

ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертации Ковалева Николая Владиславовича на тему «Качественный и асимптотический анализ динамики некоторых квазиконсервативных систем», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.01 – «Теоретическая механика».

Диссертационная работа Ковалева Н.В. посвящена исследованию динамики некоторых классов квазиконсервативных систем (консервативных систем с малыми неконсервативными возмущениями). К подобным системам относятся системы, где действуют малые диссипативные силы разной природы, в частности, силы вязкого трения и силы сухого трения. Задачи механики, где при моделировании возникают квазиконсервативные системы, в настоящее время актуальны и решаются многими специалистами.

Основные цели и задачи диссертационной работы можно разбить на две части. К первой части относится создание метода построения неавтономных интегралов квазиконсервативных систем с одной или несколькими степенями свободы и применение неавтономных интегралов для отыскания периодических решений систем. Во второй части работы решены три задачи об исследовании движений механических систем с сухим трением. К третьей задаче из второй части применён метод неавтономных интегралов, разработанный в первой части работы.

Содержание диссертационной работы

Диссертационная работа включает введение, четыре главы, заключение, приложение и список литературы из 39 наименований. Объём диссертационной работы составляет 91 страницу.

Во введении дан анализ современного состояния механики квазиконсервативных систем, сформулированы цели работы, аргументирована научная новизна и практическая ценность результатов. Дано краткое описание используемых методов решения.

В первой главе исследуется класс автономных квазиконсервативных систем с одной степенью свободы. Уравнения движения системы представлены в нормальной форме Коши, правые части имеют вид формальных рядов по малому параметру. Невозмущённая система, соответствующая нулевому значению малого параметра, есть автономная система Гамильтона с одной степенью свободы. Неавтономные интеграл строится в виде формального ряда по малому параметру. Получены уравнения в частных производных первого порядка для определения коэффициентов разложения неавтономных интегралов. Метод малого параметра оказался эффективным, если сделать преобразование уравнений движения к переменным действие-угол невозмущённой системы. Сформулирована и доказана теорема о сходимости рядов прямого разложения неавтономных интегралов при условии, что правые части уравнений движения и начальные условия неавтономных интегралов представляют собой сходящиеся ряды по степеням малого параметра.

СВЯЩИЙ ОТДЕЛ МАИ

Вх. № 14-12-20.19

Найдено приложение семейства неавтономных интегралов для обнаружения периодических решений квазиконсервативных систем с одной степенью свободы. Оказалось, что два независимых интеграла позволяют найти начальные условия и период решения в виде ряда по степеням малого параметра (при этом само периодическое решение построить из неавтономных интегралов не удаётся). Сформулирован и доказан критерий существования периодических решений квазиконсервативных систем с одной степенью свободы в терминах неавтономных интегралов. Он применён для оценки числа периодических решений хорошо известных уравнений – уравнения Дюффинга, периодические решения которого образуют континуальное семейство, и одного класса уравнения Льенара, имеющее конечное число периодических решений, за исключение некоторых вырожденных случаев, когда их бесконечно много.

Во второй главе разработанный в первой главе метод построения семейства неавтономных интегралов и полученный критерий существования периодических решений обобщены на класс некоторых автономных квазиконсервативных систем с двумя или большим числом степеней свободы. Уравнения движения снова представлены в нормальной форме Коши, а правые части разложены в ряды по малому параметру. Невозмущенная система, отвечающая нулевому значению малого параметра, есть автономная гамильтонова система со следующей структурой функции Гамильтона: она представляет собой сумму n функций Гамильтона систем с одной степенью свободы (или, другими словами, невозмущенная система есть прямое произведение n автономных систем Гамильтона с одной степенью свободы). Автор называет данный класс систем системами слабо связанных нелинейных осцилляторов (или системами нелинейных осцилляторов, связанных малыми неконсервативными возмущениями). Структура функции Гамильтона делает возможным ввести переменные действие-угол невозмущенной системы, поэтому метод построения семейства неавтономных интегралов квазиконсервативных систем с одной степенью свободы может быть легко обобщён для систем слабо связанных нелинейных осцилляторов. Неавтономные интегралы получаются разложением по степеням малого параметра, причём коэффициенты разложения повторяют структуру функции Гамильтона невозмущенной системы. Сформулирован критерий существования периодических решений квазиконсервативных систем слабо связанных нелинейных осцилляторов в терминах $2n$ независимых интегралов, где n – число степеней свободы. Примеры во второй главе не рассматриваются.

В третьей главе исследуются движения двух механических систем с сухим трением Кулона. Первая система представляет собой ящик, который находится на горизонтальной конвейерной ленте, движущейся с постоянной скоростью. Ящик прикреплен пружинами к неподвижным стенкам. Вторая система представляет собой ящик, который может совершать поступательные движения по горизонтальной шероховатой плоскости. Внутри ящика на горизонтальной спице находится зажатая пружинами тяжёлая материальная точка, совершающая

колебания под действием сил упругости. Движения двух систем исследованы полностью без привлечения каких-либо асимптотических методов или метода неавтономных интегралов из предыдущих глав. В частности, найдены зоны залипания, где силы трения покоя сменяют силы трения скольжения, и исследованы финальные режимы движения систем.

В четвёртой главе исследуется движение системы, состоящей из двух соединённых пружинами ящиков на горизонтальной конвейерной ленте, движущейся с постоянной скоростью. Кроме того, каждый из ящиков соединён пружиной с ближайшей неподвижной стеной. Жёсткости всех пружин равны. Между ящиками и лентой действует силы сухого трения Кулона с малым коэффициентом трения. Составлены и приведены к безразмерному виду уравнения движения системы, найдено единственное положение равновесия, сделана замена переменных, приводящая уравнения движения к виду, удобному для анализа.

Исследуемая механическая система имеет две степени свободы, её фазовое пространство четырёхмерно. Правые части уравнений движения разрываются на двух гиперплоскостях, пересекающихся по двумерной плоскости в фазовом пространстве системы. Несмотря на то, что уравнения движения допускают явное решение в каждой области непрерывности, где они имеют вид линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, разрывность правых частей всё осложняет. Для исследования движения системы автор предложил применить метод усреднения. Получена область четырёхмерного фазового пространства, где фазовый поток расслаивается на двумерные инвариантные торы. Исследованием усреднённых уравнений движения доказано, что траектории в фазовом пространстве стремятся к границе множества инвариантных торов, если не принадлежали ему изначально. Также найдены зоны залипания каждого из ящиков. Построено семейство неавтономных интегралов системы ящиков (с точностью до членов первого порядка) методом, разработанным во второй главе диссертационной работы.

В заключении подведены основные итоги диссертационной работы, сформулированы результаты, представляемые к защите.

В приложении для системы из четвёртой главы приведены расчёты коэффициентов разложения семейства неавтономных интегралов в различных областях фазового пространства.

Замечания по диссертационной работе

1. В первой главе автор не указал какое-либо достаточное условие на функцию Гамильтона невозмущённой системы, когда можно ввести переменные действие-угол (пример такого условия: если функция Гамильтона имеет в точке равновесия строгий локальный минимум, то в окрестности равновесия можно ввести переменные действие-угол). Это же замечание относится ко второй главе, где также не приведены какие-либо условия на слагаемые

- функции Гамильтона невозмущённой системы, достаточные для введения переменных действие-угол.
2. Разработанный в первой главе метод отыскания периодических решения квазиконсервативных систем (критерий существования периодических решений) имеет тот недостаток, что в методе определяется период и начальные условия, но не само периодическое решение. Для построения периодических решений можно применить, например, классический метод Линдштедта-Пуанкаре, но тогда практическое значение метода неавтономных интегралов снижается, так как в методе Линдштедта-Пуанкаре в процессе получения периодических решений тоже определяется разложение периода и начальных условий в ряд по малому параметру.
 3. В работе имеется несколько опечаток, иногда затрудняющих понимание излагаемого материала. Примеры: в формуле (2.3) неправильно указаны переменные, от которых зависят коэффициенты разложения неавтономного интеграла (далее в тексте эта ошибка исправлена); на стр. 43 уравнение движения ящика при $x' < 0$ имеет отрицательную правую часть, но из формулы (3.2) следует, что правая часть соответствующего уравнения должна быть положительной (далее в тексте эта ошибка исправлена); формула для P_1 на стр. 54 не совпадает с формулой для P_1 (4.7), хотя это одна и та же функция в тех же переменных (далее в тексте эта ошибка исправлена).

Общее заключение

Тем не менее, указанные замечания и недостатки не влияют на положительную оценку диссертационной работы. Все поставленные в диссертации задачи успешно решены. Основные результаты доложены на научных семинарах, российских и международных научных конференциях. Они достаточно полно представлены в публикациях автора и правильно отражены в автореферате. Считаю, что диссертационная работа Ковалева Н.В. «Качественный и асимптотический анализ динамики некоторых квазиконсервативных систем» удовлетворяет положениям Высшей Аттестационной Комиссии при Министерстве науки и высшего образования Российской Федерации, предъявляемым к диссертациям по специальности 01.02.01 – «Теоретическая механика», а её автор, Ковалев Николай Владиславович, заслуживает присуждения ему учёной степени кандидата физико-математических наук.

Официальный оппонент

Доктор технических наук, профессор,

зав. кафедрой теоретической механики

Самарского национального исследовательского

университета имени академика С.П. Королева

В.С. Асланов



Подпись *Асланов В.С.* Удостоверяю 12. 2019
Ученый секретарь Самарского университета
Кузьмичев В.С. Кузьмичев В.С.
10. 12 2019 г.

Телефон: 8 (927) 688-97-91, e-mail: aslanov_vs@mail.ru

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева»,

443086, г. Самара, Московское шоссе, д. 34.

Тел.: +7 (846) 335-18-26.

E-mail: ssau@ssau.ru.