

Научная статья
УДК 681.518
DOI: [10.34759/trd-2023-131-19](https://doi.org/10.34759/trd-2023-131-19)

МЕТОД ОЦЕНИВАНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ЦИФРОВЫХ МОДЕЛЕЙ КИБЕРФИЗИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ МНОЖЕСТВЕННОГО РЕГРЕССИОННОГО АНАЛИЗА РЕЗУЛЬТАТОВ ИХ ПРИМЕНЕНИЯ

**Евгений Петрович Минаков¹, Александр Евгеньевич Привалов²,
Павел Юрьевич Бугайченко³✉**

^{1,2,3}Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского,
Санкт-Петербург, Россия

³vka@mil.ru ✉

Аннотация. Внедрение цифровых технологий в область управления сложными техническими системами привело к появлению концепций киберфизических систем (КФС) и цифровых двойников (ЦД). Основным элементом ЦД является цифровая модель КФС. Требования к характеристикам цифровых моделей подтверждаются в ходе испытаний, верификации и валидации, для обеспечения которых решаются задачи обоснования перечня характеристик цифровой модели и разработки методов их оценивания. В статье обоснован выбор полноты и достоверности цифровой модели в качестве ее целевых характеристик. Предложен метод их оценивания по характеристикам точности оценок свойств КФС, полученных с применением

цифровой модели, и весовых коэффициентов, определяемых с применением множественного регрессионного анализа результатов применения цифровой модели. Метод основан на анализе целевой функции КФС, за счет чего критерий, используемый при оценивании достоверности, приобретает явный физический смысл. Предложенный метод может быть использован для решения задач структурного и параметрического синтеза ЦД, а также анализа эффективности их функционирования на всех этапах жизненного цикла КФС. Результатом этапа обучения являются аналитические модели характеристик КФС, которые могут быть использованы в оптимизационных алгоритмах без существенных требований к вычислительным ресурсам. Обучающая выборка может пополняться в процессе функционирования ЦД, что повышает точность оценивания характеристик ЦМ на различных этапах жизненного цикла КФС. Адекватность метода подтверждается приведенным в статье примером оценивания характеристик цифровой модели системы управления угловым движением с двигателями-маховиками.

Ключевые слова: цифровая модель, цифровой двойник, квалиметрия моделей, множественный регрессионный анализ

Для цитирования: Минаков Е.П., Привалов А.Е., Бугайченко П.Ю. Метод оценивания характеристик цифровых моделей киберфизических систем на основе множественного регрессионного анализа результатов их применения // Труды МАИ. 2023. № 131. DOI: [10.34759/trd-2023-131-19](https://doi.org/10.34759/trd-2023-131-19)

Original article

A METHOD FOR ESTIMATING THE CHARACTERISTICS OF DIGITAL MODELS OF CYBER-PHYSICAL SYSTEMS BASED ON MULTIPLE REGRESSION ANALYSIS OF THE RESULTS OF THEIR APPLICATION

Evgenii P. Minakov¹, Aleksandr E. Privalov², Pavel Yu. Bugaichenko³✉

^{1,2,3}Military space Academy named after A.F. Mozhaisky,

Saint Petersburg, Russia

³yka@mil.ru✉

Abstract. Digital technologies implementation in the sphere of complex technical systems control has led to the advent of the cyber-physical systems (CPS) concepts and digital twins (DT). The DT basic element is the digital model (DM) of the CPS. Requirements to the DM characteristics are being confirmed while tests, verification and validation, to which ensuring the problems of substantiating the list of the DM characteristics and developing methods for their assessment are being solved. The article substantiates the choice of completeness and veracity of the DM as its target characteristics. A method for their assessment by the characteristics of the accuracy of the of the CPS properties estimates obtained with the DM, and the weighting coefficients determined employing multiple regression analysis of the DM application results is proposed. The said method is based on the analysis of the CPS target function, due to which the criterion applied in assessing veracity receives an obvious physical meaning. The proposed method may be employed for solving the problems of the DT structural and parametric synthesis, as well as analyzing their functioning effectiveness at all stages of the CPS life cycle. The result of the training stage is analytical models of the CPS characteristics, which can be used in optimization

algorithms without significant requirements for computing resources. The training sample can be replenished while the DT exploitation which increases the accuracy of the DM characteristics assessment at various stages of the CPS life cycle. The adequacy of the method is confirmed by the presented in the article example of the DM characteristics evaluating of an angular motion control system with flywheel engines.

Keywords: digital model, digital twin, qualimetry of models, multiple regression analysis

For citation: Minakov E.P., Privalov A.E., Bugaichenko P.Yu. A method for estimating the characteristics of digital models of cyber-physical systems based on multiple regression analysis of the results of their application. *Trudy MAI*, 2023, no. 131. DOI: [10.34759/trd-2023-131-19](https://doi.org/10.34759/trd-2023-131-19)

Введение

Одной из тенденций развития современного общества является цифровая трансформация всех его отраслей. Внедрение цифровых технологий в область управления сложными техническими системами привела к появлению новой концепции – киберфизическая система (КФС), под которой понимается информационно-технологическая концепция, подразумевающая интеграцию вычислительных ресурсов в физические процессы [1]. Развитие КФС, вычислительной техники и технологий моделирования позволяет пересмотреть технологию управления КФС – вместо применения эвристических, аналитических или имитационных моделей для поддержки принятия решений [2,3] осуществляется переход к реализации управляющего воздействия в виртуальной среде цифрового двойника (ЦД) КФС [4-9]. Главным элементом ЦД выступает цифровая модель (ЦМ)

КФС, которая представляет собой систему математических и компьютерных моделей, а также электронных документов изделия, описывающая структуру, функциональность и поведение вновь разрабатываемого или эксплуатируемого изделия [10]. К ЦМ предъявляются определенные требования, которые должны быть подтверждены в ходе испытаний, проводимых по ГОСТ 16504, и включающих в себя процедуры верификации и валидации математических моделей по ГОСТ Р 57188, компьютерных моделей и программного обеспечения компьютерного моделирования по ГОСТ Р 57700.1, ГОСТ Р 57700.2, ГОСТ Р 57700.24, ГОСТ Р 57700.25. Для удовлетворения этих требований актуальной является задача обоснования целевых характеристик ЦМ и разработка методов их оценивания.

Задача оценивания целевых характеристик ЦМ относится к отрасли квалиметрии моделей и, как правило, основывается на оценивании качественных показателей, характеризующих их пригодность к применению по назначению [11], либо количественных показателей, характеризующих отклонение свойств модели от свойств объекта моделирования [12-15]. Применение первого подхода позволяет лишь обосновать выбор той или иной концепции моделирования, не позволяя предъявить количественные требования к модели. Применение второго подхода, наоборот, позволяет оценить характеристики точности оценок свойств КФС, однако, не позволяет оценить влияние этих характеристик на показатели качества (эффективности) применения модели. В статье предложен принципиально новый подход к оцениванию целевых характеристик ЦМ, применяемой в структуре ЦД

КФС, который основан на анализе степени влияния характеристик точности оценок свойств КФС на эффективность (или качество) процесса функционирования КФС.

Постановка задачи оценивания характеристик цифровой модели

Рассмотрим СУ КФС, в основе которой используется цифровой двойник предназначенный для обеспечения выработки управляющего воздействия на основе информации о текущем состоянии объекта управления и прогнозирования его изменения. Источником данной информации выступает цифровая модель КФС.

Определим базисные множества:

$T = [0, \infty)$ – множество моментов времени;

$P = [0, 1]$ – множество вероятностей.

Объект управления C представляется в виде кортежа:

$$C = \langle X, Y, Z, U, \varphi, \psi \rangle,$$

где X – множество входных воздействий КФС;

Y – множество выходных воздействий КФС;

Z – множество состояний КФС;

U – множество управляющих воздействий на КФС;

φ – функция переходов, ставящая в соответствие для каждого момента времени входному и управляющему воздействиям, а также состоянию вероятностную меру, заданную на множестве состояний

$$\varphi: Z \times X \times U \times T \times Z \rightarrow P;$$

ψ – функция выходов, ставящая в соответствие для каждого момента времени входному и управляющему воздействиям, а также состоянию выходное воздействие

$$\psi : Z \times X \times U \times T \rightarrow Y.$$

Цифровая модель КФС C^μ представляется кортежем:

$$C^\mu = \langle X^\mu, Y^\mu, Z^\mu, U, T, \varphi^\mu, \psi^\mu \rangle,$$

где X^μ – модель входного воздействия;

Y^μ – модель выходного воздействия;

Z^μ – модель состояния КФС;

φ^μ – модельная функция переходов (ЦМ функционирует с теми же управляющими воздействиями и в том же масштабе времени, что и объект управления)

$$\varphi^\mu : Z^\mu \times X^\mu \times U \times T \rightarrow Z^\mu;$$

ψ^μ – модельная функция выходов

$$\psi^\mu : Z^\mu \times X^\mu \times U \times T \rightarrow Y^\mu.$$

Цифровая модель верифицируется при поступлении информации о состоянии КФС. Ввиду наличия погрешностей как в системе измерения, так и в методике верификации ЦМ, система верификации представлена отображением, ставящим в соответствие состоянию КФС Z вероятностную меру, определенную на множестве ее ЦМ

$$\chi^\mu : Z \times C^\mu \rightarrow P.$$

В общем случае КФС функционирует под управлением СУ верхнего уровня, который определяет цель управления – желаемое состояние КФС, которое должно быть получено путем преобразования текущего состояния. Цель управления представляет собой гомоморфный образ КФС C^ω , связанный с ней отображением

$$\chi^s : C \rightarrow C^s.$$

Управляющая система представляется кортежем

$$\Theta = \langle C^\theta, R, \mathcal{E}, \eta, \chi^\theta, \mathcal{G}, \varepsilon \rangle,$$

где C^θ – модель знаний об объекте управления, необходимая и достаточная для выработки управляющего воздействия;

R – множество решений о выборе управляющего воздействия (\bar{U} – решение о неверности управляющего воздействия U)

$$R = \{U, \bar{U}\};$$

\mathcal{E} – множество значений эффективности (или качества) процесса функционирования ОУ – целевая функция данного процесса;

χ^θ – отображение (гомоморфизм), ставящий в соответствие системе C ее модель (гомоморфный образ) C^θ

$$\chi^\theta : C \rightarrow C^\theta;$$

η – функция выработки управляющего воздействия

$$\eta : (C^\theta \cap C^\mu) \times C^s \rightarrow U;$$

\mathcal{G} – функция оценивания эффективности управляющего воздействия

$$\mathcal{G} : \hat{C}^\mu \times C^s \rightarrow \mathcal{E};$$

ε – функция выработки управляющего воздействия

$$\varepsilon: \mathcal{E} \rightarrow R.$$

В данной модели $(C^\theta \cap C^\mu) \times C^s$ представляет собой управленческую ситуацию, под которой понимается совокупность цели управления и имеющейся информации об объекте управления, а $\hat{C}^\mu = C^\theta \cap C^\mu$ – копию ЦМ КФС, используемую для выработки управляющего воздействия.

Так как ЦД и объект управления могут быть территориально разнесены в пространстве, в состав СУ входит система передачи данных, которая представлена отображениями ν^U и ν^Z , каждое из которых ставит в соответствие для определенного момента времени передаваемой информации заданную на ее множестве вероятностную меру для определенного момента

$$\nu^Z: T \times C \times C \rightarrow P,$$

$$\nu^U: T \times U \times U \rightarrow P.$$

Рассмотрим системы C и C^μ . Поскольку C^μ определяется как модель системы C , то существуют изоморфные между собой гомоморфные образы C' и $C^{\mu'}$ этих систем и соответствующие отношения [16]

$$C \xrightarrow{\gamma^C} C' \xleftarrow{\iota} C^{\mu'} \xleftarrow{\gamma^\mu} C^\mu.$$

Модель является *полной*, если отношение γ^C является изоморфизмом. Безусловно, создание полных моделей либо невозможно ввиду отсутствия в настоящее время теории, позволяющей полностью описать объективную реальность или хотя бы ее часть, либо нецелесообразно, т.к. она будет сложнее оригинала и

исследователю придется столкнуться с теми же трудностями, что и при изучении оригинала. Следовательно, одним из характеристик ЦМ является ее *полнота*, характеризующая долю моделируемых элементов объекта управления S .

Изоморфизм систем S' и S'' подразумевает соответствие структур, но не равенство элементов. Вместе с тем, любая модель предназначена для получения информации об оригинале. Достоверной называется модель, обеспечивающая получение достоверной информации об оригинале, т.е. выполнение условия

$$S' \stackrel{!}{=} S'' .$$

Достоверность представляет собой характеристику ЦМ, отражающую степень соответствия объекта управления и ЦМ. Если модель является полной и достоверной, то ее можно использовать для получения информации об объекте управления без ограничений, что является целью разработки модели. Следовательно, при оценивании целевых характеристик модельного отношения необходимо и достаточно оценить его достоверность и полноту.

Метод оценивания характеристик цифровых моделей киберфизических систем

Рассматриваемая в статье ЦМ является составной частью СУ КФС и предназначена для получения информации о КФС, необходимой для синтеза управляющего воздействия. Таким образом, цель моделирования можно определить гомоморфным образом S^θ . Следовательно, полнота ЦМ может быть определена как относительное количество элементов системы S^θ , включенных в модель S''

$$\pi = \frac{\text{card}(C^\theta \cap C')}{\text{card}(C^\theta)} \Big|_{C' = \iota(\gamma^\mu(C^\mu))}.$$

Оценивание достоверности ЦМ, как правило, основывается на данных о погрешностях исследуемых свойств, которые могут быть оценены на основании характеристик используемого научно-методологического аппарата, а также методов измерений, используемых при построении ЦМ. Сопоставление модели объекту по целостному свойству можно выполнить через измерение расстояния между соответствующими точками в n -мерном пространстве элементарных свойств объекта [12]

$$\rho = P(f^\rho(C, C^\mu) \leq \sigma),$$

где $P(\cdot)$ – вероятность случайного события (\cdot) ;

$f^\rho(\cdot, \cdot)$ – метрика близости параметров объекта и модели;

σ – мера близости объекта и модели.

Исходными данными для оценивания показателя d является вектор \mathbf{D}^μ дисперсий исследуемых при помощи ЦМ свойств ОУ. Этот вектор, как правило, может быть оценен с использованием данных о погрешностях средств измерений и методов моделирования, используемых при построении модели C^μ .

Однако, оценка близости ρ , основанная на метриках Евклида, Чебышева, Хэмминга др. не позволяет оценить конечный эффект от применения ЦМ. Тот же вывод можно сделать о показателе полноты ЦМ (π). В связи с этим, предлагается новый метод оценивания данных показателей, в основу которого положено

оценивание влияния характеристик точности оценок свойств модели D^μ на эффективность функционирования объекта, в контуре управления которой используется модель. В рамках метода предлагаются уточненные определения характеристик ЦМ:

- *полнота ЦМ (π)* – степень влияния совокупности параметров ЦМ, используемых при выработке управляющего воздействия, на целевую функцию ОУ.
- *достоверность ЦМ (ρ)* – степень соответствия свойств ЦМ значениям, обеспечивающим достижение целевой функцией ОУ ожидаемого уровня.

Структура системы оценивания характеристик ЦМ представлена на рис. 1.

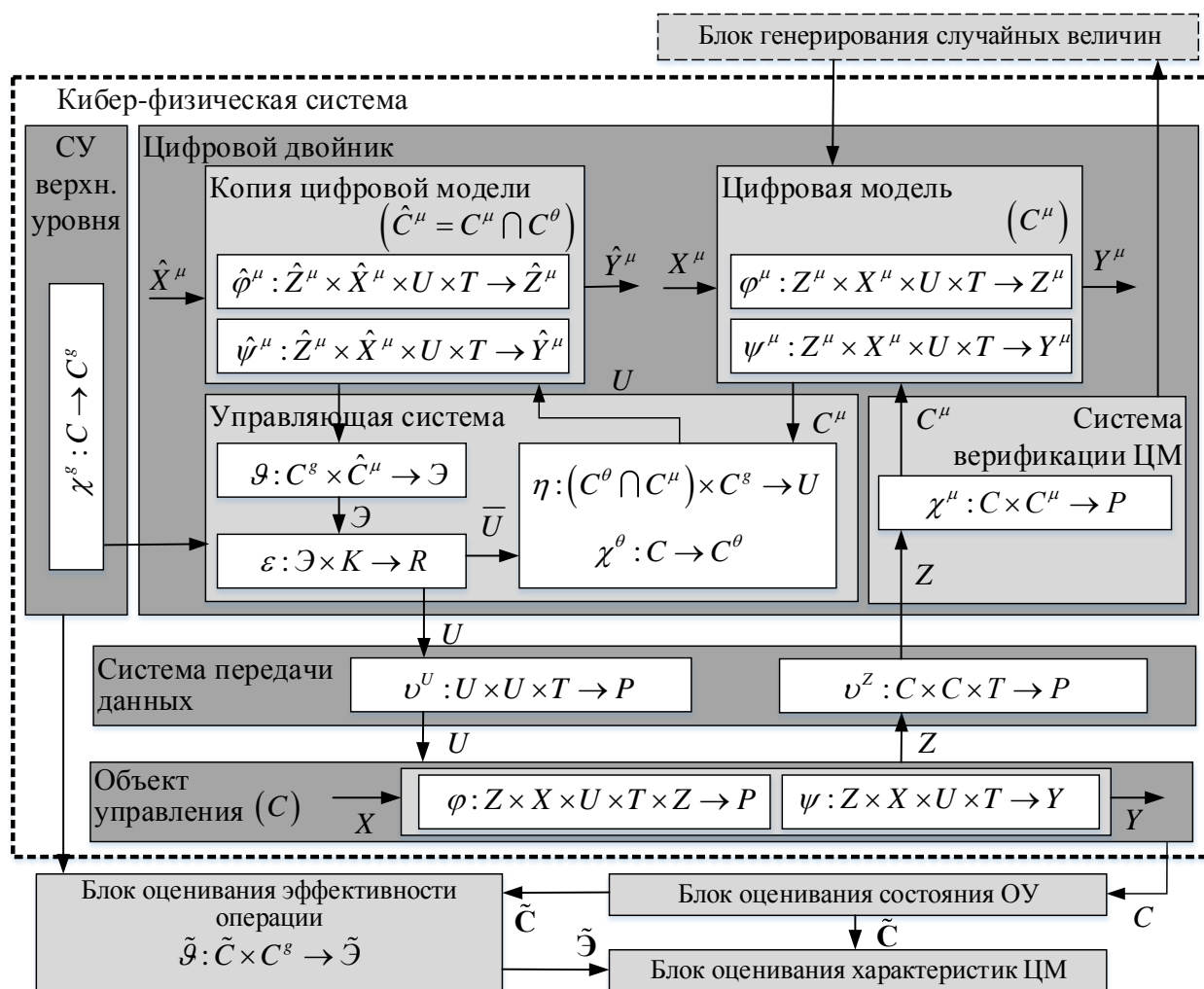


Рис. 1. Структура системы оценивания характеристик ЦМ

Метод оценивания характеристик ЦМ основан на методе множественного регрессионного анализа [17] и включают в себя следующие этапы:

Этап №1. Формирование обучающей выборки (сбор статистики). Источниками статистических данных могут быть либо наблюдения за целевой функцией объекта управления при различных управляющих воздействиях, либо активный статистический эксперимент. В последнем случае необходимым условием для его проведения является наличие априори более точной, чем C^μ , модели объекта управления. Результаты первого этапа сводятся в матрицу квадратов отклонений свойств КФС от ожидаемых значений (матрицу плана наблюдения (эксперимента))

$$\tilde{C} = \left(\tilde{c}_{m,n} \mid \tilde{c}_{m,n} = (c_{m,n} - c_{m,n}^g)^2, m = \overline{1, M}, n = \overline{0, N}, \tilde{c}_{m,0} = 1 \right),$$

и вектор квадратов отклонений целевой функции ОУ от требуемых значений

$$\tilde{\Xi} = \left(\tilde{\varepsilon}_m \mid \tilde{\varepsilon}_m = (\varepsilon_m - \varepsilon^g)^2, m = \overline{1, M} \right),$$

где $c_{m,n}^g$ – ожидаемое значение n -го свойства КФС при в ходе m -ного наблюдения (эксперимента);

$c_{m,n}$ – полученное в ходе m -ного наблюдения (эксперимента) значение n -го свойства ОУ;

ε^g – ожидаемое значение целевой функции процесса функционирования КФС;

ε_m – полученное в ходе m -ного наблюдения (эксперимента) значение целевой функции процесса функционирования КФС;

M – количество наблюдений (экспериментов);

N – количество наблюдаемых свойств КФС.

Этап №2. Расчет вектора коэффициентов регрессии по обучающей выборке

$$\mathbf{B} = (\tilde{\mathbf{C}}^T \tilde{\mathbf{C}})^{-1} \tilde{\mathbf{C}}^T \tilde{\mathbf{\varepsilon}}, \quad (1)$$

здесь и далее верхний индекс T – символ транспонирования.

Этап №3. Расчет *полноты* модели

$$\pi = \frac{\mathbf{D}^\mu \cdot (\mathbf{I} \cdot \mathbf{B}^T)}{\mathbf{D}^\mu \cdot \mathbf{B}^T}, \quad (2)$$

где \mathbf{D}^μ – вектор дисперсий оценок свойств КФС, получаемых с помощью используемой модели

$$\mathbf{D}^\mu = (d_n^\mu | n = \overline{0, N}, d_0^C = 0);$$

\mathbf{I} – диагональная индикаторная матрица, характеризующая использование параметров для выработки управляющего воздействия

$$\mathbf{I} = \begin{pmatrix} l_0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & l_1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & l_N \end{pmatrix}, l_n = \begin{cases} 0, c_n \notin C^\mu \cap C^\theta \\ 1, c_n \in C^\mu \cap C^\theta \end{cases}$$

Этап №4. Расчет оценки дисперсии целевой функции

$$D^\varepsilon = \mathbf{D}^\mu \cdot (\mathbf{I} \cdot \mathbf{B}^T). \quad (3)$$

Этап №5. Расчет оценки вероятности того, что отклонение целевой функции от требуемого значения не превысит ε^ε

$$d = P(|\varepsilon_m - \varepsilon^s| \leq \varepsilon^\varepsilon) = 2\Phi\left(\frac{\varepsilon^\varepsilon}{\sqrt{D^\varepsilon}}\right),$$

где Φ – функция Лапласа.

Для выполнения данного расчета принято допущение о нормальном распределении целевой функции, которое считается оправданным ввиду следующих предпосылок:

- большинство погрешностей имеет нормальный закон распределения;
- факторы, сильно влияющие на оценки свойств КФС, как правило, учтены в моделях, следовательно, распределения неучитываемых факторов имеют сопоставимые характеристики, что позволяет применить центральную предельную теорему теории вероятностей.

Пример оценивания характеристик цифровой модели системы управления угловым движением космического аппарата

Цифровые двойники, как правило, применяются при управлении удаленными подвижными КФС, такими, как космические аппараты (КА) [18-21]. В связи с этим в качестве объекта управления для апробации метода выбрана трехканальная система управления угловым движением (СУУД) КА с двигателями-маховиками (ДМ) [22]. Компоненты модели СУУД определяются следующим образом

$$X = \{J, M_v\}, Y = Q, Z = \{\Omega, \Omega_m, K_m, T_m, J_m, \Omega_{max}\}, U = U_m,$$

где $J = (J_\alpha, J_\beta, J_\gamma)$ – вектор моментов инерции КА (по осям α, β, γ связанной системы координат (ССК) КА);

$M_v = (M_{v\alpha}, M_{v\beta}, M_{v\gamma})$ – проекции возмущающего момента на оси ССК;

$\Omega = (\omega_\alpha, \omega_\beta, \omega_\gamma)$ – проекции угловой скорости КА на оси ССК;

$Q = (q_0, q_1, q_2, q_3)$ – кватернион углового положения КА в базовой системе

координат;

$\Omega_m = (\omega_{m\alpha}, \omega_{m\beta}, \omega_{m\gamma})$ – угловые скорости ДМ по соответствующим осям ССК;

$K_m, T_m, J_m, \Omega_{max}$ – соответственно коэффициент передачи, постоянная времени,

момент инерции, максимальная угловая скорость ДМ;

$U_m = (u_{m\alpha}, u_{m\beta}, u_{m\gamma})$ – управляющее напряжение на ДМ,

$$\varphi = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\omega}_\alpha = \frac{1}{J} M_{v\alpha} + M_{u\alpha} + J_m \omega_{m\beta} \omega_\gamma - \omega_{m\gamma} \omega_\beta - J_\gamma - J_\beta \omega_\beta \omega_\gamma \\ \dot{\omega}_\beta = \frac{1}{J} M_{v\beta} + M_{u\beta} + J_m \omega_{m\gamma} \omega_\alpha - \omega_{m\alpha} \omega_\gamma - J_\alpha - J_\gamma \omega_\alpha \omega_\gamma \\ \dot{\omega}_\gamma = \frac{1}{J} M_{v\gamma} + M_{u\gamma} + J_m \omega_{m\alpha} \omega_\beta - \omega_{m\beta} \omega_\alpha - J_\beta - J_\alpha \omega_\alpha \omega_\beta \\ \dot{q}_0 = \frac{1}{2} (-\omega_\alpha q_1 - \omega_\beta q_2 - \omega_\gamma q_3) + (1 - \|Q\|) q_0 \\ \dot{q}_1 = \frac{1}{2} (\omega_\alpha q_0 + \omega_\gamma q_2 - \omega_\beta q_3) + (1 - \|Q\|) q_1 \\ \dot{q}_2 = \frac{1}{2} (\omega_\beta q_0 + \omega_\alpha q_3 - \omega_\gamma q_1) + (1 - \|Q\|) q_2 \\ \dot{q}_3 = \frac{1}{2} (\omega_\gamma q_0 + \omega_\beta q_1 - \omega_\alpha q_2) + (1 - \|Q\|) q_3 \\ \dot{\omega}_{m\alpha} = (K_m u_{m\alpha} - \omega_{m\alpha}) / T_m \\ \dot{\omega}_{m\beta} = (K_m u_{m\beta} - \omega_{m\beta}) / T_m \\ \dot{\omega}_{m\gamma} = (K_m u_{m\gamma} - \omega_{m\gamma}) / T_m \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} M_{u\alpha} = J_m (K_m u_{m\alpha} - \omega_{m\alpha}) / T_m \\ M_{u\beta} = J_m (K_m u_{m\beta} - \omega_{m\beta}) / T_m \\ M_{u\gamma} = J_m (K_m u_{m\gamma} - \omega_{m\gamma}) / T_m \end{array} \right.$$

Здесь $\|Q\|$ – норма кватерниона Q .

Пусть ЦМ СУУД C^μ совпадает с рассмотренной моделью. Цель управления и модель используемой информации определяются следующим образом

$$C^g = Q^g,$$

$$C^\theta = \{Z^\theta, X^\theta, U^\theta, Y^\theta \mid Z^\theta = \{K_m, T_m, J_m, \Omega_{max}\}, X^\theta = X, U^\theta = U, Y^\theta = Q\}.$$

Для исследования выбрана операция программного поворота КА из произвольного в заданное угловое положение. Функция выработки управляющего воздействия η реализована по методике, приведенной в [23].

Пусть погрешности верификации ЦМ имеют нормальное распределение, тогда отображение γ^μ определяется следующим образом

$$\gamma^\mu = \left\{ f_{norm}(m_{par}, s_{par}) \middle| par \in \{K_m, T_m, J_m, \Omega_{max}, \omega_x, \omega_y, \omega_z\} \right\},$$

где $f_{norm}(m_{par}, s_{par})$ – плотность нормального распределения с математическим ожиданием m_{par} и среднеквадратическим отклонением s_{par} .

Моменты инерции КА относительно осей ССК равны $J_\alpha = 7,08 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $J_\beta = 10,83 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $J_\gamma = 9,75 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. Двигатели-маховики имеют ненулевой начальный кинетический момент и обладают следующими характеристиками: $K_m = 321,1 \text{ рад} / (\text{В} \cdot \text{с})$, $T_m = 50 \text{ с}$, $J_m = 0,00029 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $\Omega_{max} = 3400 \text{ рад} / \text{с}$, возмущающий момент M_v отсутствует, начальные угловые скорости Ω имеют нормальное распределение с математическим ожиданием, равным 0, и СКО, равным 0.001 рад/с по каждой оси. Погрешности верификации в γ^μ для имитационной модели, используемой для обучения определяются из соотношения $s_{par} = 0,1 \cdot m_{par}$, для оцениваемой ЦМ – $s_{par} = 0,2 \cdot m_{par}$.

Исследованы кватернион углового положения $\varepsilon^g = Q$ и вектор углового положения по осям ССК $\varepsilon^{СКК} = (\vartheta_\alpha, \vartheta_\beta, \vartheta_\gamma)$, где $\vartheta_\alpha, \vartheta_\beta, \vartheta_\gamma$ – углы Эйлера,

соответствующие кватерниону Q . Рассогласования исследуемых показателей рассчитывались по следующим формулам (рис. 2)

$$\Delta \varepsilon^{ССК} = (\Delta \vartheta_\alpha, \Delta \vartheta_\beta, \Delta \vartheta_\gamma) = (|\vartheta_\alpha^g - \vartheta_\alpha|, |\vartheta_\beta^g - \vartheta_\beta|, |\vartheta_\gamma^g - \vartheta_\gamma|),$$

$$\Delta \vartheta^g = \Delta \vartheta = 2 \arccos(q_0) \Big|_{q_0 = (\tilde{Q}^g \circ Q) \cdot (1, 0, 0, 0)^T},$$

где $\vartheta_\alpha^g, \vartheta_\beta^g, \vartheta_\gamma^g$ – углы Эйлера, соответствующие целевому кватерниону Q^g , \tilde{Q} – сопряженный кватернион для Q , \circ – знак произведения кватернионов.

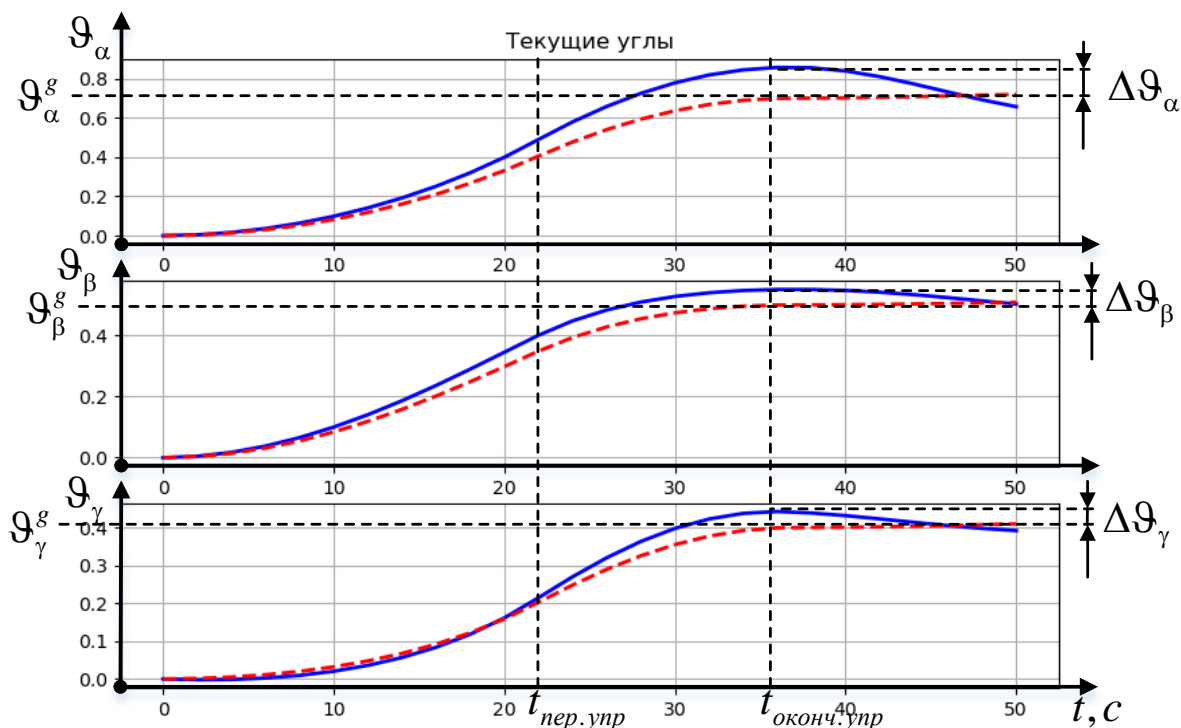


Рис. 2. Показатели качества функционирования СУУД КА

Этап №1. Формирование обучающей выборки выполнялось при помощи имитационной модели СУУД КА, разработанной в среде разработки научных приложений Spyder IDE 5.1.5. Результаты статистического эксперимента были сведены в таблицу 1

Результаты статистического эксперимента

m	\tilde{C}							\tilde{D}			
	ΔJ_m^2	ΔT_m^2	ΔK_m^2	$\Delta \Omega_{max}^2$	$\Delta \omega_\alpha^2$	$\Delta \omega_\beta^2$	$\Delta \omega_\gamma^2$	$\Delta \vartheta_\alpha^2$	$\Delta \vartheta_\beta^2$	$\Delta \vartheta_\gamma^2$	$\Delta \vartheta^2$
1	1,34E-09	13,63	27,44	245733	1,73E-06	4,73E-07	1,95E-07	0,00043	0,00392	9,69E-05	0,0042
2	1,47E-09	585,84	1,90	3235	3,89E-07	1,65E-06	2,73E-07	0,00318	0,00596	0,0037	0,0097
3	2,08E-10	0,042	0,56	341717	1,39E-08	4,99E-07	5,27E-08	0,00231	0,00126	0,0004	0,0030
4	1,17E-09	79,68	7,44	75732	1,76E-06	1,63E-09	2,79E-07	0,01912	0,00015	0,0046	0,0147
...
9999	1,60E-10	24,06	22,42	34322	6,51E-07	5,53E-06	1,39E-06	0,00041	0,00077	0,0074	0,007
10000	1,15E-09	1773,5	1,594	259914	4,11E-07	9,02E-07	7,19E-07	0,04236	0,00060	0,0155	0,0333

Этап №2. Был проведен множественный регрессионный анализ результатов эксперимента по уравнению (1), получен вектор главных эффектов для каждого показателя качества функционирования СУУД (таблица 2)

$$\mathbf{B} = (b_0, b_{K_m}, b_{T_m}, b_{J_m}, b_{\Omega_{max}}, b_{\omega_\alpha}, b_{\omega_\beta}, b_{\omega_\gamma}).$$

Таблица 2

Результаты регрессионного анализа

	$\Delta \mathcal{G}_\alpha$	$\Delta \mathcal{G}_\beta$	$\Delta \mathcal{G}_\gamma$	$\Delta \mathcal{G}$
b_0	-0.0004696631	3.055420335e-05	-0.0002600725	-0.00022921
b_{J_m}	7538677.8416	1061353.67648	4056372.36586	7255570.912
b_{K_m}	6.842798905e-06	1.005690532e-06	3.68183778e-06	6.64537334e-06
b_{T_m}	0.00011738286	1.387519389e-05	6.683447051e-05	0.00010919
$b_{\Omega_{max}}$	1.15810779e-09	2.948874242e-10	5.26552641e-10	1.16678151e-09
b_{ω_α}	1388.887340	171.943237	284.3743433	1273.357575
b_{ω_β}	479.9414976	1169.80315	114.9548723	1505.889775
b_{ω_γ}	9.281167315	21.5027806	929,0380	1365.523646

Этап №3. Для расчета полноты оцениваемой ЦМ требуется определить коэффициенты индикаторной матрицы. Для этого проведен анализ методики формирования управляющего воздействия, который показал, что в функции η не используются параметры $\omega_\alpha, \omega_\beta, \omega_\gamma$. Следовательно, $l_5=l_6=l_7=0$. Таким образом, зная СКО свойств оцениваемой ЦМ СУУД, с применением уравнения (2), получены следующие оценки полноты ЦМ

$$\pi(\mathcal{G}_\alpha) = 0,897605, \pi(\mathcal{G}_\beta) = 0,6289, \pi(\mathcal{G}_\gamma) = 0,8706, \pi(\mathcal{G}) = 0,792378.$$

Этап №4. Оценки дисперсий целевой функции при использовании оцениваемой ЦМ рассчитываются по уравнению (3):

$$D[\varepsilon^{ССК}] = (0,065855, 0,009242, 0,035757), D[\varepsilon^g] = 0,063273$$

Для оценивания статистической значимости полученных оценок проведен тестовый статистический эксперимент, включающий $m=500$ прогонов имитационной модели СУУД с характеристиками оцениваемой ЦМ. Гипотеза о равенстве значений целевой функции, полученных с применением аналитической (ε) и имитационной ($\varepsilon^{ИМ}$) моделей подтвердилась на уровне значимости $\nu=0.05$ (таблица 3), что подтверждает точность результатов аналитического моделирования.

Проверка гипотезы о равенстве результатов аналитического и имитационного моделирования

	Расчетный показатель	Результат имитационного моделирования		Статистика критерия	Критическое значение	
		Мат.ож	СКО			
	ϑ	ϑ^{IM}	σ^{IM}	$t = \frac{ \vartheta - \vartheta^{IM} }{\sigma^{IM} / \sqrt{m-1}}$	$t_{1-\nu, m-1}$	
$\vartheta^{ССК}$	$(\Delta \vartheta_\alpha)^2$	0,065855	0,0632831	0,099909338	0,575031229	1,64791
	$(\Delta \vartheta_\beta)^2$	0,009241	0,00857937	0,0129426	1,14355469	1,64791
	$(\Delta \vartheta_\gamma)^2$	0,0357572	0,0366618	0,0697900	0,289547733	1,64791
ϑ^ϑ	$(\Delta \vartheta)^2$	0,0632733	0,06118811	0,0885198	0,526207688	1,64791

Этап №5. На данном этапе исследовалась зависимость достоверности ЦМ от требуемого значения дисперсии ε^ϑ , которая измерялась в пределах от 0 до 0,5 рад (рис. 3)

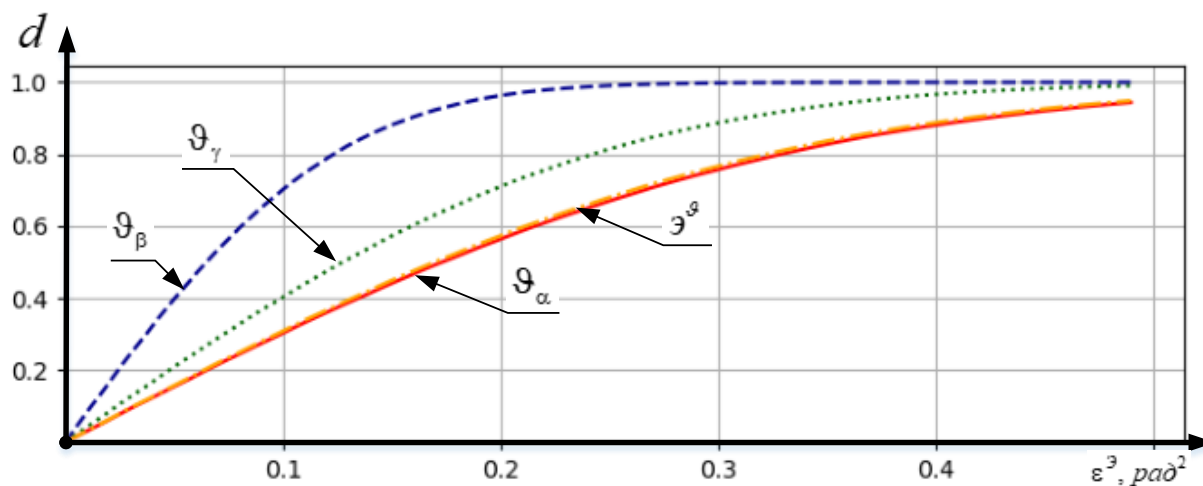


Рис. 3. Зависимость достоверности ЦМ от требований к точности

Заключение

Цифровой двойник принципиально отличается от имитационной модели системы тем, что имитационная модель описывает класс систем, а ЦД – только отдельную систему. Это означает, что структура и параметры ЦД могут изменяться в процессе создания и функционирования КФС, отражая изменение ее состояния. Предложенный в статье метод оценивания характеристик цифровой модели КФС может быть использован для решения задач структурного и параметрического синтеза ЦД, а также анализа эффективности их функционирования на всех этапах жизненного цикла КФС. Достоинствами метода являются:

1. Метод основан на анализе целевой функции КФС, за счет чего критерий, используемый при оценивании достоверности, приобретает явный физический смысл, что облегчает его обоснование.

2. Обучающая выборка может пополняться в процессе функционирования ЦД, что повышает точность оценивания характеристик ЦМ на различных этапах жизненного цикла КФС.

3. Результатом метода являются аналитические модели, которые могут быть использованы в оптимизационных алгоритмах без существенных требований к вычислительным ресурсам.

Безусловно, необходимым условием для применения метода является наличие априори более точной имитационной модели (или проведение большого количества наблюдений с существующей КФС). Однако, это условие является необходимым для всех задач квалиметрии моделей ввиду особенностей постановки задачи.

Список источников

1. Системы искусственного интеллекта. Классификация систем искусственного интеллекта. ГОСТ Р 59277–2020. - М.: Стандартиформ, 2021. – 16 с.
2. Дорожко И.В., Горохов И.А., Кириллов И.А. Методический подход к разработке системы поддержки принятия решений оператора автоматизированной системы управления технологическими процессами на основе динамических байесовских сетей // Труды МАИ. 2022. № 125. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=168195>. DOI: [10.34759/trd-2022-125-23](https://doi.org/10.34759/trd-2022-125-23)
3. Матвеев А.В., Махуков А.А. Сопровождающее моделирование в процессе лётных испытаний беспилотных летательных аппаратов // Труды МАИ. 2011. № 45. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=25461>
4. Кабанов А.А., Амосов М.В. VR/AR в изучении, создании и эксплуатации аэрокосмической техники: из макромира в микромир, от наблюдения к действиям // Труды МАИ. 2023. № 128. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=171410>
5. Щекочихин О.В. Современные тенденции управления киберфизическими системами на основе цифровых двойников // Информационно-экономические аспекты стандартизации и технического регулирования. 2021. № 5 (63). С. 33–37.
6. Мозохин А.Е., Шведенко В.Н. Методика управления компонентами распределительной электроэнергетической системы при обеспечении качества потребляемой электроэнергии // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2023. Т. 23. № 2. С. 289–298.

7. Cai Y., Starly B., Cohen P., Lee Y-S. Sensor data and information fusion to construct digital-twins virtual machine tools for cyber-physical manufacturing // Procedia Manufacturing, 2017, no. 2, pp. 1031–1042. DOI:[10.1016/j.promfg.2017.07.094](https://doi.org/10.1016/j.promfg.2017.07.094)
8. Tao F., Qi Q., Wang L., Nee A.Y.C. Digital Twins and Cyber–Physical Systems toward Smart Manufacturing and Industry 4.0: Correlation and Comparison // Engineering, 2019, vol. 5, issue 4, pp. 653–661. DOI:[10.1016/j.eng.2019.01.014](https://doi.org/10.1016/j.eng.2019.01.014)
9. Гусев П.Ю. Автоматизация планирования производственных процессов авиастроительного предприятия с использованием цифрового двойника // Труды МАИ. 2018. № 103. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=101190>
10. ГОСТ Р 57700.37–2021. Компьютерные модели и моделирование. Цифровые двойники изделий. Общие положения. - М.: Российский институт стандартизации, 2021. – 16 с.
11. Шмелев В.В., Охтилев М.Ю. Система показателей качества моделей технологических процессов функционирования ракетно-космической техники // Информационно-управляющие системы. 2016. № 6. С. 34–42.
12. Микони С.В., Соколов Б.В., Юсупов Р.М. Квалиметрия моделей и полимодельных комплексов: монография. - М.: РАН, 2018. - 314 с.
13. Микони С.В., Соколов Б.В., Юсупов Р.М. Применение алгебраического подхода в квалиметрии моделей и полимодельных комплексов // Шестая всероссийская научно-практическая конференция по имитационному моделированию и его применению в науке и промышленности "Имитационное

моделирование. Теория и практика (ИММОД 2013)" (Казань, 16-18 октября 2013): сборник докладов. – Казань: Изд-во ФЭН, 2013. С. 68–79.

14. Чуева Е.С. Квалиметрия и анализ качества моделей и полимодельных комплексов // XXI Международная конференция по мягким вычислениям и измерениям (Санкт-Петербург, 23 - 25 мая 2018): сборник трудов. – СПб: Изд-во ЛЭТИ, 2018. Т. 2. С. 529–532.

15. Бунькова Д.Е. Актуальные методы оценивания качества моделей и полимодельных комплексов // Экономика и управление: проблемы, решения. 2019. Т. 4. № 3. С. 150–159.

16. Гусарова Н.Ф. Введение в теорию искусственного интеллекта. - СПб: Университет ИТМО, 2018. - 62 с.

17. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. - М.: Изд-во Юнити-Дана. 2004, 573 с.

18. Glaessgen E.H., Stargel D.S. The Digital Twin Paradigm for Future NASA and U.S. Air Force Vehicles // Paper for the 53rd Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference: Special Session on the Digital Twin, 2012. DOI:[10.2514/6.2012-1818](https://doi.org/10.2514/6.2012-1818)

19. Christofi N., Pucel X. A Novel Methodology to Construct Digital Twin Models for Spacecraft Operations Using Fault and Behaviour Trees // 25th International Conference on Model Driven Engineering Languages and Systems (MODELS '22 Companion), October 23–28, 2022, Montreal. DOI:[10.1145/3550356.3561550](https://doi.org/10.1145/3550356.3561550)

20. Потюпкин А.Ю. Моделирование функционирования многоспутниковых орбитальных группировок // VIII Международная конференция и молодежная школа

«Информационные технологии и нанотехнологии» - ИТНТ-2022 (Самара, 23–27 мая 2022): сборник трудов. - Самара: Самарский национальный исследовательский университет им. акад. С.П. Королева, 2022. - 107 с.

21. Привалов А.Е. Унифицированная программная платформа для разработки многоагентных моделей орбитальных группировок космических аппаратов // Труды МАИ. 2022. № 123. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=165498>. DOI: [10.34759/trd-2022-123-22](https://doi.org/10.34759/trd-2022-123-22)

22. Васильев В.Н. Системы ориентации космических аппаратов. - М.: НПП ВНИИЭМ, 2009. - 310 с.

23. Калабин П.В., Степанов А.С., Фоминов И.В. Методика синтеза квазиоптимального по быстродействию экстенсивного управления ориентацией динамически несимметричного космического аппарата с использованием двигателей-маховиков // Труды Военно-космической академии имени А. Ф. Можайского. 2022. № 683. С. 57–66.

References

1. *Sistemy iskusstvennogo intellekta. Klassifikatsiya sistem iskusstvennogo intellekta. GOST R 59277–2020.* (Artificial intelligence systems. Classification of artificial intelligence systems, State Standart R 59277–2020), Moscow, Standartinform, 2021, 16 p.

2. Dorozhko I.V., Gorokhov I.A., Kirillov I.A. *Trudy MAI*, 2022, no. 125. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=168195>. DOI: [10.34759/trd-2022-125-23](https://doi.org/10.34759/trd-2022-125-23)

3. Matveev A.V., Makhukov A.A. *Trudy MAI*, 2011, no. 45. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=25461>
4. Kabanov A.A., Amosov M.V. *Trudy MAI*, 2023, no. 128. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=171410>
5. Shchekochikhin O.V. *Informatsionno-ekonomicheskie aspekty standartizatsii i tekhnicheskogo regulirovaniya*, 2021, no. 5 (63), pp. 33–37.
6. Mozokhin A.E., Shvedenko V.N. *Nauchno-tekhnicheskii vestnik informatsionnykh tekhnologii, mekhaniki i optiki*, 2023, vol. 23, no. 2, pp. 289–298.
7. Cai Y., Starly B., Cohen P., Lee Y-S. Sensor data and information fusion to construct digital-twins virtual machine tools for cyber-physical manufacturing, *Procedia Manufacturing*, 2017, no. 2, pp. 1031–1042. DOI: [10.1016/j.promfg.2017.07.094](https://doi.org/10.1016/j.promfg.2017.07.094)
8. Tao F., Qi Q., Wang L., Nee A.Y.C. Digital Twins and Cyber–Physical Systems toward Smart Manufacturing and Industry 4.0: Correlation and Comparison, *Engineering*, 2019, vol. 5, issue 4, pp. 653–661. DOI: [10.1016/j.eng.2019.01.014](https://doi.org/10.1016/j.eng.2019.01.014)
9. Gusev P.Yu. Avtomatizatsiya planirovaniya proizvodstvennykh protsessov aviaostroitel'nogo predpriyatiya s ispol'zovaniem tsifrovogo dvoynika, *Trudy MAI*, 2018, no. 103. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=101190>
10. *Komp'yuternye modeli i modelirovanie. Tsifrovye dvoyniki izdelii. Obshchie polozheniya, GOST R 57700.37–2021* (Computer models and modeling. Digital twins of products. General provisions, State Standart R 57700.37–2021), Moscow, Rossiiskii institut standartizatsii, 2021, 16 p.

11. Shmelev V.V., Okhtilev M.Yu. *Informatsionno-upravlyayushchie sistemy*, 2016, no. 6, pp. 34–42.
12. Mikoni S.V., Sokolov B.V., Yusupov R.M. *Kvalimetriya modelei i polimodel'nykh kompleksov: monografiya*. (Qualimetry of models and polymodel complexes: monograph), Moscow, RAN, 2018, 314 p.
13. Mikoni S.V., Sokolov B.V., Yusupov R.M. *Shestaya vserossiiskaya nauchno-prakticheskaya konferentsiya po imitatsionnomu modelirovaniyu i ego primeneniyu v nauke i promyshlennosti "Imitatsionnoe modelirovanie. Teoriya i praktika (IMMOD 2013)": sbornik dokladov*, Kazan', Izd-vo FEN, 2013, pp. 68–79.
14. Chueva E.S. *XXI Mezhdunarodnaya konferentsiya po myagkim vychisleniyam i izmereniyam: sbornik trudov*. Saint Petersburg, Izd-vo LETI, 2018, vol. 2, pp. 529–532.
15. Bun'kova D.E. *Ekonomika i upravlenie: problemy, resheniya*, 2019, vol. 4, no. 3, pp. 150–159.
16. Gusarova N.F. *Vvedenie v teoriyu iskusstvennogo intellekta* (Introduction to the theory of artificial intelligence), Saint Petersburg, Universitet ITMO, 2018, 62 p.
1. 17. Kremer N.Sh. *Teoriya veroyatnostei i matematicheskaya statistika* (Theory of probability and mathematical statistics), Moscow, Izd-vo Yuniti-Dana, 2004, 573 p.
18. Glaessgen E.H., Stargel D.S. The Digital Twin Paradigm for Future NASA and U.S. Air Force Vehicles, *Paper for the 53rd Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference: Special Session on the Digital Twin*, 2012. DOI:[10.2514/6.2012-1818](https://doi.org/10.2514/6.2012-1818)

19. Christofi N., Pucel X. A Novel Methodology to Construct Digital Twin Models for Spacecraft Operations Using Fault and Behaviour Trees, *25th International Conference on Model Driven Engineering Languages and Systems (MODELS '22 Companion)*, October 23–28, 2022, Montreal. DOI: [10.1145/3550356.3561550](https://doi.org/10.1145/3550356.3561550)
20. Potyupkin A.Yu. *VIII Mezhdunarodnaya konferentsiya i molodezhnaya shkola «Informatsionnye tekhnologii i nanotekhnologii», ITNT-2022*, Samara, Samarskii natsional'nyi issledovatel'skii universitet im. akad. S.P. Koroleva, 2022, 107 p.
21. Privalov A.E. *Trudy MAI*, 2022, no. 123. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=165498>. DOI: [10.34759/trd-2022-123-22](https://doi.org/10.34759/trd-2022-123-22)
22. Vasil'ev V.N. *Sistemy orientatsii kosmicheskikh apparatov* (Spacecraft attitude control systems), Moscow, NPP VNIIEМ, 2009, 310 p.
23. Kalabin P.V., Stepanov A.S., Fominov I.V. *Trudy Voенno-kosmicheskoi akademii imeni A. F. Mozhaiskogo*, 2022, no. 683, pp. 57–66.

Статья поступила в редакцию 06.06.2023

Одобрена после рецензирования 11.06.2023

Принята к публикации 28.08.2023

The article was submitted on 06.06.2023; approved after reviewing on 11.06.2023; accepted for publication on 28.08.2023