

На правах рукописи



**Городнов Анатолий Олегович**

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОМАССОБМЕНА ПРИ БЕЗДРЕНАЖНОМ  
ХРАНЕНИИ КРИОГЕННЫХ ТОПЛИВ**

Специальность: 01.02.05

«Механика жидкости, газа и плазмы»

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата  
физико-математических наук

Москва - 2021

Работа выполнена на кафедре тепловых процессов федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)».

**Научный руководитель:** **Лаптев Игорь Вячеславович**  
кандидат физико-математических наук, начальник сектора отделения 2 акционерного общества «Государственный научный центр Российской Федерации «Исследовательский центр имени М.В. Келдыша»

**Официальные оппоненты:** **Козелков Андрей Сергеевич**  
доктор физико-математических наук, начальник отдела федерального государственного унитарного предприятия «Российский федеральный ядерный центр – Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики»

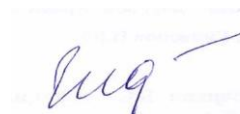
**Федюшкин Алексей Иванович**  
кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник федерального государственного бюджетного учреждения науки «Институт проблем механики имени А.Ю. Ишлинского Российской академии наук»

**Ведущая организация:** Акционерное общество «Центральный научно-исследовательский институт машиностроения»

Защита диссертации состоится «14» мая 2021 года в 10 ч. 00 мин. на заседании диссертационного совета Д212.125.14 в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» (МАИ) по адресу: 125993, г. Москва, Волоколамское шоссе, д. 4.

Автореферат разослан « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2021 года

Ученый секретарь  
Диссертационного совета Д 212.125.14,  
Доктор физико-математических наук, с.н.с.



Гидаспов В.Ю.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Работа посвящена разработке метода математического моделирования тепломассообмена при бездренажном хранении криогенных компонентов топлива и проведению исследования физических процессов в криогенных баках.

**Актуальность работы.** В настоящее время в отечественной ракетной промышленности ведется разработка ряда перспективных изделий на криогенных компонентах топлива, таких как разгонный блок КВТК ракеты «Ангара», водородный разгонный блок для ракеты сверхтяжелого класса, многоразовая ракета на компонентах метан-жидкий кислород. Вследствие низкой температуры, несмотря на наличие теплоизоляции, в баки ракет неизбежно поступает тепло от внешней среды и нагретых элементов конструкции. Разогрев содержимого топливного резервуара ведет к росту давления и формированию температурного расслоения.

Прогноз эволюции теплового состояния баковых систем в режиме хранения представляет собой сложную физическую задачу сопряженного свободно-конвективного тепломассопереноса между жидкостью и паром в условиях внешнего нагрева через теплоизоляцию и стенки бака. Существующие методы прогнозирования теплового состояния криогенных топливных баков основываются на обобщении экспериментальных данных и на математическом моделировании. Экспериментальные исследования внутрибаковых процессов при хранении осложняются невозможностью воспроизвести условия микрогравитации при длительных наземных испытаниях, а также влиянием масштабного фактора. Большинство опытов проводились в наземных условиях на модельных баках малых размеров. Поэтому методы расчета, основанные на обобщениях результатов опытов, например формула Климина, зачастую имеют невысокую точность предсказания скорости роста давления, а также малую информативность.

Упрощенные математические модели, основанные на допущении об однородности температуры в баке, существенно занижают рост давления. Методы, основанные на одномерном уравнении теплопроводности для учета эффектов, связанных с температурным расслоением жидкости, развитые С.Г. Черкасовым, Л.А. Моисеевой и другими отечественными и зарубежными авторами, дают существенную погрешность в определении скорости роста давления при уменьшении степени заполнения баков.

Существующие работы по многомерному моделированию в основной своей массе посвящены валидации коммерческих средств. Вопросы влияния теплоемкости и теплопроводности стенок бака, крайне важные для оценки переносимости результатов экспериментов, полученных на уменьшенных

моделях баков на натурные условия, практически не освещены в литературе. Большинство исследований свободно-конвективных течений в баках посвящено жидкой фазе компонента. Для жидкости В.И. Полежаевым, С.Г. Черкасовым и другими отечественными и зарубежными авторами на основе приближения Буссинеска были получены принципиально важные результаты, позволившие описать основные характеристики полей температуры и скорости при конвекции в баках. Однако вопросы, связанные с тепломассообменом в паровой подушке, на данный момент изучены слабо.

В данной работе изучается тепломассообмен при бездренажном хранении при наличии свободно-конвективных течений и теплообмена со стенкой бака. Рассматриваются особенности теплопереноса в парах криогенных веществ. Методами численного моделирования исследуется свободно-конвективный теплообмен в газах. Предлагается метод численного моделирования конвекции в паре в приближении малых чисел Маха. На основе данных исследований строится физико-математическая модель сопряженного тепломассообмена при хранении криогенного компонента топлива в баке с учетом влияния теплопереноса в стенке.

**Целью работы** является разработка метода моделирования и исследование тепломассообмена при бездренажном хранении криогенного компонента топлива в баке.

**Предметом исследования** данной работы является тепломассоперенос в криогенном топливном баке на режиме бездренажного хранения, в т.ч. скорость роста давления, поля температуры, плотности и скорости.

### **Основные задачи**

В рамках данной работы решаются следующие задачи:

1. Разработка метода моделирования физических процессов в газе на основе приближения гомобаричности.
2. Исследование влияния переменности теплофизических свойств на характеристики теплообмена в парах криогенных веществ.
3. Изучение влияния теплоемкости и теплопроводности стенки на тепломассообмен в паровой подушке бака.
4. Исследование свободно-конвективного тепломассопереноса в среде при различных значениях величины характерного относительного температурного перепада.
5. Разработка метода моделирования сопряженного тепломассообмена при бездренажном хранении криогенных веществ в баке.
6. Сравнение результатов расчета по предложенному методу с экспериментальными данными по бездренажному хранению.

7. Численное исследование влияния наличия начальной неоднородности температуры пара и распределения теплового потока на сопряженный свободно-конвективный тепломассоперенос в криогенном топливном баке на режиме бездренажного хранения.

#### **Научная новизна:**

1. Предложена математическая модель нестационарного тепломассопереноса при конвекции газа в замкнутых сосудах с учетом теплообмена со стенкой. Разработан и протестирован численный метод для решения уравнений данной модели в плоской и осесимметричной постановках.
2. Оценена применимость модели совершенного газа для описания теплообмена в паровой подушке бака. Установлено, что учет теплоемкости и теплопроводности стенки существенно снижает скорость роста давления, интенсивность конвекции и величину температурных неоднородностей в емкости. Продемонстрировано влияние характерного температурного перепада на картину течения при свободной конвекции в газе.
3. Предложен метод моделирования нестационарного сопряженного тепломассообмена в паре и жидкости при бездренажном хранении с учетом теплообмена со стенкой бака и фазовых переходов в осесимметричной постановке.
4. На основе численных экспериментов показано, что учет начальной неоднородности температуры пара существенно понижает погрешность прогнозирования скорости роста давления и величины температурного расслоения при бездренажном хранении. Установлено, что подвод тепла к пару сверху дает существенно больший вклад в рост давления, чем нагрев жидкости снизу.

**Практическая ценность результатов** работы заключается в создании новой физико-математической модели и численного метода для расчета тепломассообмена в криогенном топливном баке на режиме бездренажного хранения.

**Личный вклад** автора заключается в разработке математической модели и метода расчета тепловой конвекции в газе, разработке метода сопряженного моделирования бездренажного хранения криогенного компонента топлива с учетом тепломассообмена между паром, жидкостью и стенкой, проведении расчетных исследований и обобщении их результатов.

**Достоверность полученных результатов** подтверждается сравнением с экспериментами и данными других работ.

### **Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Метод численного моделирования тепловых процессов при естественной конвекции в газах.
2. Результаты численного исследования тепломассообменных процессов в парах криогенных компонентов топлива
3. Физико-математическая модель и метод численного моделирования тепловых и динамических процессов в криогенных резервуарах на режиме бездренажного хранения.
4. Результаты численного исследования тепломассообменных процессов при бездренажном хранении криогенных веществ.

### **Апробация результатов исследования:**

Основные результаты, представленные в диссертации, были доложены на следующих конференциях и семинарах: 58-ой конференции Московского физико-технического института в 2015 году; Юбилейной конференции Национального комитета РАН по тепло- и массообмену "Фундаментальные и прикладные проблемы тепломассообмена" совместно с школой-семинаром молодых ученых и специалистов под руководством академика РАН А.И. Леонтьева «Проблемы газодинамики и тепломассообмена в энергетических установках», 22-26 мая 2017 года, г. Санкт-Петербург; Седьмой российской национальной конференции по теплообмену (РНКТ-7), 22-26 октября 2018 года, г. Москва; конференции Национального комитета РАН по тепло- и массообмену "Фундаментальные и прикладные проблемы тепломассообмена" совместно с школой-семинаром молодых ученых и специалистов под руководством академика РАН А.И. Леонтьева «Проблемы газодинамики и тепломассообмена в энергетических установках», 20-24 мая 2019 года, г. Москва; X Всероссийском межотраслевом конкурсе научно-технических работ и проектов «Молодежь и будущее авиации и космонавтики», 20 ноября 2018 года, Московский авиационный институт, г. Москва.

### **Публикации по теме диссертационной работы и вклад автора:**

Основные результаты диссертационной работы отражены в 4 публикациях, в том числе в 3х из перечня ВАК по специальности 01.02.05 [1-3].

Личный вклад соискателя в работы [1-4] заключался в разработке математических моделей и численных методов, их программной реализации, выполнении расчетов и анализе результатов, написании текста публикации. Соавторы выполняли постановку задачи, участвовали в формировании выводов, анализе имеющихся в открытой печати источников, а также в написании текста публикаций.

## Структура и объём диссертации.

Диссертация состоит из введения, 4-х глав, заключения и приложения, содержит 128 машинописных листов, включающих 53 рисунка, 8 таблиц и список используемой литературы на 105 наименований.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** диссертации приведены актуальные задачи по созданию новых изделий ракетной техники на криогенных компонентах топлива (КТ). Сформулирована проблема роста давления при бездренажном хранении. Изложены цели и задачи работы, поставленные на основе обзора литературы, приведенного в Главе 1, показаны научная новизна и практическая значимость результатов, полученных в данной работе.

**В первой главе** приведен **обзор литературы** по существующим экспериментальным исследованиям внутрибаковых процессов при бездренажном хранении, методам математического моделирования бездренажного хранения, исследованиям свободно-конвективного теплообмена в паре и жидкости, численным алгоритмам для расчета течений и теплообмена при естественной конвекции в газах и жидкостях.

**Вторая глава** посвящена постановке рассматриваемой в работе задачи о бездренажном хранении криогенного КТ, разработке физико-математической модели и численных методов для решения полученных систем дифференциальных уравнений.

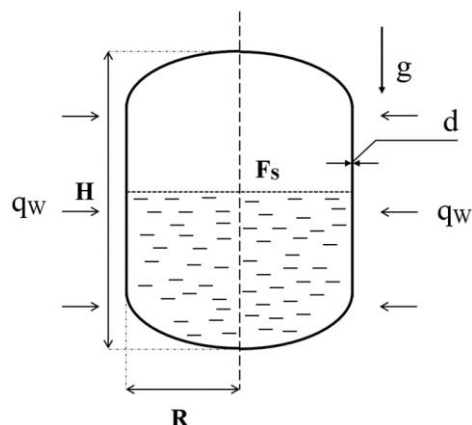


Рисунок 1. Схема криогенного бака

Проблема бездренажного хранения изучалась в следующей постановке. Рассматривался осесимметричный бак радиуса  $R$  со стенкой заданной постоянной толщины  $d$ , заполненный до некоторого уровня криогенной жидкостью. К внешней поверхности стенки подводится равномерный по площади тепловой

поток  $q_w$ . Считалось, что перегрузка  $g$  постоянна по величине и всегда направлена по оси симметрии бака.

В диссертационной работе были приняты следующие допущения: не рассматривались вопросы, связанные с влиянием поверхностного натяжения на кривизну зеркала жидкости в баке; температура на зеркале жидкости однородна по площади и связана с давлением кривой насыщения; скорости движения в обеих фазах компонента в баке полагались существенно меньшими скорости звука; а относительные неоднородности температуры жидкости - малыми.

В силу малости скоростей конвективного движения и наличия значительных перепадов температуры в подушке математическая модель для пара строилась на основе приближения гомобаричности. Одной из особенностей данного приближения является разделение давления на «термодинамическую», зависящую только от времени часть, и «динамическую», являющуюся функцией как времени, так и координат. Так как основные результаты в работе получены для осесимметричной конфигурации расчётной области и совершенного газа, приведем определяющие тепломассоперенос в паровой подушке бака соотношения в цилиндрических координатах в безразмерном виде. В качестве масштабов длины, времени и скорости выбран характерный размер  $R$ , тепловой масштаб времени  $R^2/a_0$ , тепловой масштаб скорости  $a_0/R$ . Масштабы плотности, температуры и термодинамического давления выбираются из начальных условий. Обезразмеренные уравнения неразрывности, движения, энергии и состояния для газа:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial r \rho u}{\partial r} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial r \rho u u}{\partial r} + \frac{\partial \rho u w}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial r} + Pr \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \mu \left( \frac{4}{3} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{2}{3} \frac{u}{r} - \frac{2}{3} \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] + Pr \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right]$$

$$\frac{\partial \rho w}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial r \rho u w}{\partial r} + \frac{\partial \rho w w}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + Pr \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{4}{3} \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{2}{3} \frac{u}{r} \right) \right] +$$

$$+ Pr \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \mu \left( \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] + (1 - \rho) \frac{Ra \cdot Pr}{A}$$

$$c_p \left( \frac{\partial \rho T}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial r \rho u T}{\partial r} + \frac{\partial \rho w T}{\partial z} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + K_{ID} \beta_T T \frac{dP}{dt}$$

$$P = \frac{1}{K_{ID} K_C} \rho T Z$$

$$Z(\rho, T) = 1 + B(T)\rho + C(T)\rho^2 + \dots = P/\rho R_V T$$

Здесь:

$$Ra = \frac{g(1/T_0)q_w R^4 \rho_0}{a_0 \mu_0}; \quad Pr = \frac{\mu_0 c_{p0}}{\lambda_0}; \quad A = \frac{q_w R}{\lambda_0 T_0}; \quad K_{ID} = \frac{P_0}{\rho_0 c_{p0} T_0}; \quad K_C = \frac{c_{p0}}{R_V}$$



Математическая модель для жидкости строится на основе приближения Буссинеска. Обезразмеренные уравнения неразрывности, движения и энергии приводятся в тех же масштабах, что и для пара:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial ru}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial ruu}{\partial r} + \frac{\partial uw}{\partial z} = -K_{VL}^{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + Pr_L \frac{K_{VL}^{\lambda}}{K_{VL}^E} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial ru}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right]$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial ruw}{\partial r} + \frac{\partial ww}{\partial z} = -K_{VL}^{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + Pr_L \frac{K_{VL}^{\lambda}}{K_{VL}^E} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right] + \frac{Ra_L Pr_L K_{VL}^{\lambda 3}}{A K_{VL}^E 2} (T - 1)$$

$$K_{VL}^E \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial ruT}{\partial r} + \frac{\partial wT}{\partial z} \right) = K_{VL}^{\lambda} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right)$$

Здесь:

$$Pr_L = \frac{\mu_L c_L}{\lambda_L}; \quad Ra_L = \frac{g \beta_L q_W R^2 \rho_L^2 c_L}{\lambda_L \mu_L T_0}; \quad K_{VL}^{\rho} = \frac{\rho_0}{\rho_L}; \quad K_{VL}^{\lambda} = \frac{\lambda_L}{\lambda_0}; \quad K_{VL}^E = \frac{\rho_L c_L}{\rho_0 c_{P0}}$$

Для описания переноса тепла в стенке бака использовалось уравнение теплопроводности:

$$K_{VW}^E \tilde{c}_W \frac{\partial T}{\partial t} = K_{VW}^{\lambda} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \tilde{\lambda}_W \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \tilde{\lambda}_W \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right]$$

$$K_{VW}^E = \frac{c_{W0} \rho_W}{c_{P0} \rho_0}; \quad K_{VW}^{\lambda} = \frac{\lambda_{W0}}{\lambda_0}; \quad \tilde{c}_W = \frac{c_W}{c_{W0}}; \quad \tilde{\lambda}_W = \frac{\lambda_W}{\lambda_{W0}}$$

Граничные условия на поверхностях раздела включают в себя кривую насыщения, баланс энергии и массы на поверхности раздела жидкость-пар, величину теплового потока на внешней поверхности стенки бака.

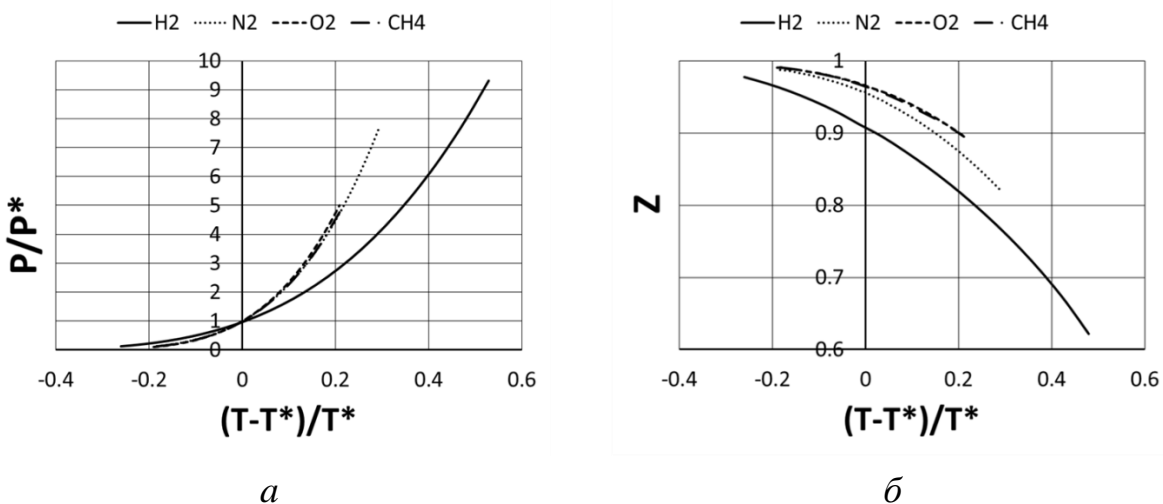


Рисунок 2. Кривая насыщения (а) и параметр Z на линии насыщения (б) для основных криогенных веществ,  $P^*=1$  бар,  $T^*=T(P^*)$  по кривой насыщения

Далее в работе приводится анализ свойств паров криогенных веществ. Известно, что поведение криогенных веществ в газообразном состоянии близко к

линии насыщения может значительно отличаться от модели совершенного газа. В качестве меры данного отклонения зачастую используется параметр сжимаемости, определяемый величиной  $Z$ . Приведенные в работе на Рисунке 2 данные демонстрируют, что водород имеет наиболее сильный наклон кривой насыщения и проявляет на ней наибольшую неидеальность

Далее в работе рассмотрены вопросы разработки численных методов для решения уравнений модели. Аппроксимация уравнений проводилась на разнесенной сетке методом контрольных объемов. Для аппроксимации временных производных использовалась схема Эйлера, для конвективных членов – вторая схема с разностями против потока Самарского, для диффузионных членов – центральные разности. Интерполяция значений на грани контрольных объемов – линейная. Для расчета переменных скорость-давления используется алгоритм SIMPLE.

Расчет термодинамического давления, температуры и плотности производился с использованием двух подходов. Первый, «консервативный» метод заключается в совместном с уравнениями SIMPLE расчете температуры из уравнения энергии в консервативной явной форме, нахождении плотности из уравнения состояния и термодинамического давления из условия баланса массы. Второй, «неконсервативный» метод позволил выделить расчет тепловых переменных в отдельный цикл. Основные моменты данного подхода взяты из работы Quazzani J и Garrabos Y. Тепловой цикл дополняется уравнением для дивергенции скорости, чтобы скорректировать изменение плотности, уравнение энергии решается в неконсервативной форме, причем скорость в конвективных членах берется с предыдущего временного шага.

Таблица 1. Сравнение полученных в работе значений числа Нуссельта с данными P. Le Quére

Среднее число Нуссельта Nu	Представленный численный метод							Benchmark
	Число расчетных ячеек, $N \times 10^{-2}$							
	16	64	100	256	400	625	1600	
	9.513	9.02	8.965	8.906	8.872	8.860	8.860	8.860

Проведено тестирование численного метода путем сравнения с данными работы P. Le Quére по численному решению задачи о стационарной конвекции воздуха в квадратной ячейке с вертикальными изотермическими разнонагретыми стенками и горизонтальными теплоизолированными. Получена сеточная

сходимость и хорошее совпадение по среднему числу Нуссельта на вертикальных стенках (Таблица 1).

**В третьей главе** представлены результаты исследования тепломассообмена паров водорода в замкнутых сосудах. Известные работы отечественных и зарубежных исследователей по изучению с помощью приближения малых чисел Маха тепломассопередачи в газах при наличии существенных неоднородностей температуры и плотности (Суржиков С.Т., Соболева Е.Б., Стрелец М.Х., Paolucci S., Quazzani J., P. Le Quééré и др.), посвящены конвекции воздуха вдали от кривой насыщения без фазовых переходов, исследованиям поршневого эффекта в околоскритических средах в условиях невесомости, а также вопросам излучения газа. В литературе не было найдено примеров изучения с помощью приближения гомобаричности процессов в паровой подушке бака. Кроме того, известные работы по моделированию конвекции с учетом влияния стенки (Черкасов С.Г., Шеремет М.А. и др.) ограничены случаями тепломассопереноса в средах, для которых справедливо приближение Буссинеска по причине малости перепадов температуры. Поэтому вопросы правильного выбора модели для описания свойств среды, влияния стенки, особенностей конвекции паров криогенных веществ при больших градиентах температуры остаются нерешенными. Указанные обстоятельства привели к необходимости провести ряд исследований для конкретизации модели паровой подушки в условиях хранения.

Материал изложен в виде решения трех модельных задач о тепломассопереносе в парах водорода в замкнутых областях. Диапазон определяющих параметров брался на основе известных экспериментов по хранению.

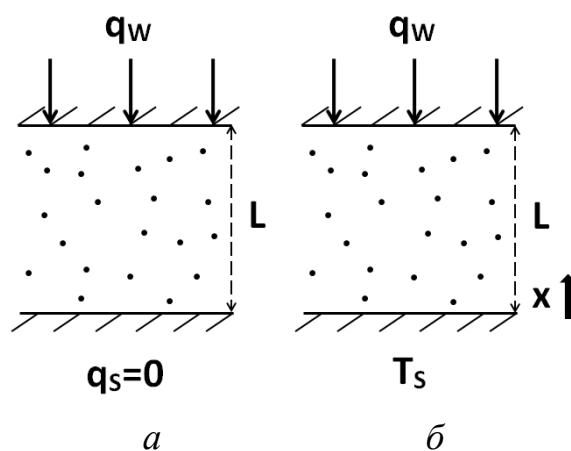


Рисунок 3. Задача о прогреве одномерного слоя водорода: а – теплоизолированная нижняя граница, б – изотермическая нижняя граница

В разделе 3.1 на примере модельной задачи о прогреве слоя газа (Рисунок 3) изучалось влияние модели среды на процесс теплообмена. Рассматривались различные варианты уравнения состояния и зависимостей теплофизических свойств от параметров течения (Таблице 2).

Таблица 2. Рассматриваемые модели среды.

Модель среды	Уравнение состояния	$\lambda$	$c_p$
Совершенный двухатомный газ с постоянными свойствами	$P = \rho R_V T$	$\lambda = \lambda(T_0)$	$c_p = 3.5R$
Совершенный одноатомный газ с постоянными свойствами	$P = \rho R_V T$	$\lambda = \lambda(T_0)$	$c_p = 2.5R$
Совершенный одноатомный газ с температурной зависимостью теплопроводности	$P = \rho R_V T$	$\lambda = \lambda(T)$	$c_p = 2.5R$
Совершенный газ с температурной зависимостью теплоемкости и теплопроводности	$P = \rho R_V T$	$\lambda = \lambda(T)$	$c_p = c_p(T)$
Реальный газ	$P = \rho R_V T \left( 1 + \frac{B(T)}{\rho} + \frac{C(T)}{\rho^2} \right)$	$\lambda = \lambda(T)$	$c_p = c_p(T, P)$

Задача решалась в диапазоне  $Fo=0-0.2$ ,  $A=1-12.5$ . Результаты расчетов при максимальном значении  $A$  и двух типах граничных условий представлены на Рисунках 4 и 5.

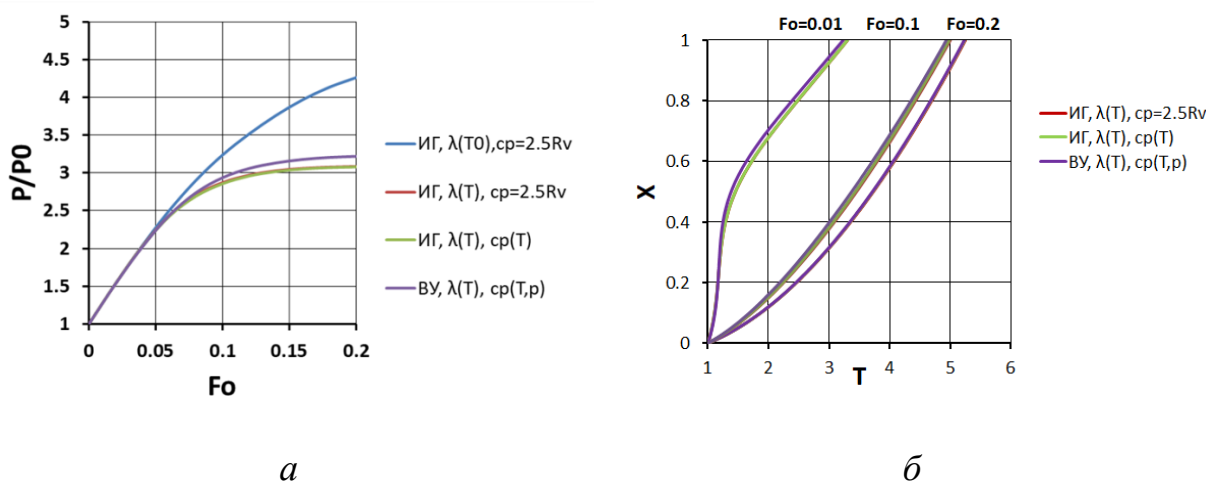


Рисунок 4. Давление (а) и профиль температуры (б) для различных моделей среды в задаче с изотермической границей,  $A=12.5$ .

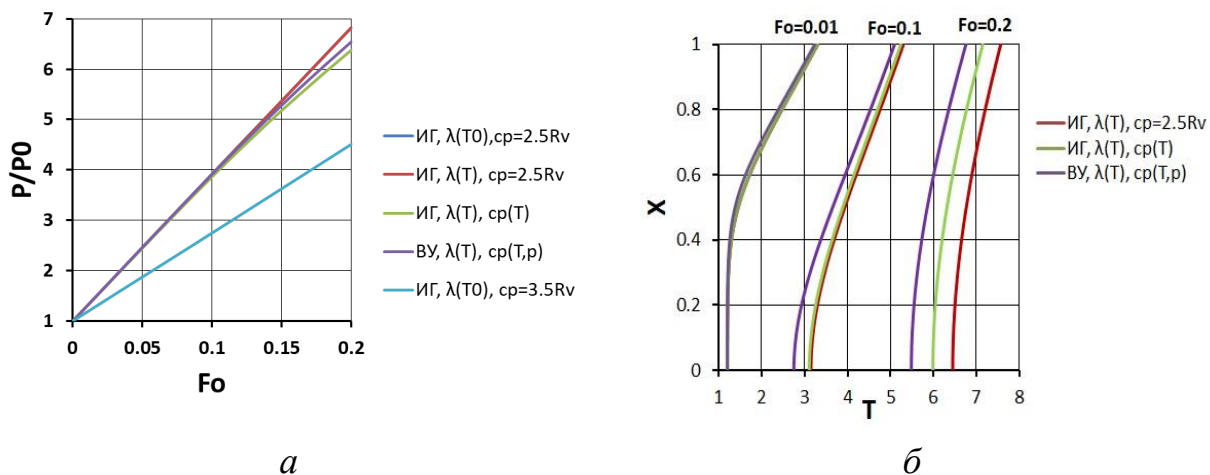


Рисунок 5. Давление (а) и профиль температуры (б) для различных моделей среды в задаче с теплоизолированной границей,  $A=12.5$ .

Расчеты показали, что модель совершенного газа с учетом температурных зависимостей коэффициентов теплопроводности и теплоемкости дает малую относительную погрешность в сравнении с моделью реального газа для обоих типов граничных условий, не превышающую 4% по давлению и 10% по температуре.

В разделе 3.2 рассматривается задача о стационарной естественной конвекции водорода в квадратной ячейке между вертикальными разнонагретыми изотермическими стенками (Рисунок 6).

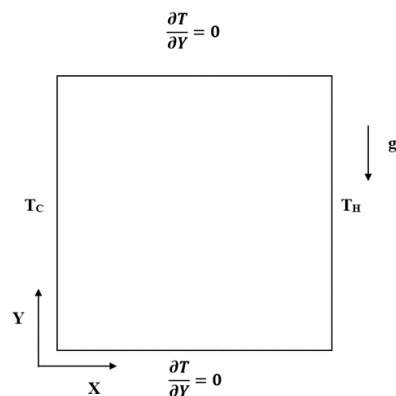


Рисунок 6. Схема задачи о конвекции в ячейке.

На примере данной задачи изучались отличия конвекции при малых относительных перепадах температуры, описываемых приближением Буссинеска, от случая больших значений параметра  $A$ . Расчеты проводились консервативным методом. Рассматривался совершенный газ с линейными зависимостями коэффициентов вязкости и теплопроводности от температуры. В данном разделе

показано, что в рассматриваемой постановке уравнения в приближении гомобаричности асимптотически переходят в приближение Буссинеска при  $A \rightarrow 0$ . В рамках приближения Буссинеска теплофизические свойства задаются при некоторой реперной температуре  $T_0$ . Для того, чтобы характеризовать данную температуру, введен следующий параметр:

$$\xi = \frac{T_0 - T_C}{\Delta T}; \quad \Delta T = T_H - T_C$$

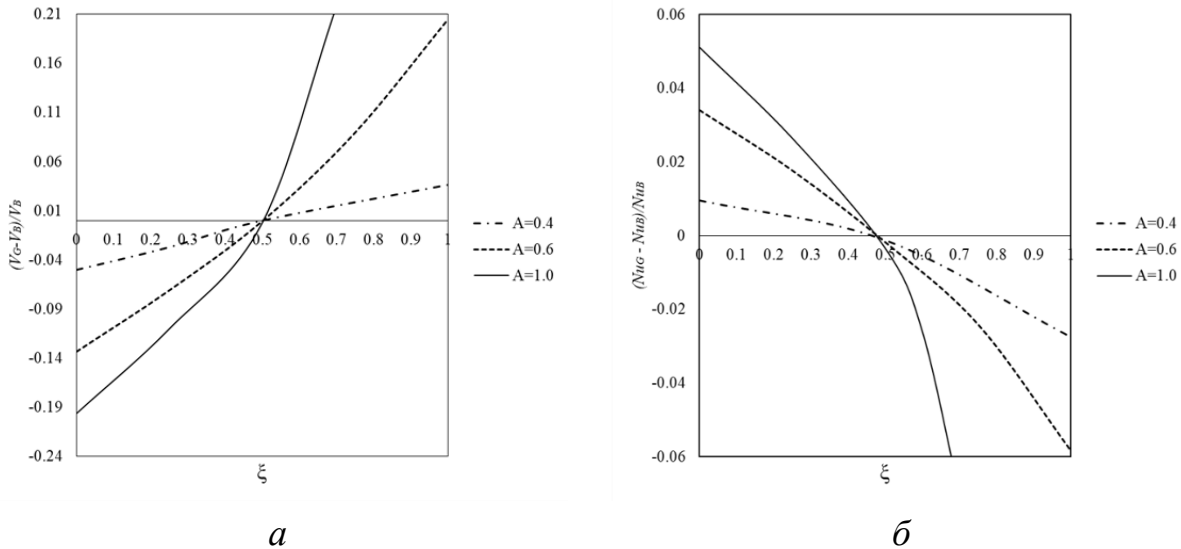


Рисунок 7. Относительная погрешность определения максимума модуля скорости (а) и среднего числа Нуссельта (б) в газе по сравнению с пределом Буссинеска от  $\xi$  при различных значениях  $A$  и фиксированном  $Ra=10^6$

Решения для сжимаемой постановки сравнивались с результатами, полученными в пределе Буссинеска при  $A \rightarrow 0$ . На Рисунке 7 представлено влияние выбора реперной температуры  $T_0$  на относительную погрешность определенного в пределе Буссинеска среднего числа Нуссельта и максимума модуля скорости по сравнению с данными, полученными для конвекции при больших температурных перепадах. Из представленных данных видно, что при значении  $\xi=1/2$  разница между решениями, полученными при больших значениях  $A$  и в пределе Буссинеска минимальна, и не зависит от  $A$ . Соответствующее значение температуры:

$$T^* = \frac{T_H - T_C}{2}$$

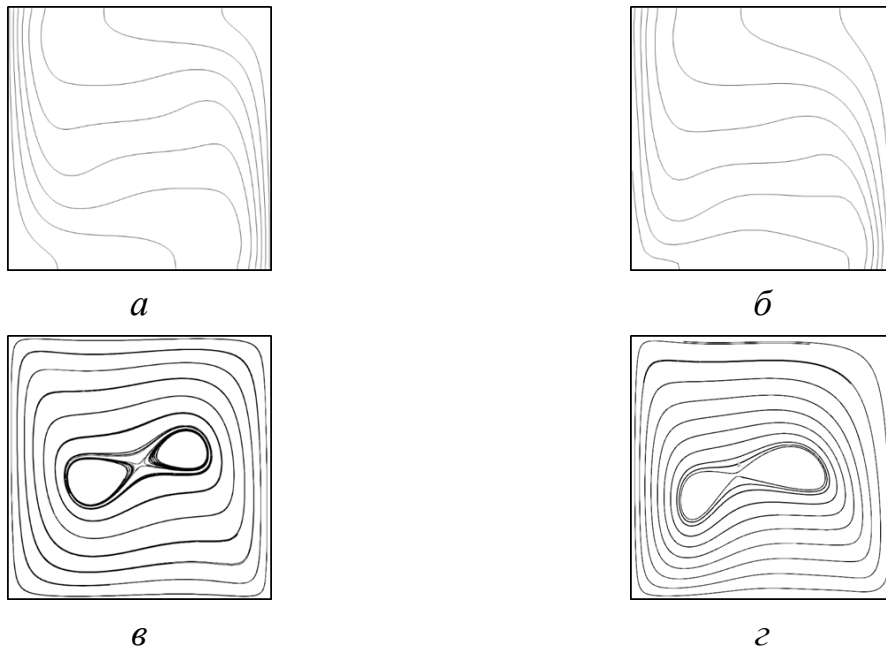


Рисунок 8. Изолинии температуры (а, б) и линии тока (в, г) для  $Ra=10^5$ , а, в -  $A=0.01$ , б, г -  $A=1.2$ .

Расчеты показали, что при увеличении характерного перепада температуры наблюдается деформация течения по сравнению с пределом Буссинеска. Данная деформация выражается в сжатии пограничного слоя у холодной стенки и утолщению у горячей. Данный эффект хорошо виден на Рисунке 8, где приводятся картины полей температуры и линии тока для случая малого и большого перепадов температуры. Обобщение расчетных данных дает следующие зависимости расстояния от горячей и холодной стенок до положения максимума модуля скорости:

$$\delta_H = \frac{1.3}{Ra^{0.25}} (1 + 0.51A)$$

$$\delta_C = \frac{1.3}{Ra^{0.25}} (1 - 0.38A)$$

Существенной проблемой при подготовке опытов на баках малых размеров является невозможность выдержать масштаб толщины стенки бака, что приводит в большинстве известных опытов к существенно большему отношению этой толщины к характерному размеру емкости по сравнению с натурным изделием. Поэтому в **разделе 3.3** рассматривается задача о нагреве водородного пара в вертикальной цилиндрической емкости со стенками заданной толщины и изотермической нижней границей для анализа влияния теплоемкости и теплопроводности материала оболочки бака на тепломассообмен в паре. Схема задачи представлена на Рисунке 9.

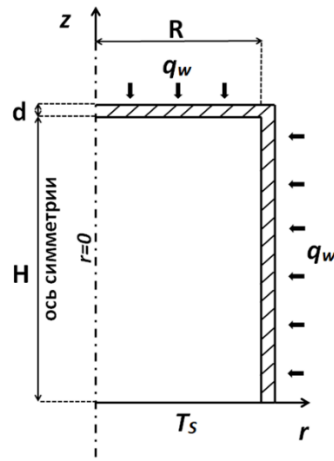


Рисунок 9. Схема рассматриваемой задачи о конвекции в цилиндре

В качестве модели среды для водорода задавался совершенный газ с температурными зависимостями вязкости, теплопроводности и теплоемкости. На следующих рисунках представлены результаты расчетов роста давления, изменения максимума модуля скорости и изолинии температуры для различных толщин стенки и  $B=1$ ,  $Ra=10^8$ ,  $A=12.66$  и  $\gamma_0=1.667$ .

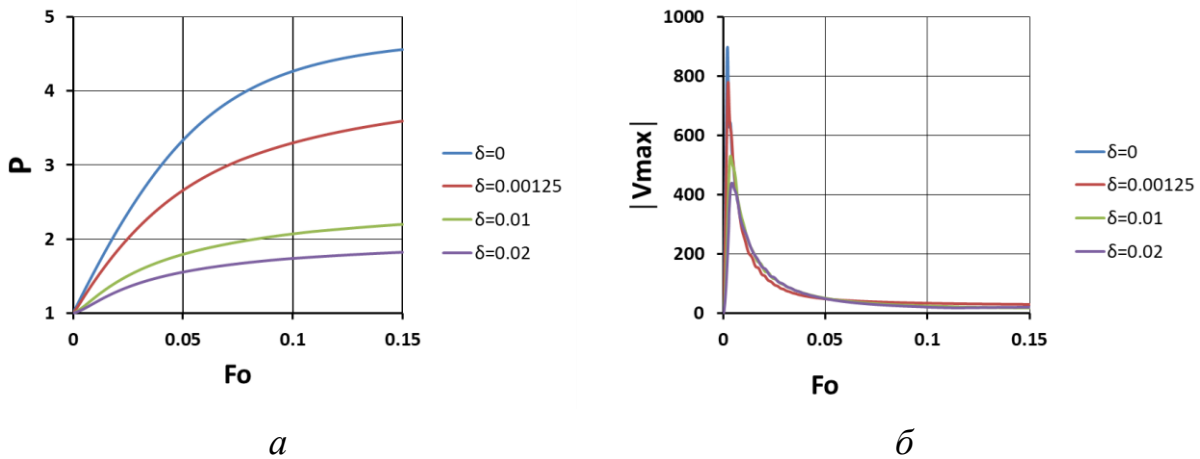


Рисунок 10. Изменение по времени давления (а) и максимума скорости (б)

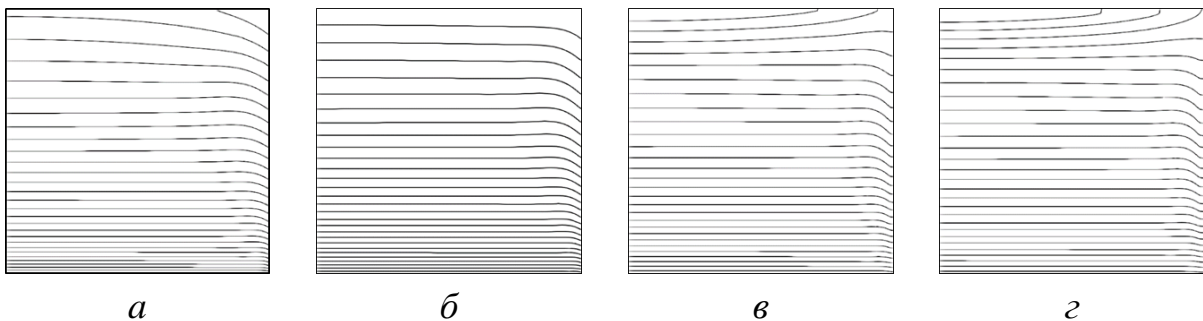


Рисунок 11. Изолинии температуры  $t=0.075$ ,  $T_{min}=1$ : а –  $\delta=0$ ,  $T_{MAX}=2.25$ ; б –  $\delta=0.00125$ ,  $T_{MAX}=1.75$ ; в –  $\delta=0.01$ ,  $T_{MAX}=1.39$ ; д –  $\delta=0.02$ ,  $T_{MAX}=1.12$



Из представленных данных видно, что даже при достаточно малых значениях параметра  $\delta$  значительная часть тепла расходуется на нагрев стенки, снижая темпы роста давления, интенсивность конвекции газа и величину перепада температуры в сосуде. Расчеты показали, что при изменении безразмерной толщины стенки от 0 до 0.02 прирост давления замедлился в 4.5 раза, а максимальная разница температур уменьшилась в 2.5 раза.

Таблица 3. Термодинамическое давление в сосуде, рассчитанное при  $\delta=0$  в момент времени  $Fo=0.15$  при различных значениях  $Ra$  и  $A$

$Ra$	$B$		
	1	2.0	3.0
0	4.58	5.98	6.25
$10^6$	4.56	6.15	6.44
$10^8$	4.56	6.07	6.37

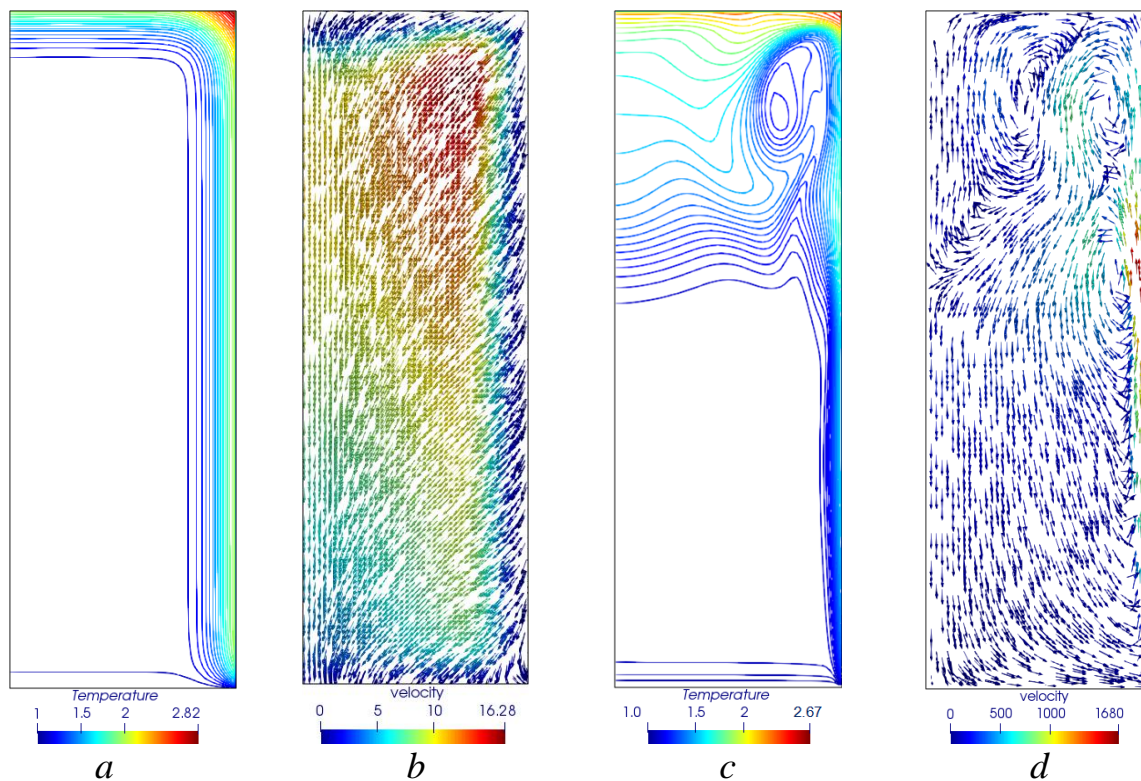


Рисунок 12. Изолинии температуры и векторы скорости;  $Fo=0.0045$ ,  $A=12.66$ ,  $\delta=0$ ,  $B=3$ :  
 $a$  и  $b$  -  $Ra=0$ ,  $c$  и  $d$  -  $Ra=10^8$

Так как интенсивность конвекции и величина температурного расслоения максимальна при нулевой толщине стенки, влияние конвекции на температурную

стратификацию изучалось для случая  $\delta=0$ . На Рисунке 12 приведены некоторые результаты расчетов при нулевой толщине стенки.

В таблице 3 представлены расчётные данные по давлению в момент времени  $Fo=0.15$  при различных значениях  $Ra$  и  $B$ . Из представленных в Таблице 3 данных сделан вывод, что интенсивность конвекции в рамках данной задачи влияет на величину прироста давления слабее, чем параметр  $B$ , задающий высоту сосуда.

При решении задачи о конвекции в цилиндре без стенки также были получены картины течения и распределения поля температуры (Рисунок 12). Исследование этих результатов показало, что при наличии достаточно интенсивной конвекции в газе, как и в случае жидкости, формируется вертикальная температурная стратификация, когда градиенты температуры в вертикальном направлении значительно больше, чем в горизонтальном.

Приведенные в главе 3 результаты исследований позволили обосновать применение модели совершенного газа для паровой подушки при хранении, выявить необходимость учета влияния стенки на тепломассоперенос в паре, а также прояснить особенности конвекции водорода при больших перепадах температуры, и, в конечном итоге, завершить построение физико-математической модели заполненной газом части бака.

**Глава 4** посвящена исследованию методами численного моделирования сопряженного тепломассообмена при бездренажном хранении. В данной части диссертации задача рассматривается в осесимметричной постановке, представленной на Рисунке 13.

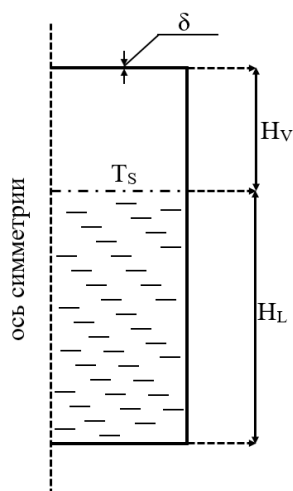


Рисунок 13. Схема сопряженной задачи

В такой постановке вблизи поверхности раздела фаз на стенке, омываемой жидкостью, могут реализовываться тепловые режимы, при которых температура на поверхности контакта металла и жидкости превысит температуру насыщения. Данная особенность может привести к кипению жидкости. Для разрешения этого эффекта в **разделе 4.1** было предложено использовать упрощенную модель кипения, аналогичную примененной в работах Вальциферова Ю.В. и Дронова В.П.

Метод численного расчета строится на основе неконсервативного алгоритма для газа и метода SIMPLE для расчета скорости и давления в паре и жидкости. Временной шаг разбивается на два цикла, для вычисления тепловых параметров и для вычисления динамических параметров. В начале, аналогично методу для газа из раздела 2, для нахождения температуры по явной схеме решается неконсервативный вариант уравнения энергии в паре, уравнение энергии жидкости с учетом пристенной модели кипения и уравнение теплопроводности стенки. Из условия сохранения массы, с учетом скорости испарения с предыдущей итерации, рассчитывается термодинамическое давление. Далее рассчитывается плотность пара из уравнения состояния. Решается уравнение для дивергенции скорости в паре. Завершает итерацию нахождение скорости испарения из граничного условия на поверхности раздела фаз с учетом пара, образовавшегося на стенке, и расчет новой температуры поверхности раздела из кривой насыщения. Тепловой цикл продолжается до сходимости температуры в паре, жидкости и стенке. Далее для нахождения скорости и динамического давления в паре и жидкости применяется процедура SIMPLE.

В **разделе 4.2** приводятся результаты расчетов бездренажного хранения водорода и азота по предложенному методу. В ряде экспериментов на момент начала хранения в паровой подушке присутствовали значительные неоднородности температуры. Данный эффект в работе моделировался численно. Для этого проводились расчеты нагрева паровой области с постоянным давлением и температурой поверхности раздела, соответствующим начальным условиям из эксперимента. Расчеты проводились представленным в Главе 2 методом. Условие окончания расчета задавалось исходя из данных эксперимента. Для этого в ходе вычислений контролировалось значение температуры в точке, в которой реализовывалась максимальная начальная температура по данным опыта. Расчет завершался либо при достижении этой температуры, либо при установлении стационарного режима.

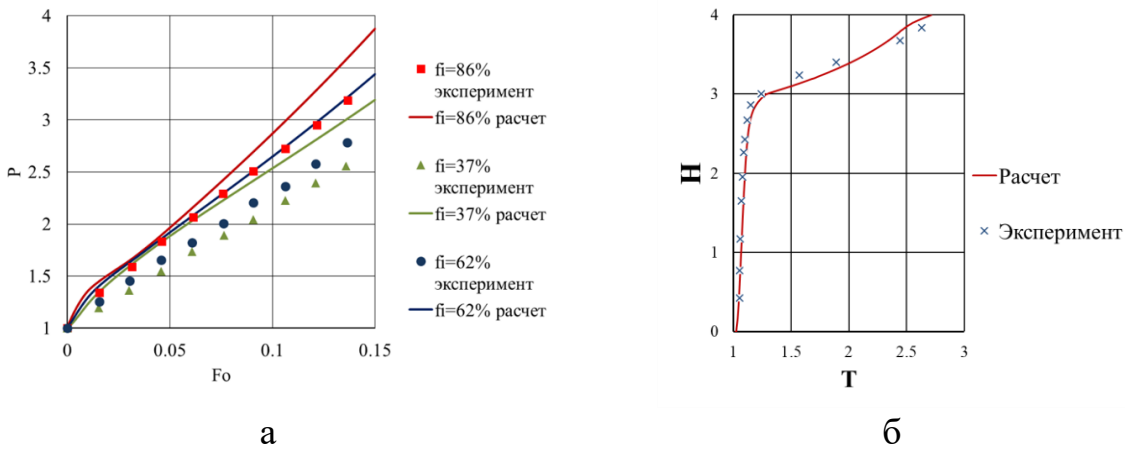


Рисунок 14. Сравнение результатов расчета роста давления (а) и температурного расслоения (б) с данными эксперимента В.С. Войтешонка по бездренажному хранению водорода.

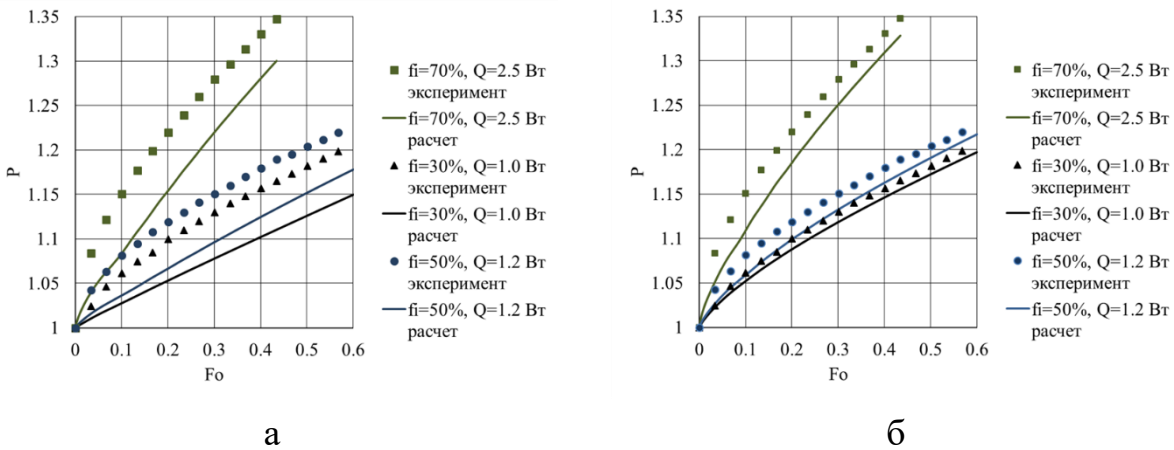


Рисунок 15. Сравнение результатов расчета давления с данными М. Seo по бездренажному хранению азота, а – однородные начальные условия, б – численное моделирование начальной неоднородности температуры пара.



Рисунок 16. Сравнение расчетных и экспериментальных данных по температуре в азотном баке в момент времени  $t=0.6$ : а –  $\varphi=0.3$ , б –  $\varphi=0.5$

На Рисунках 14, 15, 16 представлено сравнение результатов расчета роста давления и температурного расслоения с данными опытов В.С. Войтешонка и М. Seo по хранению водорода и азота. В случае эксперимента В.С. Войтешонка в

расчетах реальная геометрия бака заменялась цилиндрической, а распределение температуры в начальный момент времени не было известно, поэтому максимальная относительная погрешность расчета давления составила 25%. Однако, предложенная модель корректно воспроизвела эффект уменьшения скорости роста давления при уменьшении степени заполнения, наблюдавшийся в экспериментах. При выполнении расчетов для азотного бака учет начального распределения температуры позволил существенно сократить максимальную относительную погрешность в определении давления с 28% до 5% (Рисунок 15), а также получить хорошо воспроизводящие данные эксперимента профили температуры в баке (Рисунок 16).

Также был проведен расчет бездренажного хранения водорода в условиях, моделирующих натурный эксперимент по хранению водорода (Martin J., Hastings L.). Результаты расчета также сравнивались с данными работы (Kartuzova O., Kassemi M. И др.) по численному моделированию указанного эксперимента в пакете ANSYS. В результате было получено хорошее совпадение расчета и эксперимента по давлению, однако отклонение температуры пара в расчетах предложенным методом и в ANSYS от данных эксперимента оказалось порядка 50%. Данная погрешность может быть связана с неучетом в расчете правильной начальной неоднородности температуры пара в связи со сложностью получения полных данных об условиях проведения эксперимента.

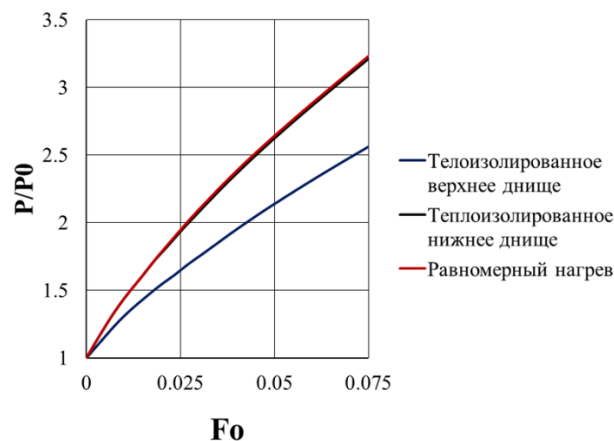


Рисунок 17. Рост давления при различных способах подвода тепла: теплоизолированное верхнее днище-тепло подводится только к боковой и нижней поверхностям, теплоизолированное нижнее днище-тепло подводится только к боковой и верхней поверхностям.

В последнем разделе данной главы приведен теоретический анализ влияния наличия начальной неоднородности температуры пара и распределения теплового

потока по стенке бака. На рисунке 17 представлены результаты расчета скорости роста давления в водородном баке радиусом 1 м и высотой 2 м с бесконечно тонкой стенкой. К верхней, боковой и нижней поверхностям бака может подводиться равномерно распределенный тепловой поток, равный  $3.5 \text{ Вт/м}^2$ . Сила тяжести равна  $10^{-3} \text{ м/с}^2$ , и направлена по оси симметрии бака. Расчет по предложенной в работе модели продемонстрировал, что перегрев верхней части бака более опасен с точки зрения скорости роста давления, чем подвод тепла к жидкости снизу.

Также в последнем разделе рассмотрен вопрос влияния начальной неоднородности температуры пара на рост давления. Анализ уравнений энергии для пара и стенки бака показал, что при наличии перепада температуры в паре растет тепловой поток из газа в поверхность раздела, который отводит часть тепла от подушки. При этом, растет и скорость испарения жидкости на поверхности раздела и стенке. Суммарное влияние данного эффекта может привести к увеличению скорости роста давления, если увеличение испарения компенсирует отвод тепла из паровой подушки.

В **Заключении** сформулированы следующие наиболее важные результаты работы:

1. Разработан и протестирован эффективный численный алгоритм для решения уравнений Навье-Стокса в приближении малых чисел Маха в плоской и осесимметричной постановках.
2. На примере модельной задачи о прогреве слоя газообразного водорода путем сравнения с моделью реального газа показана применимость модели совершенного газа с учетом температурных зависимостей теплофизических характеристик для описания теплообмена.
3. При численном решении задачи о конвекции водорода в квадратной ячейке с разнонагретыми вертикальными стенками продемонстрировано, что в случае больших относительных перепадов температуры картина течения отличается от типичной для конвекции Буссинеска картины. Данное изменение выражается в утолщении пограничного слоя у горячей стенки и сужению у холодной, причем величина этого отличия линейно зависит от характерного относительного температурного перепада.
4. Выявлено существенное влияние теплоемкости и теплопроводности стенки на свободно-конвективный тепломассообмен в паровой подушке на примере задачи о нагреве вертикального цилиндрического сосуда. Расчеты

продемонстрировали, что пренебрежение теплоемкостью и теплопроводностью стенки может приводить к завышению скорости роста давления, интенсивности конвекции и величины температуры в несколько раз.

5. На основании полученных для газа результатов разработана физико-математическая модель и метод расчета тепломассообмена при бездренажном хранении криогенного компонента топлива в баке с учетом неоднородности параметров жидкости, газа, перетоков тепла по стенке бака и свободно-конвективных течений. Произведена валидация модели и метода расчета на экспериментальных данных по бездренажному хранению азота и водорода.
6. Показано, что, в отличие от упрощенных одномерных методик, предложенная модель с учетом влияния стенки корректно воспроизвела эффект уменьшения скорости роста давления при уменьшении степени заполнения, наблюдавшийся в экспериментах по хранению водорода.
7. Также было выявлено, что наличие начальной неоднородности температуры существенно влияет на скорость роста давления при бездренажном хранении. Для учета данного эффекта предложен способ получения начальных полей температуры, плотности и скорости в паре, обеспечивающий удовлетворение основных уравнений модели.
8. Результаты расчетов модельной задачи о бездренажном хранении водорода при различных распределениях теплового потока, поступающего из стенки бака в пар и жидкость показали, что наибольший вклад в рост давления вносит нагрев бака сверху.

#### **ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ:**

1. Черкасов С.Г., Лаптев И.В., Ананьев А.В., Городнов А.О. Ламинарная естественная конвекция газа в замкнутой квадратной области. Тепловые процессы в технике. 2018. Т. 10. №5-6. С. 182–191.
2. Черкасов С.Г., Лаптев И.В., Ананьев А.В., Городнов А.О. Рост давления при нестационарной естественной конвекции паров водорода в вертикальном цилиндрическом сосуде с постоянной температурой нижней границы. Тепловые процессы в технике. 2019. Т. 11. №5. С. 203–215.

3. Городнов А.О., Лаптев И.В. Влияние теплоемкости стенки на рост давления и температурное расслоение при тепловой конвекции паров водорода в вертикальной цилиндрической емкости. Труды МАИ. 2021. №116. <http://trudymai.ru/published.php?ID=121008>.
4. Черкасов С.Г., Лаптев И.В., Городнов А.О. Термодинамическая модель процессов в криогенных топливных баках. Космическая техника и технологии. 2020, №2, с. 50-60.