

На правах рукописи



АБГАРЯН МИКАЭЛ ВАРТАНОВИЧ

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУИ РАЗРЕЖЕННОЙ ПЛАЗМЫ,
ИСХОДЯЩЕЙ ИЗ ЭЛЕКТРОРЕАКТИВНОГО ДВИГАТЕЛЯ**

Специальность 01.02.05

«Механика жидкости, газа и плазмы»

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2019

Работа выполнена в Научно-исследовательском институте прикладной механики и электродинамики федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» (НИИ ПМЭ МАИ).

Научный руководитель: Бишаев Александр Михайлович,
доктор физико-математических наук,
старший научный сотрудник,
профессор Московского физико-технического института
(национального исследовательского университета)

Официальные оппоненты: Кузнецов Михаил Михайлович
доктор физико-математических наук,
доцент, профессор
Московского государственного областного института

Богданов Андрей Николаевич
кандидат физико-математических наук,
старший научный сотрудник,
ведущий научный сотрудник Московского
государственного университета
имени М. В. Ломоносова

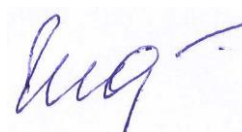
Ведущая организация: Федеральное государственное унитарное предприятие
«Центральный научно-исследовательский институт
машиностроения» (ФГУП ЦНИИМаш)

Защита состоится «26» июня 2019 года в 10 часов 00 минут на заседании
диссертационного совета Д 212.125.14, созданного на базе ФГБОУ ВО «Московский
авиационный институт (национальный исследовательский университет)» по адресу:
125993, Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д. 4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ФГБОУ ВО «Московский
авиационный институт (национальный исследовательский университет)»
https://mai.ru/events/defence/index.php?ELEMENT_ID=101860

Автореферат разослан «_____» _____ 2019 года.

Ученый секретарь диссертационного совета
Д 212.125.14
кандидат физико-математических наук



Гидаспов В.Ю.

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования

Электрореактивные двигатели (ЭРД) широко применяются в космических исследованиях на протяжении более сорока лет. Одной из наиболее распространенных разновидностей ЭРД являются стационарные плазменные двигатели (СПД), которые используются в настоящее время как в России, так и за рубежом для стабилизации и коррекции орбит космических аппаратов. В последнее время наметилось также использование СПД на этапе довыведения спутников на геостационарную орбиту.

При работе СПД в окружающее пространство из сопла двигателя вытекает плазменная струя, в которой скорости ионов рабочего тела достигают значений в десятки км/сек. Энергия вылетающих ионов вполне достаточна для инициирования различных физико-химических процессов в элементах других систем космических аппаратов. В первую очередь, это относится к солнечным батареям (СБ), у которых при воздействии плазменных потоков происходит ухудшение поглотительной способности поверхностных слоев и поэтому уменьшается эффективность преобразования солнечной энергии в электрическую. Собственные частоты плазменных колебаний в струе СПД находятся в том же диапазоне частот, что и частоты, используемые при радиосвязи с космическим аппаратом. Таким образом, работа СПД может влиять на качество радиосвязи.

Заметное количество работ по СПД было посвящено исследованию возможностей усовершенствования конструкции двигателей для оптимального решения вопроса совместимости СПД с другими системами КА с учетом особенностей режимов работы СПД, а также применимости тех или иных моделей двигателей для работы в различных условиях и на различных аппаратах. В настоящее время ряд вопросов, касающихся состава и эволюции плазменной струи, остается недостаточно изученным и по этой причине слабо освещенным в публикациях. Также недостаточно исследовано воздействие струи СПД на различные по составу элементы конструкции космического аппарата. Кроме этого отсутствуют общепринятые методики расчета характеристик «обратных» потоков ионов, возникающих в области среза ускорительного канала разрядной камеры СПД, несмотря на то, что в общих чертах механизм образования потоков понятен. Совершенно недостаточно исследовано влияние магнитного поля на течение струи, что представляется достаточно важным, учитывая рассматриваемую в настоящее время возможность управления вектором тяги СПД с помощью внешнего магнитного поля.

К настоящему времени выполнен большой объем экспериментальных исследований. Однако воспроизведение космических условий в наземном эксперименте

является крайне затратной по времени и дорогостоящей ввиду необходимости проведения экспериментов по измерениям параметров струи СПД на экспериментальных стендах в условиях высокого вакуума. Поэтому численное моделирование параметров плазменной струи, исходящей из СПД, является актуальной задачей.

Объектом исследования является плазменная струя, истекающая в окружающее пространство из кольцевого отверстия стационарного плазменного двигателя.

Цель работы

Целью настоящего исследования являлось определение параметров течения плазменной струи, исходящей из стационарного плазменного двигателя.

Задачи исследования

Для достижения данной цели были поставлены и решены следующие задачи:

1. Анализ физических процессов, протекающих в струе плазмы, истекающей из СПД, и разработка физико-математической модели процесса истечения струи с учетом резонансной перезарядки.
2. Формулировка математической постановки задачи в трехмерном нестационарном представлении.
3. Построение системы модельных кинетических уравнений относительно функций распределения ионов и нейтралов.
4. Разработка численного метода решения системы кинетических уравнений на основе модернизированного метода расщепления по физическим процессам.
5. Создание прикладного программного продукта, позволяющего осуществлять численное моделирование и расчет макропараметров струи.
6. Верификация численной модели путем сравнения расчетных данных с экспериментально измеренными параметрами плазменной струи.
7. Модификация построенной модели с целью определения влияния зависимостей частот столкновения частиц от их скоростей.
8. Разработка модели численного расчета для определения влияния управляющего внешнего магнитного поля на течение струи плазмы.
9. Визуализация результатов численного моделирования для наглядного отображения эволюции плазменной струи и определения области применимости разработанной расчетной модели.

Основные положения, выносимые на защиту

1. Система модельных кинетических уравнений, описывающих резонансную перезарядку ионов в плазменной струе СПД.
2. Математическая постановка задачи о струе плазмы в нестационарном трехмерном представлении с оригинальными граничными и начальными условиями.
3. Численный метод расщепления по физическим процессам, использованный для решения построенной системы модельных кинетических уравнений в широком диапазоне изменения входных параметров.
4. Модифицированная физико-математическая модель струи для определения влияния зависимостей частот столкновения ионов и нейтралов от их скоростей.
5. Расчетная модель для определения влияния управляющего внешнего магнитного поля на характеристики течения плазменной струи.
6. Результаты численных расчетов, позволивших определить влияние геометрических параметров выходного сопла на характер течения струи СПД.
7. Результаты расчетов динамики концентрации ионов основного потока плазмы и обратных потоков ионов перезарядки.

Методология и методы диссертационного исследования

В проведенном исследовании использовались подходы и методы, разработанные в кинетической теории разреженных газов. Была усовершенствована трехмерная нестационарная кинетическая модель, которая была применена для описания движения плазменного образования, возникающего при работе СПД. Численные расчеты были выполнены с помощью специального разработанного комплекса прикладных программ.

Научная новизна работы

В результате проведенного исследования создана физико-математическая модель, в которой описаны процессы перезарядки и ускорения ионов применительно к плазменной струе СПД. С использованием методов кинетической теории построена трехмерная нестационарная модель струи плазмы, образующейся при работе СПД.

Модернизирован известный метод расщепления по физическим процессам, на основе которого построен численный метод решения системы кинетических уравнений, описывающих поведение плазменной струи.

В представляемой численной модели в отличие от других моделей в расчет введена зависимость частот столкновений ионов и нейтралов от их скоростей.

Применение расчетной модели позволило определить влияние магнитного поля и плазменных колебаний на характеристики двигателя, а также наглядно продемонстрировать процесс образования и течения струи плазмы на различных стадиях ее формирования.

Теоретическая и практическая значимость работы

Предлагаемая работа на данный момент представляет собой наиболее полное исследование струи плазмы, истекающей из СПД. Разработанная трехмерная нестационарная модель позволяет динамически отображать течение плазменной струи по мере её развития и исследовать влияние внешних воздействий на параметры струи. В первую очередь, это относится к актуальному вопросу о возможности изменении вектора тяги СПД с помощью внешнего управляющего магнитного поля.

Наличие адекватной расчетной модели струи СПД дает возможность сформулировать рекомендации по расположению СПД на космическом аппарате.

На основе предлагаемой модели построен программный пакет, с помощью которого выполнены расчеты основных интегральных технических характеристик СПД, таких как тяга и ионный ток. Созданный пакет прикладных программ представляет собой мощный инструмент для моделирования, расчета и визуализации течения плазменной струи СПД и не имеет аналогов в настоящее время.

Достоверность полученных результатов, научных положений и выводов, содержащихся в диссертации, обуславливается непротиворечивостью построенной модели известным уравнениям и методам их решения в кинетической теории газов. Результаты численных расчетов параметров струи, полученные с помощью разработанной расчетной модели, сравнивались с экспериментально полученными данными. Отличие расчетных значений параметров плазменной струи, полученных при численном моделировании, от измеренных в экспериментах составило не более 5%.

Реализация и внедрение результатов работы

Результаты работы были использованы при проведении научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ (НИОКР), выполняемых по тематике СПД в Научно-исследовательском институте прикладной механики и электродинамики Московского авиационного института (НИИ ПМЭ МАИ).

Пакет прикладных программ, разработанный в процессе данного исследования, прошел процедуру государственной регистрации с получением авторского свидетельства. Данная программа используется в настоящее время в работах, проводимых в НИИ ПМЭ

МАИ. Различные версии разработанного комплекса прикладных программ были переданы по контракту французской компании Astrium, являющейся крупнейшим европейским производителем космических аппаратов, а также в головную корпорацию Роскосмоса ФГУП ОКБ «Факел» по лицензионному договору.

Личный вклад соискателя

Соискателем была проведена модернизация существующей стационарной модели в трехмерной постановке задачи и разработана физико-математическая модель для решения задачи в более общей трехмерной нестационарной постановке. Автор настоящей работы осуществил разработку, отладку, тестирование и последующую модернизацию программного продукта, позволяющего осуществить численное моделирование струи плазмы, исходящей из СПД, а также визуализировать полученные результаты.

Апробация работы

Результаты представляемой работы докладывались соискателем на 4-х международных конференциях в 6-ти докладах: XIX международной конференции по Вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2015), XX юбилейной международной конференции по Вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2017), XI и XII международных конференциях по Прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (NPNJ'2016 и NPNJ'2018 соответственно).

Основные положения диссертационной работы опубликованы в 3 статьях в журналах, входящих в перечень ВАК.

Структура и объем работы

Диссертация состоит из введения, четырех глав и заключения. Рукопись содержит 104 страницы, включая 31 рисунок. Список литературы содержит 48 наименований.

Краткое содержание диссертационной работы

Во Введении обосновывается актуальность тематики диссертационного исследования, формулируются цели и задачи, раскрывается научная новизна, обозначается теоретическая и практическая значимость работы. Описываются методология и методы диссертационного исследования, формулируются положения, выносимые на защиту, и обосновывается достоверность полученных результатов.

Приводятся сведения о реализации, внедрении, апробации и публикациях, излагается структура диссертации.

В первой главе дается общее описание стационарных плазменных двигателей как подтипа электрореактивных двигателей. Приводится принципиальная схема стационарного плазменного двигателя на примере двигателя СПД-100 отечественного производства, широко используемого как в России, так и за рубежом в космических исследованиях. Описываются физические процессы, протекающие при работе двигателя и приводящие к образованию плазменного разряда с последующим движением плазмы в скрещенных электрическом и магнитном полях.

На рисунке 1 представлено исследуемое физическое координатное пространство, в котором и происходит моделируемое движение:

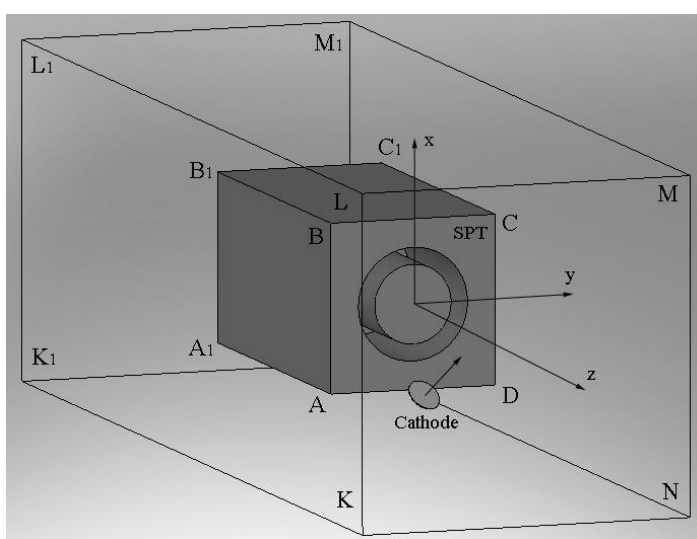


Рисунок 1 – Геометрия истечения плазменной струи из СПД

Расчетная область моделируется как параллелепипед $KLMNK_1L_1M_1N_1$. Двигатель моделируется параллелепипедом $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, расположенным внутри расчетной области. На грани $ABCD$ расположено кольцевое отверстие, откуда струя выходит в окружающее пространство. В центре этой грани располагается начало системы координат физического пространства $Oxyz$.

Далее отмечается экспериментальный факт, что двигатель работает в квазиимпульсном режиме с частотой пульсаций плазменного потока в десятки кГц, ввиду чего делается вывод о необходимости учета нестационарности течения при построении физической модели.

Приводится обзор состояния исследований в области моделирования плазменной струи СПД, в частности, рассматривается молекулярно-кинетический подход, методы статистического моделирования типа Монте-Карло, методы модельных кинетических

уравнений и проводится анализ существующих преимуществ и недостатков используемых методов моделирования. Проводятся оценки чисел Кнудсена, рассчитываемых из численных значений интегральных характеристик СПД и параметров течения плазмы. Значения K_n для ион-ионного и нейтрал-нейтрального взаимодействий в струе СПД составляют $\sim 10^3$. В то же время значение числа K_n для ион-нейтрального взаимодействия по известному механизму резонансной перезарядки составляет несколько единиц, что указывает на определяющее влияние данного механизма взаимодействия между компонентами плазменной струи на функции распределения компонент плазменной струи. На основании проведенного анализа сделан выбор метода моделирования плазменной струи СПД, основанный на построении и численном решении системы модельных кинетических уравнений. Формулируются требования к разрабатываемой численной модели.

Во второй главе приводится описание физико-математической модели. Подробно описывается механизм резонансной перезарядки ионов: столкновение быстрого иона с медленным нейтральным атомом того же химического элемента, при котором электрон с атома перескакивает на пролетающий мимо ион, нейтрализуя его. Таким образом, в результате столкновения образуется быстрый нейтральный атом, имеющий те же импульс и энергию, что и налетающий ион. Также образуется медленный ион, имеющий энергию порядка тепловой энергии первоначального нейтрального атома. Сечение резонансной перезарядки существенно велико и достигает значений $\sim 10^{-14} \text{см}^2$, что значительно превышает значения сечений упругих и неупругих столкновений между ионами и атомами одного сорта, которые находятся в диапазоне 10^{-16}см^2 . Механизм резонансной перезарядки является источником медленных положительных ионов, движущихся в окружающем СПД пространстве, включая обратную полусферу.

Приводится вывод системы модельных кинетических уравнений для резонансной перезарядки относительно функции распределений ионов f и нейтралов g в присутствии электрического поля E_i , которая в общем виде выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial t} + \xi_i \frac{\partial f}{\partial x_i} + \frac{eE_i}{m} \frac{\partial f}{\partial \xi_i} = v_{in} J g(t, \vec{x}, \vec{\xi}) - v_{ii} f(t, \vec{x}, \vec{\xi}), \\ \frac{\partial g}{\partial t} + w_i \frac{\partial g}{\partial x_i} = \frac{v_{ni}}{J} g(t, \vec{x}, \vec{w}) - v_{mm} g(t, \vec{x}, \vec{w}), \end{cases} \quad (1)$$

где $v_{ni} = \sigma_0 \int_{\vec{w}} g(t, \vec{x}, \vec{w}') |\vec{w}' - \vec{w}| d\vec{w}'$, $v_{mm} = \sigma_0 \int_{\Sigma} f(t, \vec{x}, \vec{\xi}') |\vec{\xi}' - \vec{w}| d\vec{\xi}'$ - частоты столкновений иона, двигающегося со скоростью \vec{w} в электрическом поле E_i , и нейтрала, двигающегося со

скоростью $\vec{\xi}^i$. Величина $J = \frac{d\vec{w}}{d\vec{\xi}}$ рассматривается как якобиан преобразования при замене

скоростей \vec{w} на $\vec{\xi}$ при интегрировании по пространствам скоростей ионов или нейтралов.

Показывается, что для системы (1) выполняются законы сохранения массы, энергии и импульса.

В качестве доказательства адекватности кинетической модели приводится сравнение результатов моделирования для стационарного случая с проведенными ранее экспериментами, в которых измерены параметры плазменной струи двигателя СПД-100, в первую очередь, это плотность ионного тока. Измерения плотности ионного тока проведены с помощью зондов, располагавшихся на окружности радиусом 60 см и с центром в середине выходного сечения СПД. На Рисунке 2 приведено распределение плотности ионного тока (сплошная линия) в зависимости от угла отклонения линий измерения токов от оси канала.

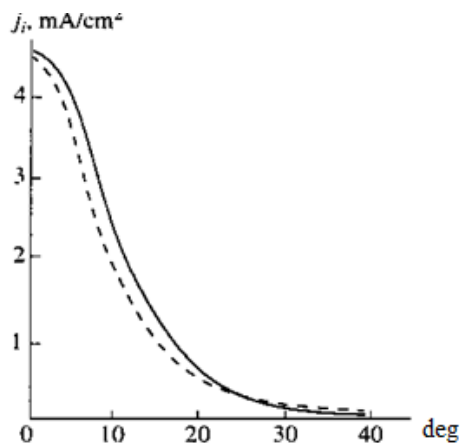


Рисунок 2 – Экспериментальные и расчетные распределения угловой зависимости плотности ионного тока в струе

Сравнение расчета и эксперимента проводилось путем выбора значения температуры ионов T_0^i , при котором достигается наилучшее совпадение расчетных и экспериментальных угловых зависимостей плотностей ионного тока. Температура ионов T_0^i в расчетах задается в граничном условии для функции распределения ионов струи на срезе сопла. Отметим, что значение T_0^i не измеряется в современных экспериментальных методиках, и поэтому априори неизвестно. В результате проведенной серии расчетов получено, что удовлетворительное соответствие измеренного и расчетных угловых зависимостей плотностей ионного тока достигается в диапазоне значений $T_0^i = 20...25$ эВ. На Рисунке 2 пунктиром изображено угловое распределение плотности ионного тока, рассчитанное по предлагаемой методике при значении $T_0^i = 25$ эВ. Как видно, достигнуто

соответствие расчетной и измеренной зависимости. Данное значение для T_0^i было использовано в последующих численных расчетах функций распределений ионов и атомов и производных от них интегральных характеристик. На основании проведенного сравнения делается вывод о том, что построенная модель является адекватной и достоверной.

В третьей главе формулируется математическая постановка задачи о необходимости решения системы модельных кинетических уравнений, представляемых в следующем упрощенном виде:

$$\begin{cases} \frac{Df}{dt} = \theta(n_i g - n_n f), \\ \frac{Dg}{dt} = \theta(n_n f - n_i g), \end{cases} \quad (2)$$

где $f = f(t, \vec{x}, \vec{\xi})$ есть функция распределения ионов, $\vec{x} = \{x_1, x_2, x_3\}$, $\vec{\xi} = \{\xi_1, \xi_2, \xi_3\}$ – координаты положения иона в фазовом пространстве, и $g = g(t, \vec{x}, \vec{w})$ есть функция распределения нейтралов, а $\vec{w} = \{w_1, w_2, w_3\}$ – положение нейтрала в скоростном пространстве; n_i и n_n – концентрации ионов и нейтральных атомов; θ - параметр модели, зависящий температур ионов и нейтралов, а также средних скоростей потоков на срезе сопла, определяющих их функции распределения, задаваемые в качестве граничных условий на срезе сопла.

В системе (2) принято допущение, что частоты столкновений не зависят от скоростей ионов и нейтралов, что позволило привести систему (1) к виду (2). Стоит отметить, что в настоящей работе использовалась как упрощенная модель с частотами столкновений, не зависящими от скоростей ионов и нейтралов в струе, так и модель с частотами столкновений, зависящими от соответствующих скоростей частиц в струе плазмы, и было произведено сравнение результатов, полученных с использованием обеих моделей. Далее приводятся формулы для вычисления безразмерных значений макропараметров струи, которые можно рассчитать с помощью искомым функций распределений ионов и нейтралов, используя следующие соотношения:

$$\left(\begin{array}{c} n \\ n\vec{u} \\ n\left(\frac{3}{2B_1}T + \vec{u}^2\right) \end{array} \right)^i = B_1^{\frac{3}{2}} \int \left(\begin{array}{c} 1 \\ \vec{\xi} \\ \xi^2 \end{array} \right) f d\vec{\xi}, \left(\begin{array}{c} n \\ nu \\ n\left(\frac{3T}{2} + \vec{u}^2\right) \end{array} \right)^{(n)} = \int \left(\begin{array}{c} 1 \\ \vec{w} \\ \vec{w}^2 \end{array} \right) g d\vec{w}, \quad (3)$$

где $B_1 = eU_0(kT_0^i)^{-1} \approx 20...30$.

Выводятся граничные условия для ионов и нейтралов. Граничные условия для ионов и нейтралов, соответственно, выглядят следующим образом:

$$f = \begin{cases} \frac{\bar{n}}{\pi^{3/2}} \exp\{-B_1(\vec{\xi} - \vec{u})^2\}, \xi_z \geq 0, R_1 \leq r \leq R_2, r = \sqrt{x^2 + y^2} \\ 0, (r < R_1) \cup (r > R_2) \end{cases} \quad (4)$$

$$g = \begin{cases} \frac{\tilde{n}}{\pi^2} \exp\{-(\vec{w} - \vec{u})^2\}, w_z \geq 0, R_2 \leq r \leq R_1 \\ n_w \left(\frac{B_w}{\pi}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\{-B_w \vec{w}^2\}, (r < R_2) \cup (r > R_1) \end{cases} \quad (5)$$

Граничные условия на бесконечности таковы:

$$f(t, \vec{x}, \vec{\xi}) = 0, \quad (6)$$

$$g(t, \vec{x}, \vec{w}) = \theta_2 \left(\frac{B_\infty}{\pi}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\{-B_\infty(\vec{w} - \vec{u}_\infty)^2\}, \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \rightarrow \infty,$$

где $\theta_2 = \frac{n_\infty^{(n)}}{n_0^{(n)}}$, $B_\infty = \frac{T_0^{(n)}}{T_\infty}$, $u_{\infty i} = \frac{u_{\infty i}^p}{(\sqrt{2kT_\infty})}$.

Начальные условия выбираются следующим образом:

$$f(0, \vec{x}, \vec{\xi}) = 0, g(0, \vec{x}, \vec{w}) = \theta_2 \left(\frac{B_\infty}{\pi}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\{-B_\infty(\vec{w} - \vec{u}_\infty)^2\}. \quad (7)$$

Таким образом, математическая постановка задачи следующая. Численным методом решается система уравнений (2) с граничными условиями (4)-(6) и начальными условиями (7). Для решения поставленной задачи строится численная схема решения, численный метод для определения влияния отверстия на формирование течения струи, а также для определения пространственного распределения ионов перезарядки и функции распределения нейтралов.

Для решения поставленной задачи из-за влияния электрического поля создается вариант схемы расщепления, в котором необходимо учесть следующие основные

особенности задачи: в отличие от одного уравнения имеется система кинетических уравнений; имеется также силовой член, обычно отсутствующий в уравнении Больцмана. В общем виде уравнение Больцмана записывается следующим образом:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \xi_i \frac{\partial f}{\partial x_i} = J(f, f), i = 1, 2, 3 \quad (8)$$

В (8) $f = f(t, \vec{x}, \vec{\xi})$ есть функция распределения нейтралов, $J(f, f) = J$ - интеграл столкновений. Для получения численной схемы интегрирования со вторым порядком точности по времени на участке $[t_0, t_0 + \Delta t]$ на временном промежутке $[t_0, t_0 + \Delta t / 2]$

решается задача об однородной релаксации, т.е. решается уравнение $\frac{\partial f}{\partial t} = J(f, f)$. Если

использовать схему первого порядка точности по Δt , то получаем, что

$$\tilde{f}(t_0 + \Delta t / 2, \vec{x}, \vec{\xi}) = f(t_0, \vec{x}, \vec{\xi}) + J(t_0, f(t_0, \vec{x}))\Delta t / 2, \quad \text{где } f(t_0, \vec{x}, \vec{\xi}) \text{ есть функция}$$

распределения ионов, известная в момент времени t_0 , значения которой сохраняются в узлах сетки разбиения фазового пространства ионов. Затем предполагается, что испытавшие релаксацию молекулы разлетаются свободно в течение времени Δt . Их

движение описывает уравнение $\xi_i \frac{\partial f}{\partial x_i} = 0, i = 1, 2, 3$, а начальная функция распределения

есть \tilde{f} , определенная на этапе релаксации. Решение этой задачи определяется из следующего выражения:

$$\bar{f}(t_0 + \Delta t, \vec{x}, \vec{\xi}) = f(t_0, \vec{x} - \vec{\xi}\Delta t, \vec{\xi}) + J(t_0, f(t_0, \vec{x} - \vec{\xi}\Delta t, \vec{\xi}))\Delta t / 2$$

Чтобы получить схему второго порядка точности по Δt , нужно еще раз выполнить релаксацию на промежутке $[t_0 + \Delta t / 2, t_0 + \Delta t]$ с начальной функцией, полученной в результате свободномолекулярного переноса. Тогда будем иметь:

$$f(t, \vec{x}, \vec{\xi}) = f(t_0, \vec{x} - \vec{\xi}(t - t_0), \vec{\xi}) + J(f(t_0, f(t_0, \vec{x} - \vec{\xi}(t - \tau), \vec{\xi}))\Delta t / 2 + J(\tilde{f}(t_0 + \Delta t / 2, \vec{x}, \vec{\xi}))\Delta t / 2$$

Граничное условие для функции f при $z = 0$ и $\xi_z \geq 0$ задается выражением:

$$f(t, x, y, 0, \vec{\xi}) = \begin{cases} \bar{n}(t, r) / \pi^{3/2} \exp\{-B_1(\vec{\xi} - \vec{u}(i, r))^2\}, R_2 \leq r \leq R_1, r = \sqrt{x^2 + y^2}, \\ 0, (r < R_1) \cup (r > R_2) \end{cases} \quad (9)$$

Уравнения характеристик выглядят следующим образом:

$$\frac{d\tilde{t}}{d\tau} = 1, \frac{d\tilde{x}}{d\tau} = \tilde{\xi}, \frac{d\tilde{\xi}}{d\tau} = \vec{E}(\tilde{x}(\tau)), \tau \in [0, t], \tilde{t}(0) = 0, \tilde{x}(0) = \vec{x}_0, \tilde{\xi}(0) = \vec{\xi}_0, \tilde{x}(t) = \vec{x}, \tilde{\xi}(t) = \vec{\xi} \quad (10)$$

Формально решение системы (10) можно записать в виде:

$$\vec{x}_i(\tau) = \vec{x}_0 + \vec{\xi}_0 \tau + \int_0^\tau \int_0^\sigma \vec{E}(\sigma, \vec{x}(\sigma)) d\sigma ds, \quad \vec{\xi}(\tau) = \vec{\xi}_0 + \int_0^\tau \vec{E}(s, \vec{x}(s)) ds$$

Суть метода решения задачи состоит в следующем: функция распределения ионов разбивается на две составляющие $f = f_1(t, \vec{x}, \vec{\xi}) + f_2(t, \vec{x}, \vec{\xi})$, где $f_1(t, \vec{x}, \vec{\xi})$ – функция распределения ускоренных ионов, а $f_2(t, \vec{x}, \vec{\xi})$ – функция распределения ионов перезарядки. Пусть к моменту времени t_0 известны электрическое поле и частоты $\vec{E}(t, \vec{x}), \nu(t, \vec{x})$ для $0 \leq t \leq t_0$. Для этого надо запомнить в четырехмерных массивах приведенные выше величины. Для $t > t_0$ в эти массивы заносятся произвольные значения \vec{E} и ν (например, начальные значения). По этим значениям определяется $f_1(t_0 + \Delta t, \vec{x}, \vec{\xi})$ и все моменты от этой функции распределения. Потом делаются этапы релаксации и свободномолекулярного разлета для получения f_2 и функции распределения нейтралов g на этих этапах. Вычисляются моменты от этих функций распределения, причем суммируются соответствующие моменты от f_1 и f_2 . Далее вычисляются значения $\vec{E}(t_0 + \Delta t, \vec{x})$ и $\tilde{\nu}(t_0 + \Delta t, \vec{x})$. По этим значениям снова вычисляется $f_1(t_0 + \Delta t, \vec{x}, \vec{\xi})$ и делается этап релаксации, который определяет функции распределения $f_2(t_0 + \Delta t, \vec{x}, \vec{\xi})$ и $g(t_0 + \Delta t, \vec{x}, \vec{w})$. После чего уже значения поля $\vec{E}(t_0 + \Delta t, \vec{x})$ и частоты $\nu(t_0 + \Delta t, \vec{x})$ заносятся в соответствующие массивы и процесс повторяется.

Отметим, что плотность ионов в струе имеет на оси симметрии узкую область, в которой ионы имеют существенно большую плотность, чем в остальной части пространства, так называемый «кроссовер». В сплошнородных режимах кроссовер кроме кнудсеновского слоя отсутствует, однако при $Kn \approx 1$ кроссовер существует. Образование кроссовера не является следствием наличия электрического поля и связано с особенностями геометрии струи плазмы, исходящей из кольцевого выходного отверстия СПД. Этот эффект обусловлен тем, что значение функции распределения ионов, выходящих из отверстия, сосредоточено в узкой геометрической области, в отличие от остальных точек пространства. Объем данной области в районе среза составляет $\approx V_1^{-3/2}$. Далее, на оси симметрии двигателя вдали от среза этот объем будет пропорционален $1/V_1$. Трудности вычисления интеграла, определяющего вклад f_i в n^i , обусловлены дельтаобразным характером подынтегральной функции, а также тем, что аналитический вид зависимости носителя этой функции от переменных интегрирования неизвестен.

Методика расчета влияния отверстия заключается в том, что определяется вклад от $f_1(t_0 + \Delta t, \vec{x}, \vec{\xi})$ в вычисляемые макропараметры. Вклад в плотность $n_1(t, \vec{x})$ определяется следующей квадратурой:

$$n_1(t, \vec{x}) = \left(\frac{B_1}{\pi}\right)^{3/2} \iiint_D \bar{n}(\bar{t}, \bar{r}) \text{Exp}\{-B_1(\vec{\xi}(\bar{t}) - \vec{u}(\bar{t}, \bar{r}))^2 - \int_{\bar{t}}^t \nu(s, \vec{x}(s)) ds\} d\xi_x d\xi_y d\xi_z, \quad (11)$$

$$D = \{\bar{t} \geq 0, \vec{\xi}_z(\bar{t}) \geq 0, R_2 \leq \bar{r} \leq R_1\}, \bar{r} = \sqrt{\tilde{x}(\bar{t})^2 + \tilde{y}(\bar{t})^2},$$

$$\text{где } \tilde{x}(\bar{t}) = x - \xi_x(t - \bar{t}) + \int_{\bar{t}}^t (\tau - \bar{t}) E_x(\tau, \vec{x}(\tau)) d\tau, \tilde{y}(\bar{t}) = y - \xi_y(t - \bar{t}) + \int_{\bar{t}}^t (\tau - \bar{t}) E_y(\tau, \vec{x}(\tau)) d\tau.$$

Влияние отверстия может быть правильно учтено только непосредственным вычислением квадратуры (10) при условии, что численный метод, реализующий вычисление указанной квадратуры правильно определяет носитель подынтегральной функции (10).

Макропараметры ионов и нейтралов определялись по функциям соответствующим распределения:

$$\hat{f}(t_0 + \Delta t, \vec{x}, \vec{\xi}) = \bar{f}(\vec{x}, \vec{\xi}) \text{Exp}\{-\nu(t_0, \vec{x}) \frac{\Delta t}{2}\} + G(t_0, \vec{x}, \vec{\xi}) \text{Exp}\{-\nu(t_0, \vec{x}) \frac{\Delta t}{2}\} \frac{\Delta t}{2}, \quad (12)$$

$$\text{где } \vec{x} = \vec{x} - \vec{\xi} \Delta t, \vec{\xi} = \vec{\xi} - \vec{E}(t_0, \vec{x}) \frac{\Delta t}{2}.$$

$$\hat{g}(t_0 + \Delta t, \vec{x}, \vec{w}) = \bar{g}(\vec{x}_w, \vec{w}) \text{Exp}\{-\nu_1(t_0, \vec{x}_w) \frac{\Delta t}{2\sqrt{B_2}}\} + G_1(t_0, \vec{x}_w, \vec{w}) \text{Exp}\{-\nu_1(t_0, \vec{x}_w) \frac{\Delta t}{2\sqrt{B_2}}\} \frac{\Delta t}{2\sqrt{B_2}}, \quad (13)$$

$$\text{где } \nu_1 = \frac{\nu_{ni}}{Kn_{ni}}, G_1 = \nu_1 \frac{n^{(n)}}{n^i} (B_1)^{3/2} f_2\left(t, \vec{x}, \frac{\vec{w}}{\sqrt{B_2}}\right). \vec{x}_w = \vec{x} - \vec{w} \frac{\Delta t}{\sqrt{B_2}}.$$

Вычисления производились с помощью квадратур Гаусса, приспособленных для вычисления несобственных интегралов типа $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx$. Скоростное пространство

нейтралов выбиралось в виде $|w_i| \leq \frac{3}{\sqrt{B_b}}, i = x, y, z$, а для ионов в виде

$|\xi_i| \leq \frac{3}{\sqrt{B_b B_2}}, i = x, y, z$, соответственно. Кубатурная формула привязывалась к

приведенным выше скоростным пространствам, т. е.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-B_b x^2} (e^{B_b x^2} f(x)) dx = \frac{1}{\sqrt{B_b}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-c^2} (e^{c^2} f(\frac{c}{\sqrt{B_b}})) dc \approx \frac{1}{\sqrt{B_b}} \sum_{k=1}^6 A_k (e^{c_k^2} f(\frac{c_k}{\sqrt{B_b}})),$$

где A_k, c_k - коэффициенты и узлы соответствующей кубатурной формулы. Отсюда получаются следующие формулы для вычисления макропараметров от $f_2(t, \bar{x}, \bar{\xi})$ и $g(t, \bar{x}, \bar{w})$:

$$\begin{pmatrix} n \\ n\bar{u} \\ n\left(\frac{3}{2B_1}T + \bar{u}^2\right) \end{pmatrix}^2 = \frac{1}{\sqrt{B_b}} \sum_{k=1}^6 \sum_{j=1}^6 \sum_{i=1}^6 \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\bar{c}_{kij}}{\sqrt{B_b}} \\ \frac{c_k^2 + c_i^2 + c_j^2}{B_b} \end{pmatrix} e^{c_k^2 + c_i^2 + c_j^2} Q\left(\frac{\bar{c}_{kij}}{\sqrt{B_b}}\right), \bar{c}_{kij} = \{c_k, c_j, c_i\}; \quad (14)$$

Здесь $Q(\bar{c}_{kij}/\sqrt{B_b}) = B_1^{3/2} f_2(\bar{c}_{kij}/\sqrt{B_b})$ или $Q(\bar{c}_{kij}/\sqrt{B_b}) = g(\bar{c}_{kij}/\sqrt{B_b})$, в зависимости от того, какой момент компоненты вычисляется. Определив при помощи (14) макропараметры ионов и нейтралов, можно найти частоты столкновений $\bar{\nu}(\bar{x}), \bar{\nu}_1(\bar{x})$ и электрическое поле $\bar{E}(\bar{x})$. После этого на промежутке $[t_0 + \Delta t/2, t_0 + \Delta t]$ повторяется этап релаксации, при этом $f_2(t_0 + \Delta t/2, \bar{x}, \bar{\xi}) = \hat{f}(t_0 + \Delta t, \bar{x}, \bar{\xi})$, $g(t_0 + \Delta t/2, \bar{x}, \bar{w}) = \hat{g}(t_0 + \Delta t, \bar{x}, \bar{w})$. Полученные в результате значения функций распределения ионов и нейтралов принимаются за значения функций распределений в момент времени $t_0 + \Delta t$ и запоминаются в соответствующих массивах. По этим найденным значениям функций распределения с помощью (14) вычисляются частоты столкновений $\nu(t_0 + \Delta t, \bar{x}), \nu_1(t_0 + \Delta t, \bar{x})$ и электрическое поле $\bar{E}(t_0 + \Delta t, \bar{x})$ далее процесс повторяется. Методом расщепления получено численное решение системы модельных кинетических уравнений. В данном методе ионы, имеющие большую по оси z компоненту макроскопической скорости, рассматриваются отдельно от ионов, родившихся в результате перезарядки. Первая группа ионов – ионы, непосредственно выходящие из двигателя. Предполагается, что такие ионы не рождаются в результате перезарядки. Это подтверждено как экспериментальными исследованиями, так и расчетами, проведенными в стационарном случае. Создание численного метода для решения описанной выше системы кинетических уравнений позволяет не только решать стационарные задачи методом установления, но и исследовать принципиально нестационарные эффекты, возникающие в струе стационарных плазменных двигателей.

В четвертой главе представлены результаты вычислений и сравнение с проведенными экспериментами, построение модели с частотой, зависящей от скорости, рассматривается задача о струе плазмы в постоянном магнитном поле. Некоторые результаты моделирования распространения струи представлены на рисунках 3-8.

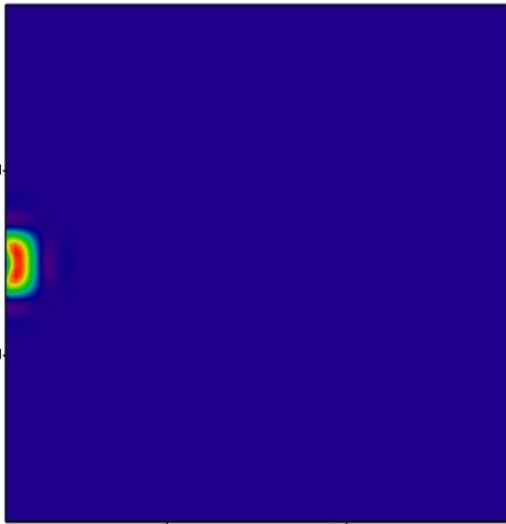


Рисунок 3 – линии уровня плотности ионов при $t = 0,25t_0$

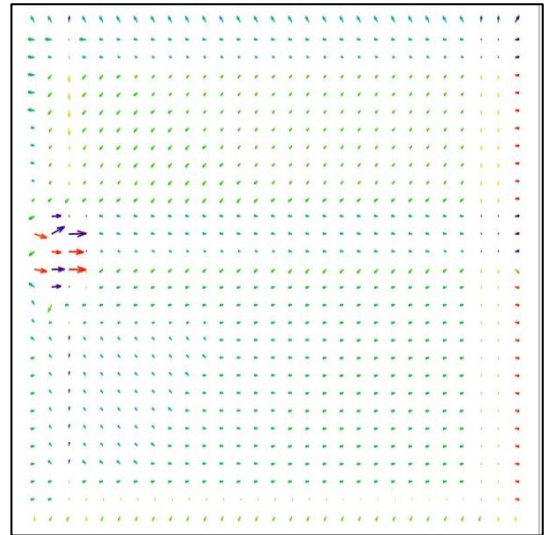


Рисунок 4 – векторное поле ионных токов при $t = 0,25t_0$

На рисунке 3 представлена картина линий уровня плотности ионов в момент времени $t = \Delta t = 0.25 t_0$ ($t_0 = 7 \cdot 10^{-6}$ с. соответствующий временной масштаб). Область, где значение безразмерной плотности ионов меньше, чем 10^{-2} , обозначена черным цветом. Далее, более светлым оттенкам серого соответствуют значения плотности больше, чем 10^{-2} , область наибольшей плотности ионов обозначена темно-серым цветом и находится в центре возмущенной области. На рисунке 4 представлено векторное поле ионных токов. Более крупные вектора отображают эволюцию возмущенной области плазменной струи и направлены вниз по потоку плазмы. Мелкие вектора в остальной части ближней зоны соответствуют обратным ионным токам и направлены в противоположную сторону, в том числе за двигатель.

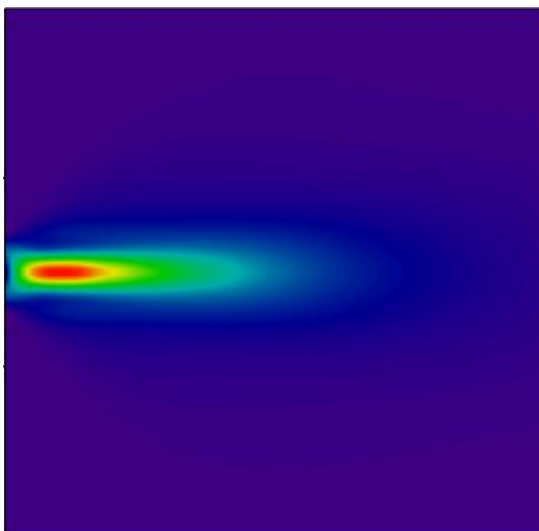


Рисунок 5 – линии уровня плотности, $t = 5t_0$

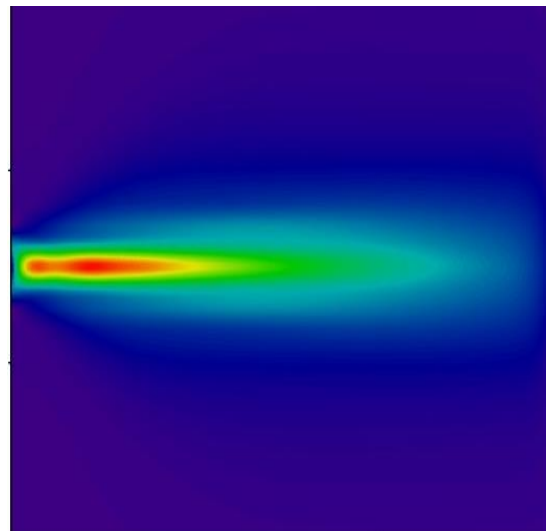


Рисунок 6 – линии уровня плотности $t = 20t_0$

На рисунках 5 и 6 показаны линии уровня плотности и поля ионного тока при $t = 5t_0$ и $t = 20t_0$ соответственно. Заметной перестройки течения не наблюдается, имеются признаки установления картины течения, положение кроссовера остается практически неизменным. Обращает на себя внимание наличие тонкого расположенного на оси симметрии «языка» как в области кроссовера, так и в области возмущенного движения. Эти «языки» образуются благодаря вкладам в плотность частиц, которые имеют более высокую скорость. Поэтому указанные «языки» двигаются с более высокой скоростью, чем граница зоны возмущения. Этот эффект наблюдается и в эксперименте. С ростом t возмущенная область, в конце концов, достигнет границы счетной области ($t \approx 10t_0$). При $t \approx 10t_0 \div 30t_0$ результаты расчетов заметно не меняются, т.е. наступает установление.

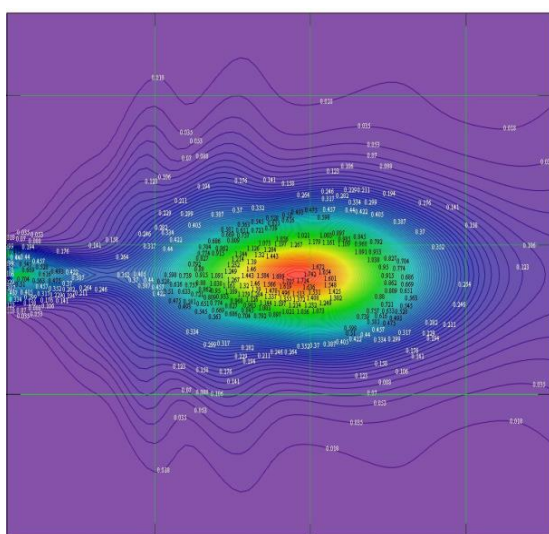


Рисунок 7 – Распределение концентрации ионов при $m = 1$

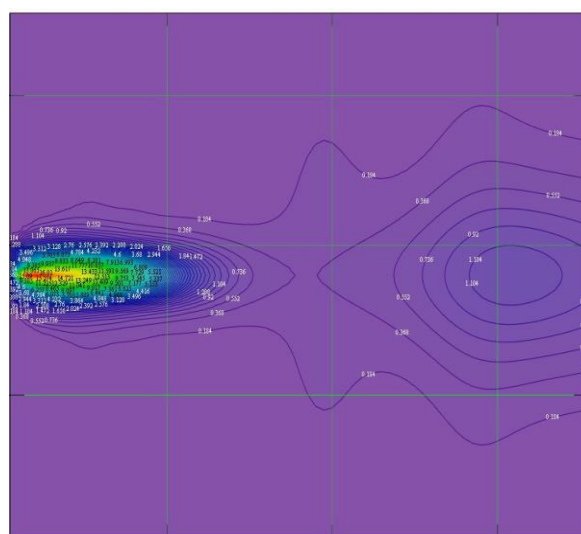


Рисунок 8 – Распределение концентрации ионов при $m = 13$

Результаты расчетов концентрации ионов в плоскости $x = 0$ для некоторых значений m приведены на рисунках 7 и 8. Из них видно, что из двигателя выбрасываются сгустки ионов, которые перемещаются в струе один за другим, определяя изменения концентрации ионов в струе, что объясняется возникающими при работе СПД колебаниями, частота которых 30 кГц. В рамках поставленной выше задачи влияние возникающих колебаний на поведение выходящей из двигателя струи и было изучено. В результате, на временах, больших времени установления, наблюдалось колебательное движение «кроссовера», которое происходило на всей счетной области. Это подтверждается результатами расчетов, выполненных для 31 момента времени ($m = 1 \dots 31$) с шагом $\Delta\tau = mT/30$.

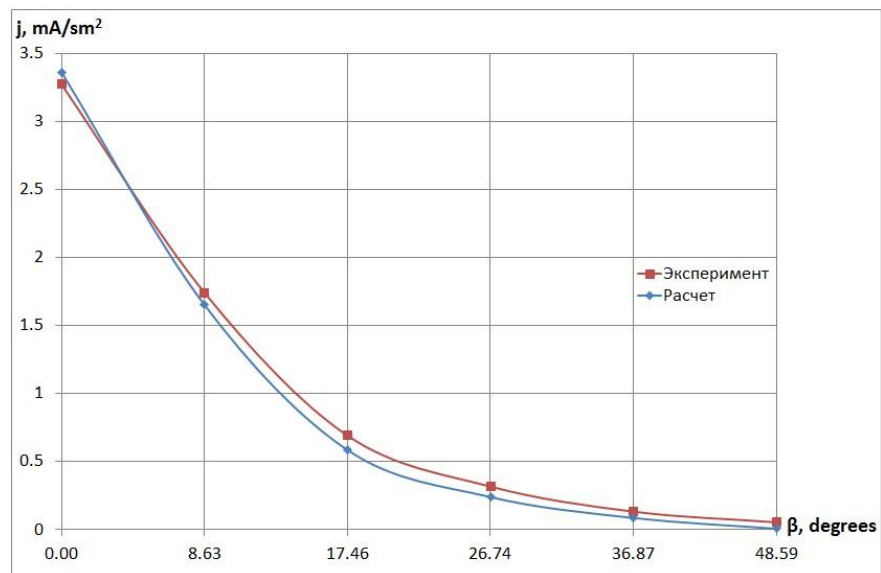


Рисунок 9 – сравнение экспериментальных и расчетных значений плотности тока в струе двигателя типа СПД-100

Сравнение экспериментальных и расчетных данных проводилось следующим образом: угловое распределение величины $j = \frac{1}{T} \int_0^T j(\tau, \bar{x}) d\tau$ сравнивалось с измеренными значениями плотности ионного тока для двигателя модели СПД-100 (Рисунок 9). Углом β задавалось размещение зонда относительно оси симметрии, исходящей из центра выходного отверстия двигателя. Так получались точки на кривой $j = j(\beta)$. В расчетах определялась зависимость плотности тока $j_p(\beta)$ в тех же точках упомянутой окружности. В расчетах определялась зависимость плотности тока $j_p(\beta)$ в тех же точках упомянутой окружности.

В **Заключении** подведены итоги исследования, сформулированы основные выводы, обозначены направления дальнейших исследований и планы научных изысканий автора и его коллектива. Были сделаны следующие выводы и достигнуты результаты:

1. Оценки чисел Кнудсена показали, что для решения поставленной задачи наиболее адекватным является использование методов кинетической теории.
2. Построенная кинетическая модель значительно расширяет возможности моделирования течения плазмы из СПД и позволяет моделировать нестационарные эффекты в струе.
3. Для решения системы модельных уравнений разработан оригинальный метод расщепления процесса истечения струи плазмы на более простые одномерные физические процессы, что позволило решить составленную систему применительно к данной задаче. В отличие от аналогичных моделей, в расчет

введены частоты столкновения ионов и нейтралов при резонансной перезарядке в зависимости от относительных скоростей частиц.

4. Получено численное решение системы модельных кинетических интегро-дифференциальных уравнений относительно функций распределения ионов основного пучка и ионов перезарядки, а также нейтральных атомов.
5. Построена модель для определения влияния постоянного внешнего магнитного поля на истечение струи плазмы из СПД и проведены первичные расчеты с применением данной модели.
6. Разработанные модели верифицированы сравнением расчетных данных с экспериментально полученными. С применением созданного пакета прикладных программ получено наглядное отображение развития течения в пространстве и времени.
7. Выполненная работа представляет собой детальное исследование течения плазменной струи в нестационарной трехмерной постановке задачи и позволяет рассчитывать распределения ионов и нейтралов в струе как на квазистационарном режиме работы двигателя, так и на переходных режимах работы, включая режимы включения и выключения двигателей.

Список публикаций по теме диссертации

В рецензируемых научных изданиях:

1. Абгарян М.В., Бишаев А.М., Иванова Е.П., Ким В., Меркурьев Д.В., Фоменков А.И., Wartelsk M., Theroude Ch. Нестационарная модель струи разреженной плазмы, истекающей из стационарного плазменного двигателя // Журнал «Физика плазмы» 2018. Т. 44. №2. С. 278-288. DOI: 10.7868/S0367292118020014
2. Абгарян М. В., Бишаев А. М. Модернизация метода расщепления для решения системы кинетических уравнений, описывающих поведение струи разреженной плазмы // Журнал вычислительной математики и математической физики 2018. Т. 58. №7. С. 1134-1148. DOI: 10.31857/S004446690000331-5
3. Абгарян М. В., Бишаев А. М., Рыков В. А. Н-теорема и уравнение состояния для кинетической модели неидеального газа // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2018. №1. С. 73–81. DOI: 10.18384/2310-7251-2018-1-73-81.

Другие публикации:

1. Абгарян М.В., Бишаев А.М. Нестационарный подход к моделированию взаимодействия струй разреженной плазмы, исходящих из двух стационарных

- плазменных двигателей // Материалы XIX международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2015), Алушта, 24–31 мая 2015 г. - М.: Изд-во МАИ, 2015. - С. 351-353
2. Абгарян М.В., Бишаев А.М. Результаты, полученные при нестационарном подходе к моделированию струи разреженной плазмы, исходящей из СПД. // Материалы XIX международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2015), Алушта, 24–31 мая 2015 г. - М.: Изд-во МАИ, 2015. - С. 353-355
 3. Абгарян М.В., Бишаев А.М. Сравнение результатов численного моделирования СПД с результатами экспериментальных данных // Материалы XI Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2016), Алушта, 25–31 мая 2016 г. - М.: Изд-во МАИ, 2016. - С. 209-211
 4. Абгарян М.В., Бишаев А.М., Ким В. Численное моделирование течения струи плазмы, образующейся при работе стационарного плазменного двигателя (СПД) // Материалы XI Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2016), Алушта, 25–31 мая 2016 г. - М.: Изд-во МАИ, 2016. - С. 211-213
 5. Абгарян М.В., Бишаев А.М., Рыков В.А. H-теорема и уравнение состояния для кинетической модели неидеального газа // Материалы XX Юбилейной международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2017), Алушта, 25–31 мая 2017 г. - М.: Изд-во МАИ, 2017. - С. 389-392
 6. Абгарян М.В., Бишаев А.М. Численное моделирование струи стационарного плазменного двигателя в магнитном поле // Материалы XII Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2018), Алушта, 25–31 мая 2018 г. - М.: Изд-во МАИ, 2018. - С. 245-248.