

## ОТЗЫВ

официального оппонента  
на диссертацию Павлова Арсения Михайловича  
«Собственные и вынужденные колебания пакета стержней»,  
представленную к защите на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук  
по специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела»

**Актуальность** диссертационной работы Павлова А.М. обусловлена широким использованием стержневых систем в качестве расчетных моделей различных технических объектов. В частности, пакет упруго-соединенных стержней широко используется при анализе динамики ракет-носителей пакетной компоновки. При этом существует ряд технических проблем, возникающих при проведении практических расчётов, которые усложняют анализ и дальнейшее использование полученных результатов, что в свою очередь указывает на необходимость проведения исследований в данной области.

**Целью** данной работы является разработка методов расчета, анализа и классификации частот и форм собственных колебаний механических систем, представляющих собой пакет стержней.

**Научная новизна** состоит в применении теоретико-группового подхода к исследованию, анализу и классификации форм собственных и вынужденных колебаний стержневых пакетных систем, рассматриваемых в работе в качестве моделей сложных механических объектов.

**Структура работы.** Диссертация состоит из введения, четырёх глав и заключения. Объём диссертации составляет 125 страниц. Список литературы содержит 113 наименований.

Основные результаты диссертации опубликованы в 10-ти работах, 3 из которых – в рецензируемых журналах, рекомендуемых ВАК.

ОБЩИЙ ОТДЕЛ МАИ

Вх. № 31 05 2019

**Во введении** приведена общая характеристика работы, цель, актуальность и методы исследования. Сформулированы задачи, решаемые в работе, и научная новизна.

**В первой главе** подробно рассмотрена актуальность решаемых задач в приложении к ракетно-космической технике. Проведен анализ публикаций отечественных и зарубежных авторов по динамике ракет-носителей пакетной компоновки. Рассмотрены существующие подходы к исследованию динамики механических систем, обладающих пространственной симметрией и проведен обзор соответствующих публикаций. Для исследования собственных и вынужденных колебаний пакета стержней предложено и обосновано использование теоретико-группового подхода.

**Во второй главе** исследована задача о продольных колебаниях пакета стержней. Проведен симметричный анализ исходной системы уравнений, описывающих собственные колебания рассматриваемой механической системы. Для исследования распределения частот колебаний приведена операторная постановка задачи. Доказана теорема о дискретности спектра и свойствах ортогональности собственных функций оператора исходной краевой задачи. Сформулирована и доказана теорема о структуре спектра рассматриваемой задачи, основанная на инвариантности оператора исходной краевой задачи относительно представления симметрической группы. Проведен численный расчет задачи о собственных колебаниях для случая двух боковых стержней. Показано упрощение решения задачи при использовании теоретико-группового подхода. Приведена постановка эволюционной задачи, соответствующей случаю вынужденных колебаний пакета. Предложен метод проецирования вектора внешних возмущений на подпространства неприводимых представлений группы симметрии, позволяющий сократить число используемых при записи слабого решения форм собственных колебаний, без потери точности решения.

**В третьей главе** исследована задача о пространственных колебаниях пакета стержней. В качестве модели деформирования принята модель балки

Эйлера-Бернулли. Для описания характера упругого закрепления боковых стержней введен обобщённый упругий элемент, представляющий собой матрицу жесткости, связывающую между собой соответствующие степени свободы сечений центрального и бокового стержня. Также как в главе 2, проведен симметричный анализ исходных уравнений задачи о собственных колебаниях, приведена операторная постановка и доказана теорема о дискретности спектра задачи о собственных колебаниях. При исследовании симметрии оператора исходной краевой задачи использованы группы пространственной симметрии по Шёнфлису. Для случаев 2-х, 4-х и 6-ти боковых стержней проведена классификация форм собственных колебаний, получены выражения для ортопроекторов на подпространства неприводимых представлений групп симметрии и приведено схематическое изображение соответствующих векторов.

**В четвертой главе** проведен численный расчет собственных пространственных колебаний пакета с четырьмя боковыми стержнями. Приведены графики форм колебаний для каждого из выявленных ранее типов колебаний. Для решения проблемы, возникающей в случае кратных частот, и заключающейся в неопределённости вектора форм колебаний, на основе теоретико-группового подхода, предложен метод приведения форм колебаний, соответствующих кратным частотам, к плоскостям симметрии пакета. Предложенный во второй главе метод проецирования вектора внешних возмущений на подпространства неприводимых представлений для выявления возбуждаемых типов вынужденных колебаний, проиллюстрирован конкретным примером для пакета с четырьмя боковыми стержнями, испытывающим продольное возмущение одного из боковых стержней.

**В заключении** приведены основные выводы по диссертационной работе.

В диссертационной работе Павлова А.М. были получены практически значимые результаты, среди которых наиболее важным является

предложенный автором метод приведения форм колебаний, соответствующих кратным частотам к плоскостям симметрии пакета. Указанный результат актуален при проектировании ракет-носителей пакетной компоновки, так как соответствующие кратным частотам формы поперечных колебаний ракеты, учитываются при разработке алгоритмов управления, и при проведении прочностных расчетов. Применение метода, предложенного Павловым А.М., позволяет исключить неопределенность получаемых при численных расчётах форм поперечных колебаний ракеты, без наложения дополнительных граничных условий на расчетную модель, а также, в случае ее отсутствия, привести имеющиеся формы к требуемому виду.

По диссертации имеются следующие **замечания**:

1. При исследовании задач о колебаниях стержневых систем, рассмотренных в диссертационной работе, автором была использована простейшая модель деформирования балки (Эйлера-Бернулли) и метод разделения переменных. Возможно, стоило провести дополнительные исследования в данном направлении, используя более сложные модели балок для учета сдвиговых и диссипативных эффектов, а также применить современные методы решения спектральных задач для получения более детальной информации о решении задачи на стадии ее постановки.

2. При анализе влияния симметрии системы был рассмотрен случай только идеальной симметрии, хотя в реальных конструкциях, как правило, имеются отклонения от нее различного уровня значимости. Возникает вопрос с границах применимости полученных результатов в случае неидеальной симметрии исходной конструкции.

Тем не менее, считаю, что, указанные замечания не снижают научной ценности и не меняют общей высокой оценки диссертационной работы.

Автореферат полно и правильно отражает содержание диссертации.

