ru] \right\} = 0, \\ \varphi(t_x, x) = -\frac{1}{2}(Cx - z)^T F(Cx - z). \end{aligned} \right.$$

Выполняем операцию максимизации в (1.20)

$$u = \arg \max_{u \in R^r} \left\{ \left[-\frac{1}{2}x^T \frac{dK}{dt}x + x^T \frac{dg}{dt} + \frac{d\chi}{dt} \right] + [-K(t)x + g(t)]^T [Ax + Bu + \tilde{F}] - \right. \\ \left. - \frac{1}{2}[(Cx + Du - z)^T Q(Cx + Du - z) + u^T Ru] \right\} \Rightarrow$$

$$B^T(-Kx + g) - D^T QDu - D^T Q(Cx - z) - Ru = 0. \tag{1.22}$$

Таким образом, результатом максимизации является оптимальное управление u^* как функция вектора состояния

$$u^* = (R + D^T QD)^{-1} [B^T g + D^T Qz - (B^T K + D^T QC)x]. \tag{1.23}$$

Далее приравниваем коэффициенты при одинаковых степенях x . В результате имеем систему дифференциальных уравнений типа Риккати с конечными условиями следующего вида

$$\begin{cases} \frac{dK}{dt} = -L^T K - KL + KMK - S, \\ K(t_K) = C^T(t_K)FC(t_K). \end{cases} \quad (1.24)$$

$$\begin{cases} \frac{dg}{dt} = (KM - L^T)g + (KN - W)z + K\tilde{F}, \\ g(t_K) = C^T(t_K)Fz(t_K). \end{cases} \quad (1.25)$$

$$\begin{cases} \frac{d\chi}{dt} = -\frac{1}{2}g^T Mg - g^T \tilde{F} + \frac{1}{2}z^T Qz + \frac{1}{2}z^T Gz, \\ \chi(t_K) = -\frac{1}{2}z^T Fz, \end{cases} \quad (1.26)$$

где

$$\begin{aligned} L &= A - B(R + D^T QD)^{-1} D^T QC, \\ M &= B(R + D^T QD)^{-1} B^T, \\ N &= B(R + D^T QD)^{-1} D^T Q, \\ S &= C^T QC - C^T QD(R + D^T QD)^{-1} D^T QC, \\ W &= C^T Q - C^T QD(R + D^T QD)^{-1} D^T Q, \\ G &= QD(R + D^T QD)^{-1} D^T Q. \end{aligned}$$

При $D(t) \equiv 0$, $\tilde{F}(t) \equiv 0$ уравнения (1.24), (1.25) принимают известный вид (см., например, [73, 75]):

$$\frac{dK}{dt} = -A^T K - KA + KBR^{-1}B^T K - C^T QC$$

с конечным условием: $K(t_K) = C^T(t_K)FC(t_K)$,

$$\frac{dg}{dt} = (KBR^{-1}B^T - A^T)g - C^T Qz$$

с конечным условием: $g(t_K) = C^T(t_K)Fz(t_K)$.

И оптимальное управление (1.23) принимает вид (1.18):

$$u(t) = R^{-1}(t)B^T(t)[g(t) - K(t)x(t)].$$

Таким образом, в результате решения задачи АКОР с управляемым выходом методом динамического программирования получено оптимальное управление $u^*(t)$ вида (1.23). Показано, что при $D(t) = 0$, $\tilde{F}(t) = 0$ в системе (1.15) найденное оптимальное управление $u^*(t)$ принимает известный вид (1.18).

1.6.3. Решение задачи АКОР с управляемым выходом с использованием принципа максимума Понтрягина

Принцип максимума позволяет получить оптимальное управление в виде краевой двухточечной задачи для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Задача решается в детерминированной постановке с конечным временем, начальные условия произвольные. Решение получено для случая, когда начальные условия не заданы, поэтому при решении в дополнение к принципу максимума решается система матричных дифференциальных уравнений типа Риккати [73, 74, 75].

В соответствии с принципом максимума Понтрягина [68] оптимальное управление линейной системой (1.15) должно минимизировать гамильтониан:

$$H(p, x, u, t) = \frac{1}{2} (Cx + Du - z)^T Q (Cx + Du - z) + u^T Ru + p^T Ax + p^T Bu + p^T \tilde{F}, \quad (1.27)$$

где вектор-функция $p(t)$ удовлетворяет системе уравнений

$$\frac{dp^T}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x},$$

или

$$\frac{dp}{dt} = C^T Q (Cx + Du - z) - A^T p. \quad (1.28)$$

Управление u , минимизирующее функцию H , находим из необходимого условия:

$$\frac{\partial H}{\partial u} = x^T C^T Q D - z^T Q D + u^T (R + D^T Q D) + p^T B = 0.$$

Решая это уравнение, получим

$$u = (R + D^T Q D)^{-1} (D^T Q z - D^T Q C x - B^T p). \quad (1.29)$$

Подстановка управления (1.29) в (1.15) и в уравнение (1.28) дает:

$$\frac{dx}{dt} = Lx - Mp + Nz + \tilde{F}, \quad (1.30)$$

$$\frac{dp}{dt} = -Sx - L^T p + Wz, \quad (1.31)$$

Система (1.30), (1.31) представляет собой неоднородную линейную систему дифференциальных уравнений относительно переменных x, p . Решение этой системы должно удовлетворять граничным условиям

$$x(t_0) = x^0, \quad (1.32)$$

$$p(t_K) = C^T(t_K)FC(t_K)x(t_K) - C^T(t_K)Fz(t_K). \quad (1.33)$$

Представим вектор-функцию p в виде

$$p(t) = K(t)x(t) - g(t), \quad (1.34)$$

где $K(t)$ - квадратная матрица ($n \times n$);

$g(t)$ - n -мерный вектор.

Для определения $K(t)$ и $g(t)$ продифференцируем обе части уравнения (1.34) по времени

$$\frac{dp}{dt} = \frac{dK}{dt}x + K\frac{dx}{dt} - \frac{dg}{dt}$$

С учетом (1.30), (1.31) и (1.34) имеем

$$-Sx - L^T(Kx - g) + Wz = \frac{dK}{dt}x + KLx - KM(Kx - g) + KNz + K\tilde{F} - \frac{dg}{dt} \quad (1.35)$$

Приравнявая коэффициенты при x и свободные члены в левой и правой частях (1.35), получим уравнения

$$\frac{dK}{dt} = -L^T K - KL + KMK - S, \quad (1.36)$$

$$\frac{dg}{dt} = (KM - L^T)g + (KN - W)z + K\tilde{F}. \quad (1.37)$$

Из граничного условия (1.33) и выражения (1.34) следует, что матрица $K(t)$ и вектор $g(t)$ удовлетворяют граничным условиям

$$K(t_K) = C^T(t_K)FC(t_K), \quad (1.38)$$

$$g(t_K) = C^T(t_K)Fz(t_K). \quad (1.39)$$

Оптимальное управление u^* как функция вектора состояния, имеет вид

$$u^* = (R + D^T QD)^{-1}(B^T g + D^T Qz - (B^T K + D^T QC)x). \quad (1.40)$$

Таким образом, в результате решения задачи АКОР с управляемым выходом с использованием принципа максимума получено оптимальное управление $u^*(t)$ вида (1.40), совпадающее с оптимальным управлением (1.23), найденным ранее.

1.6.4. Пример нахождения оптимального управления системой первого порядка с использованием решения задачи АКОР с управляемым выходом

Рассмотрим систему первого порядка

$$\begin{aligned} \dot{x} &= ax + u + \tilde{f}, \\ y &= x + du. \end{aligned} \quad (1.41)$$

Ошибка слежения для системы (1.41) в момент времени t :

$$e(t) = y - z, \quad (1.42)$$

Критерий качества управления:

$$J = \frac{1}{2} \cdot f \cdot ((x(t_K) - z(t_K))^2) + \frac{1}{2} \cdot \int_0^{t_K} (q \cdot e^2 + r \cdot u^2) dt, \quad (1.43)$$

Уравнения (1.29), (1.30) для рассматриваемой системы примут вид:

$$\begin{aligned} \dot{k} &= m \cdot k - 2 \cdot l \cdot k - s, \\ \dot{g} &= (k \cdot m - l) \cdot g + (k \cdot n - w) \cdot z + k \cdot \tilde{f}. \end{aligned} \quad (1.44)$$

с конечными условиями для системы (1.44):

$$\begin{aligned} k(t_K) &= f, \\ g(t_K) &= f \cdot z(t_K). \end{aligned}$$

Компоненты системы (1.44) имеют вид

$$\begin{aligned} l &= a - q \cdot d / (1 + q \cdot d^2), \\ m &= 1 / (1 + q \cdot d^2), \\ n &= q \cdot d / (1 + q \cdot d^2), \\ s &= q - q^2 \cdot d^2 / (1 + q \cdot d^2), \\ w &= q - q^2 \cdot d^2 / (1 + q \cdot d^2). \end{aligned}$$

Найдено оптимальное управление системой (1.41) с квадратичным интегрально-терминальным критерием (1.43):

$$u^* = \frac{(g + q \cdot d \cdot z - (k + q \cdot d) \cdot x)}{(r + q \cdot d^2)}. \quad (1.45)$$

На Рисунках 1.7, 1.8 приведены численные результаты решения задачи при $t_K = 8.5$ с. и при следующих значениях параметров: $a = -1, d = 1, \tilde{f} = 1, f = 0.5, q = 50, r = 0.5$. В качестве желаемого выхода рассматривалась функция:

$$z(t) = 0.25p^3 + 0.75p^2 - 1.5p - 2, \quad p \in [-5, 3.5].$$

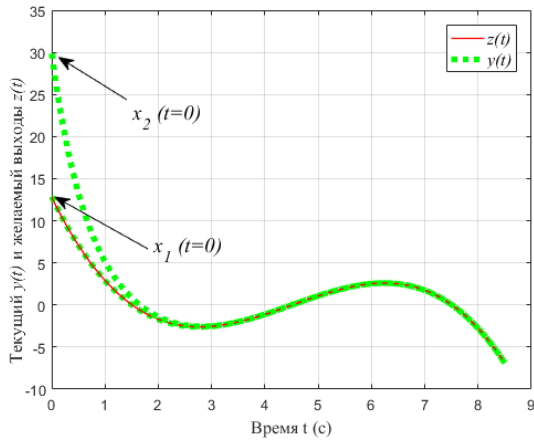


Рисунок 1.7 - Изменение заданной и текущей траекторий во времени

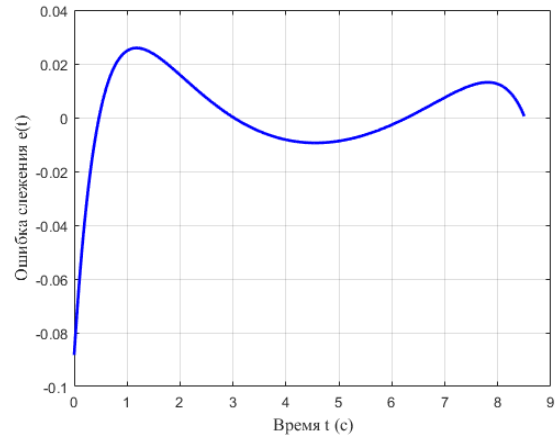


Рисунок 1.8 - Ошибка отслеживания во времени для решения $x_1(t=0)$

Как видно из графиков, сформированный оптимальный закон управления (1.45) системой (1.41) с высокой точностью отслеживает заданную траекторию $z(t)$ (Рисунок 1.7). Кроме того, из Рисунка 1.8 можно заметить, что в конечный момент времени t_k выполняется терминальное условие минимума между текущей траекторией и заданной - ошибка слежения $e(t)$ стремится к нулю.

1.7. Выводы по Главе 1

Таким образом, в Главе 1 обсуждены актуальные проблемы управления на участке полета первой ступени РН. Сформулированы постановки задач исследования и приведена модель движения РН. Решена математическая задача АКОР с управляемым выходом для линейной нестационарной системы, особенностью которой является зависимость вектора выхода $y(t)$ от вектора управления $u(t)$ и учет вектора входов $\tilde{F}(t)$ в правой части уравнения состояния $x(t)$. Работоспособность полученного алгоритма управления продемонстрирована на примере динамической системы первого порядка. Модель движения РН (1.14) и оптимальное управление (1.23) будут использованы в двух последующих главах для решения двух частных задач управления движением РН.

ГЛАВА 2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ УВОДОМ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ СТРУЙ ПЕРВОЙ СТУПЕНИ РН ОТ СООРУЖЕНИЙ СТАРТОВОГО КОМПЛЕКСА

При движении РН на начальном участке полета, до высот 200-300 м, факелы двигателей РН оказывают негативное термическое воздействие на сооружения СК [24]. Это влияние можно снизить, уводя ГД струи РН в заранее подготовленный теплозащищенный сектор на стартовой плоскости в направлении от сооружений СК [76]. Для реализации такого увода, а также для выполнения требований безударности РН с сооружениями СК, должна быть сформирована программа увода струй, т.е. программа изменения положений следов струй РН на стартовой плоскости в зависимости от высоты полета РН.

Одним из высотных сооружений СК, расположенным вблизи точки старта РН, является КЗБ. В зависимости от типа и габаритов КЗБ накладываются ограничения на программу управления струями РН. В частности, после отрыва от стартовых опор РН должна двигаться вертикально для несоударения с КЗБ, затем плавно, не заводя факелы двигателей на КЗБ, смещаться по направлению увода на заданное расстояние по горизонтали от точки старта [77]. Скорость увода струй РН на данном участке полета может быть разной. Однако для быстрого смещения струй могут потребоваться большие углы отклонения сопел, а слишком медленный увод будет неэффективным с точки зрения теплового воздействия факелов РН на сооружения СК.

Целью данной главы является разработка методики построения оптимального регулятора СУ движением РН, обеспечивающего реализацию программы увода струй РН. Для нахождения структуры и параметров регулятора используется решение задачи АКОР с управляемым выходом, полученное в Главе 1. Эффективность разработанного регулятора проверяется моделированием замкнутой СУ первой ступени РН.

2.1. Постановка задачи управления уводом ГД струй РН от сооружений СК

Для осуществления управляемого увода ГД струй РН предварительно должна быть сформирована программа изменения положения струй на стартовой плоскости в направлении увода, задаваемая как функция высоты полета носителя. Эту программу должна исполнять СУ движением РН, в состав которой входит алгоритм управления (регулятор), специально разработанный для этого участка.

Схема увода ГД струй на стартовой плоскости, за основу которой взят патент [78], представлена на Рисунке 2.1. В каждый момент этапа увода след струи должен находиться внутри окружности заданного радиуса, центр которой располагается на луче, определяющем

направление увода (см. Рисунок 2.1). Радиусы допустимой области распространения следов струй рассчитываются заранее для конкретных СК и РН. При их выборе руководствуются отсутствием высотных сооружений и взрывоопасных емкостей в выбранном секторе увода.

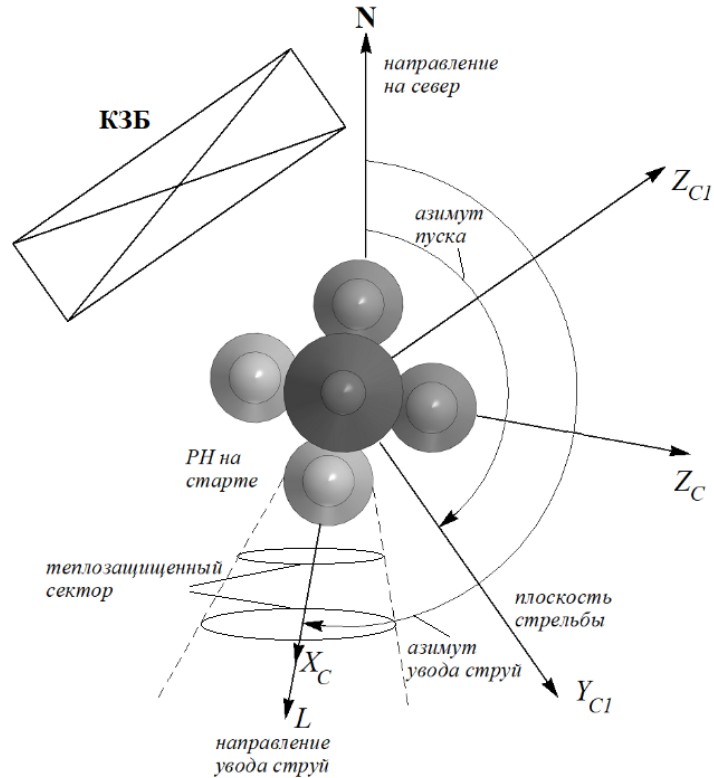


Рисунок 2.1 - Схема увода ГД струй на стартовой плоскости (вид сверху)

Параметры возможной программы увода ГД струй центрального двигателя РН в гипотетическом примере приведены в Таблице 2.1.

Таблица 2.1 - Параметры возможной программы увода ГД струй центрального двигателя РН

Высота подъема среза сопла ЦД РН над плоскостью ПУ, м	Расстояние от ПУ до центра окружности требуемого воздействия ЦД, м	Радиус окружности требуемого воздействия ЦД, м
20	0	2
40	1	3
60	2	5
80	7	5.5
100	10	6
150	16.5	7.5
200	20	9
250	20	11
300	20	13

На Рисунке 2.2 показаны следы струй всех пяти двигателей в зависимости от высоты при программном движении РН. Следует отметить, что при рассмотрении задачи в «плоской» постановке следы струй БД попарно накладываются друг на друга.

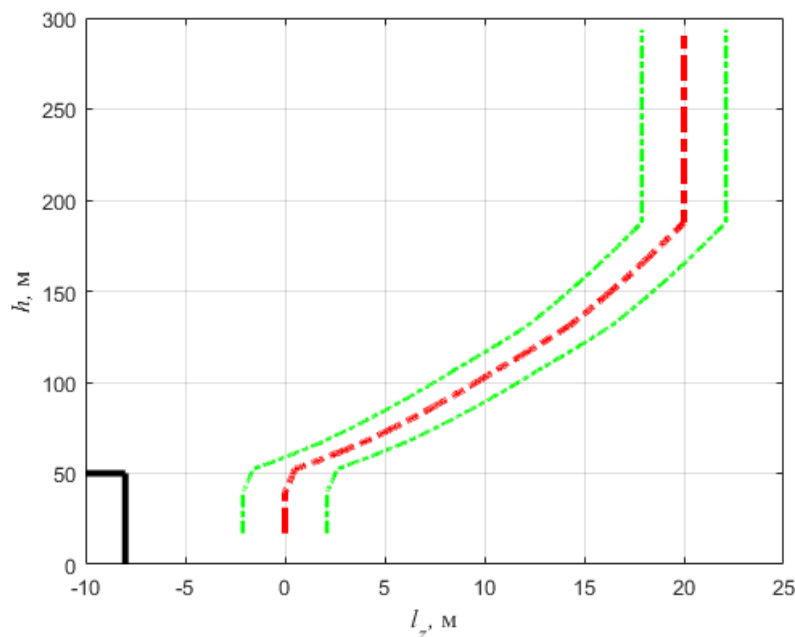


Рисунок 2.2 - Программы изменения положений следов струй центрального (красная линия) и боковых (зеленые линии) двигателей в зависимости от высоты полета РН относительно КЗБ

Требуется, зная параметры РН и заданную программу изменения положений следов струй двигателей РН на стартовой плоскости, сформировать оптимальный закон управления движением РН, т.е. выбрать структуру и коэффициенты оптимального регулятора СУ, который обеспечит выполнение программ управления уводом струй с допустимой точностью.

В качестве основного выходного параметра СУ выступает проекция следа струи двигателя на стартовую плоскость. Управляющей переменной является угол поворота сопел двигателей δ_L в плоскости увода.

Качество управления оценивается с помощью квадратичного терминально-интегрального критерия (1.17). Терминальная составляющая критерия служит для выполнения требований по завершению угловых маневров, обеспечивающих вертикальную ориентацию и нулевые угловые скорости РН в момент окончания этапа увода. Данное требование обусловлено тем, что после завершения этапа увода РН должна продолжать движение, выполняя основную программу управления углом тангажа аппарата. Интегральная составляющая служит для наложения «штрафа» при отклонениях текущего выхода системы от его программного значения.

2.2. Формирование математической модели РН как объекта управления в задаче управления уводом ГД струй РН

На рассматриваемом этапе полета РН отклонения параметров ее движения от номинальных значений при вертикальном движении носителя невелики. Поэтому для формирования алгоритма работы регулятора замкнутой СУ на этапе увода струй можно воспользоваться линеаризованными уравнениями РН как объекта управления. Эти уравнения можно получить, разлагая в ряд Тейлора рассмотренные в первой главе нелинейные уравнения движения (1.14) и сохраняя линейные члены разложения. Обозначения параметров движения, используемых при составлении линеаризованных уравнений на этапе увода струй, представлены на Рисунке 2.3.

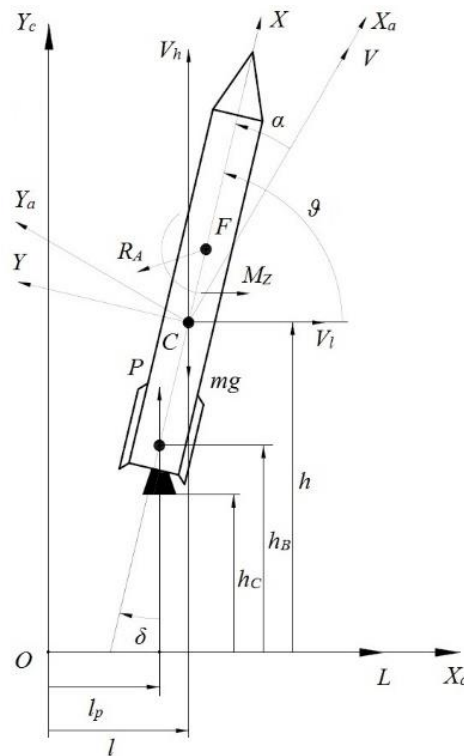


Рисунок 2.3 - Параметры движения РН на этапе увода струй в стартовой системе координат

2.2.1. Упрощение и линеаризация уравнений движения РН

Рассмотрим углы наклона траектории $\theta(t)$ и тангажа $\vartheta(t)$ в отклонениях. Тогда, полагая углы δ_L , α , $\Delta\vartheta = \vartheta - \pi/2$, $\Delta\theta = \theta - \pi/2$ малыми, получим:

$$\sin \vartheta \approx 1, \cos \vartheta \approx -\Delta\vartheta, \sin \delta_L \approx \delta_L, \cos \delta_L \approx 1, \sin(\vartheta + \delta_L) \approx 1, \cos(\vartheta + \delta_L) \approx -\Delta\vartheta - \delta_L,$$

$$V_h = V \sin \theta \approx V, V_l = V \cos \theta \approx -V\Delta\theta,$$

где $\Delta\theta = -V_l/V$.

В результате система (1.14) примет вид

$$\begin{aligned}\dot{V} &= (P_{\Sigma} - mg - C_x S \rho V^2 / 2) / m, \\ \dot{h} &= V,\end{aligned}\tag{2.1}$$

$$\begin{aligned}\dot{V}_l &= (-P_{\Sigma} \Delta \vartheta - P \delta_L - C_y^{\alpha} S \rho V^2 \alpha / 2 + C_x S \rho V^2 \Delta \vartheta / 2) / m, \\ \dot{l} &= V_l, \\ \dot{\omega}_z &= (-P_{\Sigma} \delta_L (x_T - x_B) + C_y^{\alpha} \alpha S (x_D - x_T) \rho V^2 / 2) / I_z, \\ \Delta \dot{\vartheta} &= \omega_z,\end{aligned}\tag{2.2}$$

где $\alpha = \Delta \vartheta - \Delta \theta$.

Системы уравнений (2.1) и (2.2) являются независимыми друг от друга. Проинтегрировав систему (2.1), получим зависимости $V(t)$ и $h(t)$. Тогда в (2.2) $V(t)$ можно считать известной функцией времени.

Для сокращения порядка системы вертикальная скорость $V(t)$ и высота полета $h(t)$ могут быть получены в виде явных функций времени. Для этого найдем решение системы (2.1) с начальными условиями:

$$V(0) = 0, \quad h(0) = h_0 = x_T.$$

Из (2.1) следует, что

$$\frac{m}{P_{\Sigma} - mg} \dot{V} = 1 - \frac{C_x \rho S}{2(P_{\Sigma} - mg)} V^2.\tag{2.3}$$

Обозначим

$$a = \frac{m}{P_{\Sigma} - mg}, \quad b = \frac{C_x \rho S}{2(P_{\Sigma} - mg)}.$$

Тогда

$$a \dot{V} = 1 - bV^2, \Rightarrow \int \frac{a dV}{1 - bV^2} = \int dt, \Rightarrow \frac{a}{2\sqrt{b}} \ln \frac{1 + \sqrt{b} V}{1 - \sqrt{b} V} = t + C.$$

Так как $V(0) = 0$, то $C = 0$ и

$$\begin{aligned}V(t) &= \frac{1}{\sqrt{b}} \operatorname{th} \frac{\sqrt{b}}{a} t, \\ h(t) &= h_0 + \int V dt = h_0 + \frac{a}{b} \ln \operatorname{ch} \frac{\sqrt{b}}{a} t.\end{aligned}\tag{2.4}$$

Таким образом, система уравнений продольного движения РН (2.1) - (2.2) с учетом уравнений $V(t)$ и $h(t)$ (2.4) может быть сокращена с шестого порядка до четвертого.

2.2.2. Формирование параметра выхода системы

Одним из выходных параметров системы является координата следа струи ЦД l_p вдоль луча OL , лежащего в плоскости ПУ [12]. Поскольку в рассматриваемой задаче сопла двигателей РН отклоняются синхронно, то координаты следов струй каждого БД могут быть найдены путем суммирования l_p с характерным расстоянием \tilde{l} (см. Рисунок 1.5).

Координаты центра качания ЦД в ССК вычисляются с помощью соотношений:

$$\begin{aligned} l_{цк} &= l - (x_T - x_B) \cos \vartheta \\ h_{цк} &= h - (x_T - x_B) \sin \vartheta \end{aligned}$$

Уравнение прямой $H(L)$, проходящей через центр качания и параллельной вектору тяги записывается следующим образом:

$$H - h_{цк} = (L - l_{цк}) \operatorname{tg}(\vartheta + \delta_L).$$

Координату следа струи на стартовой плоскости определим, положив $H = 0$:

$$l_p = l_{цк} - h_{цк} \operatorname{ctg}(\vartheta + \delta_L),$$

отсюда

$$l_p = l - (x_T - x_B) \cos \vartheta - (h - (x_T - x_B) \sin \vartheta) \operatorname{ctg}(\vartheta + \delta_L).$$

При малых углах δ_L , $\Delta\vartheta = \vartheta - \pi/2$

$$l_p = l + h (\Delta\vartheta + \delta_L) - (x_T - x_B) \delta_L. \quad (2.5)$$

Таким образом, выражение для расчета выходного параметра l_p имеет следующий вид:

$$l_p = l + h \Delta\vartheta + h_B \delta_L, \quad (2.6)$$

где

h - известная функция времени (2.4),

$h_B = h - x_T + x_B$ - высота центра качания двигателя над стартовой плоскостью.

Требуемое значение координаты следа оси струи РН определяется зависимостью $l_z(h_C)$, где h_C - высота подъема среза сопла ЦД над стартовой плоскостью:

$$h_C = h - x_T. \quad (2.7)$$

Соотношения (2.4), (2.7) и $l_z(h_C)$ позволяют пересчитать требуемое значение координаты следа оси струи на горизонтальной плоскости в функцию времени полета $l_z(t)$.

2.2.3. Уравнения движения РН на этапе увода струй в векторно-матричном форме

Для сведения задачи управления уводом струй РН к задаче АКОР перепишем систему (2.2) следующим образом:

$$\begin{aligned}
\dot{V}_l &= \frac{(C_x - C_y)\rho V^2 S - 2P_\Sigma}{2m} \Delta \mathcal{G} - \frac{C_y \rho V S}{2m} V_l - \frac{P_\Sigma}{m} \delta_L, \\
\dot{l} &= V_l, \\
\dot{\omega}_z &= \frac{C_y \rho V^2 S (x_D - x_T)}{2I_z} \Delta \mathcal{G} + \frac{C_y \rho V S (x_D - x_T)}{2I_z} V_l - \frac{P_\Sigma (x_T - x_B)}{I_z} \delta_L, \\
\Delta \dot{\mathcal{G}} &= \omega_z.
\end{aligned} \tag{2.8}$$

Этой системе поставим в соответствие линейное уравнение состояния в нормальной форме

Коши относительно вектора состояния $x = [V_l \quad \omega_z \quad l \quad \Delta \mathcal{G}]_{4 \times 1}^T$:

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x(t) + B(t)u(t), \tag{2.9}$$

где $A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & a_{14} \\ a_{21} & 0 & 0 & a_{24} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{4 \times 4}$ - динамическая матрица с элементами a_{ij} :

$$a_{11} = -C_y S \rho V / 2m, \quad a_{14} = [(C_x - C_y) S \rho V^2 - 2P_\Sigma] / 2m,$$

$$a_{21} = C_y (x_D - x_T) S \rho V / 2I_z, \quad a_{24} = C_y (x_D - x_T) S \rho V^2 / 2I_z,$$

$u = [\delta_L]_{1 \times 1}$ - управляющая переменная,

$B = [b_{11} \quad b_{21} \quad 0 \quad 0]_{4 \times 1}^T$ - матрица управления с элементами b_{ij} :

$$b_{11} = -P_\Sigma / m, \quad b_{21} = -P_\Sigma (x_T - x_B) / I_z.$$

В матричной форме уравнение выходов системы записывается следующим образом:

$$y(t) = C(t)x(t) + D(t)u(t), \tag{2.10}$$

где $y = [V_l \quad \omega \quad l_p \quad \Delta \mathcal{G}]_{4 \times 1}^T$ - вектор выходных параметров;

$z = [0 \quad 0 \quad l_z \quad 0]_{4 \times 1}^T$ - заданный вектор выходных параметров;

$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & c_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{4 \times 4}$ - матрица выходов с элементом $c_{34} = h$,

$D = [0 \quad 0 \quad d_{31} \quad 0]_{4 \times 1}^T$ - матрица прямой связи с элементом $d_{31} = h_B$.

2.3. Решение задачи управления уводом струй с применением решения задачи АКОР с управляемым выходом

В решаемой задаче участвуют весовые матрицы F , R , Q , входящие в критерий (1.17) в виде диагональных матриц со следующими элементами:

$$F = \begin{bmatrix} f_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & f_{44} \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad R = [r].$$

С учетом состава векторов выхода $y(t)$ и желаемого выхода $z(t)$, критерий (1.17) примет следующий конечный вид:

$$J_l = \frac{1}{2} (f_{11} V_l^2(t_K) + f_{22} \omega_z^2(t_K) + f_{33} (l(t_K) + h(t_K) \Delta \mathcal{G}(t_K) - l_z(t_K))^2 + f_{44} \Delta \mathcal{G}^2(t_K)) + \frac{1}{2} \int_0^{t_K} (q_{33} (l_p(t) - l_z(t))^2 + r \delta_L^2(t)) dt. \quad (2.11)$$

В общем случае весовые матрицы F , R , Q не известны и подлежат определению в ходе решения задачи оптимизации с учетом физических особенностей решаемой задачи. Существует большое число работ, например, [79, 80], в которых даются рекомендации для выбора элементов весовых матриц.

При решении задачи управления уводом струй весовые коэффициенты критерия (2.11) имеют определенный физический смысл [26, 75]. Так, коэффициенты f_{11} , f_{22} , f_{33} , f_{44} являются штрафами за отклонения компонентов вектора выхода в конечный момент времени выполнения маневра РН от желаемых значений этих компонентов. Весовой коэффициент r характеризует «расход руля». В рассматриваемой задаче этот параметр является мерой отклонения сопел РД. Соответственно, при малых значениях параметра r величина угла отклонения сопел возрастает. Весовой коэффициент q_{33} является штрафом за отклонение текущего положения следа струи РН от его заданного программного значения.

Для рассматриваемой задачи уравнения (1.24), (1.25) при $\tilde{F}(t) = 0$ примут следующий вид:

$$\frac{dK}{dt} = -L^T K - KL + KMK - S \quad (2.12)$$

с граничным условием: $K(t_K) = C^T(t_K)FC(t_K)$;

$$\frac{dg}{dt} = (KM - L^T)g + (KN - W)z \quad (2.13)$$

с граничным условием: $g(t_K) = C^T(t_K)Fz(t_K)$.

Матрицы L , M , N , S , W состоят из следующих элементов:

$$L = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & -\frac{b_{11}(h-x_T+x_B)q_{33}}{r+q_{33}(h-x_T+x_B)^2} & a_{14} & -\frac{b_{11}h(h-x_T+x_B)q_{33}}{r+q_{33}(h-x_T+x_B)^2} \\ a_{21} & 0 & -\frac{b_{21}(h-x_T+x_B)q_{33}}{r+q_{33}(h-x_T+x_B)^2} & a_{24} & -\frac{b_{21}h(h-x_T+x_B)q_{33}}{r+q_{33}(h-x_T+x_B)^2} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$M = \begin{bmatrix} \frac{b_{11}^2}{r+q_{33}(h-x_T+x_B)^2} & \frac{b_{11}b_{21}}{r+q_{33}(h-x_T+x_B)^2} & 0 & 0 \\ \frac{b_{11}b_{21}}{r+q_{33}(h-x_T+x_B)^2} & \frac{b_{21}^2}{r+q_{33}(h-x_T+x_B)^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$N = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{b_{11}(h-x_T+x_B)q_{33}}{r+q_{33}(h-x_T+x_B)^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{b_{21}(h-x_T+x_B)q_{33}}{r+q_{33}(h-x_T+x_B)^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$S = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_{33} - \frac{(h-x_T+x_B)^2 q_{33}^2}{r+q_{33}(h-x_T+x_B)^2} & hq_{33} - \frac{h(h-x_T+x_B)^2 q_{33}^2}{r+q_{33}(h-x_T+x_B)^2} \\ 0 & 0 & hq_{33} - \frac{h(h-x_T+x_B)^2 q_{33}^2}{r+q_{33}(h-x_T+x_B)^2} & h^2 q_{33} - \frac{h^2(h-x_T+x_B)^2 q_{33}^2}{r+q_{33}(h-x_T+x_B)^2} \end{bmatrix};$$

$$W = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_{33} - \frac{(h-x_T+x_B)^2 q_{33}^2}{r+q_{33}(h-x_T+x_B)^2} & 0 \\ 0 & 0 & hq_{33} - \frac{h(h-x_T+x_B)^2 q_{33}^2}{r+q_{33}(h-x_T+x_B)^2} & 0 \end{bmatrix}.$$

Оптимальное управление, найденное в Главе 1, для рассматриваемой задачи записывается следующим образом:

$$u^* = (R + D^T Q D)^{-1} (B^T g + D^T Q z - (B^T K + D^T Q C)x). \quad (2.14)$$

Оптимальное управление u^* (2.14) и система уравнений (2.9)-(2.10) совместно представляют собой следящую систему автоматического управления [82], структурная схема которой представлена на Рисунке 2.4.

Прототипом данной системы является система, представленная в [75, стр.157] для случая $D(t)u(t) = 0$ и $\tilde{F}(t) = 0$, поэтому техническим результатом системы, представленной на Рисунке 2.4, является расширение области применимости указанной системы-прототипа.

Так же следует отметить, что оптимальное управление u^* (2.14) и построенная следящая система представлены в общем виде, что позволяет применять их к различным типам линейных систем, особенностью которых является зависимость вектора выхода от вектора управления.

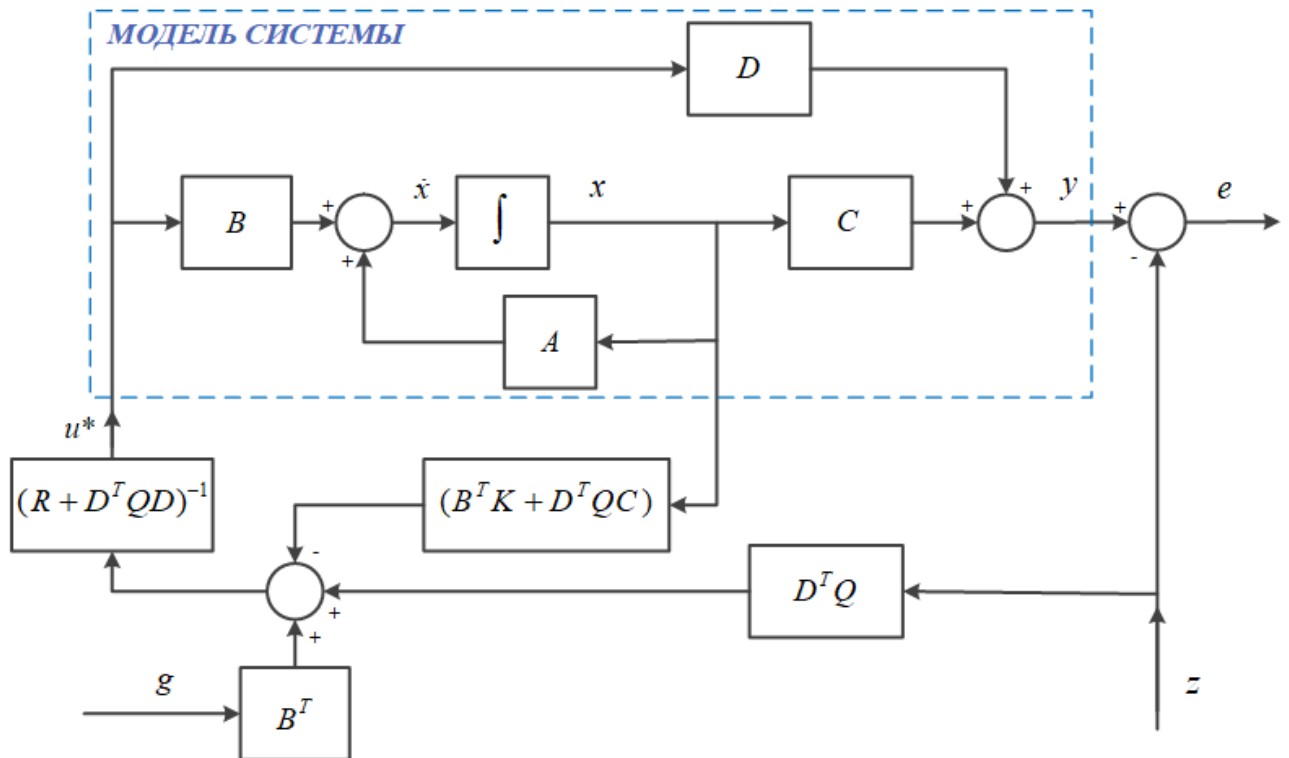


Рисунок 2.4 - Структурная схема оптимальной системы автоматического управления

После подстановки (2.9) - (2.10) и указанных выше соотношений для матриц L , M , N , S , W в (2.14) получаем оптимальное управление u^* :

$$u^* = K_V V_l + K_{\omega z} \omega_z + K_l l + K_g \Delta \vartheta + K_{\delta l}^* \cdot \quad (2.15)$$

Члены уравнений (2.14) и (2.15) соотносятся друг с другом следующим образом:

$$\begin{aligned} [K_{V_l} \quad K_{\omega z} \quad K_l \quad K_{\Delta \vartheta}]_{4 \times 1}^T &= -(R + D^T(t)QD(t))^{-1}(B^T K(t) + D^T(t)QC(t)), \\ K_{\delta l}^* &= (R + D^T(t)QD(t))^{-1}(B^T g(t) + D^T(t)Qz(t)). \end{aligned} \quad (2.16)$$

Как уже отмечалось ранее, в рассматриваемой задаче управляющей переменной $u(t)$ является угол поворота сопла ЦД РН δ_l , который является функцией времени полета аппарата.

Коэффициент $K_{\delta l}^*$ является свободным членом регулятора (2.15) и может быть представлен через заданную программу изменения угла тангажа:

$$K_{\delta l}^*(t) = -K_{\Delta \vartheta}(t)\Delta \vartheta_Z(t).$$

В этом случае закон управления (2.15) можно переписать так:

$$\delta_L^*(t) = K_{V_l}(t)V_l + K_{\omega_z}(t)\omega_z + K_l(t)l + K_{\Delta \vartheta}(t)(\Delta \vartheta - \Delta \vartheta_Z), \quad (2.17)$$

Коэффициенты в (2.15) могут быть вычислены по следующим формулам в аналитическом виде:

$$K_{V_l} = -\frac{b_{11}k_{11} + b_{21}k_{12}}{r + q_{33}(h - x_T + x_B)^2}, \quad K_{\omega_z} = -\frac{b_{11}k_{12} + b_{21}k_{22}}{r + q_{33}(h - x_T + x_B)^2},$$

$$K_l = -\frac{b_{11}k_{13} + b_{21}k_{23} + (h - x_T + x_B)q_{33}}{r + q_{33}(h - x_T + x_B)^2}, \quad K_{\Delta \vartheta} = -\frac{b_{11}k_{14} + b_{21}k_{24} + (h - x_T + x_B)q_{33}}{r + q_{33}(h - x_T + x_B)^2},$$

$$K_{\delta l}^* = \frac{b_{11}g_{11} + b_{21}g_{21} + (h - x_T + x_B)q_{33}l_Z}{r + q_{33}(h - x_T + x_B)^2}.$$

Отметим, что члены k_{11}, k_{12} и т.д. при расчете коэффициентов закона управления являются элементами матрицы $K(t) = [k_{ij}(t)]_{4 \times 4}$ решения дифференциального уравнения Риккати.

2.4. Алгоритм численного решения задачи увода струй РН

Первым этапом численного решения задачи является расчет коэффициентов регулятора (2.15) путем интегрирования системы (2.12 – 2.13) в обратном времени с соответствующими граничными условиями. В качестве исходных данных должны быть заданы элементы матрицы $C(t_K)$ и вектора $z(t_K)$.

Вторым этапом является моделирование замкнутой СУ движением РН с подстановкой на каждом шаге интегрирования рассчитанных ранее значений коэффициентов регулятора $K_{V_l}(t), K_{\omega_z}(t), K_l(t), K_{\Delta \vartheta}(t), K_{\delta l}^*(t)$.

Более подробно алгоритм расчета коэффициентов закона управления и моделирования замкнутой СУ движением РН иллюстрирует блок-схема, представленная на Рисунке 2.5.

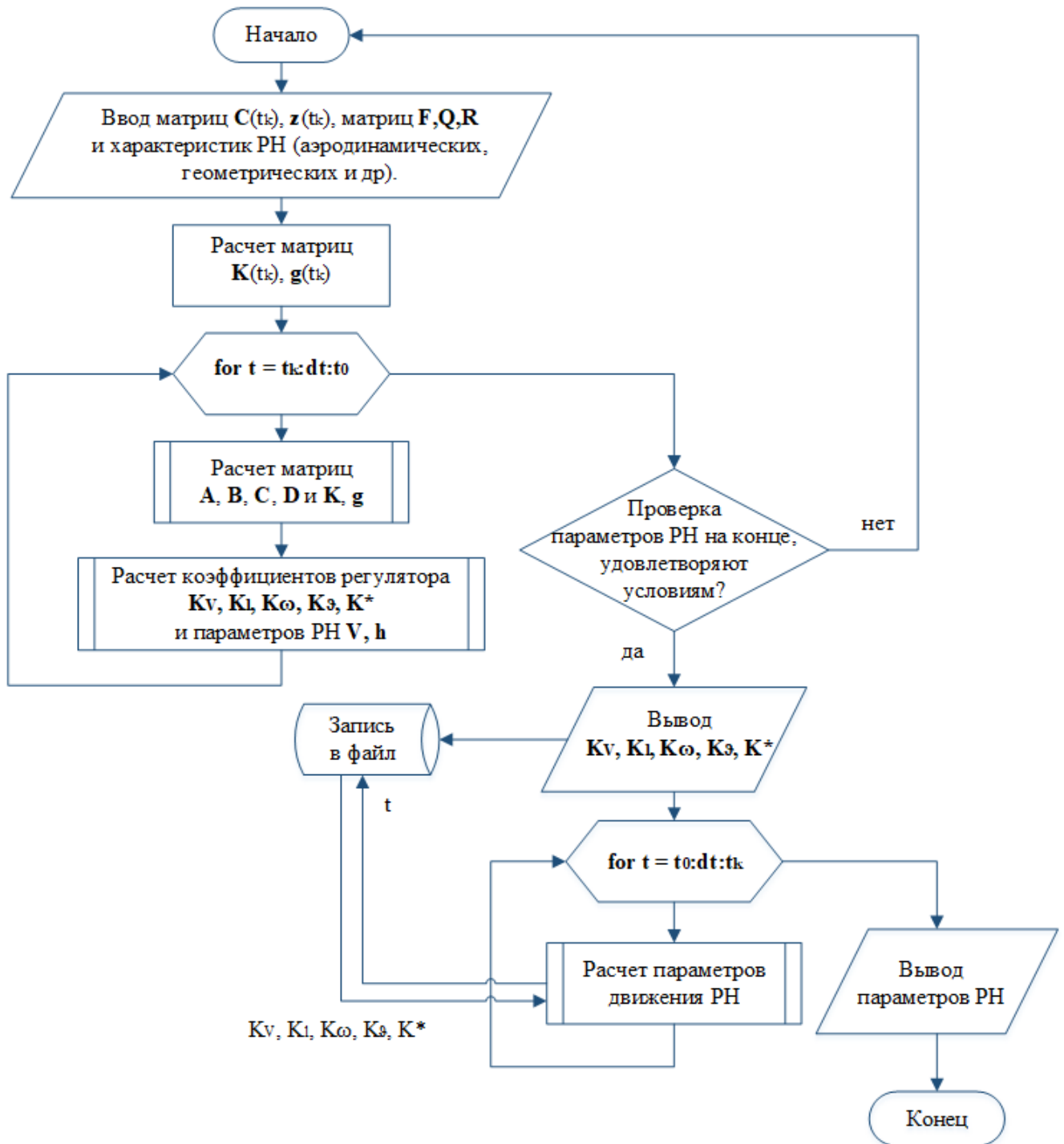


Рисунок 2.5 - Алгоритм решения задачи управления уводом струй РН

2.5. Выбор элементов весовых матриц F , Q , R

Решение задачи формирования алгоритма управления движением РН методом АКОР существенно зависит от численных значений коэффициентов, входящих в весовые матрицы F, Q, R критерия (2.11).

Значения шести весовых коэффициентов $f_{11}, f_{22}, f_{33}, f_{44}, q_{33}, r$ этих матриц могут быть найдены путем решения двухуровневой задачи:

- внешней задачи выбора указанных весовых коэффициентов методом перебора;
- внутренней задачи формирования алгоритма управления методом АКОР по описанной выше методике с подстановкой весовых коэффициентов, полученных на первом уровне.

При каждой итерации (шаге) внешнего цикла во внутреннем (вложенном) цикле моделируется движение РН и анализируется изменение основных параметров движения и параметров выхода РН. Временные затраты на одну реализацию моделирования замкнутой СУ движением РН в среде *MATLAB* невелики, что позволяет эффективно применять данный подход.

Выбор весовых коэффициентов основан на трех основных факторах: движение РН на допустимом расстоянии от сооружений СК, потеря энергии и выполнение заданных конечных условий. В результате решения задачи были получены следующие значения весовых коэффициентов:

$$f_{11} = 0,71 (c^2 / m^2),$$

$$f_{22} = 2,94 (c^2),$$

$$f_{33} = 0,31 (1 / m^2),$$

$$f_{44} = 4,92,$$

$$q_{33} = 0,02 (1 / m^2),$$

$$r = 6,99.$$

2.6. Численные результаты решения задачи управления уводом струй РН

Моделирование замкнутой СУ движением РН на этапе увода струй проводилось в системе программирования *MATLAB*. Уравнения движения РН интегрировались методом Эйлера с постоянным шагом $\Delta t = 0.001$ с. Ветровые возмущения на данном этапе исследования не рассматривались.

Результаты решения при номинальной программе увода, длящейся 14 с, иллюстрируют графики, представленные на Рисунках 2.6 – 2.14. Как видно, коэффициенты регулятора СУ движением меняются во времени. Для реализации заданной программы увода струй РН, указанной в Разделе 2.1, углы отклонения сопел двигателей и угол тангажа изменяются незначительно (в пределах $\pm 3^\circ$), что подтверждает допущение о малости этих углов, принятое в Разделе 2.2.1. Горизонтальная скорость РН, характеризующая боковой маневр для смещения РН относительно КЗБ, в течение первых шести секунд полета возрастает до 2 м/с, а в дальнейшем снижается до нуля.

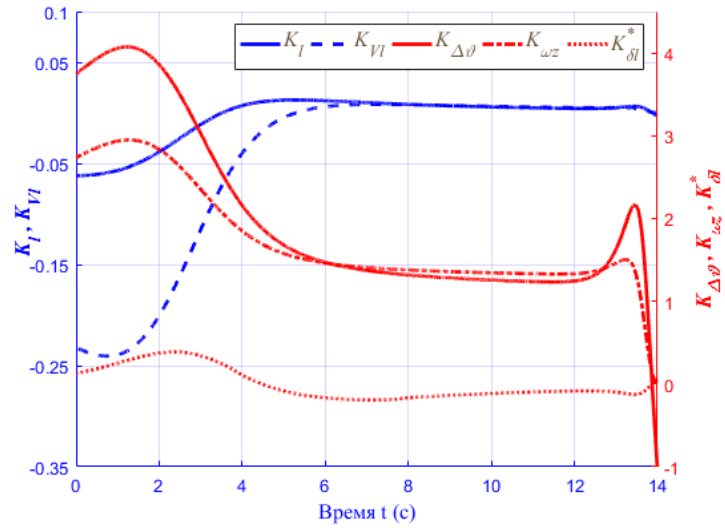


Рисунок 2.6 - Коэффициенты регулятора СУ движением РН

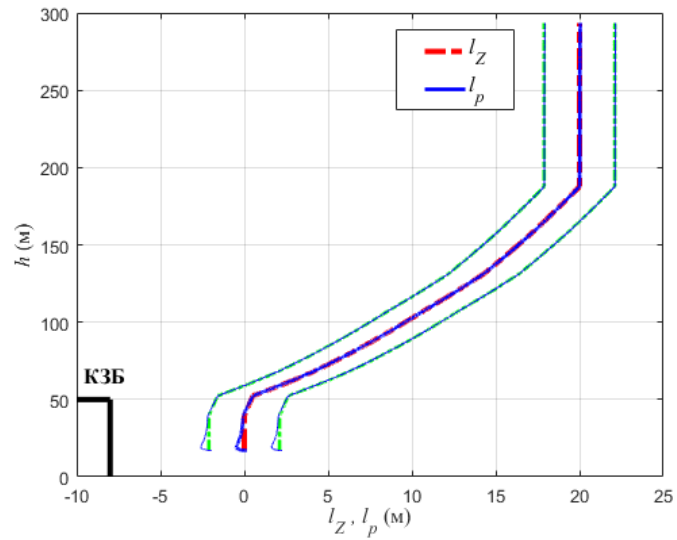


Рисунок 2.7 - Заданные и текущие положения следов струй РН относительно КЗБ

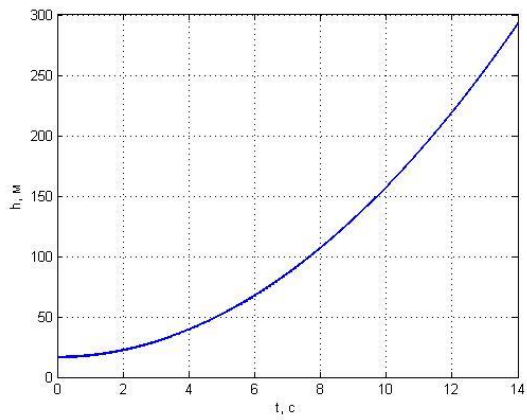


Рисунок 2.8 - Высоты полета ЦМ РН

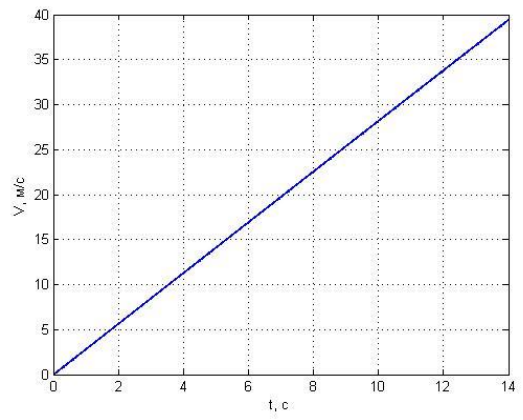


Рисунок 2.9 - Скорость ЦМ РН

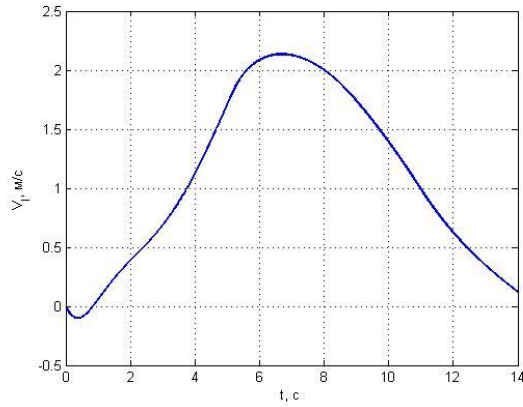


Рисунок 2.10 - Горизонтальная скорость РН

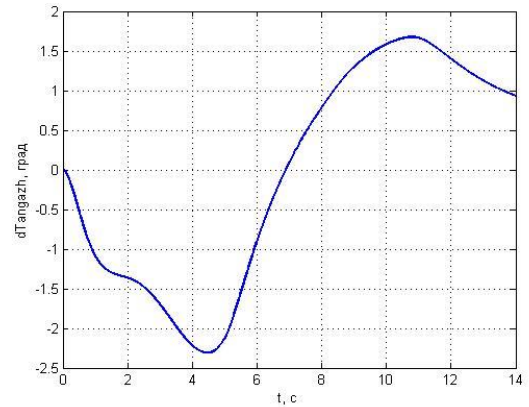


Рисунок 2.11 - Приращение угла тангажа РН

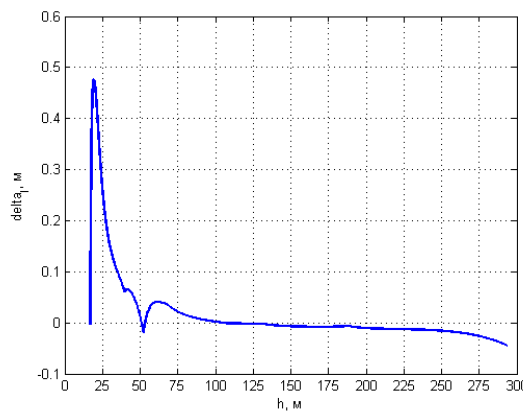


Рисунок 2.12 - Ошибки отслеживания заданных траекторий струй РН

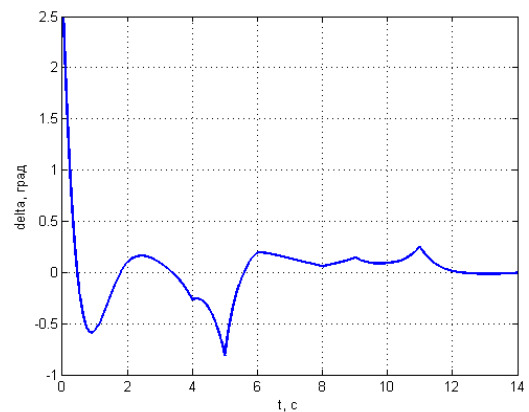


Рисунок 2.13 - Углы отклонения сопел РН

Для сравнения на Рисунке 2.14 приведена номинальная программа ускоренного увода ГД струй РН от сооружений СК, в которой длительность маневра увода сокращена до 8 с. За это время высота полета РН достигает 130 м. В первом варианте программы увода (см. Рисунок 2.8) маневр увода длился 11 секунд до момента достижения высоты 180 м.

Графики изменения параметров движения РН при реализации программы ускоренного увода ГД струй РН от сооружений СК представлены на Рисунках 2.15 - 2.18. Исполнение программы ускоренного увода приводит к возрастанию горизонтальной скорости РН (на 30%), увеличению углов тангажа (на 25%) и отклонения сопел двигателей (на 50%) по сравнению с их значениями при номинальной программе увода (см. Рисунок 2.2).

Основным недостатком ускоренного увода является возможный «прожиг» поверхности ПУ, который происходит в связи с более продолжительным тепловым воздействием ГД струй на одну и ту же область поверхности ПУ. В частности, в предложенном примере на участке полета РН 130-200 м ГД струи еще оказывают существенное тепловое воздействие, поэтому область действия ГД струй на стартовой плоскости будет подвергаться существенным термодинамическим нагрузкам.

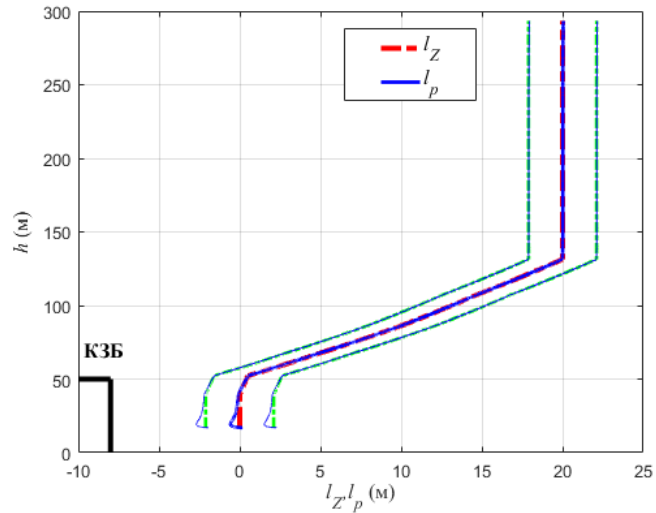


Рисунок 2.14 - Заданные и текущие положения следов струй РН относительно КЗБ при реализации программы ускоренного увода

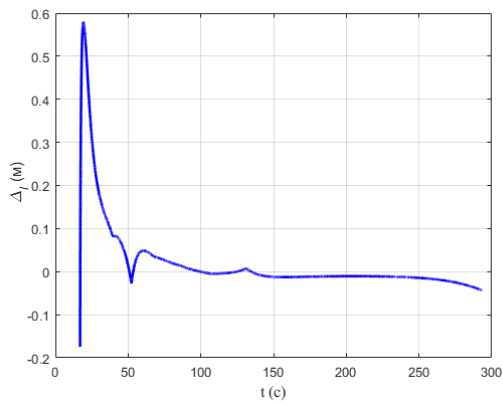


Рисунок 2.15 - Ошибка между заданным и текущим положениями следов струй РД при реализации программы ускоренного увода

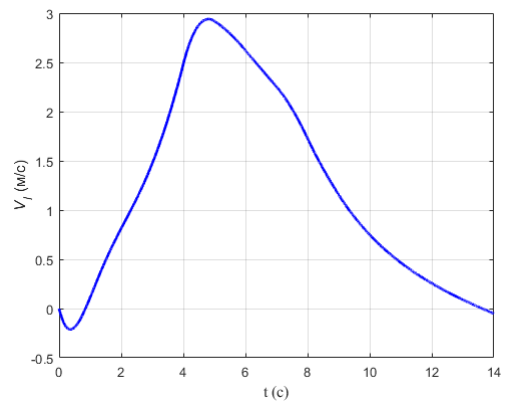


Рисунок 2.16 - Горизонтальная скорость РН при реализации программы ускоренного увода

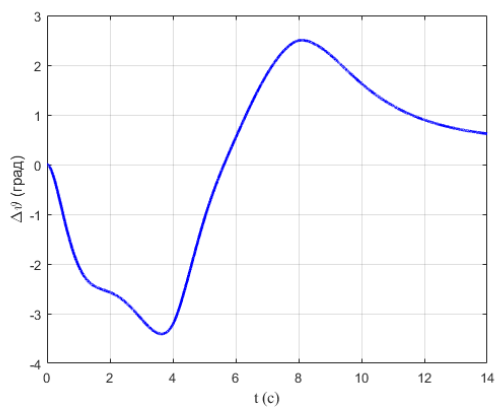


Рисунок 2.17 - Приращение угла тангажа РН при реализации программы ускоренного увода

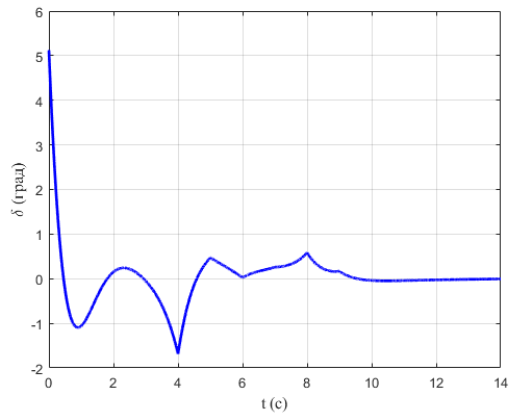


Рисунок 2.18 - Углы отклонения сопел РН при реализации программы ускоренного увода

2.7. Выводы по Главе 2

Во второй главе разработана методика построения алгоритма управления уводом ГД струй РН от сооружений СК, обеспечивающая реализацию программы увода ГД струй РН. С использованием решения задачи АКОР с управляемым выходом, полученного в Главе 1, проведен структурный и параметрический синтез регулятора СУ движением РН для задачи управления уводом ГД струй РН.

Эффективность предложенного алгоритма подтверждена численными результатами моделирования замкнутой СУ движением РН. Разработанный оптимальный регулятор (2.17) и рассчитанные его коэффициенты (2.16) обеспечивают выполнение требований, предъявляемые к СУ движением РН. В частности, величина рассогласования между текущим и заданным программным положениями оси струи РН не превышает 0.5 м. В момент окончания маневра движение РН остается близким к вертикальному, отклонения камер сгорания двигателей РН находятся в диапазоне $\pm 2.5^\circ$ и не превышают допустимые пределы.

В качестве примера рассмотрена программа ускоренного увода струй. Показано, что такая программа приводит к увеличению углов отклонения сопел РН. Недостатком ускоренного увода является возможный «прожиг» стартовой поверхности ПУ в связи с продолжительным тепловым воздействием ГД струй на фиксированную область стартовой плоскости.

ГЛАВА 3. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ АВАРИЙНЫМ УВОДОМ РН ОТ СООРУЖЕНИЙ СТАРТОВОГО КОМПЛЕКСА ПРИ ОТКАЗЕ ДВИГАТЕЛЯ

Целью данной главы является разработка методики построения оптимального регулятора СУ движением РН при отказе двигателя, обеспечивающего реализацию аварийной программы увода РН. Для нахождения структуры и параметров регулятора используется решение задачи АКОР с управляемым выходом. Эффективность полученного регулятора проверяется путем моделирования замкнутой СУ первой ступени РН.

При отказе двигателя РН на начальном участке полета особое внимание должно уделяться как требованиям сохранности СК, так и безопасности космонавтов (в случае пилотируемых пусков) [72]. Эти требования накладывают ряд ограничений на программу увода РН от сооружений СК при аварийном отказе одного из двигателей РН, поэтому ее построение должно выполняться под конкретный СК и космодром с учетом расположения ответственных сооружений СК и заданной области приземления капсулы с космонавтами [39].

Целью СУ движением РН при отказе двигателя является увод РН по заданной программе в определенную область, при достижении которой могут выполняться дальнейшие действия в соответствии с циклограммой аварийного полета РН, в частности, самоликвидация РН. После регистрации признака отказа происходит аварийное отключение двигателя, а штатный закон управления, исполняющий номинальную программу управления движением РН, переключается на аварийный закон для выполнения программы увода РН. Задачу реализации программы такого увода РН с помощью СУ в дальнейшем будем называть задачей аварийного увода РН.

В случае аварийного отключения двигателя и пилотируемого пуска РН капсула с космонавтами с помощью системы аварийного спасения «отстреливается» от РН, а затем на парашюте опускается на земную поверхность в заданную область в окрестности космодрома [39]. При этом скачкообразно меняются аэродинамические характеристики РН и вследствие отказа двигателя на РН начинают действовать возмущающие силы и моменты, приводящие к боковому смещению РН в направлении отказавшего двигателя. При движении с выключенным РД возможно соударение РН с КЗБ, расположенной в окрестности стартовой позиции, что может привести к разрушению сооружений СК. Поэтому требование безударности также должно предусматриваться при организации управляемого движения РН по траектории аварийного увода [83].

При отключении аварийного двигателя камеры сгорания работающих двигателей должны быть отклонены на балансировочные углы для моментной балансировки РН, которая подразумевает равенство нулю вектора главного момента сил их тяги относительно центра масс

(ЦМ) РН. Кроме того, для компенсации потери тяги отказавшего двигателя и аварийного увода РН от сооружений СК силы тяги работающих двигателей форсируются.

Работоспособность и эффективность алгоритмов управления, сформированных в данной главе с использованием упрощенной модели движения аппарата, подтверждаются результатами моделирования полной пространственной модели управляемого движения РН при рассматриваемом маневре.

3.1. Постановка задачи управления аварийным уводом РН от сооружений СК при отказе двигателя

Для конкретности изложения предполагается, что в момент времени t_0 происходит отказ i – го двигателя, например, первого двигателя (см. Рисунок 3.1). Такой вариант отказа является одним из наиболее неблагоприятных для СУ движением РН. Под отказом двигателя подразумевается мгновенное снижение тяги отказавшего двигателя до уровня \tilde{P}_i ($\tilde{P}_i = 0$ - частный случай).

Предполагаем, что номинальная программа аварийного увода сформирована заранее с учетом геометрии расположения сооружений стартового комплекса (см. Рисунок 3.2), обеспечивая увод РН от стартовых сооружений применительно к конкретному СК и космодрому. Как показано в качестве примера на Рисунке 3.2, при выполнении номинальной программы аварийного увода проекция траектории РН на горизонтальную плоскость имеет излом, поскольку она должна быть направлена в противоположную сторону от области приземления капсулы с космонавтами [39] и не должна проходить над ответственными сооружениями СК.

Требуется, зная характеристики РН, момент отказа двигателя t_0 и номинальную траекторию увода РН, разработать оптимальный закон управления движением РН, т.е. выбрать структуру и коэффициенты оптимального регулятора СУ РН, обеспечивающие движение РН вдоль номинальной траектории увода с допустимой точностью. При этом должно выполняться требование безударности РН с КЗБ (см. Рисунок 3.3,б).

В качестве выходного параметра движения РН рассматривается положение характерной хвостовой точки T РН в проекции на стартовую плоскость (см. Рисунки 3.1; 3.3,а). Такой характерной точкой принимается центр среза сопла центрального двигателя ($i = 5$) в неотклоненном состоянии. Данная точка выбрана из соображения удобства определения габаритов хвостовой части РН (см. Рисунок 3.3,б) при проверке требования безударности РН с сооружениями СК.

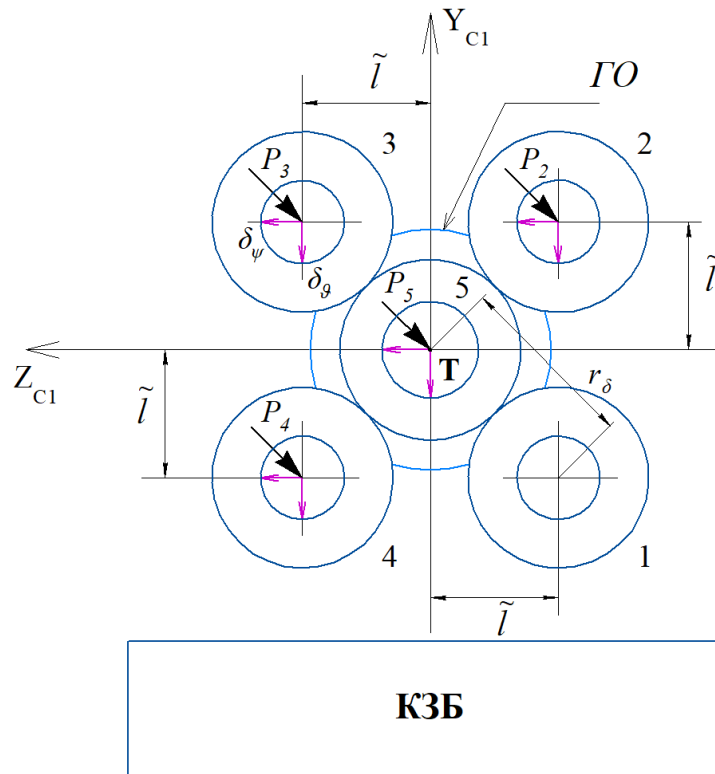


Рисунок 3.1 - Расположение отказавшего и работоспособных двигателей РН относительно КЗБ на примере отказа первого двигателя ($i = 1$) (вид сверху)

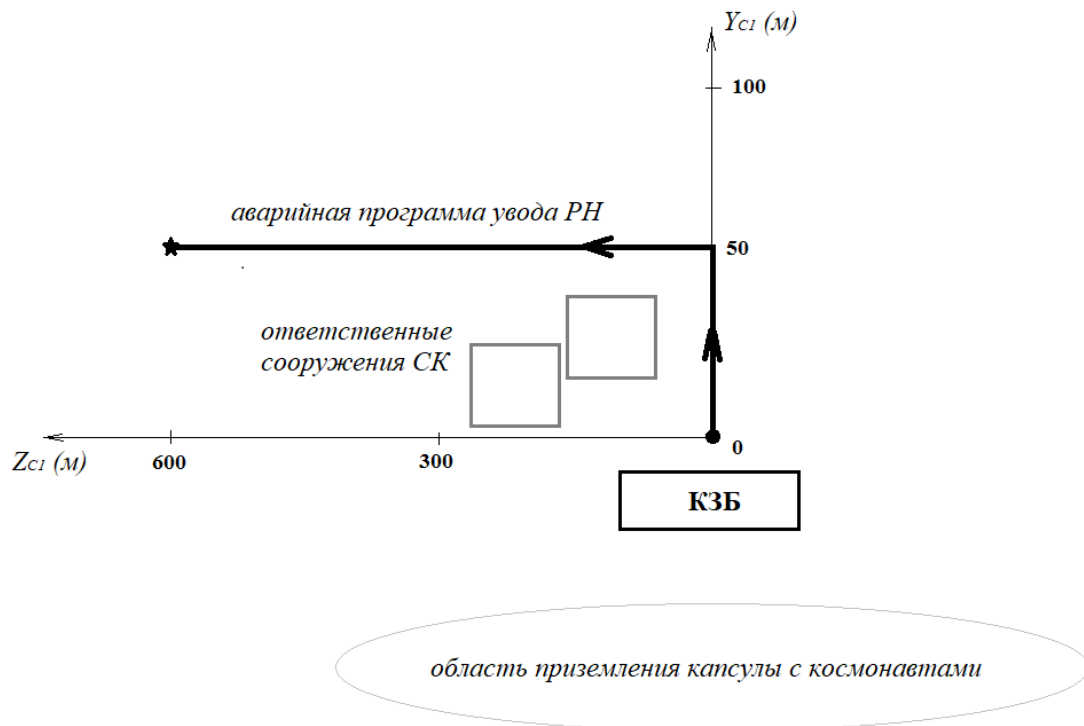


Рисунок 3.2 - Проекция требуемой траектории аварийного увода РН при отказе двигателя на горизонтальную плоскость относительно КЗБ и ответственных сооружений СК (вид сверху)

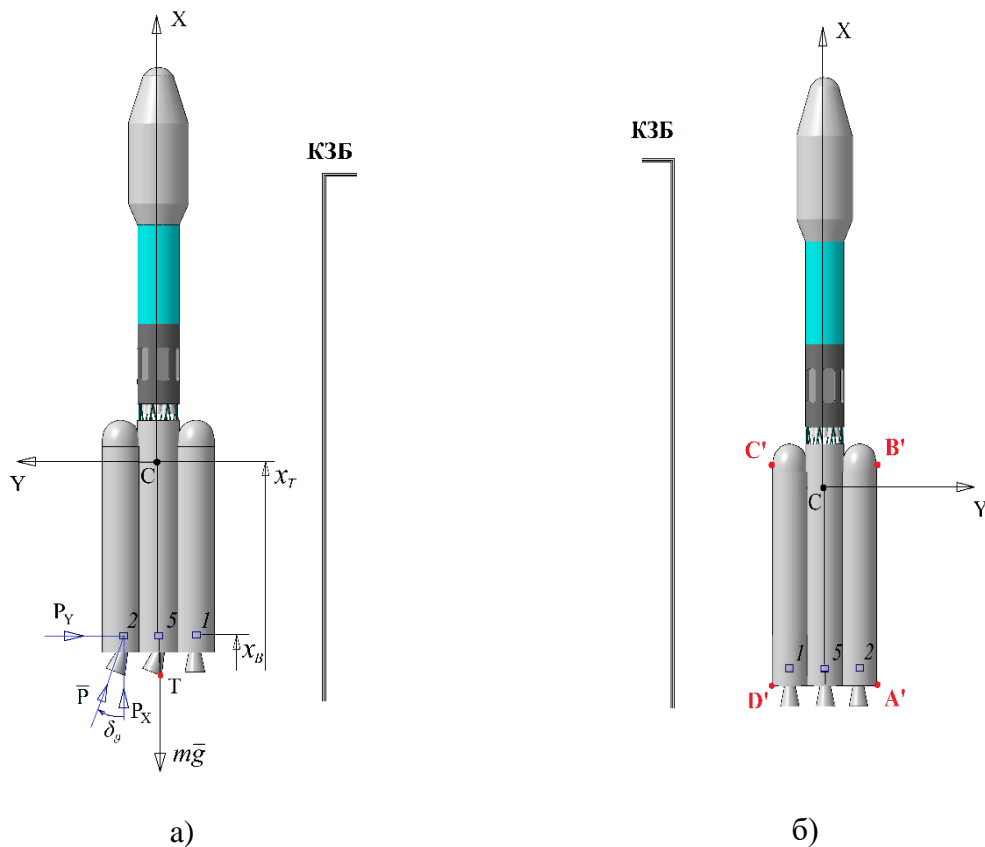


Рисунок 3.3 - Силы, действующие на РН на примере отказа первого двигателя (а) и габаритные точки РН (б)

3.2. Формирование математической модели РН как объекта управления в задаче управления аварийным уводом РН

На предварительных этапах решения задачи аварийного увода движение РН может быть описано с помощью системы линеаризованных уравнений с переменными коэффициентами. В качестве основного выхода системы рассматривается положение характерной хвостовой точки РН при выполнении условий моментной балансировки носителя. Управляющими воздействиями являются командные отклонения сопел двигателей РН в каналах тангажа и рыскания. Предполагается, что СУ угловым движением РН идеально отрабатывает командные значения этих углов, т.е. инерционные свойства рулевых приводов РД не учитываются.

3.2.1. Расчет моментной балансировки РН при отказе двигателя

При отказе одного из двигателей РН сопла работоспособных двигателей должны быть отклонены на балансировочные углы $\tilde{\delta}_\theta$, $\tilde{\delta}_\psi$. Значения этих углов подлежат расчету для момента t_0 наступления отказа с учетом номера отказавшего РД и при последующих расчетах

текущих значений углов отклонения сопел работоспособных двигателей $\delta_g(t)$, $\delta_\psi(t)$ рассматриваются заданными.

В работе задача моментной балансировки РН рассмотрена применительно к ситуации аварийного отключения первого двигателя. В соответствии с условием отказа двигателя $P_1 = \tilde{P}_1$ и с данными Таблицы 1.1, уравнение (1.12) при $t > t_0$ примет вид:

$$\begin{aligned} M_{P_x} &= (P_\Sigma z_T + \tilde{l}(P_2 - P_3 - P_4))\delta_g + (P_\Sigma y_T - \tilde{l}(P_2 + P_3 - P_4))\delta_\psi, \\ M_{P_y} &= -P_\Sigma(x_T - x_B)\delta_\psi - P_\Sigma z_T - \tilde{l}(P_2 - P_3 - P_4), \\ M_{P_z} &= -P_\Sigma(x_T - x_B)\delta_g + P_\Sigma y_T - \tilde{l}(P_2 + P_3 - P_4), \end{aligned} \quad (3.1)$$

где $P_\Sigma = \tilde{P}_1 + \sum_{i=2}^5 P_i$ - сумма тяг двигателей РН при отказавшем первом двигателе,

\tilde{P}_1 - тяга аварийного первого двигателя ($i = 1$).

Для обеспечения моментной балансировки РН при отказе одного из двигателей необходимо, чтобы сумма моментов РН в каналах тангажа и рыскания равнялась нулю $M_{P_i} + M_{A_i} = 0$. С учетом (3.1) и (1.13) это условие примет вид:

$$\begin{aligned} -P_\Sigma(x_T - x_B)\tilde{\delta}_\psi - P_\Sigma z_T - \tilde{l}(P_2 - P_3 - P_4) + \left(C_y^a(x_D - x_T)\frac{V_z}{V} + C_{x0}z_T \right) qS &= 0, \\ -P_\Sigma(x_T - x_B)\tilde{\delta}_g + P_\Sigma y_T - \tilde{l}(P_2 + P_3 - P_4) - \left(C_y^a(x_D - x_T)\frac{V_y}{V} + C_{x0}y_T \right) qS &= 0. \end{aligned} \quad (3.2)$$

В результате получаем балансировочные значения углов отклонения камер в каналах тангажа и рыскания:

$$\begin{aligned} \tilde{\delta}_g &= \frac{P_\Sigma y_T - \tilde{l}(P_2 + P_3 - P_4) - \left(C_y^a(x_D - x_T)\frac{V_y}{V} + C_{x0}y_T \right) qS}{P_\Sigma(x_T - x_B)}, \\ \tilde{\delta}_\psi &= \frac{-P_\Sigma z_T - \tilde{l}(P_2 - P_3 - P_4) + \left(C_y^a(x_D - x_T)\frac{V_z}{V} + C_{x0}z_T \right) qS}{P_\Sigma(x_T - x_B)}. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Таким образом, при решении задачи аварийного увода и моделировании движения РН при аварийном уводе необходимо учитывать балансировочные углы отклонения сопел работоспособных двигателей в канале тангажа и рыскания $\tilde{\delta}_g$, $\tilde{\delta}_\psi$, рассчитанные по формуле (3.3), при отказе первого двигателя в качестве начальных приближений.

3.2.2. Уравнения движения РН в стартовой-1 системе координат

В качестве основного выхода системы принята координата характерной хвостовой точки РН на стартовой плоскости. Поэтому необходимо перейти от проекций сил, действующих на РН, на оси связанной СК к проекциям на стартовую-1 (СТСК-1) систему координат (см. Главу 1).

В проекциях на оси СТСК-1 вектор сил тяги и аэродинамических сил описывается соотношениями:

$$\sum_{i=1}^2 \vec{F}_i = \vec{F}_P + \vec{F}_A = \begin{bmatrix} P_\Sigma - C_x qS \\ P_\Sigma \delta_g - C_y^\alpha qS V_y / V \\ -P_\Sigma \delta_\psi - C_y^\alpha qS V_z / V \end{bmatrix}. \quad (3.4)$$

Эти соотношения можно представить в виде

$$\sum_{i=1}^2 \vec{F}_i = \begin{bmatrix} F_{x0} \\ F_{y0} \\ F_{z0} \end{bmatrix} + F_V \begin{bmatrix} V \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix}, \quad (3.5)$$

где

$$\begin{bmatrix} F_{x0} \\ F_{y0} \\ F_{z0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_\Sigma - C_{x0} qS - F_V V \\ P_\Sigma \delta_g \\ -P_\Sigma \delta_\psi \end{bmatrix}, \quad (3.6)$$

$$F_V = -C_y^\alpha qS / V. \quad (3.7)$$

Перейдем в (3.5) от проекций сил на оси ССК к проекциям на оси СТСК-1

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \begin{bmatrix} F_{xC} \\ F_{yC} \\ F_{zC} \end{bmatrix} = M^T \begin{bmatrix} F_{x0} \\ F_{y0} \\ F_{z0} \end{bmatrix} + M^T F_V M \begin{bmatrix} V \\ V_{yC} \\ V_{zC} \end{bmatrix} = M^T \begin{bmatrix} F_{x0} \\ F_{y0} \\ F_{z0} \end{bmatrix} + F_V \begin{bmatrix} V \\ V_{yC} \\ V_{zC} \end{bmatrix}, \quad (3.8)$$

где

$$M = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \vartheta & \cos \psi \sin \vartheta & -\sin \psi \\ \sin \gamma \sin \psi \cos \vartheta - \cos \gamma \sin \vartheta & \cos \gamma \cos \vartheta + \sin \gamma \sin \psi \sin \vartheta & \sin \gamma \cos \psi \\ \sin \gamma \sin \vartheta + \cos \gamma \sin \psi \cos \vartheta & \cos \gamma \sin \psi \sin \vartheta - \sin \gamma \cos \vartheta & \cos \gamma \cos \psi \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

- матрица направляющих косинусов для перехода от СТСК-1 к ССК;

ϑ , ψ , γ - углы тангажа, рыскания и крена РН относительно СТСК-1.

При малых углах ϑ , ψ и γ матрица M (3.10) примет вид

$$M = \begin{bmatrix} 1 & \vartheta & -\psi \\ -\vartheta & 1 & \gamma \\ \psi & -\gamma & 1 \end{bmatrix}^T. \quad (3.10)$$

При условии $\gamma = 0$ и с учетом операции транспонирования (3.10) перепишем в виде:

$$M^T = \begin{bmatrix} 1 & -\vartheta & \psi \\ \vartheta & 1 & 0 \\ -\psi & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Тогда (3.8) можно переписать следующим образом:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^2 \vec{F}_i &= \begin{bmatrix} 1 & -\vartheta & \psi \\ \vartheta & 1 & 0 \\ -\psi & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_\Sigma - C_{x0}qS - F_V V \\ P_\Sigma \delta_\vartheta \\ -P_\Sigma \delta_\psi \end{bmatrix} - F_V \begin{bmatrix} -V \\ V_{yC} \\ V_{zC} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} P_\Sigma - C_{x0}qS - F_V V - P_\Sigma \delta_\vartheta \vartheta - P_\Sigma \delta_\psi \psi + F_V V \\ (P_\Sigma - C_{x0}qS - F_V V)\vartheta + P_\Sigma \delta_\vartheta - F_V V_{yC} \\ -(P_\Sigma - C_{x0}qS - F_V V)\psi - P_\Sigma \delta_\psi - F_V V_{zC} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} P_\Sigma - C_{x0}qS - P_\Sigma \delta_\vartheta \vartheta - P_\Sigma \delta_\psi \psi \\ P_\Sigma (\vartheta + \delta_\vartheta) - C_{x0}qS \vartheta - \frac{C_y^\alpha qS}{V} V \vartheta - \frac{C_y^\alpha qS}{V} V_{yC} \\ -P_\Sigma (\psi + \delta_\psi) + C_{x0}qS \psi + \frac{C_y^\alpha qS}{V} V \psi - \frac{C_y^\alpha qS}{V} V_{zC} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_\Sigma (1 - \delta_\vartheta \vartheta - \delta_\psi \psi) - C_{x0}qS \\ P_\Sigma (\vartheta + \delta_\vartheta) - (C_{x0} - C_y^\alpha)qS \vartheta - \frac{C_y^\alpha qS}{V} V_{yC} \\ -P_\Sigma (\psi + \delta_\psi) + (C_{x0} + C_y^\alpha)qS \psi - \frac{C_y^\alpha qS}{V} V_{zC} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Таким образом, упрощенная система уравнений продольного движения РН в СТСК-1, примет следующий вид:

$$\begin{aligned} \dot{h} &= V_h, \\ \dot{y}_C &= V_{yC}, \\ \dot{V}_h &= (P_\Sigma - mg + X_a) / m, \\ \dot{V}_y &= P_\Sigma (\vartheta + \delta_\vartheta) - (X_a - Y_a)\vartheta - Y_a / m, \\ \dot{\omega}_z &= (-P_\Sigma (x_T - x_B)(\vartheta - \delta_\vartheta) + (X_a - Y_a)y_T \vartheta - Y_a(x_D - x_T) + (P_i - \tilde{P}_i)\tilde{l}) / I_z, \\ \dot{\vartheta} &= \omega_z. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Уравнения для высоты полета h и скорости РН V_h не зависят от остальных уравнений системы (3.11). В главе 2 были получены явные зависимости функций $h(t)$, $V_h(t)$ от времени в аналитическом виде. Эти зависимости также будем использовать при решении задачи управления аварийного увода РН:

$$\begin{aligned}
V_h &= \frac{1}{\sqrt{b}} th \frac{\sqrt{b}}{a} t, \\
h &= h_0 + \int V dt = h_0 + \frac{a}{b} \ln ch \frac{\sqrt{b}}{a} t,
\end{aligned} \tag{3.12}$$

где

$$a = \frac{m}{P_\Sigma - mg}, \quad b = \frac{C_{x0} \rho S}{2(P_\Sigma - mg)}$$

и начальные условия: $V_h(t_0) = V_0$, $h(t_0) = h_0$.

Таким образом, порядок системы уравнений продольного движения РН (3.11) в СТСК-1 с учетом (3.12) сокращен с шестого до четвертого.

3.2.3. Уравнения движения на этапе увода РН в векторно-матричном виде

При решении задачи аварийного увода нелинейная модель движения (1.1) может быть представлена в виде линейной системы уравнений с переменными по времени параметрами. Движение РН в каналах тангажа и рыскания рассмотрим отдельно, предварительно выполнив линеаризацию уравнений движения с учетом малости углов ϑ , δ_ϑ , ψ , δ_ψ , полагая $\sin \vartheta \approx \vartheta$, $\cos \vartheta \approx 1$, $\sin \delta_\vartheta \approx \delta_\vartheta$, $\cos \delta_\vartheta \approx 1$.

Для канала тангажа (плоскость $O_{C1} X_{C1} Y_{C1}$) система уравнений (3.11) в СТСК-1 с учетом сокращения порядка примет вид:

$$\begin{aligned}
\dot{V}_{yC} &= \frac{P_\Sigma}{m} (\vartheta + \delta_\vartheta) - (C_{x0} - C_y^\alpha) \frac{\rho V^2 S}{2m} \vartheta - \frac{C_y^\alpha \rho V S}{2m} V_{yC}, \\
\dot{\omega}_z &= -\frac{P_\Sigma (x_T - x_B)}{I_z} (\vartheta - \delta_\vartheta) + \frac{(P_1 - \tilde{P}_1) \tilde{l}}{I_z} + (C_{x0} - C_y^\alpha) \frac{\rho V^2 S y_T}{2I_z} \vartheta - \frac{C_y^\alpha \rho V S (x_D - x_T)}{2I_z} V_{yC}, \\
\dot{y}_C &= V_{yC}, \\
\dot{\vartheta} &= \omega_z.
\end{aligned}$$

Сгруппировав члены относительно компонент вектора состояния, получим:

$$\begin{aligned}
\dot{V}_{yC} &= -\frac{C_y^\alpha \rho V S}{2m} V_{yC} + \frac{2P_\Sigma - (C_{x0} - C_y^\alpha) \rho V^2 S}{2m} \vartheta + \frac{P_\Sigma}{m} \delta_\vartheta, \\
\dot{\omega}_z &= -\frac{C_y^\alpha \rho V S (x_D - x_T)}{2I_z} V_{yC} + \frac{(C_{x0} - C_y^\alpha) \rho V^2 S y_T - 2P_\Sigma (x_T - x_B)}{2I_z} \vartheta + \\
&\quad + \frac{P_\Sigma (x_T - x_B)}{I_z} \delta_\vartheta + \frac{(P_1 - \tilde{P}_1) \tilde{l}}{I_z}, \\
\dot{y}_C &= V_{yC}, \\
\dot{\vartheta} &= \omega_z.
\end{aligned} \tag{3.13}$$

Уравнение выхода – хвостовой характерной точки РН в канале рысканья:

$$y_{xв} = y_C - x_T \mathcal{G}.$$

Для канала рыскания (плоскость $O_{C1} X_{C1} Z_{C1}$) система уравнений (3.11) примет вид:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{zC} &= -\frac{P_{\Sigma}}{m}(\psi + \delta_{\psi}) + (C_{x0} + C_y^{\alpha}) \frac{\rho V^2 S}{2m} - \frac{C_y^{\alpha} \rho V S}{2m} V_{zC}, \\ \dot{\omega}_y &= \frac{P_{\Sigma}(x_T - x_B)}{I_y}(\psi + \delta_{\psi}) - \frac{(C_{x0} + C_y^{\alpha}) \rho V^2 S z_T}{2I_y} \psi + \frac{C_y^{\alpha} \rho V S (x_D - x_T)}{2I_y} V_{zC} + \frac{(P_1 - \tilde{P}_1) \tilde{l}}{I_y}, \\ \dot{z}_C &= V_{zC}, \\ \dot{\psi} &= \omega_y, \end{aligned}$$

или, сгруппировав члены относительно компонент вектора состояния, получим систему уравнений движения РН в канале рыскания:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{zC} &= -\frac{C_y^{\alpha} \rho V S}{2m} V_{zC} + \frac{(C_{x0} + C_y^{\alpha}) \rho V^2 S - 2P_{\Sigma}}{2m} \psi - \frac{P_{\Sigma}}{m} \delta_{\psi}, \\ \dot{\omega}_y &= \frac{C_y^{\alpha} \rho V S (x_D - x_T)}{2I_y} V_{zC} + \frac{2P_{\Sigma}(x_T - x_B) - (C_{x0} + C_y^{\alpha}) \rho V^2 S z_T}{2I_y} \psi + \\ &\quad + \frac{P_{\Sigma}(x_T - x_B)}{I_y} \delta_{\psi} + \frac{(P_1 - \tilde{P}_1) \tilde{l}}{I_y}, \\ \dot{z}_C &= V_{zC}, \\ \dot{\psi} &= \omega_y. \end{aligned} \tag{3.14}$$

Уравнение выхода – хвостовой характерной точки РН в соответствующем канале:

$$z_{xв} = z_C - x_T \Psi.$$

Системы уравнений (3.13) и (3.14) для каналов тангажа и рыскания перепишем в нормальной форме Коши. Тогда для рассматриваемой задачи уравнение состояния примет общий вид:

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x(t) + B(t)u(t) + \tilde{F}(t). \tag{3.15}$$

В этом уравнении для канала тангажа:

$$x_g = \left[V_{yC} \quad \omega_z \quad y_C \quad \mathcal{G} \right]_{4 \times 1}^T - \text{вектор состояния,}$$

$$u_g = \left[\delta_g \right]_{1 \times 1} - \text{управляющая переменная,}$$

$$A_g = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & a_{14} \\ a_{21} & 0 & 0 & a_{24} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{4 \times 4} \text{ - динамическая матрица с элементами}$$

$$a_{11} = -C_y^\alpha \rho V S / 2m, \quad a_{14} = [2P_\Sigma - (C_{x0} - C_y^\alpha) \rho V^2 S] / 2m,$$

$$a_{21} = C_y^\alpha \rho V S (x_D - x_T) / 2I_z, \quad a_{24} = [(C_{x0} - C_y^\alpha) \rho V^2 S y_T - 2P_\Sigma (x_T - x_B)] / 2I_z$$

$$B_g = [b_{11} \quad b_{21} \quad 0 \quad 0]_{4 \times 1}^T \text{ - матрица управления с элементами}$$

$$b_{11} = P_\Sigma / m, \quad b_{21} = -P_\Sigma (x_T - x_B) / I_z,$$

$$\tilde{F}_g = [0 \quad \xi_{21} \quad 0 \quad 0]_{4 \times 1}^T \text{ - вектор возмущения, вызванного отказом первого двигателя с элементом } \tilde{F}_{21} = (P_1 - \tilde{P}_1) \tilde{l} / I_z.$$

Уравнение выхода в данной задаче:

$$y(t) = C(t)x(t). \quad (3.16)$$

Тогда компоненты уравнения выхода (3.16) для канала тангажа:

$$y_g = [V_{yC} \quad \omega_z \quad y_{xg} \quad \mathcal{G}]_{4 \times 1}^T \text{ - вектор выходных параметров системы,}$$

$$C_g = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & c_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{4 \times 4} \text{ - матрица выхода с элементом } c_{34} = x_T,$$

$$D_g = [0]_{4 \times 1} \text{ - матрица прямой связи (в данном случае нулевая матрица),}$$

$$e_g = y_g - z_g \text{ - вектор ошибки отслеживания заданной программы управления,}$$

$$z_g = [0 \quad 0 \quad y_{xg}^* \quad 0] \text{ - вектор желаемых величин.}$$

Компоненты уравнения измерений (3.15) для канала рыскания:

$$x_\psi = [V_{zC} \quad \omega_y \quad z_C \quad \psi]_{4 \times 1}^T \text{ - вектор состояния,}$$

$$u_\psi = [\delta_\psi]_{1 \times 1} \text{ - управляющая переменная,}$$

$$A_\psi = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & a_{14} \\ a_{21} & 0 & 0 & a_{24} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{4 \times 4} \quad - \text{динамическая матрица с элементами}$$

$$a_{11} = -C_y^\alpha \rho V S / 2m, \quad a_{14} = [(C_{x0} + C_y^\alpha) \rho V^2 S - 2P_\Sigma] / 2m,$$

$$a_{21} = C_y^\alpha \rho V S (x_D - x_T) / 2I_y, \quad a_{24} = [2P_\Sigma (x_T - x_B) - (C_{x0} + C_y^\alpha) \rho V^2 S z_T] / 2I_y.$$

$$B_\psi = [b_{11} \quad b_{21} \quad 0 \quad 0]_{4 \times 1}^T \quad - \text{матрица управления с элементами}$$

$$b_{11} = -P_\Sigma / m, \quad b_{21} = -P_\Sigma (x_T - x_B) / I_y,$$

$$\tilde{F}_\psi = [0 \quad \xi_{21} \quad 0 \quad 0]_{4 \times 1}^T \quad - \text{вектор возмущения, вызванного отказом 1-го двигателя с}$$

элементом $\tilde{F}_{21} = -(P_1 - \tilde{P}_1) \tilde{l} / I_y$.

Компоненты уравнения выхода (3.16) для канала рыскания:

$$y_\psi = [V_{zC} \quad \omega_y \quad z_{xв} \quad \psi]_{4 \times 1}^T \quad - \text{вектор выходных параметров системы,}$$

$$C_\psi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & c_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{4 \times 4} \quad - \text{матрица выхода с элементом } c_{34} = x_T,$$

$$D_\psi = [0]_{4 \times 1} \quad - \text{матрица прямой связи (в данном случае нулевая матрица),}$$

$$e_\psi = y_\psi - z_\psi \quad - \text{вектор ошибки отслеживания заданной программы управления,}$$

$$z_\psi = [0 \quad 0 \quad z_{xв}^* \quad 0] \quad - \text{вектор желаемых значений выходов системы.}$$

3.3. Решение задачи управления аварийным уводом РН с применением решения задачи АКОР с управляемым выходом

Оптимальное управление линейной нестационарной системой (3.15) - (3.16) можно найти путем решения задачи АКОР с управляемым выходом, особенностью которой является учет вектора входа в уравнении состояния $\tilde{F}(t) \neq 0$. Решение задачи АКОР в такой обобщенной постановке получено в Главе 1. Для рассматриваемой системы (3.15) - (3.16), оптимальное управление (1.23) с учетом $D(t)u(t) = 0$ записывается следующим образом:

$$u^*(t) = R^{-1}(t)B^T(t)[g(t) - K(t)x(t)], \quad (3.17)$$

где

$$\frac{dK}{dt} = -A^T K - KA + KBR^{-1}B^T K - C^T QC \quad (3.18)$$

с граничным условием: $K(t_K) = C^T(t_K)FC(t_K)$,

$$\frac{dg}{dt} = (KBR^{-1}B^T - A^T)g - C^T Qz + K\tilde{F}, \quad (3.19)$$

с граничным условием: $g(t_K) = C^T(t_K)Fz(t_K)$.

Состав весовых матриц F , R , Q квадратичного критерия (1.17):

$$F = \begin{bmatrix} f_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & f_{44} \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad R = [r].$$

С учетом состава векторов выхода $y_g(t)$ и желаемого выхода $z_g(t)$, критерий (1.17)

примет следующий конечный вид:

$$J_g = \frac{1}{2}(f_{g11}V_y^2(t_K) + f_{g22}\omega_z^2(t_K) + f_{g33}(y_{xg}(t_K) - y_{xg}^*(t_K))^2 + f_{g44}\mathcal{G}^2(t_K)) + \\ + \frac{1}{2} \int_0^{t_K} (q_{g33}(y_{xg}(t) - y_{xg}^*(t))^2 + r_g \delta_g^2(t)) dt. \quad (3.20)$$

Для канала рыскания критерий (1.17) записывается аналогично:

$$J_\psi = \frac{1}{2}(f_{\psi11}V_z^2(t_K) + f_{\psi22}\omega_y^2(t_K) + f_{\psi33}(z_{xg}(t_K) - z_{xg}^*(t_K))^2 + f_{\psi44}\psi^2(t_K)) + \\ + \frac{1}{2} \int_0^{t_K} (q_{\psi33}(z_{xg}(t) - z_{xg}^*(t))^2 + r_\psi \delta_\psi^2(t)) dt. \quad (3.21)$$

Оптимальные законы управления для каналов тангажа и рыскания примут вид:

$$\delta_g^*(t) = K_{V_y}(t)V_y + K_{\omega_z}(t)\omega_z + K_y(t)y + K_g(t)\mathcal{G} + K_{\delta_g}^*, \quad (3.22)$$

$$\delta_\psi^*(t) = K_{V_z}(t)V_z + K_{\omega_y}(t)\omega_y + K_z(t)z + K_\psi(t)\psi + K_{\delta_\psi}^*. \quad (3.23)$$

Члены уравнений (3.17) и (3.22) для канала тангажа (3.17) и (3.23) для канала рыскания можно соотнести следующим образом:

$$\begin{bmatrix} K_{V_y} & K_{\omega_z} & K_y & K_g \end{bmatrix} = -(R + D^T(t)QD(t))^{-1}(B^T K(t) + D^T(t)QC(t)), \\ K_{\delta_g}^* = (R + D^T(t)QD(t))^{-1}(B^T g(t) + D^T(t)Qz(t)). \quad (3.24)$$

$$\begin{bmatrix} K_{Vz} & K_{\omega y} & K_z & K_{\psi} \end{bmatrix} = -(R + D^T(t)QD(t))^{-1}(B^T K(t) + D^T(t)QC(t)),$$

$$K_{\delta\psi}^* = (R + D^T(t)QD(t))^{-1}(B^T g(t) + D^T(t)Qz(t)). \quad (3.25)$$

3.4. Анализ характеристик отказа двигателя РН

Характеристиками отказа двигателя являются номер аварийного двигателя и момент времени отказа. В Таблицах 3.1, 3.2 и на Рисунке 3.4 представлены значения критериев J_g и J_{ψ} для каналов тангажа и рыскания при варьировании значений этих характеристик. Для расчета критериев задавались начальные приближения весовых матриц и варьировались момент отказа и номер аварийного двигателя. Далее осуществлялось уточнение элементов весовых матриц для конкретных вариантов отказа двигателя РН путем решения оптимизационной задачи (см. Раздел 3.5).

Таблица 3.1 - Значения критерия J_g при варьировании номера отказавшего двигателя и времени отказа (канал тангажа)

$i \backslash t_0$ (с)	2	4	6	8	10
1	0.4967	0.4889	0.4805	0.4717	0.4628
2	0.4943	0.4860	0.4784	0.4698	0.4607
3	0.4943	0.4860	0.4784	0.4698	0.4607
4	0.4967	0.4889	0.4805	0.4717	0.4628
5	0.4899	0.4851	0.4744	0.4659	0.4598

Таблица 3.2 - Значения критерия J_{ψ} при варьировании номера отказавшего двигателя и времени отказа (канал рыскания)

$i \backslash t_0$ (с)	2	4	6	8	10
1	10.0194	4.7454	4.6871	4.6289	4.5698
2	9.9663	4.7419	4.6836	4.6244	4.5655
3	9.9663	4.7419	4.6836	4.6244	4.5655
4	10.0194	4.7454	4.6871	4.6289	4.5698
5	9.4671	4.7398	4.6789	4.6122	4.5604

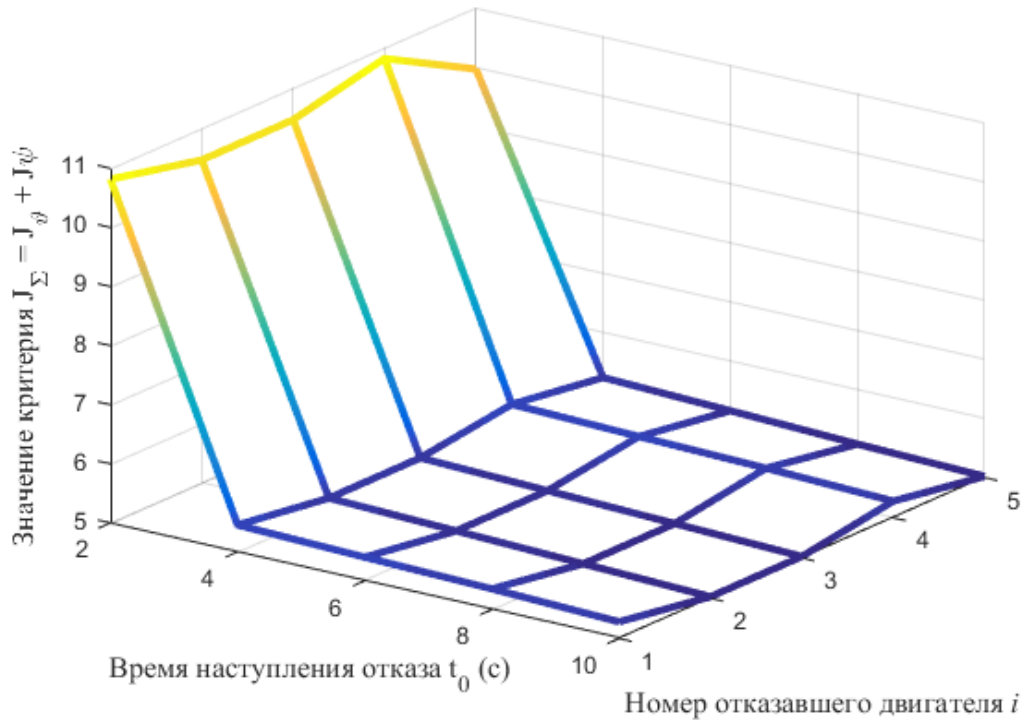


Рисунок 3.4 - Зависимость суммарного критерия ($J_\Sigma = J_\phi + J_\psi$) от номера отказавшего двигателя (i) и времени наступления отказа (t_0)

Как следует из Рисунка 3.4, при изменении времени наступления отказа и номера двигателя наибольшие и одинаковые значения критерия возникают при отказах первого и четвертого двигателей (т. е. при $i = 1, 4$) на второй секунде полета (т. е. при $t_0 = 2$ с). Более раннему моменту наступления отказа каждого из пяти двигателей соответствует большее значение критерия. Для центрального двигателя (т. е. при $i = 5$), а также для РД, расположенных на противоположной стороне по отношению к КЗБ ($i = 2, 3$), значение критерия меньше, чем для двигателей, ближайших к КЗБ ($i = 1, 4$).

Такие численные результаты обусловлены следующими факторами: чем раньше происходит отказ, тем меньше скорость РН. Кроме того, при отказе двигателей РН уведется в направлении от КЗБ, поэтому при отказе первого и четвертого двигателей необходимо увеличивать углы отклонения сопел относительно их балансировочных значений. А при отказе второго и третьего двигателей дополнительные углы отклонения сопел уменьшаются.

В качестве примера численных результатов моделирования при отказе двигателя был рассмотрен один из двух наихудших случаев - отказ первого двигателя РН ($i = 1$) на второй секунде полета ($t_0 = 2$ с). Кроме того, при моделировании были рассмотрены разные типы отказов первого двигателя со снижением тяги до уровней 0%, 25%, 50%, 75% (см. Рисунок 3.5).

Из Рисунка 3.5 следует, что наихудшим (и очевидным) типом отказа первого двигателя является полный отказ со снижением тяги до нуля.

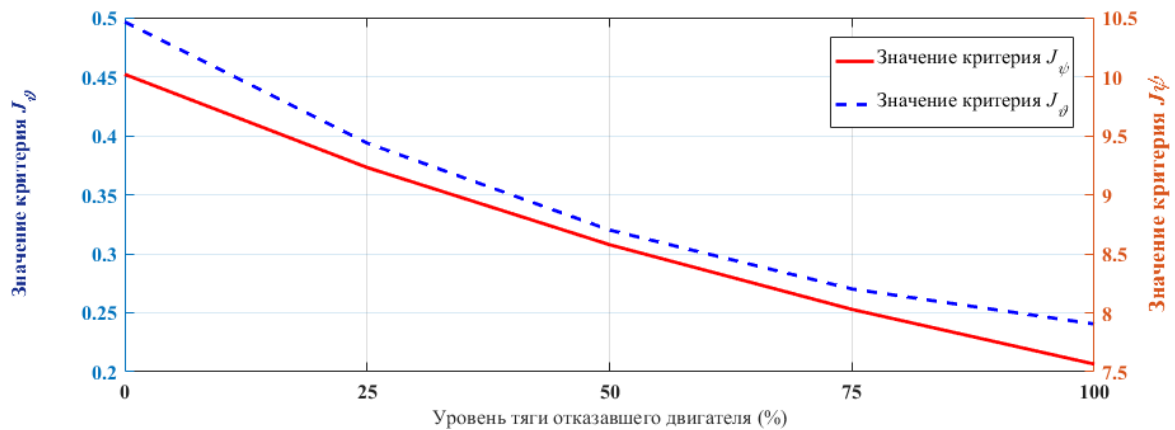


Рисунок 3.5 - Значения критериев в канале тангажа и рыскания в зависимости от уровня тяги аварийного первого двигателя

3.5. Выбор элементов весовых матриц F , Q , R

Первым этапом численного решения задачи оптимизации весовых матриц является расчет коэффициентов законов управления (3.24) и (3.25) путем интегрирования системы (3.18), (3.19) в обратном времени с соответствующими граничными условиями. Входными данными является значение вектора $z(t_K)$ в момент окончания траектории аварийного увода.

Вторым этапом является непосредственное моделирование движения РН (3.15), (3.16) с оптимальными регуляторами (3.22), (3.23) с использованием на каждом шаге интегрирования значений коэффициентов:

-для канала тангажа $K_{V_y}, K_{\omega_z}, K_y, K_\theta, K_{\delta\theta}^*$,

-для канала рыскания $K_{V_z}, K_{\omega_y}, K_z, K_\psi, K_{\delta\psi}^*$,

рассчитанных на первом этапе. Такой алгоритм решения задачи аварийного увода РН аналогичен алгоритму для увода струй РН, представленному в Главе 2 на Рисунке 2.5.

Значения элементов весовых матриц для критериев (3.20) и (3.21) могут быть найдены методом перебора и моделировании системы на каждой итерации выбора весовых коэффициентов, как альтернатива к предложенным ранее методам [79, 80].

На каждом шаге поиска проводилось моделирование замкнутой СУ движением РН и при заданном наборе весовых параметров анализировались основные параметры движения и параметры выхода РН.

В качестве начального приближения были приняты значения весовых коэффициентов, указанные в Таблице 3.3.

Таблица 3.3 - Начальные приближения компонент матриц F, R, Q для соответствующих каналов

Канал тангажа	Канал рыскания
$f_{g11} = 0.5 (c^2 / m^2),$ $f_{g22} = 0.5 (c^2),$ $f_{g33} = 7 (1 / m^2),$ $f_{g44} = 12,$ $q_{g33} = 0.5 (1 / m^2),$ $r_g = 3.$	$f_{\psi 11} = 0.1 (c^2 / m^2),$ $f_{\psi 22} = 0.1 (c^2),$ $f_{\psi 33} = 5 (1 / m^2),$ $f_{\psi 44} = 10 ,$ $q_{\psi 33} = 0.1 (1 / m^2),$ $r_{\psi} = 10.$

Выбор весовых коэффициентов основан на трех основных факторах: движение РН на допустимом расстоянии от сооружений СК, потеря энергетика и выполнение заданных конечных условий. В результате решения задачи определения весовых коэффициентов для каналов тангажа и рыскания были получены коэффициенты, указанные в Таблице 3.4.

Таблица 3.4 - Оптимальные значения весовых коэффициентов в каналах тангажа и рыскания

Канал тангажа	Канал рыскания
$f_{g11} = 0.33 (c^2 / m^2),$ $f_{g22} = 0.53 (c^2),$ $f_{g33} = 6.83 (1 / m^2),$ $f_{g44} = 12.14,$ $q_{g33} = 0.006 (1 / m^2),$ $r_g = 2.97.$	$f_{\psi 11} = 0.004 (c^2 / m^2),$ $f_{\psi 22} = 0.08 (c^2),$ $f_{\psi 33} = 4.98 (1 / m^2),$ $f_{\psi 44} = 8.99 ,$ $q_{\psi 33} = 0.12 (1 / m^2),$ $r_{\psi} = 10.1.$

3.6. Численные результаты решения задачи управления аварийным уводом РН

Функционирование замкнутой СУ движением РН на участке полета первой ступени РН при отказе двигателя проводилось в системе программирования MATLAB. Результаты моделирования движения РН в канале тангажа представлены в виде графиков на Рисунках 3.6 – 3.11, а в канале рыскания: Рисунки 3.12 – 3.17.

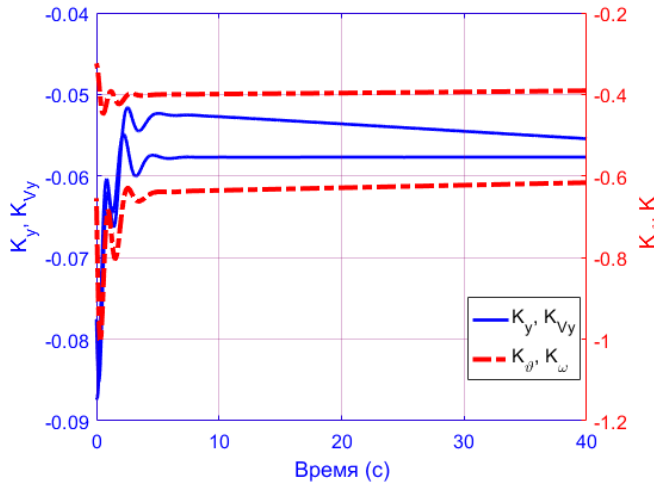


Рисунок 3.6 - Коэффициенты регулятора СУ РН в канале тангажа

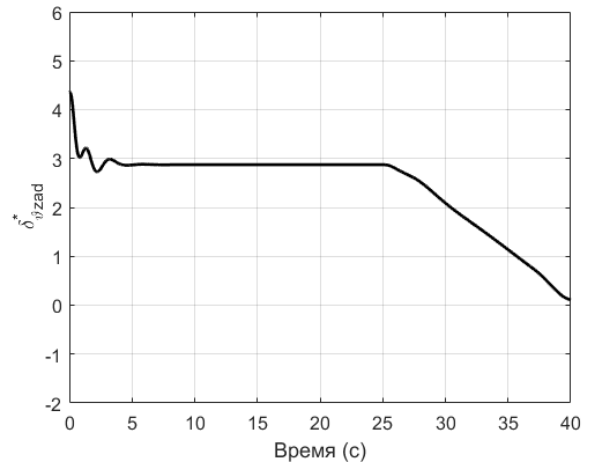


Рисунок 3.7 - Коэффициент $K_{\delta\theta}^*$ регулятора СУ РН в канале тангажа

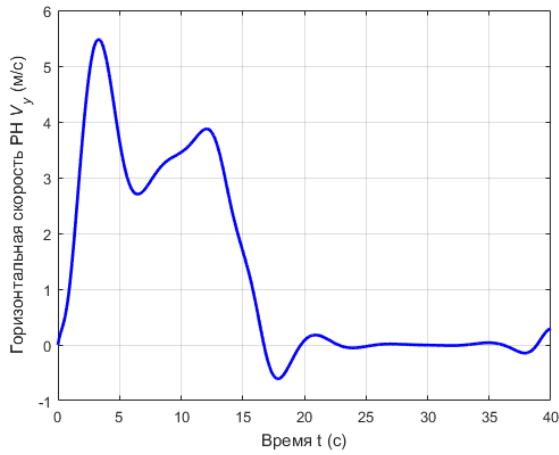


Рисунок 3.8 - Горизонтальная скорость РН в канале тангажа

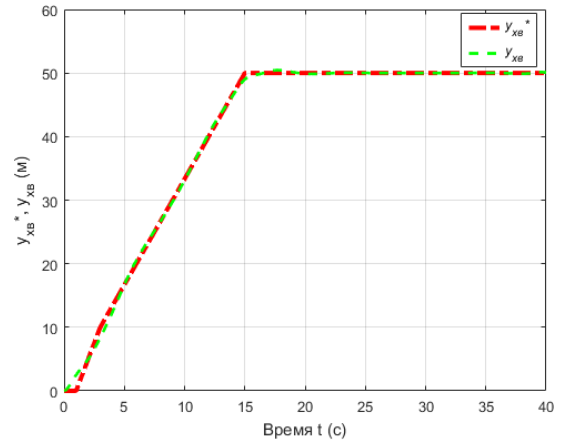


Рисунок 3.9 - Заданное (y_{xe}^*) и текущее (y_{xe}) положения характерной точки РН в канале тангажа

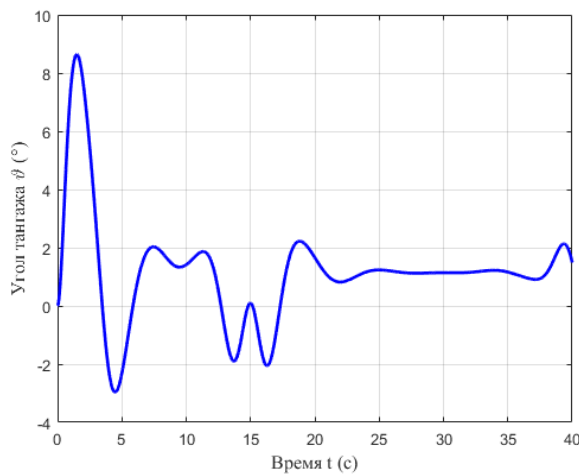


Рисунок 3.10 - Угол тангажа РН

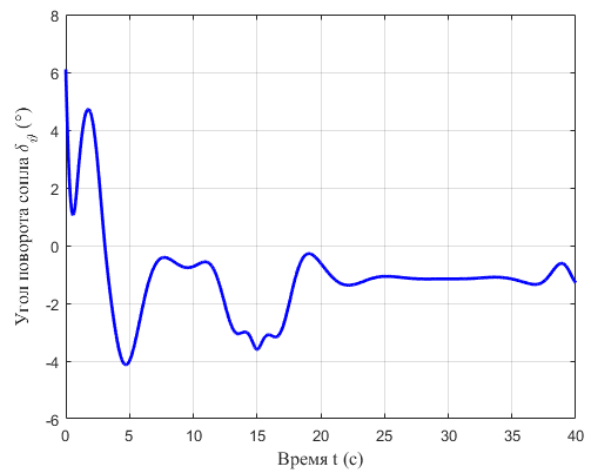


Рисунок 3.11 - Угол поворота сопел двигателей РН в канале тангажа

Результаты моделирования в канале рыскания:

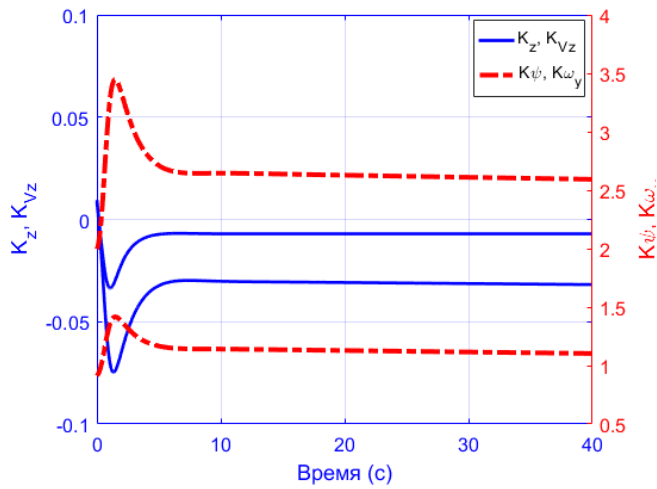


Рисунок 3.12 - Коэффициенты регулятора СУ РН в канале рыскания

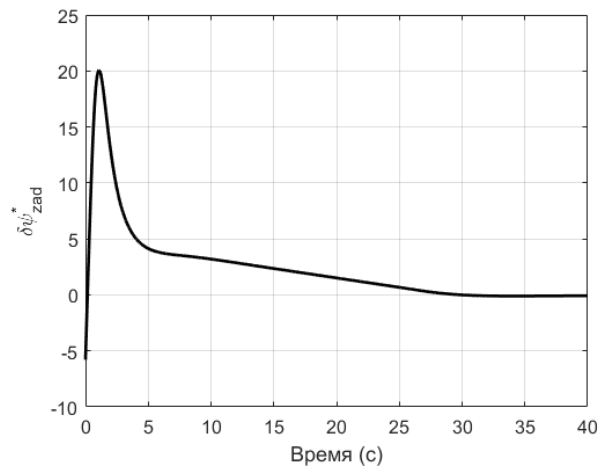


Рисунок 3.13 - Коэффициент $K_{\delta\psi}^*$ регулятора СУ РН в канале рыскания

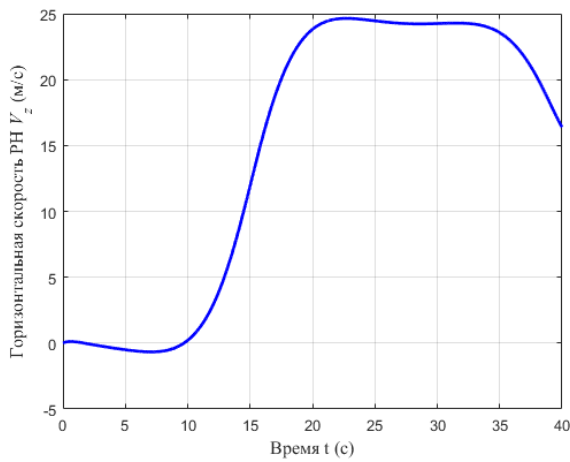


Рисунок 3.14 - Горизонтальная скорость РН в канале рыскания

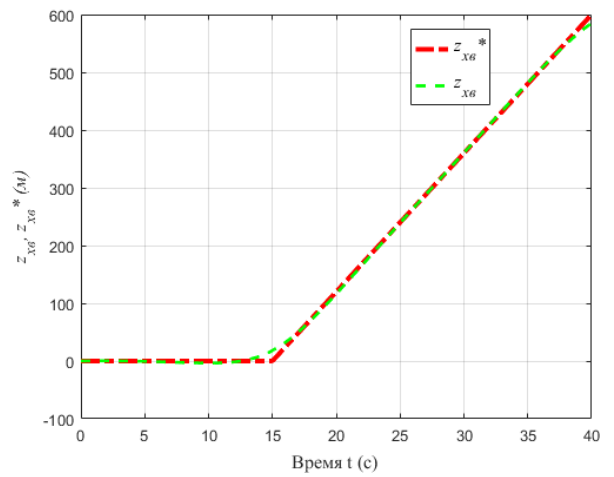


Рисунок 3.15 - Заданное (z_{xg}^*) и текущее (z_{xg}) положения характерной точки РН в канале рыскания

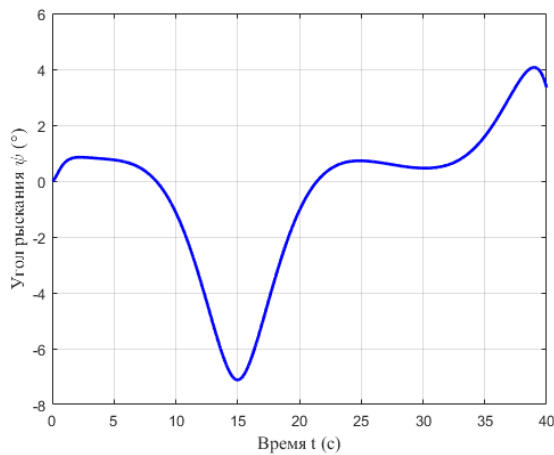


Рисунок 3.16 - Угол рыскания РН

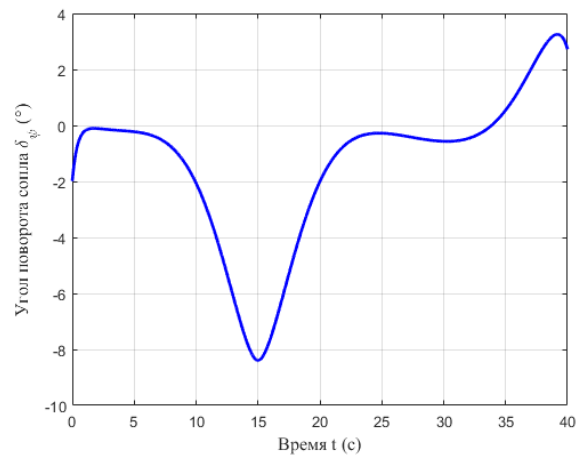


Рисунок 3.17 - Угол поворота сопел двигателей РН в канале рыскания

Как видно из рисунков, коэффициенты регуляторов являются переменными по времени. При выполнении аварийного увода РН по заданной программе увода основные параметры движения РН на рассматриваемом участке изменяются не слишком сильно. Например, углы тангажа, рыскания и отклонения сопел в соответствующих каналах не превышают 10° . Горизонтальная скорость РН в каналах тангажа и рыскания изменяется в соответствии с заданной программой увода, т.е. вначале выполняется маневр в канале тангажа, а затем - в канале рыскания.

Оптимальные регуляторы (3.22), (3.23), сформированные с использованием упрощенной модели движения РН, были исследованы в составе полной пространственной модели движения РН. Проекция траекторий характерной точки РН на горизонтальную плоскость, рассчитанные с использованием приближенной и полной моделей, представлены на Рисунке 3.18.

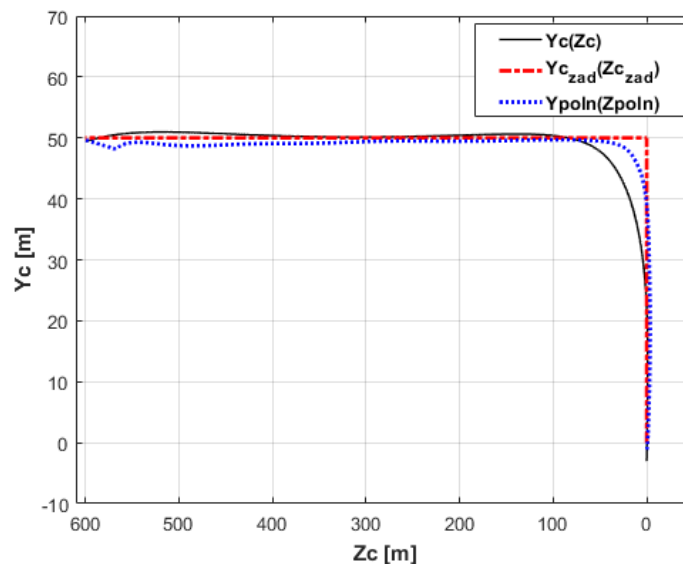


Рисунок 3.18 - Проекция траекторий увода РН на горизонтальную плоскость, рассчитанные при упрощенной ($y_{xв}(z_{xв})$) и пространственной ($\tilde{y}_{xв}(\tilde{z}_{xв})$) моделях, а также заданная траектория характерной точки ($y_{xв}^*(z_{xв}^*)$) РН

Как видно из Рисунка 3.18, оптимальные законы управления, рассчитанные с использованием упрощенной модели движения РН, обеспечивают удовлетворительное качество управления при рассмотрении полной модели движения аппарата на траектории увода. В окрестности точки разворота траектория, рассчитанная с помощью полной модели, даже оказывается лучше траектории, полученной при приближенной модели (см. Рисунок 3.18).

Траектории габаритных точек (см. Рисунок 3.3,б), вычисляемые для проверки требования безударности РН с КЗБ при отказе двигателя, рассчитанные с помощью полной пространственной модели, представлены на Рисунок 3.19.

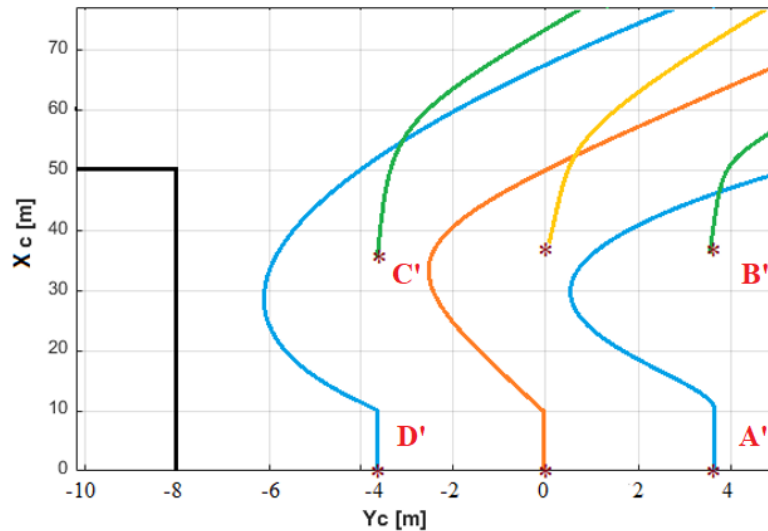


Рисунок 3.19 - Траектории габаритных точек РН (А', В', С', D') при отказе двигателя

Из Рисунка 3.19 следует, что алгоритмы управления движением, сформированные с использованием упрощенной модели движения РН, подтверждают свою эффективность при моделировании этих алгоритмов в составе полной пространственной модели движения РН с точки зрения выполнения требования безударности РН с КЗБ при отказе двигателя.

3.7. Выводы по Главе 3

В Главе 3 разработана методика решения задачи управления уводом РН от сооружений СК при отказе двигателя, обеспечивающая реализацию аварийной программы увода РН. С использованием методики решения задачи АКОР с управляемым выходом, изложенной в Главе 1 работы, проведен структурный и параметрический синтез законов управления в каналах тангажа и рыскания РН для задачи управления аварийным уводом РН.

Функционирование замкнутой СУ движением РН проанализировано при различных ситуациях отказа двигателя РН путем варьирования времени наступления отказа и номера аварийного двигателя. В качестве конкретного численного примера рассмотрен один из наихудших вариантов отказа – отказ первого двигателя на второй секунде полета. Проанализированы различные варианты отказа, приводящие к снижению уровня тяги аварийного двигателя, среди которых, естественно, худшим вариантом является полный отказ двигателя, т.е. снижения тяги аварийного двигателя до нуля.

Эффективность полученного решение подтверждена численными результатами моделирования: величина отклонения проекции траектории характерной точки РН на горизонтальную плоскость от требуемой траектории аварийного увода РН не превышает допустимые пределы. Значения углов отклонения сопел двигателей, а также углов тангажа и рыскания малы.

Работоспособность разработанных алгоритмов управления подтверждена дополнительно результатами моделирования полной пространственной модели движения аппарата, в которой используются оптимальные законы управления с коэффициентами, полученными при упрощенной модели. Результаты моделирования дают близкие значения выходной переменной.

ГЛАВА 4. НАСТРОЙКА ПАРАМЕТРОВ АЛГОРИТМА УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ РН ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ КРУПНОГАБАРИТНОГО ГОЛОВНОГО ОБТЕКАТЕЛЯ И С УЧЕТОМ АТМОСФЕРНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

Полезные нагрузки РН становятся все более разнообразными. В ряде случаев это приводит к изменению формы и увеличению размеров головной части РН, в результате чего изменяются массово-инерционные, геометрические и аэродинамические характеристики РН как объекта управления.

Для повышения целевой эффективности РН, т.е. увеличения массы ПН, выводимой на орбиту ИСЗ, массу элементов конструкции РН стараются уменьшить. Как следствие, требования к располагаемым нормальным перегрузкам РН ужесточаются, и возникает необходимость уделять повышенное внимание к прогнозированию фактических перегрузок, которые могут действовать на РН в реальном полете.

Для учета этих двух факторов на этапе проектирования СУ РН и при перенастройке регуляторов СУ для запуска «нестандартной» ПН с крупногабаритным ГО необходимо:

- более тщательно проверять выполнение заданных ограничений по располагаемым перегрузкам РН путем более точного расчета потребных перегрузок с учетом возмущений, действующих на РН и его СУ, в том числе горизонтального ветра и вариаций плотности атмосферы как случайных функций высоты полета РН;

- корректировать параметры и, возможно, даже структуру регуляторов СУ для запуска аппарата с «нестандартной» ПН.

Целью данной главы работы является разработка методик решения указанных задач. Для достижения указанной цели в главе решаются следующие частные задачи:

- анализируется функциональная схема СУ и структура ее регуляторов при движении первой ступени РН на участке МСН;

- обсуждаются показатели эффективности СУ РН на участке МСН, прежде всего, традиционно применяемый [6, 84] показатель $Q = q \cdot \alpha$, характеризующий совместно перегрузки и углы атаки, испытываемые РН при полете в возмущенной атмосфере;

- дается краткий обзор известных подходов к описанию ветра и вариаций плотности атмосферы как случайных функций высоты и разрабатывается методика статистического описания указанных факторов с помощью технологии ФФ на основе доступных исходных данных;

- анализируются существующие подходы к решению задачи оценки потребных перегрузок РН при действии атмосферных возмущений, в том числе метод «оггибающих» [4], и

разрабатывается методика решения этой задачи путем интегрирования «уравнений моментов» [85];

- приводятся результаты численных расчетов, проведенных для сравнения «трубок» $m_Q \pm 3\sigma_Q$ параметра $Q = q \cdot \alpha$, рассчитанных в одинаковых условиях методом уравнений моментов и методом огибающих, а также результаты перенастройки коэффициентов регулятора СУ при изменениях характеристик РН как объекта управления, возникающих при крупногабаритном ГО.

Показано, что применение технологий ФФ и уравнений моментов позволяет получить оценку трубки $m_Q \pm 3\sigma_Q$ параметра $Q = q \cdot \alpha$, размеры которой могут превышать ее значения, рассчитанные методом «огибающих», а коррекция параметров регулятора СУ позволяет уменьшить размеры трубки до ее размеров, задаваемых требованиями к располагаемым перегрузкам носителя.

Результаты более точных численных расчетов для рассматриваемой здесь задачи, полученные методом имитационного моделирования (методом Монте-Карло), приводятся в последней, пятой главе работы.

4.1. Функциональная схема СУ и структура ее регулятора при движении РН на участке МСН

На высотах от 8 000 до 12 000 м движение РН происходит при МСН. Для повышения надежности РН и предотвращения ее разрушения на данном участке необходимо переключить текущий номинальный закон управления на закон, снижающий негативное воздействие МСН. Традиционно [4] в качестве регулятора СУ угловым движением РН на участке МСН применяется пропорционально-дифференциальный (ПД) регулятор с дополнительной обратной связью по нормальной перегрузке вида

$$\delta_Q(t) = K_p \Delta \vartheta + K_d \omega_z + K_n n_y. \quad (4.1)$$

Структурная схема данного регулятора представлена на Рисунке 4.1. Благодаря введению в закон управления обратной связи по перегрузке $n_y(t)$ достигается уменьшение воздушного угла атаки РН и снижение аэродинамического нагружения конструкции РН.

Свойства РН как объекта управления изменяются во времени. Соответственно коэффициенты K_p , K_d и K_n регулятора (4.1) также могут адаптивно перенастраиваться в зависимости от времени, скорости и высоты полета РН. Например, методика адаптивной перенастрой параметров ПИД-регулятора в зависимости от трех указанных выше параметров адаптации СУ ЛА описана в [51, 52]. Однако в данной работе для упрощения анализа

управляемого движения РН на этапе МСН при атмосферных возмущениях коэффициенты закона управления (4.1) рассматривались постоянными.

Для рассматриваемой в работе гипотетической РН был синтезирован регулятор СУ вида (4.1) со следующими коэффициентами:

$$K_p = 0.08, K_d = 1.4, K_n = 0.37.$$

При анализе движения РН на этапе МСН СУ с таким регулятором рассматривалась в качестве номинальной системы.

4.2. Показатели эффективности СУ РН на участке МСН

Целью системы стабилизации является обеспечение движения РН по номинальной траектории выведения и парирование возмущений, действующие на РН в полете.

Основными входами системы стабилизации РН на участке МСН являются программа изменения угла тангажа $\mathcal{G}^*(t)$, горизонтальный ветер и вариации плотности атмосферы. В качестве основных показателей эффективности работы СУ на данном участке при указанных управляющем и возмущающих воздействиях является отклонения $\Delta\mathcal{G}(t)$ от его программного значения $\mathcal{G}^*(t)$ и параметр аэродинамического нагружения конструкции РН $Q(t) = q(t) \cdot \alpha(t)$ [6, 84].

Допустимые отклонения угла тангажа от его программных значений на рассматриваемом участке полета задаются неравенством:

$$|\Delta\mathcal{G}(t)| = |\mathcal{G}(t) - \mathcal{G}^*(t)| \leq \Delta\mathcal{G}_{\text{доп}}, \quad (4.2)$$

где $|\Delta\mathcal{G}_{\text{доп}}| = \pm\Delta\mathcal{G}_{\text{доп}}$ - диапазон допустимых отклонений. Этот диапазон задается для каждого пуска РН с учетом характеристик аппарата. В данной работе при численных расчетах принималось $\Delta\mathcal{G} = 8^\circ$.

Параметр аэродинамического нагружения рассчитывается по формуле

$$Q(t) = q(t) \cdot \alpha(t) = \frac{\rho(t)V_B(t)^2}{2} \alpha(t). \quad (4.3)$$

Из прочностных соображений на всей траектории движения РН должно выполняться условие:

$$|Q(t)| \leq Q^*, \quad (4.4)$$

где $Q^* = const$ - максимально допустимое значение параметра $Q(t)$, которое задается для всего участка МСН и является аналогом ограничения на располагаемую нормальную перегрузку РН.

В работе при численных расчетах при конфигурации РН с номинальным ГО принималось $Q_1^* = 12\,500$ (кгс·с·град/м³), а при конфигурации РН с крупногабаритным ГО – $Q_2^* = 11\,000$ (кгс·с·град/м³).

Задача синтеза регулятора СУ РН для участка МСН, конфигурации РН с крупногабаритным ГО и с учетом атмосферных возмущений, рассматриваемая в данной главе, формулируется следующим образом:

зная программу изменения угла тангажа $\mathcal{G}^*(t)$, структуру регулятора вида (4.1), характеристики РН как объекта управления при ее конфигурации с номинальным и крупногабаритным ГО, статистические характеристики горизонтального ветра и вариаций плотности атмосферы, перенастроить коэффициенты алгоритма управления (4.1) таким образом, чтобы во всех точках траектории выполнялись ограничения (4.2) и (4.4).

4.3. Математические модели атмосферных возмущений

На участке полета первой ступени существенное влияние на движение РН оказывают атмосферные возмущения: горизонтальный ветер и вариации плотности атмосферы.

В общем случае горизонтальный ветер над точкой расположения космодрома является двумерным пространственно-временным случайным полем $\mathbf{W}(h,t)$ [85, 86]. Компонентами этого поля являются широтная $W_\varphi(h,t)$ и долготная $W_\lambda(h,t)$ проекции вектора $\mathbf{W}(h,t)$ на оси географической системы координат, а аргументами – высота h над земной поверхностью и время t .

Если в связи с относительной кратковременностью процесса выведения РН временную изменчивость ветра не учитывать, а направление ветра рассматривать в плоскости выведения РН, то в качестве упрощенной модели ветра можно рассматривать скалярную случайную функцию $W(h)$, у которой единственным аргументом является высота h .

Изменение плотности атмосферы по высоте с учетом ее случайных вариаций обычно описывают с помощью модели вида

$$\rho(h) = \rho_{\text{ном}}(h) \cdot (1 + \varepsilon_\rho(h)),$$

где $\rho_{\text{ном}}(h)$ – номинальная плотность, задаваемая таблицами или программами стандартной атмосферы [87];

$\varepsilon_\rho(h)$ – вариация плотности, являющаяся скалярной случайной функцией высоты h .

Факторы $W(h)$ и $\varepsilon_p(h)$, являются коррелированными случайными функциями, статистические характеристики которых зависят от высоты h , географических координат космодрома, сезона года и времени суток [17].

Для статистического описания $W(h)$ и $\varepsilon_p(h)$ применяются различные модели, в том числе модель «оггибающих» [4], каноническое разложение [88, 89], модель ФФ [90] и другие. Эти модели различаются точностью описания указанных факторов, составом исходных данных, необходимых для построения моделей, возможностью использования моделей при статистическом анализе функционирования СУ РН с помощью различных методов, трудоемкостью численных расчетов.

Модель «оггибающих» является наиболее простой и одновременно наиболее приближенной, хотя в некоторых случаях применяется на практике. В этой модели действие случайного фактора, например, горизонтального ветра $W(h)$, на анализируемую систему заменяется двумя детерминированными функциями

$$\tilde{W}_1(h) = m_w(h) + 3\sigma_w(h) \text{ и } \tilde{W}_2(h) = m_w(h) - 3\sigma_w(h). \quad (4.5)$$

В этих функциях:

$m_w(h)$ - математическое ожидание (среднее значение) скорости ветра на высоте h ;

$\sigma_w(h)$ - СКО скорости ветра на этой высоте.

Функции $\tilde{W}_1(h)$ и $\tilde{W}_2(h)$ задают значения скорости ветра, которые возможны на высоте h с вероятностью 0.997 [91]. Для построения этих функций достаточно располагать минимальной информацией о $W(t)$: $m_w(h)$ и $\sigma_w(h) = \sqrt{D_w(h)}$. Однако эти функции не учитывают изменчивость скорости ветра по высоте в пределах диапазона $\pm 3\sigma_w$ в отдельных реализациях.

Каноническое разложение случайной функции или процесса задается в виде суммы [88, 89]

$$W(h) = \sum_{i=1}^n \alpha_i \cdot \varphi_i(h), \quad (4.6)$$

где $\varphi_i(h)$, $i = \overline{1, n}$ - заданные детерминированные «координатные» функции, обладающие свойствами ортонормированности;

α_i , $i = \overline{1, n}$ - коэффициенты разложения, являющиеся взаимно некоррелированными гауссовыми случайными величинами с нулевыми математическими ожиданиями и заданными дисперсиями D_i , $i = \overline{1, n}$.

Каноническое разложение позволяет достаточно компактно и с приемлемой точностью описывать случайную функцию $W(h)$ путем подбора числа n слагаемых в разложении, вида и параметров функций $\varphi_i(h)$, $i = \overline{1, n}$ и определения дисперсий D_i , $i = \overline{1, n}$ по результатам наблюдений достаточно большого числа реализаций функции $W^i(h)$, $i = \overline{1, N}$. Кроме того, при данном способе описания функции $W(h)$ существенно упрощается имитация реализаций этой функции: для расчета каждой реализации необходимо разыграть с помощью генератора случайных чисел n случайных чисел α_i и подставить их в (4.6).

ФФ в настоящее время являются наиболее универсальным, компактным и поэтому наиболее распространенным способом описания случайных процессов или функций. При данном способе описание случайного процесса или функции сводится к заданию системы линейных дифференциальных уравнений фильтра заданного порядка в нормальной форме Коши с постоянными или переменными коэффициентами и с белым шумом на входе. ФФ может быть использован при статистическом анализе системы как с помощью аналитических методов, например, «уравнений моментов», так и при имитационном моделировании (методе Монте-Карло).

В данной работе для описания случайной составляющей ветра $\Delta W(h)$ и вариаций плотности $\varepsilon_\rho(h)$ рассматривались модели двух типов:

- «оггибающие»;
- ФФ (второго порядка для $\Delta W(h)$ и первого порядка для $\varepsilon_\rho(h)$).

Модели ветра и плотности атмосферы в виде «оггибающих» рассматривались по той причине, что эти модели являются наиболее простыми и поэтому находят применение на практике. Но результаты, получаемые с помощью таких моделей, могут давать заниженные оценки показателя нагружения $Q(t)$. Одной из целей данной главы является сравнение результатов моделирования СУ РН на участке МСН, получаемых при использовании моделей указанных двух типов.

Исходными данными для построения моделей ветра $W(h)$ и вариаций плотности $\varepsilon_\rho(h)$ являются их статистические характеристики, рассчитанные по результатам многолетних метеорологических наблюдений в окрестности космодрома. Применительно к ветру $W(h)$ такими характеристиками являются оценки математического ожидания $m_w(h)$ и ковариационной функции $R_w(h_1, h_2)$ на сетке дискретных значений аргумента h для $m_w(h)$ и h_1, h_2 для $R_w(h_1, h_2)$.

Если полагать, что $m_{\varepsilon_\rho}(h) = 0$, то исходными данными для построения модели $\varepsilon_\rho(h)$ также является ковариационная функция $R_{\varepsilon_\rho}(h_1, h_2)$, рассчитанная по результатам наблюдений на сетке значений h_1 и h_2 .

При наличии данных о $m_w(h)$, $R_w(h_1, h_2)$, $R_{\varepsilon_\rho}(h_1, h_2)$ построение статистических моделей $\Delta W(h)$ и $\varepsilon_\rho(h)$ в виде ФФ сводится к заданию порядка уравнений фильтра и нахождению зависимостей коэффициентов фильтров от аргумента – высоты h .

4.3.1. Модели ветра

Изменение скорости горизонтального ветра $W(h)$ по высоте можно представить в виде суммы математического ожидания $m_w(h)$ и центрированного отклонения $\Delta W(h)$.

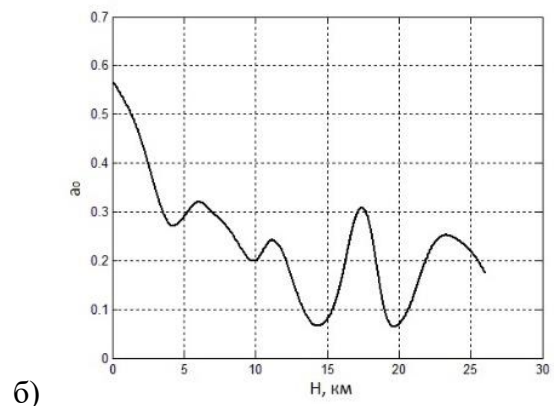
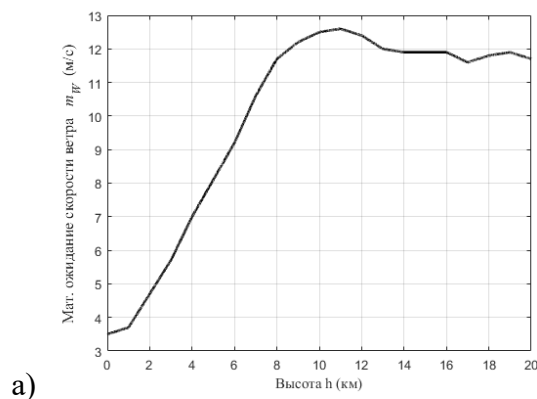
График изменения математического ожидания для горизонтального ветра $m_w(h)$, рассчитанный для зимнего периода, приведен на Рисунке 4.1,а [4].

Для описания функции $\Delta W(h)$ в [90] была разработана методика построения ФФ в виде дифференциального уравнения 2-го порядка с переменными коэффициентами вида:

$$\frac{d^2\Delta W}{dh^2} + a_{w_1}(h)\frac{d\Delta W}{dh} + a_{w_0}(h)\Delta W = b_w(h)\eta(h) \quad (4.7)$$

При нахождении коэффициентов $a_{w_0}(h)$, $a_{w_1}(h)$, $b_w(h)$ данного фильтра в качестве исходных данных в указанной работе использовалась ковариационная функция $R_w(h_1, h_2)$. Графики изменения указанных коэффициентов по высоте воспроизведены на Рисунках 4.1,б – 4.1,г.

Фильтр (4.7) и зависимости, приведенные на Рисунках 4.1,а – 4.1,г, использовались в данной работе при численных расчетах для анализа функционирования СУ РН на участке МСН.



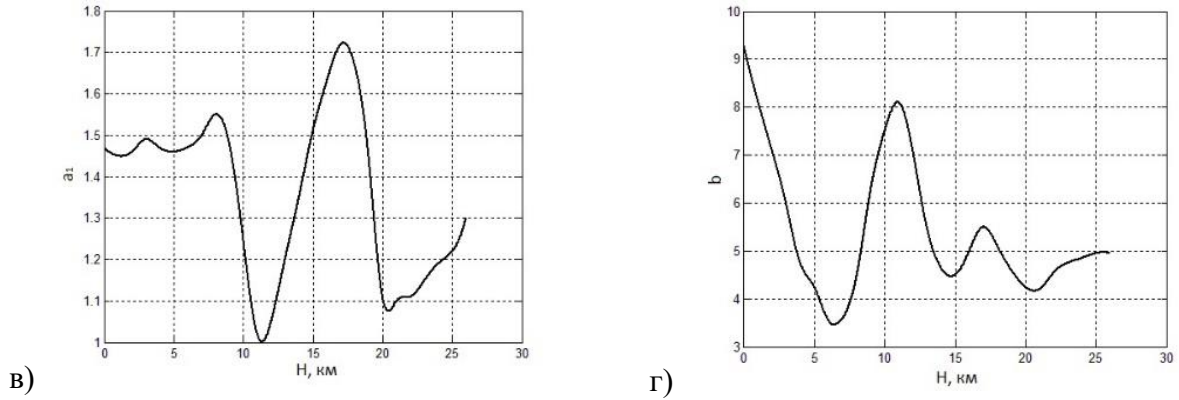


Рисунок 4.1 - Математическое ожидание $m_w(h)$ (а) и коэффициенты ФФ (б - г) для горизонтального ветра в атмосфере [4, 90]

Уравнение (4.7) можно переписать в виде системы в нормальной форме Коши

$$\begin{aligned} \frac{dw_1}{dh} &= w_2, \\ \frac{dw_2}{dh} &= -a_0(h) \cdot w_1(h) - a_1(h) \cdot w_2(h) + b(h) \cdot \eta(h). \end{aligned} \quad (4.8)$$

Выход $\Delta W(h)$ в данном случае совпадает с переменной состояния $w_2(h)$.

Эту систему можно переписать в матрично-векторной записи

$$\frac{dW}{dh} = A_w(h) \cdot W + B_w(h) \cdot \eta(h), \quad (4.9)$$

где

$$A_w(h) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_{w_0}(h) & -a_{w_1}(h) \end{bmatrix},$$

$$B_w = \begin{bmatrix} 0 \\ b_w(h) \end{bmatrix}.$$

На Рисунке 4.2 представлена одна реализация выхода $W^1(h) = m_w(h) + \Delta W^1(h)$, рассчитанная с помощью ФФ (4.9) с параметрами, представленными на Рисунке 4.1, а также трубка $W(h) = m_w(h) \pm 3\sigma_w(h)$, построенная путем статистической обработки 150 реализаций процесса, разыгранных путем интегрирования системы (4.9).

Располагая зависимостью $h(t)$ для рассматриваемой РН при ее движении вдоль номинальной траектории, в системе (4.9) можно от аргумента h для случайной функции $W(h)$ перейти к аргументу времени t для случайного процесса $\Delta W(t)$. Такой переход может быть выполнен численно с помощью блока интерполяции, на вход которого подаем $h(t)$, а на выходе получаем зависимости $a_{w_0}(t)$, $a_{w_1}(t)$, $b_w(t)$.

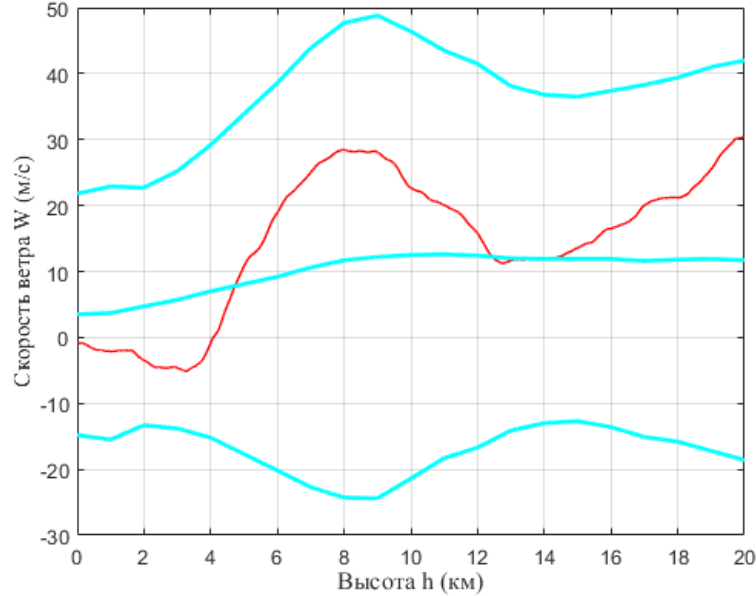


Рисунок 4.2 - Трубка $m_w(h) \pm 3\sigma_w(h)$ и одна реализация горизонтальной скорости ветра $W(h)$, построенные с использованием ФФ 2-го порядка

4.3.2. Модели плотности

Модели вариаций плотности атмосферы $\varepsilon_\rho(h)$ в виде трубки $m_{\varepsilon_\rho}(h) \pm 3\sigma_{\varepsilon_\rho}(h)$ или в виде ФФ могут быть построены аналогичным образом. При $m_{\varepsilon_\rho}(h) = 0$ для построения моделей данного фактора необходимо иметь ковариационную функцию $R_{\varepsilon_\rho}(h_1, h_2)$ для конкретного места пуска [92].

В случае отсутствия данных о значениях этой функции, но при наличии зависимости $D_{\varepsilon_\rho}(h)$, можно рассмотреть простейший ФФ первого порядка и определить его параметры, рассматривая параметрически влияние данного возмущения на характеристики СУ РН на участке МСН.

ФФ первого порядка для случайной функции $\varepsilon_\rho(h)$ описывается уравнением

$$\frac{d\varepsilon_\rho}{dh} + a_\rho(h)\varepsilon_\rho = b_\rho(h)\eta(h), \quad (4.10)$$

где $\eta(h)$ - белый шум с интенсивностью $N_\eta = 1$.

Это уравнение может быть переписано с использованием параметров $K_\phi(h)$, $T_\phi(h)$ вида

$$\frac{d\varepsilon_\rho}{dh} = -\frac{1}{T_\phi(h)}\varepsilon_\rho(h) + \frac{K_\phi(h)}{T_\phi(h)}\eta(h), \quad (4.11)$$

Параметры уравнений (4.10) и (4.11) связаны друг с другом соотношениями

$$a_\rho(h) = -1/T_\phi(h), \quad b_\rho(h) = K_\phi(h)/T_\phi(h).$$

При таком описании фильтра задача его построения сводится к нахождению параметров $K_\phi(h)$ и $T_\phi(h)$ по доступным статистическим данным. В данной работе такими данными являлась таблица значений $\tilde{\sigma}_{\varepsilon_\rho}(h_i)$, $i = \overline{1, N}$, полученных путем обработки результатов метеорологических наблюдений в диапазоне высот от $h_0 = 0$ до $h_{\max} = 15000$ м с шагом 1000 м.

При таких ограниченных исходных данных задача построения ФФ (4.11) решалась с использованием следующих дополнительных упрощающих допущений:

1) Параметр $T_\phi(h)$, называемый «масштабом» вариаций плотности, описывающий изменчивость случайной функции $\varepsilon_\rho(h)$ по высоте, принимался постоянным. При отсутствии прямых статистических данных о изменчивости данного параметра в работе по аналогии с масштаб турбулентности земной атмосферы этот параметр принимался равным 500 м.

2) Параметр $K_\phi(h)$, при заданных $\tilde{\sigma}_{\varepsilon_\rho}(h_i)$, $i = \overline{1, N}$ и $T_\phi = const$, рассчитывался с использованием принципа «замораживания» коэффициентов ФФ (4.11) частотного метода статистического анализа стационарных динамических систем [85].

При «замороженных» коэффициентах уравнению (4.11) можно поставить в соответствие аperiodическое звено

$$W(s) = \frac{\varepsilon_\rho(s)}{\eta(s)} = \frac{K_\phi}{T_\phi + 1}.$$

Дисперсия D_{ε_ρ} выхода $\varepsilon_\rho(h)$ этого звена при белом шуме $\eta(h)$ с интенсивностью $N_\eta = 1$ у него на входе, вычисляемая с помощью частотного метода, равна

$$D_{\varepsilon_\rho} = \frac{K_\phi^2}{2T_\phi}.$$

Из этого соотношения получаем формулу для расчета числовых значений $K_\phi(h_i)$, $i = \overline{1, N}$ по заданным значениям $\tilde{\sigma}_{\varepsilon_\rho}(h_i)$, $i = \overline{1, N}$:

$$K_\phi(h_i) = \sqrt{2T_\phi} \cdot \tilde{\sigma}_{\varepsilon_\rho}(h_i), \quad i = \overline{1, N}. \quad (4.12)$$

Для удобства расчетов зависимость $K_\phi(h)$, рассчитанную по точкам с помощью соотношения (4.12) на интервале высот $h \in [h_0, h_{\max}]$ м, можно аппроксимировать аналитическим выражением, например, полиномом третьего порядка вида

$$K_\phi^*(h) = \sum_{j=0}^3 a_j h^j,$$

рассчитав вектор $\hat{a} = [a_0, a_1, a_2, a_3]^T$ коэффициентов полинома по методу наименьших квадратов.

При рассчитанном векторе \hat{a} зависимость $\hat{\sigma}_{\varepsilon_\rho}(\hat{a}, h)$, полученную при гипотезе «замораживания» коэффициентов, можно восстановить, проинтегрировав дифференциальное уравнение для дисперсии D_{ε_ρ}

$$\frac{d\hat{D}_{\varepsilon_\rho}}{dh} = \frac{2}{T_\phi} \hat{D}_{\varepsilon_\rho} + \frac{K_\phi^{*2}(\hat{a}, h)}{T_\phi^2} N_\eta, \quad (4.13)$$

при начальном условии $\hat{D}_{\varepsilon_\rho,0} = \tilde{D}_{\varepsilon_\rho}(h_0)$. Уравнение (4.13) есть частный случай векторного уравнения для ковариационной матрицы (4.20), приведенного ниже при описании метода моментов, записанный для ФФ (4.11).

На Рисунке 4.3 приведены две трубки $\varepsilon_\rho = \pm 3\sigma_{\varepsilon_\rho}(h)$:

- трубка $\tilde{\varepsilon}_\rho = \pm 3\tilde{\sigma}_{\varepsilon_\rho}(h)$, построенная по исходным данным;

- трубка $\hat{\varepsilon}_\rho = \pm 3\hat{\sigma}_{\varepsilon_\rho}(h)$, рассчитанная по результатам интегрирования уравнения (4.13),

а также одна реализация случайной функции $\varepsilon_\rho(h)$, полученная путем интегрирования уравнения (4.11) при полученных значениях $T_\phi = 500$ м и $K_\phi^*(h) = -0.001 \cdot h^3 + 0.010 \cdot h^2 - 0.016 \cdot h + 0.405$.

Как видно из графиков, принцип «замораживания» и аппроксимация зависимости $K_\phi(h)$ аналитическим выражением не привели к существенному различию между двумя трубками. В то же время, максимальный диаметр трубок относительно невелик: он не превышает 5% от номинальной плотности $\rho_{\text{ном}}(h)$ на соответствующей высоте.

Располагая зависимостью $h(t)$ для рассматриваемой РН при ее движении по номинальной траектории выведения, уравнение ФФ (4.11) для случайной функции $\varepsilon_\rho(h)$ можно переписать в виде уравнения для случайного процесса $\varepsilon_\rho(t)$:

$$\frac{d\varepsilon_\rho}{dt} = -\frac{1}{T_\phi} \varepsilon_\rho(t) + \frac{K_\phi(t)}{T_\phi} \eta(t). \quad (4.14)$$

Таким образом, в данном подразделе предложена методика построения статистической модели случайных вариаций плотности атмосферы по высоте в виде ФФ первого порядка. Модель может быть применена при априорном статистическом анализе управляемого движения РН и других атмосферных ЛА как с помощью аналитических методов, так и методом имитационного моделирования.

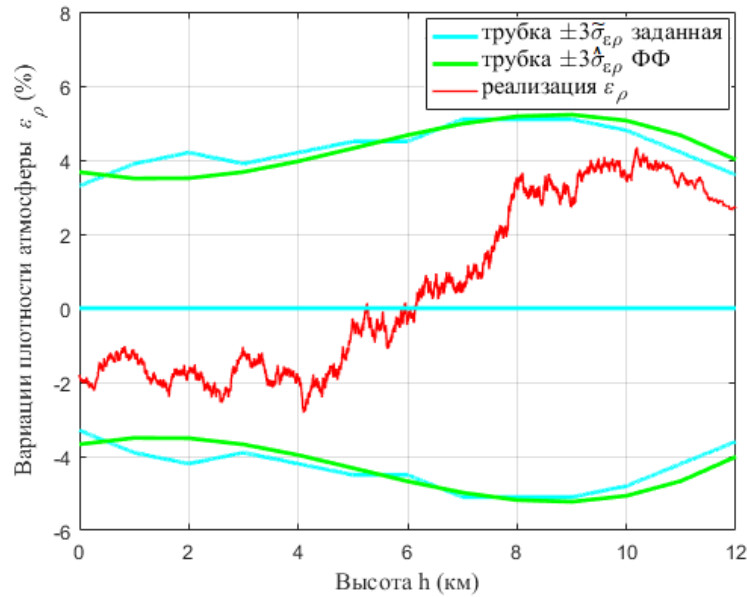


Рисунок 4.3 - Трубки вариаций плотности $\pm 3\sigma_{\varepsilon_\rho}(h)$, построенные по заданным исходным данным и с помощью ФФ 1-го порядка, а также одна реализация случайной функции $\varepsilon_\rho(h)$

Точность модели может быть повышена, если при расчете ее параметров использовать метеорологические данные об изменчивости вариаций плотности в окрестности ее номинальных значений над космодромом по высоте.

4.3.3. Параметры движения РН с учетом атмосферных возмущений

Скорость **горизонтального ветра** $W(t)$ участвует при расчете воздушной скорости РН $V_B(t)$ и воздушного угла атаки $\alpha_B(t)$ в уравнениях движения РН в ССК (см. Рисунок 4.4). Скорость горизонтального ветра задается в ЗСК, поэтому вначале необходимо преобразовать ее компоненты к ССК

$$W_x = -W \sin(\theta),$$

$$W_y = W \cos(\theta).$$

Воздушный угол атаки α_B рассчитывается через кинематический угол атаки α_K , который в свою очередь вычисляется как разность между углом тангажа и углом наклона траектории без учета горизонтального ветра:

$$\alpha_B = \alpha_K + \Delta\alpha_B, \tag{4.15}$$

где $\alpha_K = \vartheta - \theta$ - кинематический угол атаки,

$\Delta\alpha_B$ - угол атаки, обусловленный ветром, который рассчитывается по следующей формуле:

$$\Delta\alpha_B = \operatorname{arctg}\left(\frac{W_y}{V_K + W_x}\right),$$

$$V_K = \sqrt{(V_{Kx}^2 + V_{Ky}^2)},$$

где V_{Kx}, V_{Ky} - проекции кинематической скорости РН на соответствующие оси скоростной системы координат.

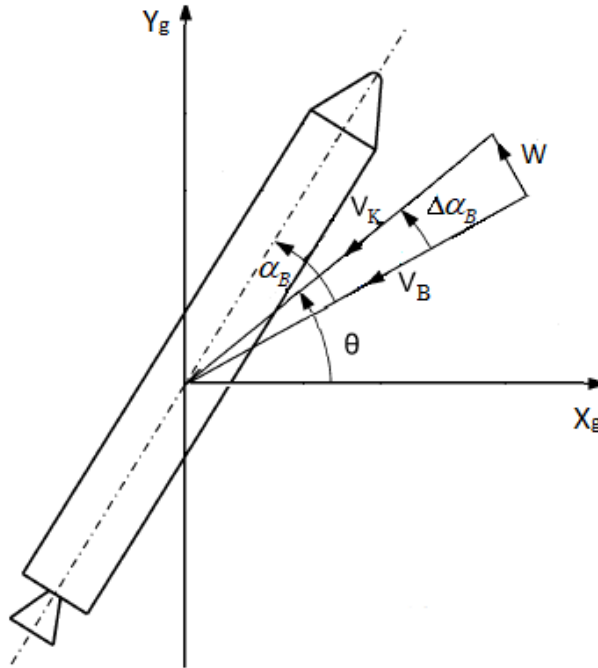


Рисунок 4.4 - Учет горизонтального ветра в параметрах движения РН

Величина воздушной скорости V_B рассчитывается с учетом скорости ветра и кинематической скорости РН по следующим формулам:

$$\begin{aligned} V_{Bx} &= V_{Kx} \cos(\alpha_B) + W_x, \\ V_{By} &= -V_{Ky} \sin(\alpha_B) + W_y, \\ V_B &= \sqrt{(V_{Bx}^2 + V_{By}^2)}. \end{aligned} \quad (4.16)$$

Вариации плотности атмосферы $\rho(t)$ должны быть учтены при расчете скоростного напора

$$q(t) = \rho(t) V_B(t)^2 / 2, \quad (4.17)$$

где $\rho(t) = \rho_{ном}(t)(1 + \varepsilon_\rho(t))$, $\rho_{ном}(t)$ - плотность стандартной атмосферы и $\varepsilon_\rho(t)$ - вариации плотности атмосферы, как функции времени.

Скоростной напор $q(t)$, в свою очередь, участвует при расчете аэродинамических сил и моментов.

4.4. Методы анализа потребных перегрузок РН при действии атмосферных возмущений

В данной главе для статистического анализа управляемого движения РН применен один из аналитических методов априорного статистического анализа – метод уравнений моментов [85]. При данном методе в результате однократного интегрирования расчетных уравнений (уравнений моментов) можно получить математические ожидания и дисперсии, а также взаимные ковариационные моменты всех компонент вектора состояния и вектора выходов анализируемой системы. Ранее этот метод был применен в работе [19] для априорного статистического анализа управляемого движения РН с твердотопливными и жидкостными РД на всех этапах полета.

4.4.1. Метод уравнений моментов

Чтобы анализировать движение динамической системы методом уравнений моментов, уравнения системы вида (1.1) необходимо переписать в виде стохастического дифференциального уравнения [85]:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u(t), t) + \eta(t), \\ y(t) &= \varphi(x, u(t), t), \end{aligned} \quad (4.18)$$

где $[x]_{5 \times 1}$ – вектор состояния системы, $u(t)$ – вектор регулярных входов системы; $\eta(t)$ – аддитивный векторный белый шум. Применительно к рассматриваемой в работе системе управления угловым движением РН вектор состояния объединяет 6 компонент

$$x = [V \quad \theta \quad h \quad \omega_z \quad \mathcal{G}]_{5 \times 1}^T.$$

При анализе движения РН на участке МСН выходом $y(t)$ является параметр нагружения $Q(t)$, который при проведении расчетов с учетом случайных случайного горизонтального ветра и вариаций плотности атмосферы является случайным процессом. В его расчете участвуют зависящие от атмосферных возмущений воздушная скорость и воздушный угол атаки РН:

$$Q(t) = \rho(h(t)) \cdot \frac{V_B^2(t)}{2} \cdot \alpha_B(t).$$

Расширенная система. Регулярным (неслучайным) входом системы $u(t)$ в системе (4.18) является программа изменения угла тангажа $\mathcal{G}^*(t)$, а случайными – скорость горизонтального ветра $W(t)$ и вариации плотности атмосферы $\varepsilon_\rho(t)$, являющиеся коррелированными во времени и нестационарными случайными процессами. Поэтому для приведения уравнений движения РН (1.1) к виду (4.18) необходимо «расширить» систему (1.1), добавив к ней уравнения ФФ для

горизонтального ветра (4.8) или в векторной записи – (4.9) и (4.11) – для вариаций плотности атмосферы.

В результате в векторной записи расширенная система будет иметь вид (4.18), но относительно восьми переменных состояния:

$$x = \begin{bmatrix} V & \theta & h & \vartheta & \omega_z & \varepsilon_\rho & w_1 & w_2 \end{bmatrix}_{8 \times 1}^T.$$

Это уравнение становится «стохастическим», так как векторный шум $\eta(t)$, состоящий из двух компонентов, является белым и присутствует в правой части этого уравнения аддитивно.

Уравнения моментов. Уравнения моментов дают точное решение задачи анализа линейной стохастической системы, и приближенное – для нелинейной системы с «гладкими» нелинейностями. Для нестационарной нелинейной системы с гладкими нелинейностями вида (4.18) решение задачи статистического анализа методом уравнений моментов сводится к совместному интегрированию двух векторных уравнений [85]:

– уравнения для вектора математических ожиданий

$$\dot{m}_x = f(m_x, u, t), \quad (4.19)$$

– уравнение для ковариационной матрицы K_x

$$\dot{K}_x = A(m_x(t), u(t), t) \cdot K_x + K_x \cdot A^T(m_x, u(t), t) + B \cdot N_\eta \cdot B^T, \quad (4.20)$$

где $m_x = [m_i]_5$ – вектор состояния исходной системы (1.1);

$K_x = [K_{i,j}]_{8 \times 8}$ – ковариационная матрица вектора состояния расширенной системы (4.18);

$A(m_x, u(t), t) = \left| \frac{\partial f(x, u(t), t)}{\partial x} \right|$ – матрица частных производных от вектор-функции $f(x, u, t)$ в

правой части (1.18) по переменным вектора состояния $x(t)$ размерности $n \times n$, вычисляемая при $x(t) = m_x(t)$.

Системы (4.19) и (4.20) должны интегрироваться при начальных условиях $m_x(t_0) = m_x(h_0)$ и $K_x(t_0) = K_x(h_0)$.

Моменты выхода системы – скалярного параметра нагружения $Q(t)$ рассчитываем с помощью соотношений

$$\begin{aligned} m_Q(t) &= \varphi(m_x(t), u(t), t), \\ D_Q(t) &= C(m_x(t), u(t), t) \cdot K_x(t) \cdot C^T(m_x(t), u(t), t), \end{aligned} \quad (4.21)$$

где $C(m_x(t), u(t), t) = \left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_{m_x(t), u(t)}$ – вектор частных производных размерности $1 \times n$ от функции

$\varphi(x, u(t), t)$ по переменным состояния x , вычисленных при $x(t) = m_x(t)$.

Применительно к системе (4.18) аналитические выражения для расчета элементов матриц частных производных $A(m_x, u(t), t)$ и $C(m_x(t), u(t), t)$ могут быть получены с помощью программы символьных вычислений. В среде *MATLAB* такой программой является функция *jacobian*.

Полученные значения $m_Q(t)$ и $D_Q(t) = \sigma_Q^2(t)$ используем для расчета границ трубки рассеяния $m_Q(t) \pm 3\sigma_Q(t)$.

4.4.2. Метод «оггибающих»

Метод «оггибающих» представляет собой упрощенный способ статистического анализа управляемого движения РН при атмосферных возмущениях - горизонтальном ветре и вариациях плотности, применяемый на практике [4]. В качестве исходных данных для построения моделей указанных возмущений выступают значения математических ожиданий и дисперсий ветра и вариаций плотности как функции высоты полета РН. При данном методе случайные ветер и вариации плотности заменяются детерминированными входными воздействиями, задаваемыми границами трубок для ветра и плотности:

$$\begin{aligned} W(t) &= m_W(t) \pm \mu \cdot \sigma_W(t), \\ \rho(t) &= \rho_{\text{ном}}(t) \cdot \left(1 \pm \mu \cdot \sigma_{\varepsilon_\rho}(t)\right). \end{aligned} \quad (4.22)$$

Значения $\sigma_W(t)$, $\sigma_{\varepsilon_\rho}(t)$, участвующие в расчете границ трубок (4.22), определяют путем статистической обработки результатов многолетних метеорологических наблюдений скорости ветра и плотности атмосферы в месте расположения космодрома, или путем интегрирования уравнения для ковариационной матрицы вида (4.20), составленного применительно к уравнению ФФ (4.9) для ветра и (4.13) - для вариаций плотности, рассмотренных в подразделе (4.3).

Применительно к ветру уравнение для расчета $K_W(t)$ записывается так :

$$\dot{K}_W = A_W(t) \cdot K_W + K_W \cdot A_W^T(t) + B_W(t) \cdot N_\eta \cdot B_W^T(t). \quad (4.23)$$

где $A_W(t)$, $B_W(t)$ - заданные матрицы, способ расчета которых описан в Разделе 4.3.

Уравнение для $K_{\varepsilon_\rho}(t)$ записывается аналогичным образом и при наличии $A_{\varepsilon_\rho}(t)$, $B_{\varepsilon_\rho}(t)$ могут быть проведены соответствующие расчеты.

Границы трубки выхода $y(t) \equiv Q(t)$ анализируемой системы $m_y(t) \pm \mu \cdot \sigma_y(t)$ при методе оггибающих вычисляются путем двукратного интегрирования замкнутой СУ движением РН для каждого воздействия с заданным уровнем квантиля μ .

4.5. Задача перенастройки коэффициентов регулятора СУ при изменении характеристик РН как объекта управления

Стартовая масса РН и габариты ГО зависят от характеристик ПН РН при конкретном пуске. Поэтому требуемые нормальные перегрузки РН следует рассчитывать с учетом изменения массово-инерционных, геометрических и аэродинамических характеристик РН для конкретного случая и сравнивать их с располагаемыми перегрузками. Для РН в конфигурации с крупногабаритным ГО изменяются следующие характеристики: $m, x_T, L, I_z, C_x, C_y^\alpha, m_z$. Такое изменение характеристик РН приводит к увеличению предельных значений параметра аэродинамического нагружения конструкции РН $Q^* = \max_t Q(t)$.

В современных условиях на большинстве используемых РН применяются несколько типов ГО (как минимум - два), отличающихся по формам и габаритам [93]. На Рисунке 4.5 представлены два характерных варианта ГО [94]: среднегабаритный (номинальный) и крупногабаритный.

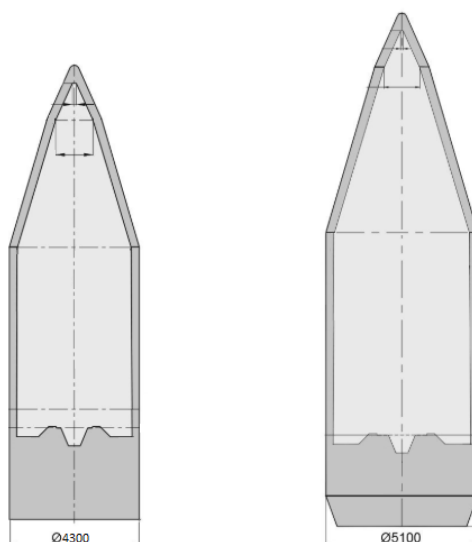


Рисунок 4.5 - Характерные формы среднегабаритного (номинального) и крупногабаритного ГО

Таблица 4.1 - Характеристики РН при двух типах ГО

	Среднегабаритный ГО	Крупногабаритный ГО
Масса ПН РН	$m_{ПН}$	$105\% \cdot m_{ПН}$
Длина РН	L	$105\% \cdot L$
Координата ЦМ РН	x_T	$105\% \cdot x_T$
Момент инерции	I_z	$105\% \cdot I_z$
Коэффициент лобового сопротивления	C_x	$105\% \cdot C_x$
Коэффициент подъемной силы	C_y^α	$105\% \cdot C_y^\alpha$
Коэффициент аэродинамического момента	m_z	$105\% \cdot m_z$

4.6. Численные результаты решения задачи снижения нормальных перегрузок, испытываемых РН при полете в возмущенной атмосфере

Численное решение задачи снижения нормальных перегрузок РН можно разбить условно на 3 этапа (см. Рисунок 4.6):

- 1) параметрический синтез регулятора заданной структуры при рассмотрении модели невозмущенного движения РН в конфигурации с номинальным ГО;
- 2) оценка эффективности регулятора со структурой и параметрами, выбранными на первом этапе, и для номинального ГО с учетом случайных горизонтального ветра и вариаций плотности атмосферы;
- 3) оценка эффективности регулятора в составе возмущенной модели РН в конфигурации с крупногабаритным ГО.

В случае неудовлетворительных результатов анализа на втором и третьем этапах, может понадобиться перенастройка регулятора путем возврата к этапам 1 или 2 соответственно.

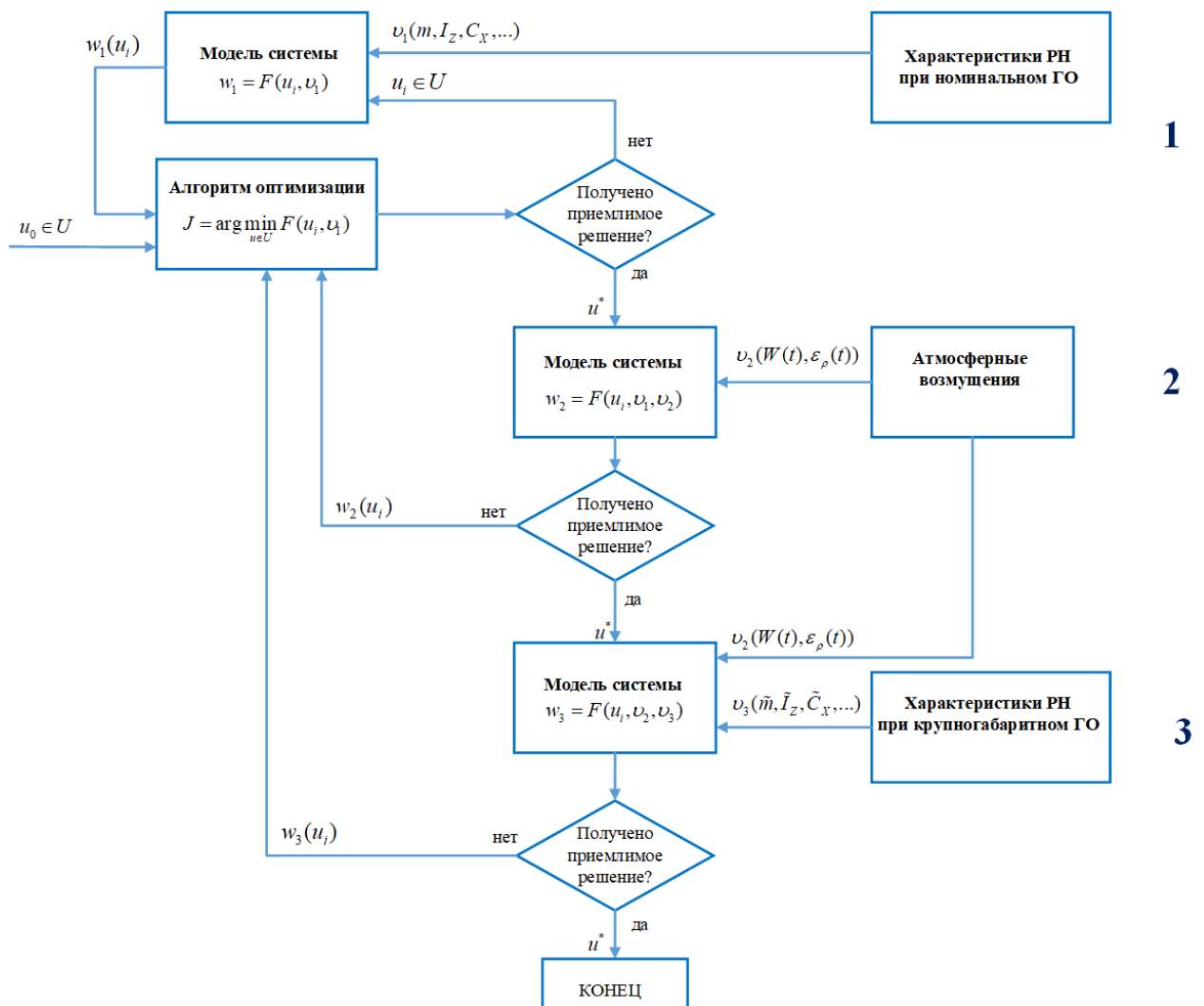


Рисунок 4.6 - Алгоритм решения задачи снижения нормальных перегрузок при движении РН на участке МСН

Номинальный ГО. На Рисунках 4.7,а; 4.7,б представлены «трубки» атмосферных возмущений для моделирования движения РН на участке МСН методом огибающих. Способы построения этих трубок были рассмотрены в Разделе 4.3.

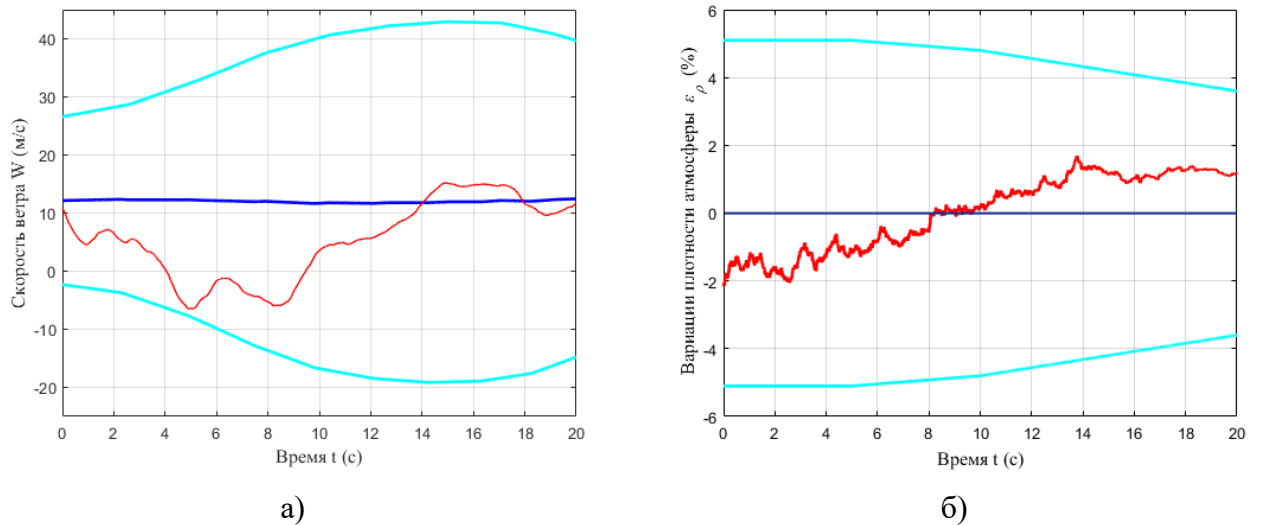


Рисунок 4.7 - Трубки горизонтального ветра $m_w \pm 3\sigma_w$ (а) и вариаций плотности атмосферы $\pm 3\sigma_{\varepsilon_{\rho}}$ (б) на участке МСН

Значения параметра нагружения $Q(t)$ на данном этапе, рассчитанные методом «огибающих» и методом уравнений моментов при «номинальной» конфигурации РН и номинальном регуляторе вида (4.1) приведены на Рисунке 4.8.

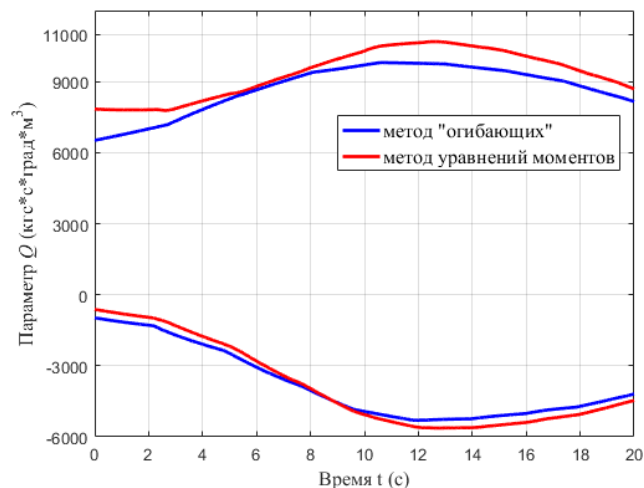


Рисунок 4.8 - Трубки параметра нагружения $m_Q \pm 3\sigma_Q$, рассчитанные методом «огибающих» и методом уравнений моментов для РН в конфигурации со среднегабаритным (номинальным) ГО

Из Рисунка 4.8 видно, что максимальное значение параметра $Q(t)$, рассчитанного методом уравнений моментов, составляет $Q_{\text{мом}}(t) = 10410$ (кгс·с·град/м³), в то время как параметр $Q_{\text{ог}}(t)$, рассчитанный методом «огибающих», равен $Q_2(t) = 9600$ (кгс·с·град/м³).

На Рисунках 4.9, 4.10 также приведены трубки основных параметров движения РН на участке МСН, рассчитанные методом уравнений моментов.

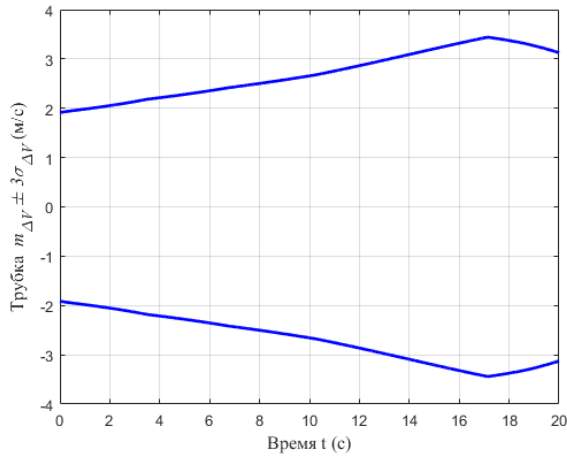


Рисунок 4.9 - Трубка $\pm 3\sigma_{\Delta V}$, рассчитанная методом уравнений моментов для номинальной конфигурации РН

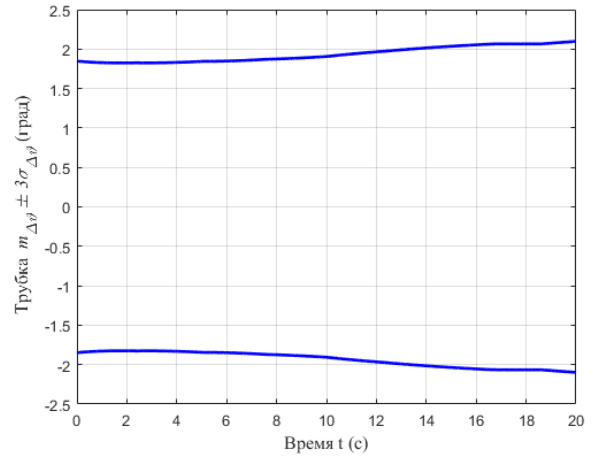


Рисунок 4.10 - Трубка $\pm 3\sigma_{\Delta\varphi}$, рассчитанная методом уравнений моментов для номинальной конфигурации РН

Крупногабаритный ГО. При анализе движения РН в конфигурации с крупногабаритным ГО целесообразно перенастроить коэффициенты регулятора СУ движением РН для снижения значения параметра $Q(t)$ и тем самым для увеличения запаса прочности РН на участке возмущенного движения при МСН.

Были получены следующие скорректированные значения коэффициентов:

$$K_p = 0.03, K_d = 1.5, K_n = 0.41,$$

вместо их ранее выбранных значений при номинальном ГО:

$$K_p = 0.08, K_d = 1.4, K_n = 0.37.$$

Трубки значений параметра нагружения $Q(t)$ в конфигурации с крупногабаритным ГО при двух указанных вариантах коэффициентов закона управления представлены на Рисунке 4.11.

Как видно, благодаря коррекции параметров алгоритма управления движением РН на участке МСН удалось добиться снижения максимального значения параметра аэродинамического нагружения конструкции РН (в «критической» точке траектории) примерно на 10% со значения $Q_3(t) = 10880$ ($кгс \cdot с \cdot град / м^3$) до значения $Q_4(t) = 9850$ ($кгс \cdot с \cdot град / м^3$), тем самым увеличив запас до предельного значения $Q^*(t) = 11000$.

Максимальные значения $Q_i(t)$, рассчитанные разными методами анализа, приведены в Таблице 4.2.

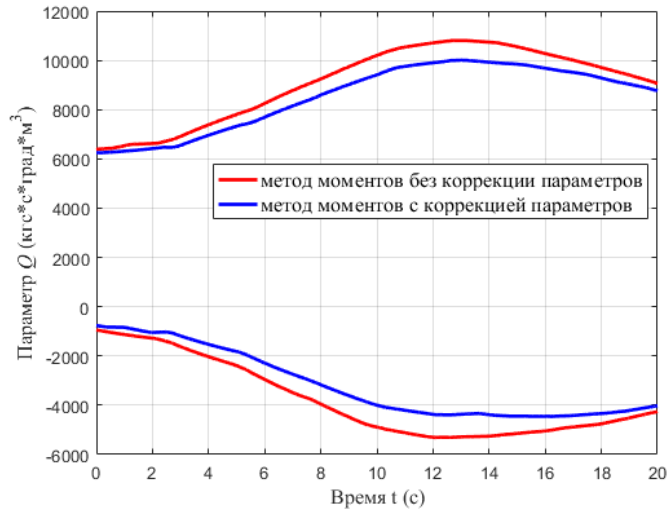


Рисунок 4.11 - Трубки $m_Q \pm 3\sigma_Q$, рассчитанные методом уравнений моментов для конфигурации РН с крупногабаритным ГО до и после коррекции коэффициентов регулятора

Таблица 4.2 - Максимальные значения параметра нагружения Q

Метод расчета	Номинальный ГО ($Q_1^* = 12500$)	Крупногабаритный ГО ($Q_2^* = 11000$)
Метод уравнений моментов $Q_1(t)$	10410	-
Метод «оггибающих» $Q_2(t)$	9600	-
Метод уравнений моментов без коррекции параметров $Q_3(t)$	-	10880
Метод уравнений моментов с коррекцией параметров $Q_4(t)$	-	9850

4.7. Выводы по Главе 4

В данной главе сформулирована и решена задача коррекции алгоритмов управления движением РН при использовании крупногабаритного ГО и с учетом атмосферных возмущений для снижения параметра аэродинамического нагружения $Q(t)$. В качестве методов анализа функционирования СУ движением РН рассмотрены метод уравнений моментов и упрощенный подход – метод «оггибающих».

Для моделирования атмосферных возмущений применена технология ФФ. В качестве модели горизонтального ветра был использован ФФ второго порядка, а модели вариаций плотности – фильтр первого порядка. Показано, что рассмотрение указанных атмосферных возмущений как коррелированных случайных функций высоты в составе модели управляемого

движения РН приводит к увеличению параметра $Q(t)$ по сравнению с его значениями, получаемыми методом огибающих.

При увеличении размеров ГО максимальные значения параметра нагружения $Q = q \cdot \alpha$ возрастают приблизительно на $500 \text{ кгс} \cdot \text{с} \cdot \text{град} / \text{м}^3$ и достигают значения $Q = 10880 \text{ кгс} \cdot \text{с} \cdot \text{град} / \text{м}^3$ при допустимом пределе в $Q^* = 11000 \text{ кгс} \cdot \text{с} \cdot \text{град} / \text{м}^3$. Для повышения надежности пуска была осуществлена коррекция параметров алгоритма управления СУ, что позволило снизить максимальное значение данного параметра до величины $Q = 9900 \text{ кгс} \cdot \text{с} \cdot \text{град} / \text{м}^3$.

Показано, что часто применяемый и более простой в реализации метод «огибающих» может приводить к получению заниженных оценок нормальных перегрузок РН по сравнению с их значениями, рассчитанными с помощью метода уравнений моментов. Так, в рассмотренном примере по методу «огибающих» оценки параметра Q для РН в конфигурации с номинальным ГО были занижены приблизительно на $800 \text{ кгс} \cdot \text{с} \cdot \text{град} / \text{м}^3$.

ГЛАВА 5. АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ РАЗРАБОТАННЫХ АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ ПЕРВОЙ СТУПЕНИ РН МЕТОДАМИ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для проверки эффективности разработанных алгоритмов управления движением РН на участке полета первой ступени с использованием линеаризованных уравнений движения РН были разработаны более детальные имитационные модели функционирования замкнутой СУ движением РН и реализующие эти модели вычислительные программы в среде *MATLAB/Simulink*. Результаты численных расчетов, проведенных с помощью этих моделей, представлены в данной главе.

5.1. Постановка задачи имитационного моделирования СУ движением РН

Имитационные модели функционирования замкнутой СУ движением РН были разработаны в соответствии с материалами, изложенными в предшествующих главах. Формирование программного комплекса, реализующего эти модели, осуществлялось с учетом следующей информации.

1. Системы координат и матрицы переходов между ними задавались согласно Разделу 1.5.1.
2. Модель движения РН описывалась нелинейными уравнениями движения согласно Разделу 1.5.3.
3. Номинальная программа изменения положений следов ГД струй РД как функция высоты полета РН задавались согласно Разделу 2.1.
4. Программа аварийного увода РН от сооружений СК при отказе РД задавалась согласно Разделу 3.1.
5. Номинальная программа управления углом тангажа на участке МСН задавалась согласно Разделу 4.1.
6. Модель случайного горизонтального ветра задавалась согласно Разделу 4.3.1.
7. Модель случайных вариаций плотности атмосферы задавалась согласно Разделу 4.3.2.
8. Структура регуляторов СУ движением РН задавалась согласно Разделам 2.3, 3.3 и 4.1 в зависимости от решаемой задачи.
9. Моделирование функционирования СУ движением РН проводилось согласно Разделу 1.4.
10. Имитационное моделирование движения РН на участке МСН для конфигурации РН с крупногабаритным ГО и со скорректированными коэффициентами закона управления проводилось согласно Разделу 4.5.

Основной целью имитационного моделирования являлось построение трубок возможных случайных значений выходных параметров движения РН $y(t)$, рассчитанных по множеству реализаций процесса функционирования СУ при действии случайных атмосферных возмущений.

Для задачи управления уводом ГД струй РД основным выходным параметром является расстояние $l_p(t)$ проекции следа ГД струи на стартовую плоскость от точки старта РН.

Для задачи аварийного увода РН при отказе двигателя выходным параметром являются координаты характерной хвостовой точки РН в проекциях на стартовую плоскость $y_{xв}(t), z_{xв}(t)$.

Для задачи снижения нормальных перегрузок, испытываемых РН с крупногабаритным ГО при движении на участке МСН и при атмосферных возмущениях, выходным параметром является параметр аэродинамического нагружения конструкции РН $Q(t)$.

5.2. Методика имитационного моделирования и статистические показатели эффективности функционирования СУ

Программа имитационного моделирования СУ движением первой ступени РН состоит из трех основных блоков [85], показанных на Рисунке 5.1:

- блок имитации случайных факторов, действующих на систему;
- блок имитации функционирования системы при действии случайных факторов;
- блок статистической обработки результатов имитации – реализаций выходов системы.

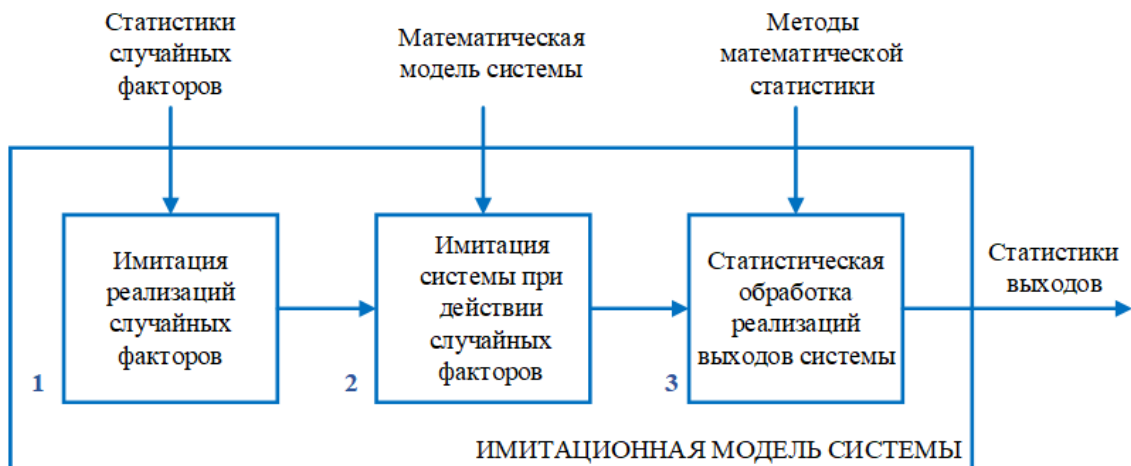


Рисунок 5.1 - Общая схема программы имитационного моделирования СУ РН

При формировании программ имитационного моделирования СУ применительно к трем задачам, рассматриваемым в работе, в соответствии со схемой, представленной на Рисунке 5.1, учитывались следующие особенности задач:

1) случайная скорость горизонтального ветра $W(h_0)$ на начальной высоте h_0 и случайное отклонение (вариация) плотности атмосферы $\varepsilon_\rho(h_0)$ от ее значения $\rho_{ном}(h_0)$ на высоте h_0

разыгрывались по заданным значениям $m_w(h_0)$ и $D_w(h_0)$ для ветра и заданной дисперсии $D_{\varepsilon_p}(h_0)$) для вариации плотности;

2) уравнения движения расширенной системы интегрировались методом Эйлера с постоянным мелким шагом Δt , обеспечивающим имитацию белых шумов $\eta(t)$ в правой части системы уравнений состояния системы в виде ступенчатых процессов [85];

3) статистические характеристики выходов рассчитывались в множестве точек по времени вдоль траектории движения РН путем обработки выборки, состоящей из $N = 150$ реализаций.

Основными показателями эффективности СУ, оцениваемыми с помощью имитационной модели при решении трех задач данного исследования, являлись:

- границы трубки $m_{l_p}(t) \pm 3\sigma_{l_p}(t)$ следов струй РН в задаче увода струй РД;
- границы трубок $m_{y_{xg}}(t) \pm 3\sigma_{y_{xg}}(t)$ и $m_{z_{xg}}(t) \pm 3\sigma_{z_{xg}}(t)$ координат y_{xg} и z_{xg} проекции характерной хвостовой точки на стартовую плоскость в задаче увода РН;
- границы трубок отклонений $\Delta\mathcal{G}(t)$ угла тангажа $m_{\Delta\mathcal{G}}(t) \pm 3\sigma_{\Delta\mathcal{G}}(t)$ от его программного значения $\mathcal{G}^*(t)$ и параметра аэродинамического нагружения конструкции РН $m_{\mathcal{Q}}(t) \pm 3\sigma_{\mathcal{Q}}(t)$ при движении на участке МСН в конфигурации с крупногабаритным ГО.

5.3. Программная реализация компонент имитационных моделей

Имитационное моделирование проводилось в среде программирования *MATLAB/Simulink*. Уравнения движения интегрировались методом Эйлера с постоянным шагом $\Delta t = 0.001$ с.

Имитация возмущений. Реализации случайного горизонтального ветра и случайных вариаций плотности атмосферы имитировались по технологии ФФ с помощью программ, представленных на Рисунках 5.2, 5.3.

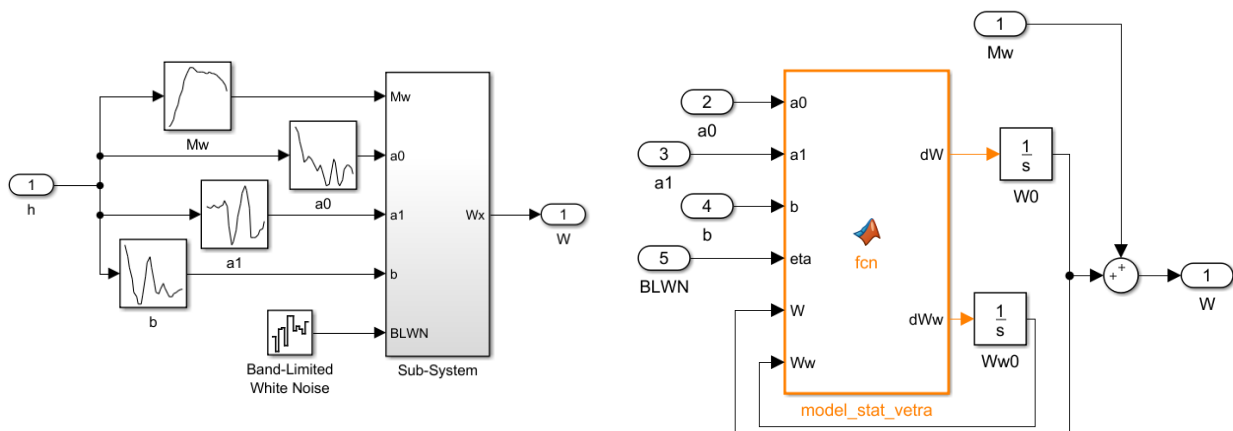


Рисунок 5.2 - Программа имитации реализаций ветра с использованием ФФ 2-го порядка в среде *MATLAB/Simulink*

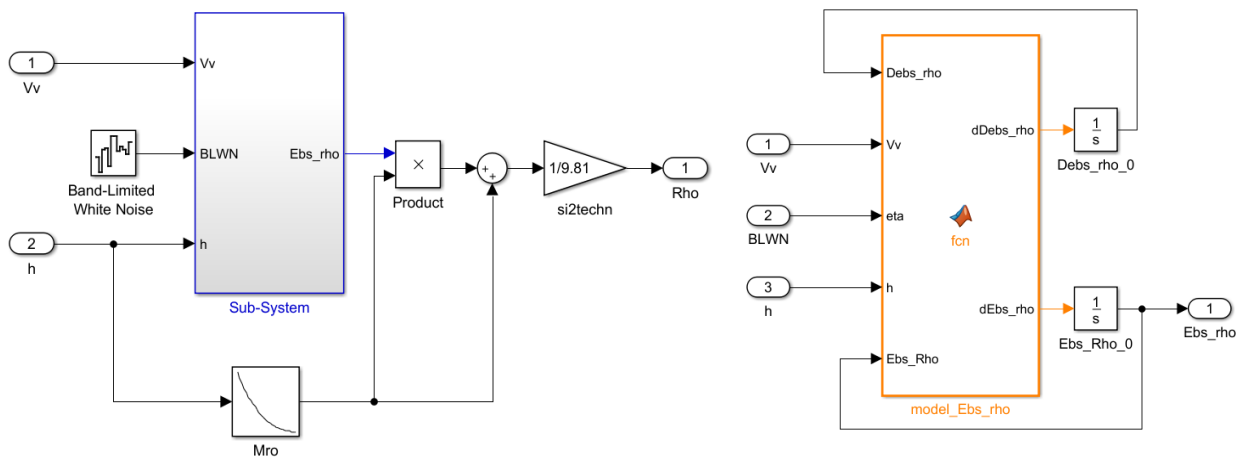


Рисунок 5.3 - Программа имитации реализаций вариаций плотности атмосферы с использованием ФФ 1-го порядка в среде *MATLAB/Simulink*

Имитация функционирования СУ. Программа имитации процесса функционирования замкнутой СУ для решения задач управления уводом струй и аварийного увода РН при действии атмосферных возмущений представлена на Рисунке 5.4.

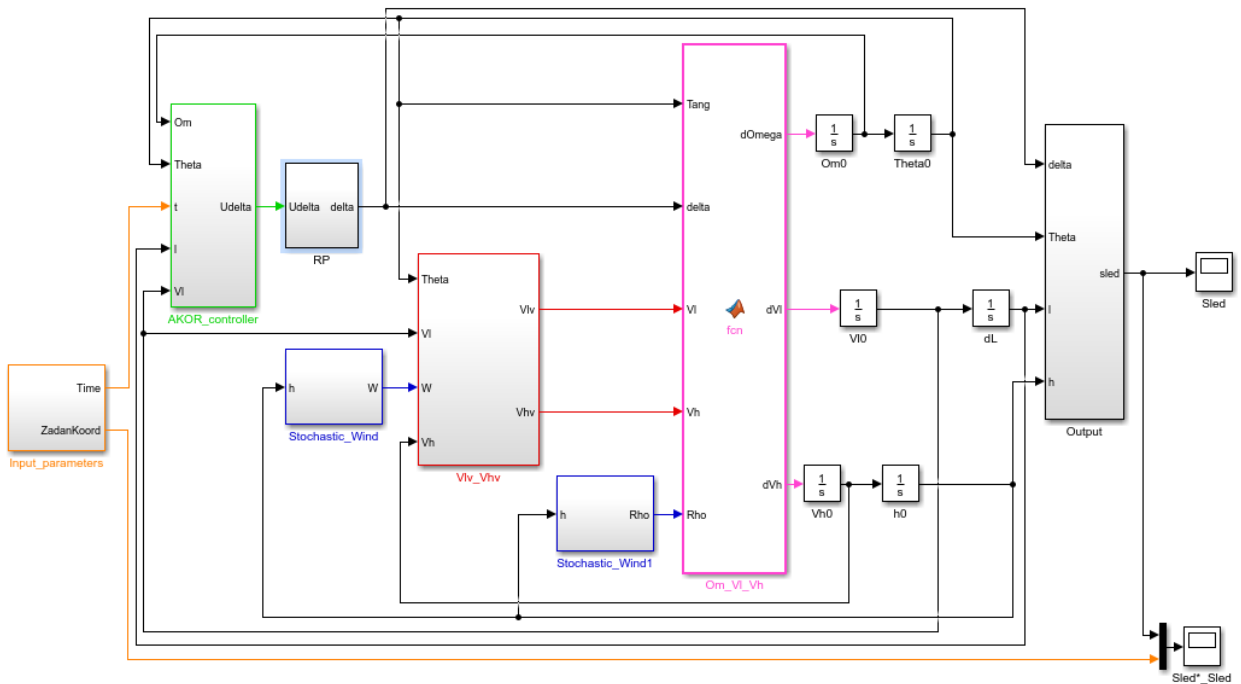


Рисунок 5.4 - Программа имитации замкнутой СУ РН для решения задач управления уводом струй и аварийного увода РН в среде *MATLAB/Simulink*

Программа имитации процесса функционирования замкнутой СУ для оценки нормальных перегрузок, испытываемых РН в конфигурации с крупногабаритным ГО при полете на участке МСН, представлена на Рисунке 5.5.

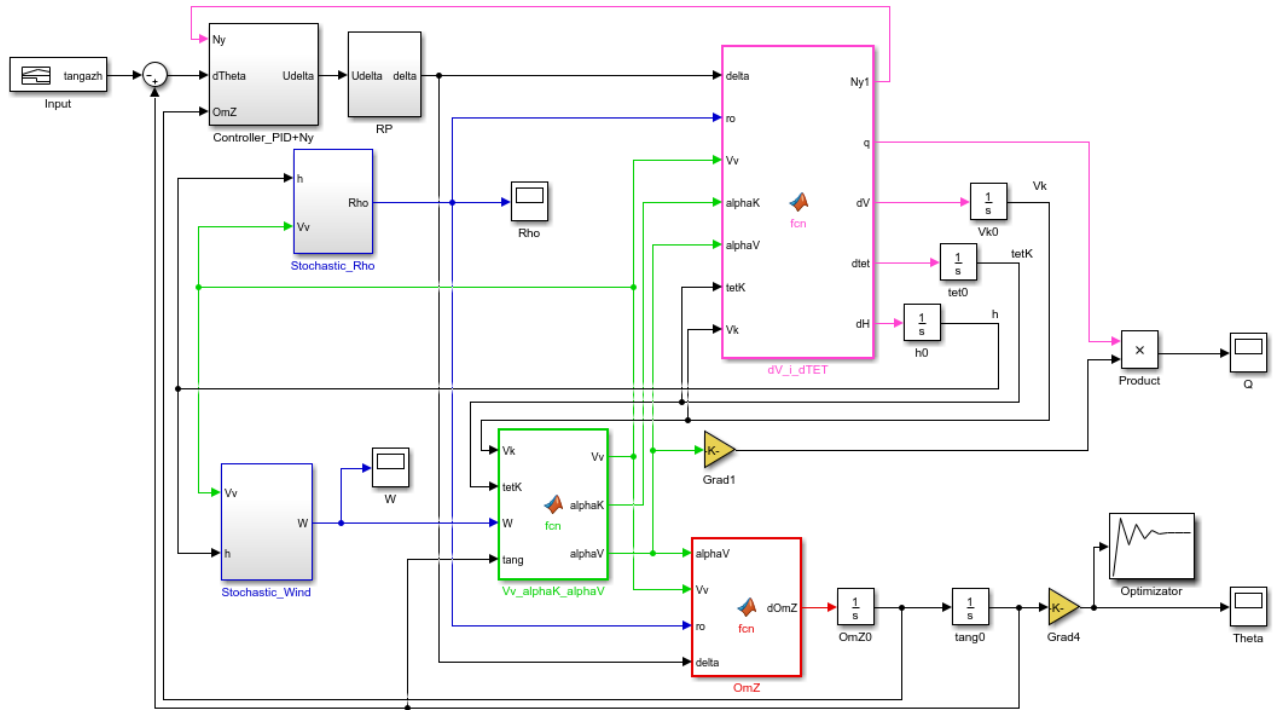


Рисунок 5.5 - Программа имитации замкнутой СУ движением РН на участке МСН в среде *MATLAB/Simulink*

Расчет показателей. Статистическая обработка реализаций выходов СУ, рассчитанных с помощью *Simulink*-программ, представленных на Рисунках 5.4, 5.5, выполнялась с помощью специально разработанной подпрограммы, в которой рассчитывались математические ожидания, дисперсии и границы трубок указанных выше выходных параметров движения РН.

5.4. Численные результаты имитационного моделирования

Результаты моделирования представлены ниже в соответствии с постановкой задачи моделирования, сформулированной в Разделе 5.1.

5.4.1. Результаты анализа движения РН в задаче увода струй

На Рисунках 5.6 - 5.7 приведены графики изменения горизонтальной составляющей скорости и высоты полета РН при ее движении в интервале высот от 0 до 300 м для двух вариантов управляемого движения:

- при движении РН вдоль номинальной программы выведения (без маневра увода струй РД);
- при выполнении маневра увода струй.

В данном варианте расчетов атмосферные возмущения не учитывались.

Различия между кривыми, представленными на этих графиках, отражают энергетические потери РН, возникающие в результате применения маневра увода струй.

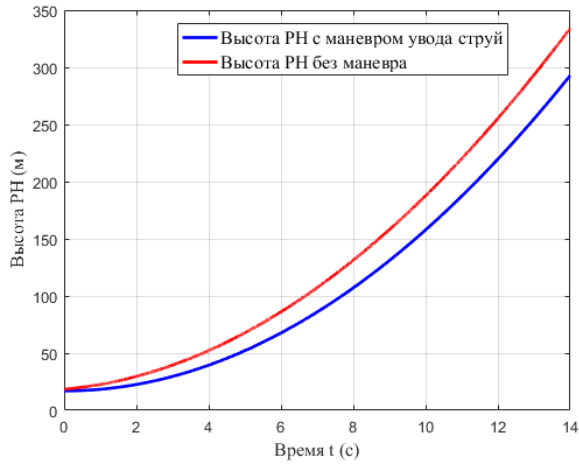


Рисунок 5.6 - Изменение высоты подъема РН при маневре увода струй и без маневра

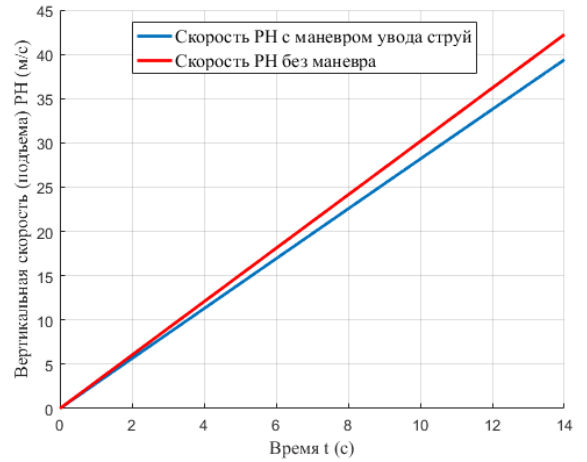


Рисунок 5.7 - Вертикальная скорость РН при маневре увода струй и без маневра

Потеря вертикальной скорости РН из-за выполнения маневра увода струй составляет около 3 м/с (см. Рисунок 5.6), а время достижения высоты 300 м, на которой завершается маневр увода струй, возрастает примерно на 1.6 с (см. Рисунок 5.7).

На Рисунках 5.8, 5.9 представлены трубки $m_w(t) \pm 3\sigma_w(t)$ скорости горизонтального ветра и $\pm 3\sigma_{\varepsilon_\rho}(t)$ случайных вариаций плотности атмосферы, рассчитанные путем статистической обработки 150 реализаций в интервале высот от 0 до 3000 м. Рассмотрен наихудший вариант направления горизонтального ветра – в сторону КЗБ.

На этих же рисунках показаны по одной реализации каждого из возмущений. Реализации использовались при моделировании движения РН при управлении уводом струй и аварийным уводом РН.

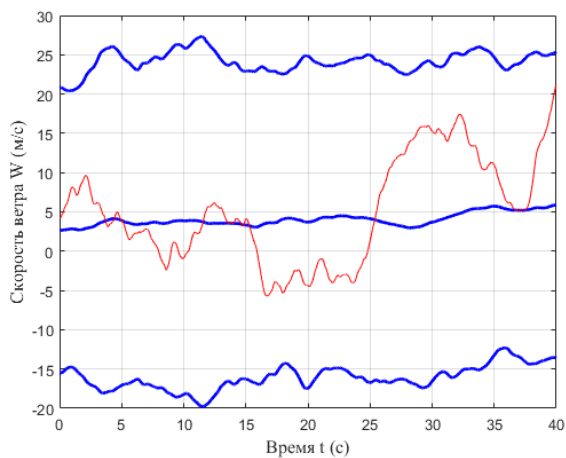


Рисунок 5.8 - Трубка $m_w(t) \pm 3\sigma_w(t)$ и одна реализация скорости ветра $W(t)$ на участке полета 0 - 3000 м, построенные с использованием ФФ 2-го порядка

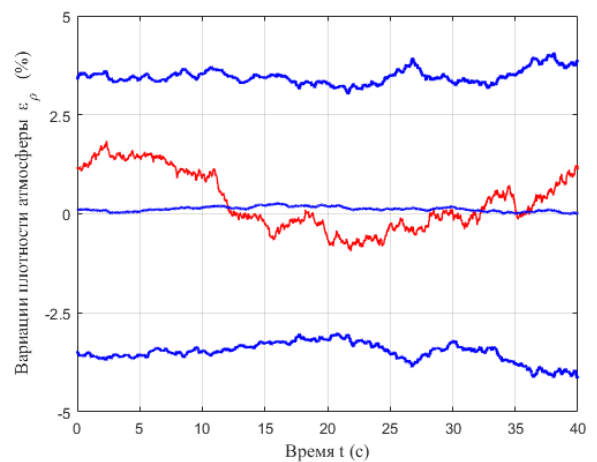


Рисунок 5.9 - Трубка $\pm 3\sigma_{\varepsilon_\rho}(t)$ и одна реализация вариаций плотности $\varepsilon_\rho(t)$ на участке 0 - 3000 м, построенные с использованием ФФ 1-го порядка

Трубки выходных параметров СУ РН при выполнении маневра увода струй показаны на Рисунках 5.10 – 5.14. Из графиков, представленных на этих рисунках, видно, что след ГД струи РН не выходит за заданные границы термозащищенного сектора на стартовой плоскости, выделенные на Рисунке 5.14 красным цветом. Основные параметры движения РН на начальном участке полета (0-300 м) такие как горизонтальная дальность ЦМ РН $l(t)$ (см. Рисунок 5.10), приращение угла тангажа $\Delta\vartheta(t)$ (см. Рисунок 5.11), угол отклонения сопел РД $\delta(t)$ (см. Рисунок 5.12), воздушная скорость $V_B(t)$ (см. Рисунок 5.13) имеют приемлемые отклонения относительно их средних значений.

Следует отметить, что расходящийся вид графиков обусловлен тем, что на первых секундах полета основной силой, действующей на РН, является сила тяги РД, а с ростом скорости РН возрастает влияние аэродинамической силы.

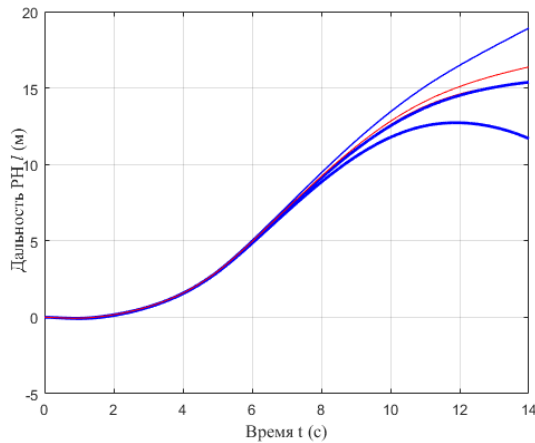


Рисунок 5.10 - Трубка $m_{l_p}(t) \pm 3\sigma_{l_p}(t)$ и одна реализация горизонтальной дальности ЦМ РН $l(t)$ при маневре увода струй

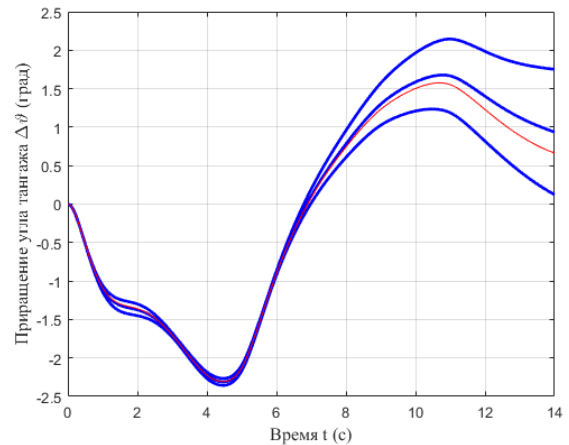


Рисунок 5.11 - Трубка $m_{\Delta\vartheta}(t) \pm 3\sigma_{\Delta\vartheta}(t)$ и одна реализация приращения угла тангажа РН $\Delta\vartheta(t)$ при маневре увода струй

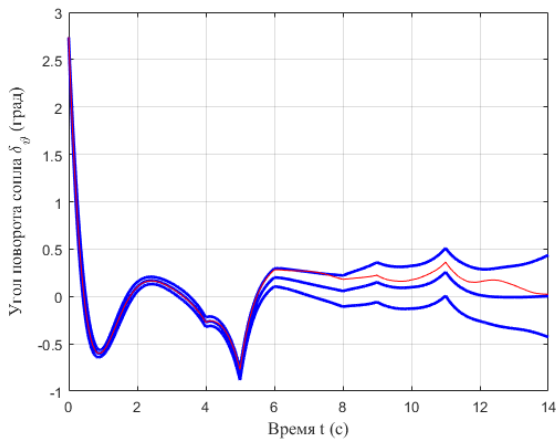


Рисунок 5.12 - Трубка $m_{\delta}(t) \pm 3\sigma_{\delta}(t)$ и одна реализация угла отклонения сопла РД $\delta(t)$ при маневре увода струй

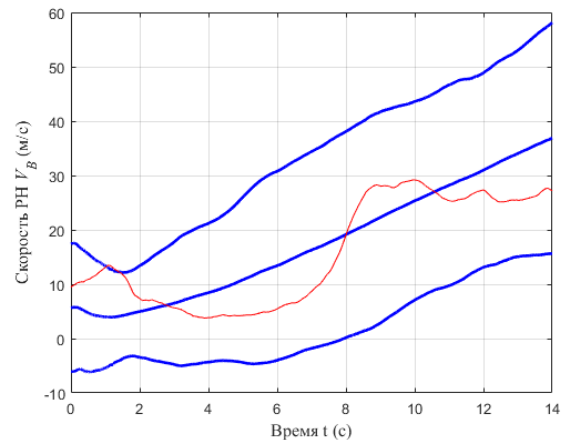


Рисунок 5.13 - Трубка $m_{V_B}(t) \pm 3\sigma_{V_B}(t)$ и одна реализация воздушной скорости РН $V_B(t)$ при маневре увода струй

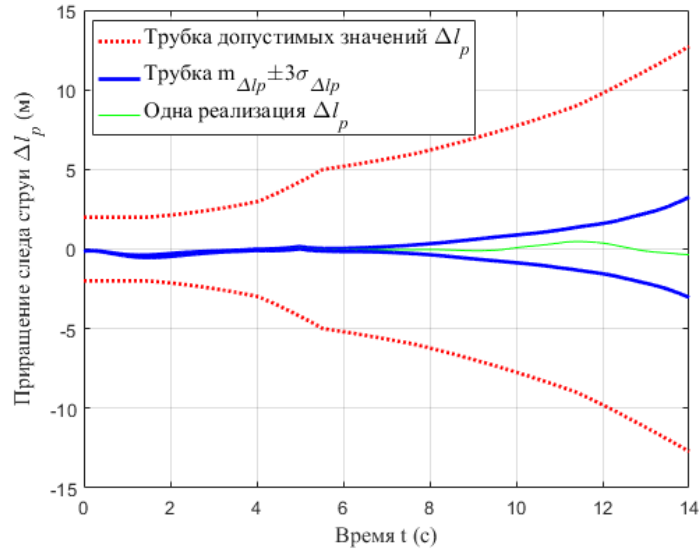


Рисунок 5.14 - Трубка $m_{\Delta l_p}(t) \pm 3\sigma_{\Delta l_p}(t)$ и несколько реализаций рассогласований заданных и текущих значений следов струй РН на участке 0-300 метров (при случайном направлении ветра)

5.4.2. Результаты анализа движения в задаче управления аварийным уводом РН при отказе двигателя

Движение РН при отказе двигателя моделировалось с момента отказа $t_0 = 2$ с при действии случайного ветра по направлению к КЗБ и вариаций плотности (см. Рисунки 5.8, 5.9).

Некоторые результаты моделирования представлены трубками параметров движения РН, показанными на Рисунках 5.15 – 5.19, в том числе трубка приращений угла тангажа (см. Рисунок 5.15), трубка приращения угла поворота рулей в продольном канале (см. Рисунок 5.16), трубка приращений угла рысканья (см. Рисунок 5.17), трубка приращения угла поворота рулей в канале рысканья (см. Рисунок 5.18), трубка проекций траектории РН на горизонтальную плоскость (см. Рисунок 5.19).

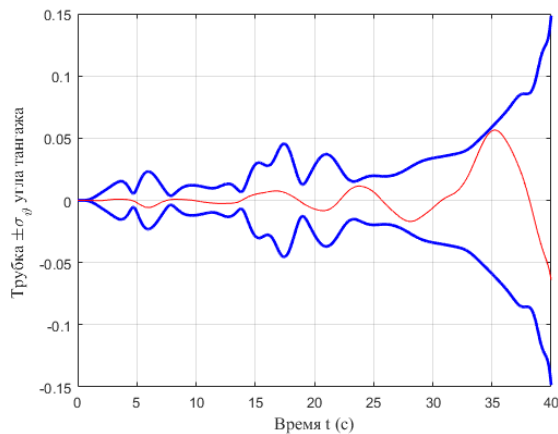


Рисунок 5.15 - Трубка $\pm 3\sigma_{\Delta\theta}(t)$ и одна реализация приращения угла тангажа РН $\Delta\theta(t)$

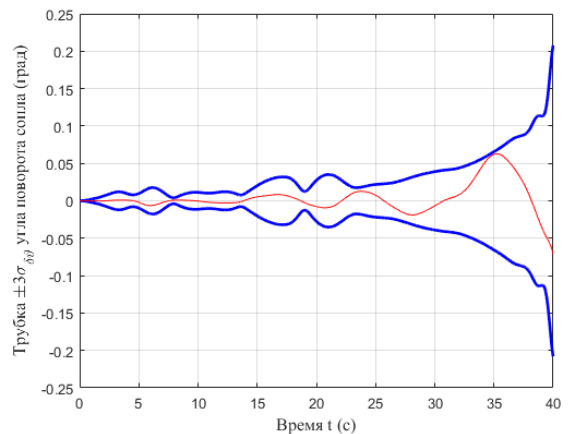


Рисунок 5.16 - Трубка $\pm 3\sigma_{\Delta\delta_g}(t)$ и одна реализация приращения угла поворота сопла РН $\Delta\delta_g(t)$ в плоскости тангажа

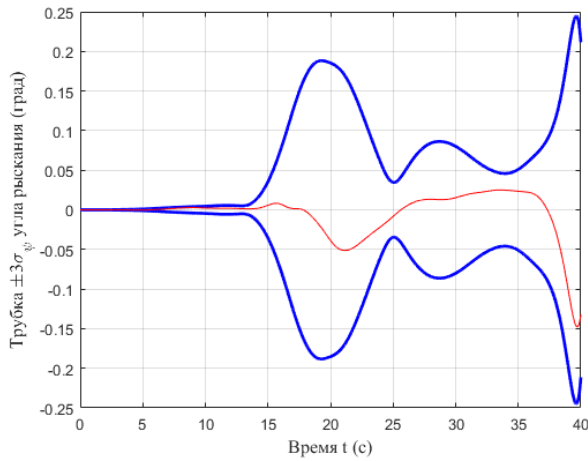


Рисунок 5.17 - Трубка $\pm 3\sigma_{\psi}(t)$ и одна реализация приращения угла рыскания РН $\psi(t)$

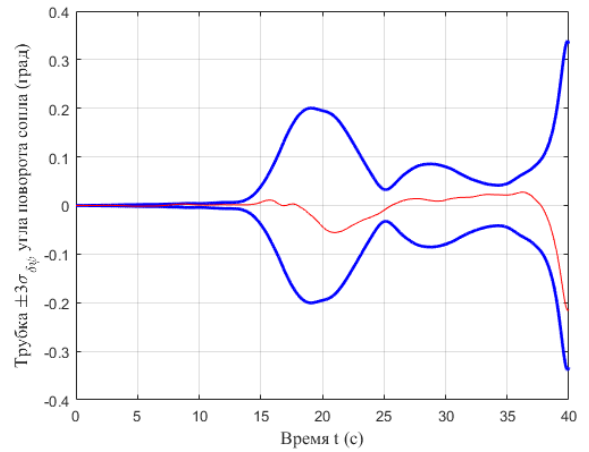


Рисунок 5.18 - Трубка $\pm 3\sigma_{\Delta\delta_{\psi}}(t)$ и одна реализация приращения угла поворота сопла РН $\Delta\delta_{\psi}(t)$ в плоскости рыскания

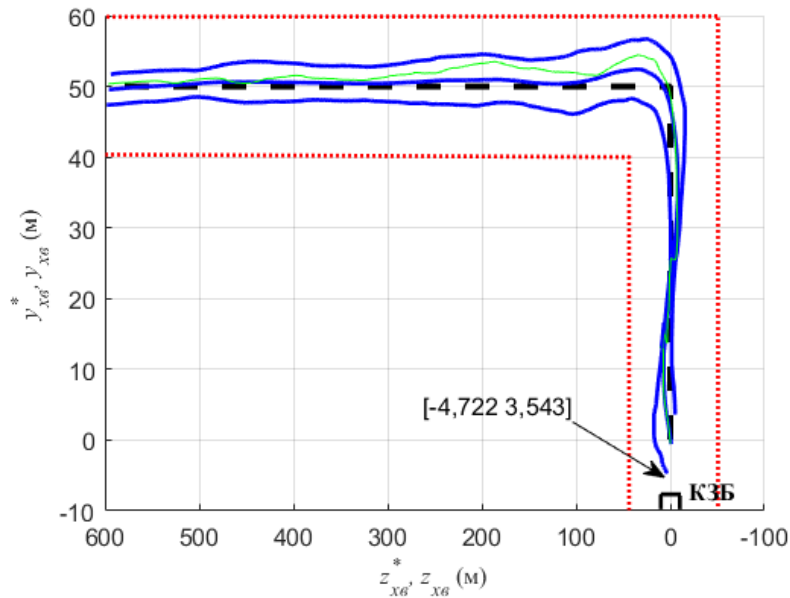


Рисунок 5.19 - Трубки $m_{y_{xв}}(t) \pm 3\sigma_{y_{xв}}(t)$, $m_{z_{xв}}(t) \pm 3\sigma_{z_{xв}}(t)$ и несколько реализаций координаты характерной хвостовой точки РН при аварийном уводе в проекциях на горизонтальную плоскость

Основные параметры движения РН на рассматриваемом участке полета, такие как угол тангажа, угол рыскания и отклонение сопел двигателей являются малыми величинами и имеют допустимый разброс относительно их программных значений. Траектория характерной хвостовой точки РН и диаметр трубки отклонений проекции траектории РН на горизонтальную плоскость, относительно программной траектории, показанной на Рисунке 5.19, невелик. Требование безударности РН с КЗБ выполняется.

5.4.3. Результаты анализа движения РН на участке МСН

Для уточнения числа реализаций, необходимых для оценки характеристик управляемого движения РН на участке МСН, был построен график сходимости оценки СКО максимального значения параметра нагружения Q_{\max} в зависимости от числа реализаций N , использовавшихся для его расчета, при изменении N от 10 до 200.

Как видно из графика, принятое априори значение $N=150$ дает приемлемый результат, но оценки могут быть уточнены при увеличении N до 200.

На Рисунках 5.20 – 5.26 приведены трубки параметров движения РН на данном участке, в том числе скорости ветра и вариаций плотности (см. Рисунки 5.20, 5.21), параметра нагружения (см. Рисунок 5.22), угла тангажа $\Delta\vartheta$ (см. Рисунок 5.23), воздушного угла атаки α_B (см. Рисунок 5.24), угла поворота рулей в продольном канале δ_Q (см. Рисунок 5.25), воздушной скорости V_B (см. Рисунок 5.26).

Из графиков видно, что допустимый предел Q^* по параметру аэродинамического нагружения, а также допустимых отклонений угла тангажа $\vartheta^*(t)$ не превышены. Основные параметры движения РН на участке МСН, такие как воздушная скорость, углы атаки, тангажа и отклонений рулей имеют границы разбросов в допустимых интервалах.

По результатам имитационного моделирования процесса функционирования СУ с использованием нелинейной модели движения РН на участке МСН при скорректированном законе управления видно (см. Рисунок 5.22), что оценка основного параметра выхода модели – параметра нагружения $Q(t)$ близка к значению данного параметра, полученному Главе 4 методом уравнений моментов. Максимальное значение параметра $Q(t)$ (в критической точке) составляет $Q_5(t) = 9920$ (кгс·с·град/м³).

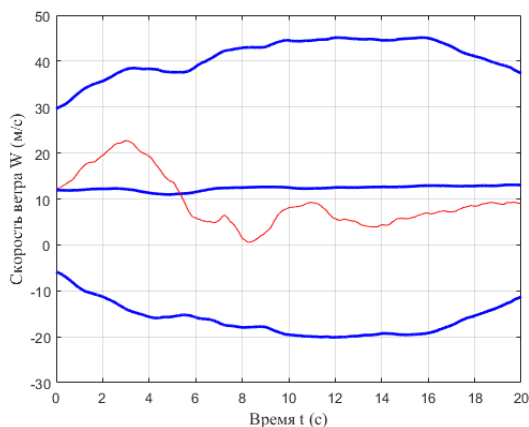


Рисунок 5.20 - Трубка $m_W(t) \pm 3\sigma_W(t)$ и одна реализация горизонтальной скорости ветра $W(t)$ на участке МСН

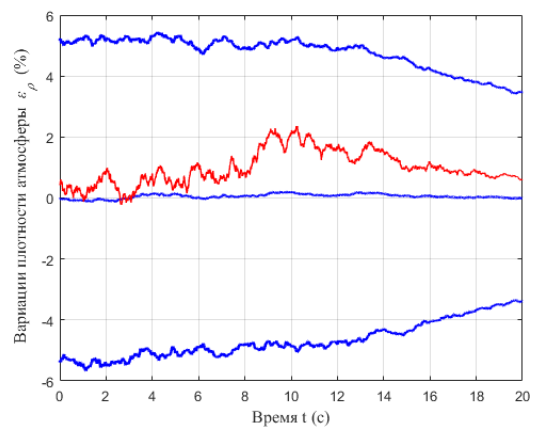


Рисунок 5.21 - Трубка $\pm 3\sigma_{\varepsilon_\rho}(t)$ и одна реализация вариаций плотности атмосферы $\varepsilon_\rho(t)$ на участке МСН

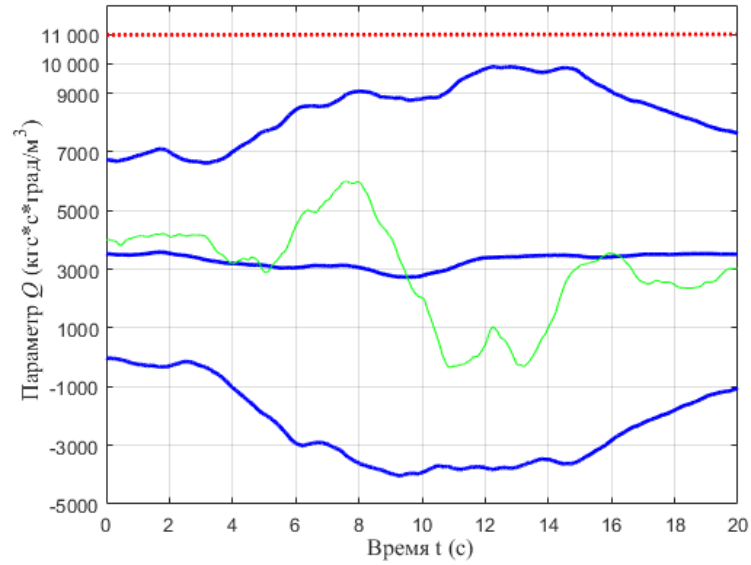


Рисунок 5.22 - Трубка $m_Q(t) \pm 3\sigma_Q(t)$ и одна реализация параметра аэродинамического нагружения РН $Q(t)$ на участке МСН

Основные параметры движения РН на участке МСН представлены на Рисунках 5.23-5.26 в виде трубок и одной разыгранной случайной реализации.

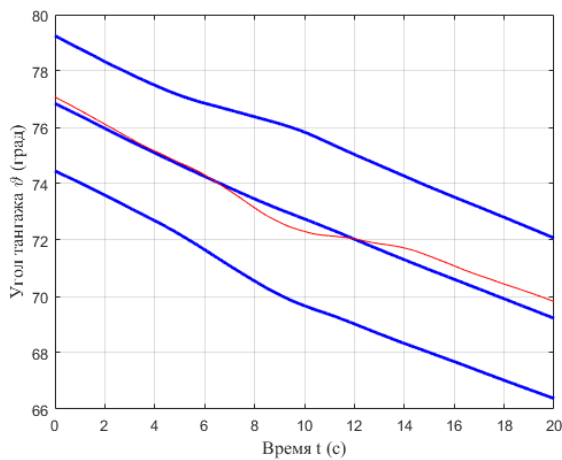


Рисунок 5.23 - Трубка $m_\theta(t) \pm 3\sigma_\theta(t)$ и одна реализация угла тангажа РН $\theta(t)$

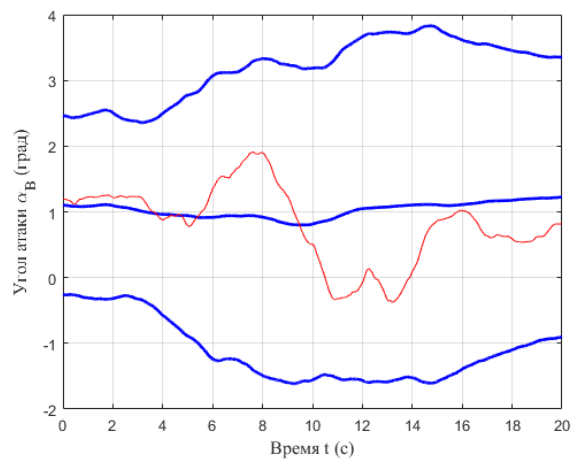


Рисунок 5.24 - Трубка $m_{\alpha_B}(t) \pm 3\sigma_{\alpha_B}(t)$ и одна реализация угла атаки РН $\alpha_B(t)$

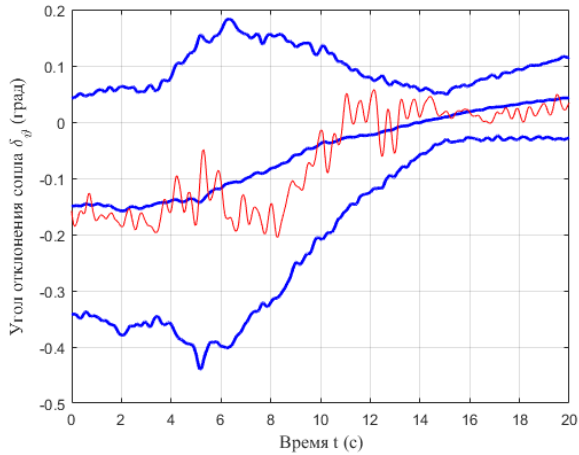


Рисунок 5.25 - Трубка $m_{\delta_q}(t) \pm 3\sigma_{\delta_q}(t)$ и одна реализация поворота сопла РН $\delta_q(t)$

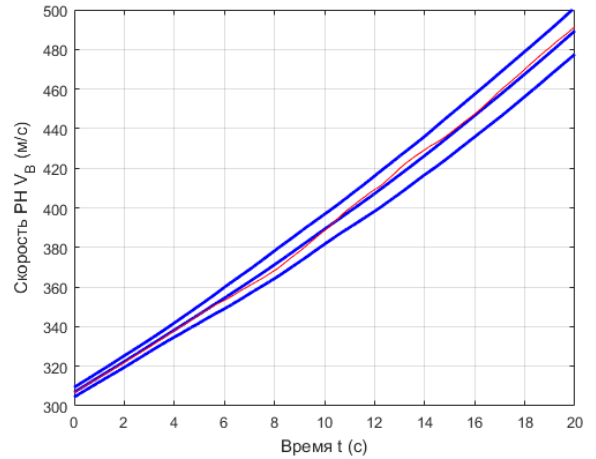


Рисунок 5.26 - Трубка $m_{V_B}(t) \pm 3\sigma_{V_B}(t)$ и одна реализация скорости РН $V_B(t)$

5.5. Выводы по Главе 5

Таким образом, результаты имитационного моделирования подтверждают эффективность разработанных алгоритмов управления движением РН, которые были получены с использованием линеаризованных уравнений движения РН в Главах 1 - 4. Продемонстрированная методика имитационного моделирования для решения некоторых специальных задач управления на участке полета первой ступени РН является достаточно универсальной и может быть применена также для решения других задач управления РН на данном участке.

Численные результаты имитационного моделирования основных параметров движения РН и основных параметров выходов системы для частных задач исследования показывают приемлемую точность работы СУ движением РН, сформированной в данной работе.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ К РАБОТЕ

В работе получены следующие основные результаты:

1. Разработаны методики управления движением РН на участке полета первой ступени, способствующие повышению эффективности пуска.
2. Сформулирована и решена математическая задача АКОР с управляемым выходом, особенностью которой является зависимость вектора выхода от вектора управления и учет вектора входов в правой части уравнения состояния. Задача в такой постановке возникает при решении частных специальных задач управления на участке полета первой ступени РН.
3. Сформулированы основные требования, предъявляемые к СУ движением первой ступени РН для повышения сохранности сооружений СК и безопасности как СК, так и пуска в целом.
4. Разработана методика решения задачи управления уводом струй РН от сооружений СК в штатном полете по заданным программам увода. В рамках данной методики сформирован регулятор СУ движением РН с использованием решения задачи АКОР с управляемым выходом, позволяющий с удовлетворительной точностью осуществлять увод струй по заданным программам при малых энергетических затратах РН.
5. Разработана методика решения задачи аварийного увода РН от сооружений СК при отказе двигателя. В рамках данной методики сформирован регулятор СУ движением РН с использованием решения задачи АКОР с управляемым выходом, позволяющий с удовлетворительной точностью осуществлять аварийный увод РН по заданной программе увода. Разработанный регулятор позволяет избежать соударения РН с КЗБ при отказах двигателя на участке движения РН вдоль КЗБ.
6. Исследована возможность уменьшения нормальных перегрузок, испытываемых РН в конфигурации с крупногабаритным ГО на возмущенном участке МСН путем рассмотрения атмосферных возмущений, как коррелированных случайных функций по высоте, и перенастройки коэффициентов закона управления.
7. Сформированы структура и выбраны параметры регуляторов замкнутой СУ РН на участке полета первой ступени для решения задач управления уводом струй РД, управления аварийным уводом РН и снижения располагаемых нормальных перегрузок РН на участке МСН.
8. Среди направлений для дальнейших исследований следует отметить необходимость учета более полного набора возмущающих факторов: разброс аэродинамических и массово-инерционных характеристик РН, колебаний топлива в баках, упругих колебаний корпуса РН и некоторых других.
9. Цели исследования, поставленные в диссертационной работе, достигнуты, и все поставленные задачи – решены.

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И ОБОЗНАЧЕНИЙ

АКС	– авиационно-космическая система
БД	– боковой двигатель
БЦВМ	– бортовая цифровая вычислительная машина
ГД	– газодинамические
ГО	– головной обтекатель
ДУ	– двигательная установка
КЗБ	– кабель-заправочная башня
КРК	– космический ракетный комплекс
КРТ	– компоненты ракетного топлива
КСН	– команды системы наведения
ЛА	– летательный аппарат
МД	– маршевый двигатель
МСН	– максимальный скоростной напор
ПН	– полезная нагрузка
ПУ	– пусковое устройство
РД	– ракетный двигатель
РН	– ракета-носитель
РП	– рулевой привод
СК	– стартовый комплекс
СН	– система наведения
СП	– случайный процесс
СС	– система стабилизации
СУ	– система управления
с.к.о.	– среднеквадратическое отклонение
ЦД	– центральный двигатель
ЦМ	– центр масс
ФФ	– формирующий фильтр

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Стромский И.В. Космические порты мира. М.: Машиностроение, 1996. 113 с.
2. https://ru.wikipedia.org/wiki/Морской_старт. Дата обращения: 21.05.2019.
3. <http://www.ecoruspace.me/Зенит+3SL.html>. Дата обращения: 21.05.2019.
4. Бобронников В.Т., Трифонов М.В. Методика статистического анализа движения первой ступени ракеты-носителя с учетом случайных ветровых нагрузок // Вестник МАИ, 2014. №1. С. 33-42.
5. Дмитриев В. В., Ендуткина Е. А., Методика формирования профилей ветра, учитываемых в полетной программе, с целью снижения нагрузок на корпус ракеты-носителя // Вестник СамГУ. Естественнонаучная серия, 2009. № 8(74). С. 118–124.
6. Золкин С.Н. Исследование нагружения ракеты-носителя тяжелого класса при движении в плотных слоях атмосферы // Труды МАИ, 2011. №45. С. 12-24.
7. Ендуткина Е.А. Обеспечение управляемости первой ступени ракеты-носителя с использованием расчетных профилей ветра перед пуском. Диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук. Самара: СГАУ, 2010. 153 с.
8. Sekula M., Piatak D. J., Rausch R. D. Comparison of Ares IX Wind-Tunnel-Derived Buffet Environment with Flight Data // Journal of Spacecraft and Rockets, 2012. Т. 49. №. 5. С. 822-833. DOI: 10.2514/1.A32176.
9. Swailem S. I. Al, Application of robust control in unmanned vehicle flight control system design, Ph.D. dissertation, Cranfield Univ., England, 2004.
10. Lavretsky E., Wise K. A. Robust and adaptive control. London: Springer, 2013. 449 P.
11. Chiang R. Y. and Safonov M. G. MATLAB: Robust Control Toolbox User's Guide. MathWorks, 1997.
12. Altshuler A. Sh., Bobronnikov V. T., Trifonov M. V. Development of launch vehicle control algorithm for the initial part of the trajectory using the ACOR method // Siberian Journal of Science and Technology. 2017. Vol. 18, No. 2. P. 314–322.
13. Кузнецов Ю.Л., Украинцев Д.С. Анализ влияния схемы полета ступени с ракетно-динамической системой спасения на энергетические характеристики двухступенчатой ракеты-носителя среднего класса // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение, 2016. Т. 15. № 1. С. 73-80. DOI: 10.18287/2412-7329-2016-15-1-73-80.
14. Летов А.М. «Аналитическое конструирование регуляторов I-IV // Автоматика и телемеханика, 1960. №4 436-441 с., №5 561-568 с., №6 661-665, 1961 №4 425-435 с.
15. Малышев В.В. Методы оптимизации в задачах системного анализа и управления. М.: Издательство МАИ-ПРИНТ, 2010. 440 с.

16. Дмитриевский А.А., Лысенко Л.Н. Прикладные задачи теории оптимального управления движением беспилотных летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1978. 328 с.
17. Сихарулидзе Ю.Г. Баллистика и наведение летательных аппаратов. М: Бином, 2011. 407 с.
18. Легостаев В.П., Старт с поверхности океана // Полет, 1999. № 2. С. 3-14.
19. Евдокименков В.Н., Динеев В.Г., Карп К.А. Инженерные методы вероятностного анализа авиационных и космических систем. М.: Физматлит, 2010. 320 с.
20. Дядькин А.А. Аэрогазодинамика ракетно-космического комплекса «МОРСКОЙ СТАРТ», Журнал «Космическая техника и технологии», 2014. № 2. С.14-31.
21. Румянцев Г.Н. Обеспечение точности современных ракетных комплексов при разработке системы управления // Труды ФГУП НППЦАП. Системы и приборы управления, 2011. №2.
22. Румянцев Г.Н. Снижение динамического нагружения на стартовом участке // Труды ФГУП НППЦАП. Системы и приборы управления, 2015. №1. с.19-23.
23. Филатьев А.С., Янова О.В. Оптимальное управление космическими транспортными системами с учетом случайных возмущений // Управление развитием крупномасштабных систем MLSD2008. Издательство: ИПУ им. В.А. Трапезникова РАН, 2009. С. 194.
24. Альтшулер А.Ш., Володин В.Д. Управление движением ракеты космического назначения на начальном участке полета с учетом требований по снижению газодинамического воздействия струй двигателей на сооружения стартового комплекса. Авиакосмическая техника и технология, 2007. №2. С. 3-8
25. Охоцимский Д.Е., Энеев Т.М. Некоторые вариационные задач, связанные с запуском искусственного спутника Земли // Успехи физических наук, 1957. Т.63. С.5-32
26. Красовский А.А. Аналитическое конструирование контуров управления летательными аппаратами. - М.: Машиностроение, 1969. 240 с.
27. Красовский, А.А. Системы управления полетом и их аналитическое конструирование / А.А. Красовский. М.: Наука, 1973. 558 с.
28. Дмитриевский А.А., Лысенко Л.Н. Прикладные задачи теории оптимального управления движением беспилотных летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1978. 328 с.
29. Kalman R.E. Contributions to the Theory of Optimal Control // Bullet. Soc. Mat. Mech, 1960. Vol 5, No 1, 102-119 p.
30. Летов А.М., Математическая теория процессов управления. М.: Наука, 1981. 256 с.
31. Александров А.Г., Оптимальные и адаптивные системы. М.: Электронная книга, 2003. 278 с.
32. Летов А.М. Динамика полета и управление. М.: Наука, 1969. 360 с.
33. Агеев А. М., Сизых В. Н. Синтез оптимальных регуляторов системы управления самолетом через решение обратной задачи АКОР // Научный вестник НГТУ, 2014. Т. 56. №. 3. С. 7-22.

34. Зубов Н.Е. Микрин Е.А. Рябченко В.Н. Ефанов Д.Е. Аналитический синтез законов управления продольным движением летательного аппарата // Вестник Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана. Серия «Приборостроение», 2015. С.3-14.
35. Игдалов И.М., Кучма Л.Д. и др. Ракета как объект управления. Днепропетровск: Арт-Пресс, 2004. 545 с.
36. Создание эффективных систем водоподачи в стартовых сооружениях для снижения газодинамических нагрузок / А. Б. Бут, А. Г. Гончар, Т. Т. Соколова и др. // Космонавтика и ракетостроение, 2009. № 4. С. 11–18.
37. Дегтярев А.В. и др. Результаты анализа динамики старта РКН «Зенит-3SL» с находящейся на плаву морской стартовой платформы // Авиационно-космическая техника и технология, 2013. № 9. С. 25–3
38. Динеев В.Г. и др. Пути решения задачи оперативного расчета программы движения транспортных космических систем при нештатных ситуациях // Известия РАН. Теория и системы управления, 2007. № 4. С. 148-152
39. Болдырев С.В., Овчинников А.Г., Меркулова Е.В. Применение твердотопливного регулируемого управляющего двигателя в системе аварийного спасения перспективного пилотируемого корабля // Труды МАИ, 2010. Т.45. С. 2010.
40. Андриенко А.Я., Тропова Е.И., Чадаев А.И. проблемы управления при выведении на орбиту крупногабаритных грузов // Управление большими системами: сборник трудов, 2009. С. 231-242.
41. Du W. Dynamic modeling and ascent flight control of Ares-I Crew Launch Vehicle: Dissertation of the Doctor of Philosophy. Ames: Iowa State University, 2010. 167 p.
42. Динеев В.Г., Ефимов А.А., Мухин А.В. Оптимизация параметров системы управления с адаптивным контуром управления по возмущению// Управление развитием крупномасштабных систем MLSD2007. Издательство: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2007. с.102-103.
43. Malyshev V.V., Krasilshikov M.N., Bobronnikov V.T. and other. Aerospace vehicle control. Modern theory and applications. Printed by Brazilian Space Agency, 1996. 388 p.
44. Айзенберг Я.Е., Сухоребрый В.Г. Проектирование систем стабилизации носителей космических аппаратов, М.: Машиностроение, 1986. 222 с.
45. Колесников К.С. Динамика ракет. М.: Машиностроение, 2003. 520 с.
46. Бужинский В.А., Динеев В.Г., Мухин А.В. Исследование робастности динамического объекта со случайными разбросами гидродинамических характеристик частично заполненной емкости с использованием нечетко-нейронной системы их идентификации // Управление

- развитием крупномасштабных систем MLSD2008. Издательство: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2008. С. 209-212.
47. Цуриков Ю. А. Об устойчивости одной динамической системы. - Известия АН СССР. Механика твердого тела, 1966. № 2. С. 193-195.
 48. Абгарян А.А., Калязин Э.Л., Мишин В.П. и др. Динамика ракет. М.: Машиностроение, 1990. 464 с.
 49. Пупков К.А. Методы синтеза оптимальных систем автоматического управления. / Пупков К.А., Фалдин Н.В., Егупов Н.Д. М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. 512 с.
 50. Krotov V. F., Bukreev V. Z., Gurman V. I. New variational methods in flight dynamics Keter Press Jerusalem, 1971. P.218.
 51. Матвеев А.В. Методика проектирования алгоритмов управления движением планирующих летательных аппаратов. Диссертация на соискание степени кандидата технических наук, 2009.
 52. Матвеев А.В., Бобронников В.Т. Методика проектирования систем управления летательных аппаратов с использованием среды программирования MATLAB/Simulink // «Вестник Московского авиационного института». М.: Издательство МАИ, 2009. Т.16. № 4. с. 53-61.
 53. Kaitwanidvilai S. and Parnichkun M., Structured robust loop shaping control for HIMAT system using swarm intelligent approach, in Proc. of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists, 2008. Vol. 2.
 54. Ducard, Guillaume J. J., Fault-tolerant Flight Control and Guidance Systems. Springer Science & Business Media, 2009.
 55. Blanke M., Kinnaert M. and Lunze J.. Diagnosis and fault-tolerant control. Springer Science & Business Media, 2016. DOI: 10.1007/978-3-662-47943-8.
 56. Агамиров Л.В., Остяков Ю.А. и др. Обеспечение надежности и безопасности сложных технических систем. М.: Издательство МЭИ. 2016. 131 с.
 57. Zhang L. et al. Heavy lift launch vehicle technology of adaptive augmented fault tolerant control // Guidance, Navigation and Control Conference (CGNCC), 2016 IEEE Chinese. 2016. P. 1587-1593. DOI: 10.1109/CGNCC.2016.7829027.
 58. Lunze J., Richter J. H. Reconfigurable fault-tolerant control: a tutorial introduction // European journal of control, 2008. Vol. 14. No. 5. P.359-386.
 59. Афанасьев В.Н., Колмановский В.Б., Носов В.Р. Математическая теория конструирования систем управления. М.: Высшая школа, 2003. 615 с.
 60. Воронов А.А. Теория автоматического управления. Теория нелинейных и специальных систем автоматического управления. М.: Высшая Школа, 1986. 504 с.

61. Малышев В.В., Кибзун А.И. Анализ и синтез высокоточного управления летательными аппаратами. М.: Машиностроение, 1987. 302 с.
62. Евдокимов С.Н., Климанов С.И., Корчагин А.Н., Микрин Е.А., Сихарулидзе Ю.Г. Терминальный алгоритм управления продольным движением спускаемого аппарата с ограничением перегрузки // Известия РАН. Теория и системы управления, 2012. № 5. С. 102-118.
63. Suresh B. N., Sivan K. Integrated design for space transportation system. Springer India, 2015. DOI: 10.1007/978-81-322-2532-4.
64. Лебедев А. А., Чернобровкин Л. С. Динамика полета беспилотных ЛА. - М.: Машиностроение. 1973. 616 с.
65. ГОСТ 20058-80. Динамика летательных аппаратов в атмосфере. М.: Государственный комитет СССР по стандартам, 1980. 54 с.
66. Беллман Р. Динамическое программирование. - М.: Иностранная литература, 1960. 400 с.
67. Хрусталева М.М. Необходимые и достаточные условия в форме Беллмана // Известия АН СССР, 1978. Т.242. №5. С. 1023-1026.
68. Понтрягин Л.С. и др. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука. 1961. 392 с.
69. Болтянский В.Г. Математические методы оптимального управления. М.: Наука, 1969. - 408 с.
70. Кротов В.Ф., Гурман В.И. Методы и задачи оптимального управления. М.: Наука, 1973. 448 с.
71. Пантелеев А.В., Бортаковский А.С. Теория управления в примерах и задачах. Учеб. пособие. М: Высшая школа, 2003. 583 с.
72. Trifonov M.V., Altshuler A.Sh., Bobronnikov V.T. Development of a launch vehicle control algorithm at the initial flight part in case of one of the engines' failure // Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Mechanical Engineering, 2019. No.1. P.16-29. DOI: 10.18698/0236-3941-2019-1-16-29.
73. Athans M., Falb P. Optimal Control: An Introduction to the Theory and Its Applications. New York: Dover Publications, 2006. 894 p.
74. Афанасьев В. Н. Теория оптимального управления непрерывными динамическими системами. М: Физический факультет МГУ, 2011. 168 с.
75. Иванов В. А., Фалдин Н. В. Теория оптимальных систем автоматического управления. Учебное пособие для студентов вузов. М.: Наука, 1981. 336 с.
76. Трифонов М.В., Альтшулер А.Ш. Об одной задаче оптимального управления РН на начальном участке полета. Сборник тезисов докладов международной конференции «Авиация и космонавтика - 2016». Москва, 2016. С. 144-146.

77. Трифонов М.В. Синтез алгоритма управления движением ракеты космического назначения на начальном участке полета для обеспечения сохранности стартового комплекса. Сборник тезисов докладов международной молодежной научной конференции «XLIII Гагаринские чтения». Москва, 2017. С. 132-133.
78. Володин В.Д., Альтшулер А.Ш., Соломаха С.Г. и др. Патент №2407680. Способ защиты стартовых сооружений от газодинамического воздействия струй двигателей ракеты, 2010.
79. Брайсон А., Хо Ю-ши. Прикладная теория оптимального управления. М.: Мир, 1972. 544 с.
80. Романова И.К. Об одном подходе к определению весовых коэффициентов метода пространства состояний // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. Журн, 2015. № 4. С. 105-129.
81. А.И. Кибзун, М.Н. Красильщиков, В.Л. Мирошкин, К.И. Сыпало. Траекторное управление высотным скоростным летательным аппаратом на маршевом участке полета // Известия РАН. Теория и системы управления, 2013. с.128-136.
82. Альтшулер А.Ш., Трифонов М.В. Патент №2018142989. Следящая система автоматического управления нестационарным динамическим объектом, 2019.
83. Трифонов М.В. Разработка и применение модифицированных алгоритмов управления движением ракеты-носителя на начальном участке полета для снижения стоимости запусков. Сборник тезисов докладов международной молодежной научной конференции «XLIV Гагаринские чтения». Москва, 2018. С. 60-62.
84. Charles Hall and Mark Jackson. Design of Launch Vehicle Flight Control Systems Using Ascent Vehicle Stability Analysis Tool // AIAA Conference paper, 2011.
85. Статистическая динамика и оптимизация управления летательных аппаратов// Бобронников В.Т., Козорез Д.А., Красильщиков М.Н. и др. М.: Альянс, 2013. 468 с.
86. Абрамова Т. С., Бобронников В. Т., Кадочникова А. Р. Векторная модель ветра для анализа эффективности автономных ветроэнергетических систем // Известия РАН. Теория и системы управления. М.: Российская Академия Наук, 2016 (3). С.76-83
87. ГОСТ 4401-81. Атмосфера стандартная, 1982.
88. Пугачев В.С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. Изд. 2-ое, М.: Физматлит, 1960. 883 с.
89. Кудрявцев С.И. Комбинированное управление спуском орбитального пилотируемого корабля для высокоточной посадки возвращаемого аппарата на территории России. Диссертация на соискание степени доктора технических наук, 2018.
90. Баранов В.Н., Красильщиков М.Н., Малышев В.В. Определение параметров нестационарных формирующих фильтров. Известия Академии наук СССР, 1970. №. 5. С.213-216.

91. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М.: Высшая школа, 5-е издание стереотипное, 1998. 576 с.
92. Данченко О.И. Марковская модель плотности атмосферы марса // Труды МАИ, 2012. №50. С. 11-20.
93. Потапов А. М., Коваленко В. А., Кондратьев А. В. Сравнение головных обтекателей существующих и перспективных отечественных ракет-носителей и их зарубежных аналогов // Авиационно-космическая техника и технология, 2015. №. 1. С. 35–43.
94. РН «Протон»: <https://www.roscosmos.ru/23303/>. Дата обращения: 21.05.2019.