

УДК 531.391: 521.93

ПРОГНОЗ ВОЗМУЩЕННОГО ДВИЖЕНИЯ ПОЛЮСА ЗЕМЛИ НА КОРОТКОМ ИНТЕРВАЛЕ ВРЕМЕНИ

Бу Виет Чунг

Сведение об авторах

Бу Виет Чунг, аспирант Московского авиационного института (национального исследовательского университета).

МАИ, Волоколамское ш.,4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993;

тел.: +7 926 558 8253; e-mail: vuviettrung@yandex.ru

Аннотация

В ряде практически важных задач навигации существенную роль может играть высокоточный прогноз движения полюса Земли на коротком интервале времени (15 – 40 суток). Построение модели колебательного процесса земного полюса основано на учете гравитационно – приливных моментов сил от Солнца и Луны. Проведено численное моделирование – выбор опорных функций и оценивание неизвестных коэффициентов модели с помощью метода наименьших квадратов. Дается сравнение построенной модели для различных интервалов времени с данными наблюдений Международной службы вращения Земли.

Ключевые слова

колебание, земной полюс, изменение широты, прогнозирование, гравитационный прилив.

Введение

Исследование фундаментальной астрометрической проблемы высокоточной интерполяции и прогноза траектории движения полюса Земли и построения адекватной теоретической модели многочастотного процесса его колебаний представляет значительный интерес в естественно – научном и прикладном аспектах [1-3]. В связи с модернизацией и развитием отечественной навигационной системы ГЛОНАСС актуальным является достижение высоких точностей координатно–временного и навигационного обеспечения наземных (стационарных и подвижных), а также движущихся в околоземном пространстве объектов. Эта прикладная задача непосредственно связана с фундаментальной проблемой определения параметров вращения Земли, т.е. колебаниями полюса и прогноза его движения как на длительном (1-2 года), так и на относительно коротком (15-40 суток) интервалах времени. С помощью данных наблюдений и измерений Международной службы вращения Земли (МСВЗ) [1] согласно методу наименьших квадратов (МНК) в работе осуществляется настройка алгоритма фильтрации разработанной модели для решения прикладных навигационных задач, связанных с необходимостью надежного прогнозирования колебаний земного полюса.

Небесно-механическая модель колебательных движений полюса Земли

Для построения упрощенной математической модели колебательного процесса земного полюса первого приближения рассматриваются классические динамические уравнения Эйлера – Лиувилля с переменным тензором инерции J [4-5]

$$\begin{aligned} \frac{dJ\omega}{dt} + \omega \times J\omega = \mathbf{M}; \quad \omega = (p, q, r)^T; \quad J = J^* + \delta J; \quad J^* = const; \\ J^* = \text{diag}(A^*, B^*, C^*); \quad \delta J = \delta J(t); \quad \|\delta J\| \ll \|\delta J^*\|; \end{aligned} \quad (1)$$
$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_K + \mathbf{M}^S + \mathbf{M}^L$$

Здесь ω — вектор угловой скорости в некоторой связанной с Землей системе координат (референц-системе), которая приближенно совпадает с главными центральными осями инерции J^* «замороженной» Земли с учетом

«экваториального выступа». Малые вариации тензора инерции δJ содержат различные гармонические составляющие, обусловленные влиянием суточных приливов от Солнца и Луны и, возможно, другие (годовые, полугодовые, месячные, полусуточные и т.п.). В качестве основных возмущающих внешних моментов сил \mathbf{M} , вызывающих нутационные колебания, принимаются гравитационные воздействия. Например, структура выражений для компоненты M_q^S момента сил гравитации от Солнца \mathbf{M}^S имеет вид

$$M_q^S = 3\omega_0^2 \left\{ \left[A^* + \delta A - (C^* + \delta C) \right] \gamma_r \gamma_p + \delta J_{pr} (\gamma_r^2 - \gamma_p^2) + \delta J_{pq} \gamma_r \gamma_q - \delta J_{rq} \gamma_p \gamma_q \right\} \quad (2)$$

$$\gamma_p = \sin\theta \sin\varphi, \quad \gamma_q = \sin\theta \cos\varphi, \quad \gamma_r = \cos\theta,$$

где ω_0 - частота орбитального движения; $\gamma_p, \gamma_q, \gamma_r$ - направляющие косинусы радиус-вектора Солнца в связанной системе; ψ, θ, φ - углы Эйлера; A^*, B^*, C^* - эффективные главные центральные моменты инерции с учетом деформаций «замороженной» Земли.

Уравнение колебаний координат земного полюса x_p, y_p получаются из (1), (2) после усреднения по собственному вращению Земли [6] и имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{dx_p}{dt} + Ny_p + \sigma_x x_p &= \kappa_q r_0^2 + \bar{M}_p^{S,L} + \\ &+ 2r_0 \delta r(t) \kappa_q + r_0^2 \sum_{i=1}^N A_i \cos(2\pi\vartheta_i \tau + \alpha_i) + \Delta M_p^{S,L}(\Omega, I); \\ \frac{dy_p}{dt} - Nx_p + \sigma_y y_p &= -\kappa_p r_0^2 + \bar{M}_q^{S,L} - \\ &- 2r_0 \delta r(t) \kappa_p + r_0^2 \sum_{i=1}^N B_i \cos(2\pi\vartheta_i \tau + \beta_i) + \Delta M_q^{S,L}(\Omega, I); \end{aligned} \quad (3)$$

где τ - время, измеряемое в годах; $N = 0,845 \div 0,850$ - чандлеровская частота, величина N выбирается на основе дисперсионного анализа; $\sigma_{x,y}$ - коэффициенты диссипативных моментов гравитационно-приливных сил; $r_0 = 7,292115 \times 10^{-5}$ рад/с

– величина средней угловой скорости осевого вращения Земли; ϑ_i – частоты, соответствующие колебаниям вариаций тензора инерции; $A_i, B_i, \alpha_i, \beta_i$ – неизвестные амплитуды и фазы колебаний соответственно; $\bar{M}_{p,q}^{S,L}$ – удельные моменты возмущающих сил гравитации от Солнца и Луны; величины $\Delta M_{p,q}^{S,L}(\Omega, I)$ – дополнительные слагаемые удельного лунно-солнечного гравитационного – приливного пространственного варианта задачи Земля-Луна в поле притяжения Солнца; Ω – долгота восходящего узла лунной орбиты; I – наклонение плоскости лунной орбиты к эклиптике; «приливные» коэффициенты $\kappa_{p,q}$ представляются периодическими функциями с частотами ϑ_i , неизвестные коэффициенты модели (3) могут быть определены на основе данных наблюдений МСВЗ с помощью МНК.

Проинтегрировав уравнения (3) в первом приближении, получим выражения основной модели колебаний полюса [7]:

$$\begin{aligned} x_p(\tau) &= c_x(\tau) - a_x^c \cos 2\pi N\tau + a_x^s \sin 2\pi N\tau - Nd_x^c \cos 2\pi\tau - d_x^s \sin 2\pi\tau, \\ y_p(\tau) &= c_y(\tau) + a_y^c \cos 2\pi N\tau + a_y^s \sin 2\pi N\tau - Nd_y^c \cos 2\pi\tau + d_y^s \sin 2\pi\tau. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь неизвестные величины $c_{x,y}, a_{x,y}^{c,s}, d_{x,y}^{c,s}$ – величины, подлежащие вычислению [4-5] с помощью метода наименьших квадратов (МНК) по результатам наблюдений и измерений МСВЗ. При определении этих коэффициентов следует иметь в виду приближенные равенства $a_x^{c,s} \approx a_y^{c,s}, d_x^{c,s} \approx d_y^{c,s}$ являющиеся структурным свойством модели. Это также означает наличие связи между процессами x_p и y_p , что следует учитывать при статистической обработке измерений.

Численное моделирование (интерполяция и прогноз) движения полюса Земли на коротком интервале времени

Изложим результаты расчетов на основе процедуры МНК [8], который применялся как независимо к переменным $x_p(\tau), y_p(\tau)$ согласно (4), так и с учетом

структурных свойств модели. Введенный параметр $c_{x,y}(\tau)$ может подвергаться коррекции согласно выражению $c_{x,y}(\tau) = c_{x,y}^0 + c_{x,y}^1 \tau + \dots$. В ходе численного моделирования выражения для $x_p(\tau), y_p(\tau)$ записываются в виде

$$\begin{aligned} x_p(\tau) &= (\xi, f(\tau)), \quad y_p(\tau) = (\eta, f(\tau)), \quad \xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_6)^T, \quad \eta = (\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_6)^T \\ f(\tau) &= (1, \tau, \cos 2\pi\tau, \sin 2\pi\tau, \cos 2\pi N\tau, \sin 2\pi N\tau)^T \end{aligned} \quad (5)$$

где ξ, η – векторы неизвестных коэффициентов; $f(\tau)$ – вектор опорных функций.

Из теории фильтрации случайных временных последовательностей [8] общеизвестно, что оптимальная оценка измеряемых случайных процессов есть результат компромисса между динамической (точность модели) и стохастической (точность измерений) ошибками. Длительность интервала интерполяции, т.е. число обрабатываемых измерений выбирается из условия минимума суммарной ошибки при заданном наборе небольшого числа опорных функций.

Для реальной ситуации, отвечающей современным данным МСВЗ, повышение точности краткосрочного прогноза достигается в рамках малопараметрической модели (4) за счет уменьшения числа обрабатываемых ежедневных измерений – длительности интервала интерполяции и учета структурного свойства. Это обусловлено уменьшением динамической ошибки аппроксимации процесса и сравнительно высокой точностью измерений.

Приведем графическое сравнение результатов численного моделирования и оценок параметров движения полюса для моделей с различным количеством неизвестных коэффициентов. Расчеты проводились на основе МНК [8] в соответствии с 6-параметрической $(c_x(\tau) = c_x^0, c_y(\tau) = c_y^0; a_x^{c,s} = a_y^{c,s}, d_x^{c,s} = d_y^{c,s})$; 8-параметрической $(c_x(\tau) = c_x^0 + c_x^1 \tau, c_y(\tau) = c_y^0 + c_y^1 \tau; a_x^{c,s} = a_y^{c,s}, d_x^{c,s} = d_y^{c,s})$; 10-параметрической $(c_x(\tau) = c_x^0, c_y(\tau) = c_y^0; a_x^{c,s} \neq a_y^{c,s}, d_x^{c,s} \neq d_y^{c,s})$; 12-параметрической

$(c_x(\tau) = c_x^0 + c_x^1\tau, c_y(\tau) = c_y^0 + c_y^1\tau; a_x^{c,s} \neq a_y^{c,s}, d_x^{c,s} \neq d_y^{c,s})$ моделями и полиномиальным фильтром $(c_x(\tau) = c_x^0 + c_x^1\tau + c_x^2\tau^2; c_y(\tau) = c_y^0 + c_y^1\tau + c_y^2\tau^2)$.

Таблица

Периоды расчетов	Единица измерений	полином. фильтр	6-парам. модель	8-парам. модель	10-парам. модель	12-парам. модель
прогноз на 15 суток (двухмесячная интерполяция)	угл.сек.	0,0097	0,0079	0,0107	0,0138	0,0137
	см	30,58	24,79	33,80	43,61	43,29
прогноз на 30 суток (интерполяция на 2,5 месяцев)	угл.сек.	0,0184	0,0110	0,0217	0,0415	0,1265
	см	58,11	34,58	68,29	130,61	398,51
прогноз на 40 суток (трехмесячная интерполяция)	угл.сек.	0,0302	0,0119	0,0290	0,0553	0,1964
	см	95,01	37,44	91,35	174,07	618,70

В таблице приведены среднеквадратические отклонения (СКО) теоретических прогнозов траектории движения полюса на коротких интервалах времени, построенных с помощью моделей с различным числом параметров. Значения переменных $x_p(\tau), y_p(\tau)$ приводятся в угловых секундах ($0.1''=3.15[m]$). Расчеты показывают, что шестипараметрическая модель дает надежные прогнозы на коротком интервале времени (15-40 суток). Точность прогнозирования на 40 суток составляет 0,012 угл.сек. (37,5 см).

На рис. 1 показан график значений СКО построенных прогнозов (от января 2001 по март 2012 г.). Из проведенного численного моделирования следует, что наибольшая точность прогнозирования достигается при использовании шестипараметрической модели на коротком интервале времени.

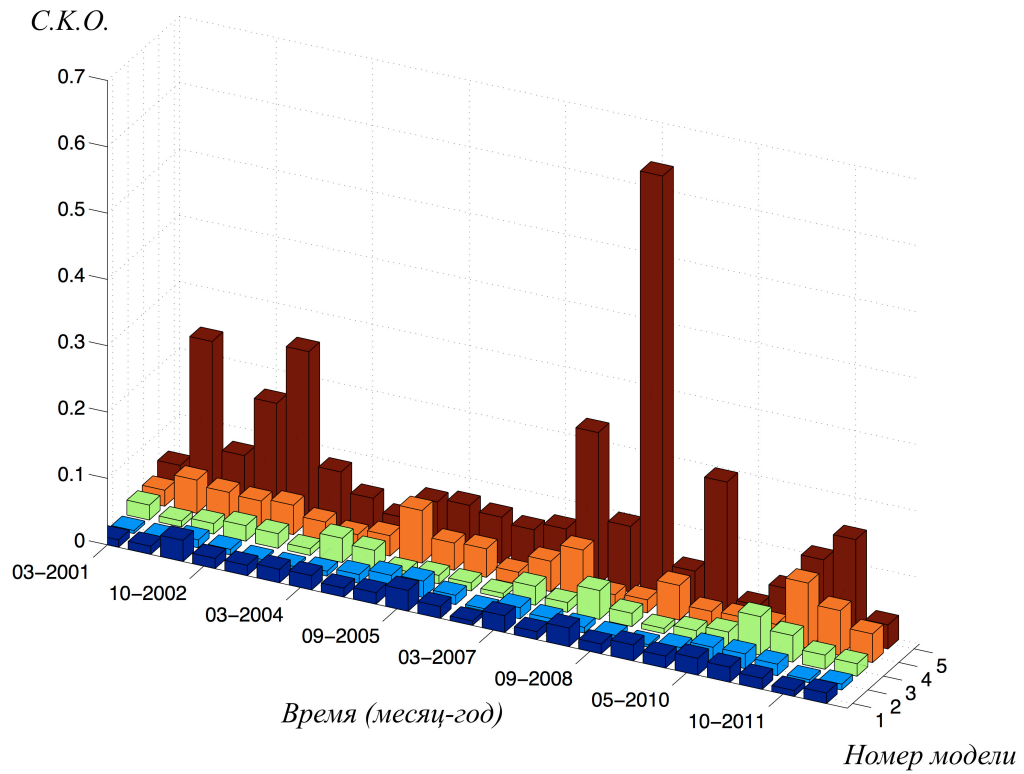


Рис. 1. Среднеквадратические отклонения теоретических моделей на интервале времени 2001-2012 гг. (1 – полиномиальный фильтр; 2 – 6-параметрическая модель; 3 – 8-параметрическая модель; 4 – 10-параметрическая модель; 5 – 12-параметрическая модель).

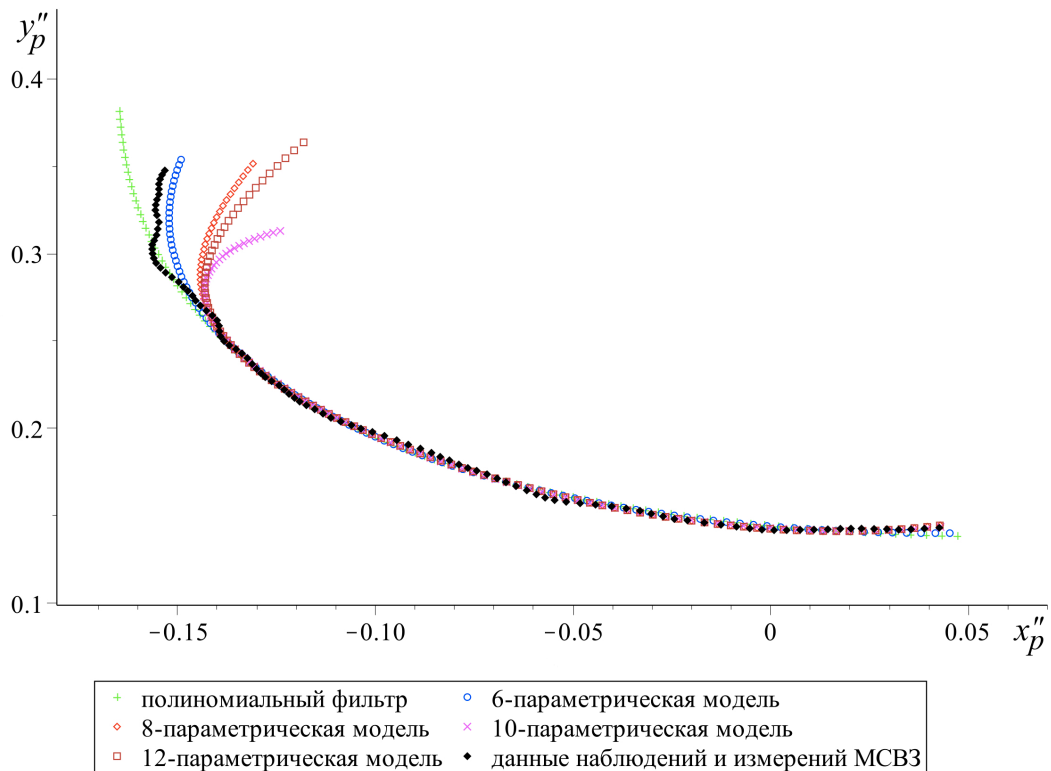


Рис. 2. Интерполяция траектории земного полюса (с 01.02.2012 по 30.04.2012) и прогноз на 30 суток.

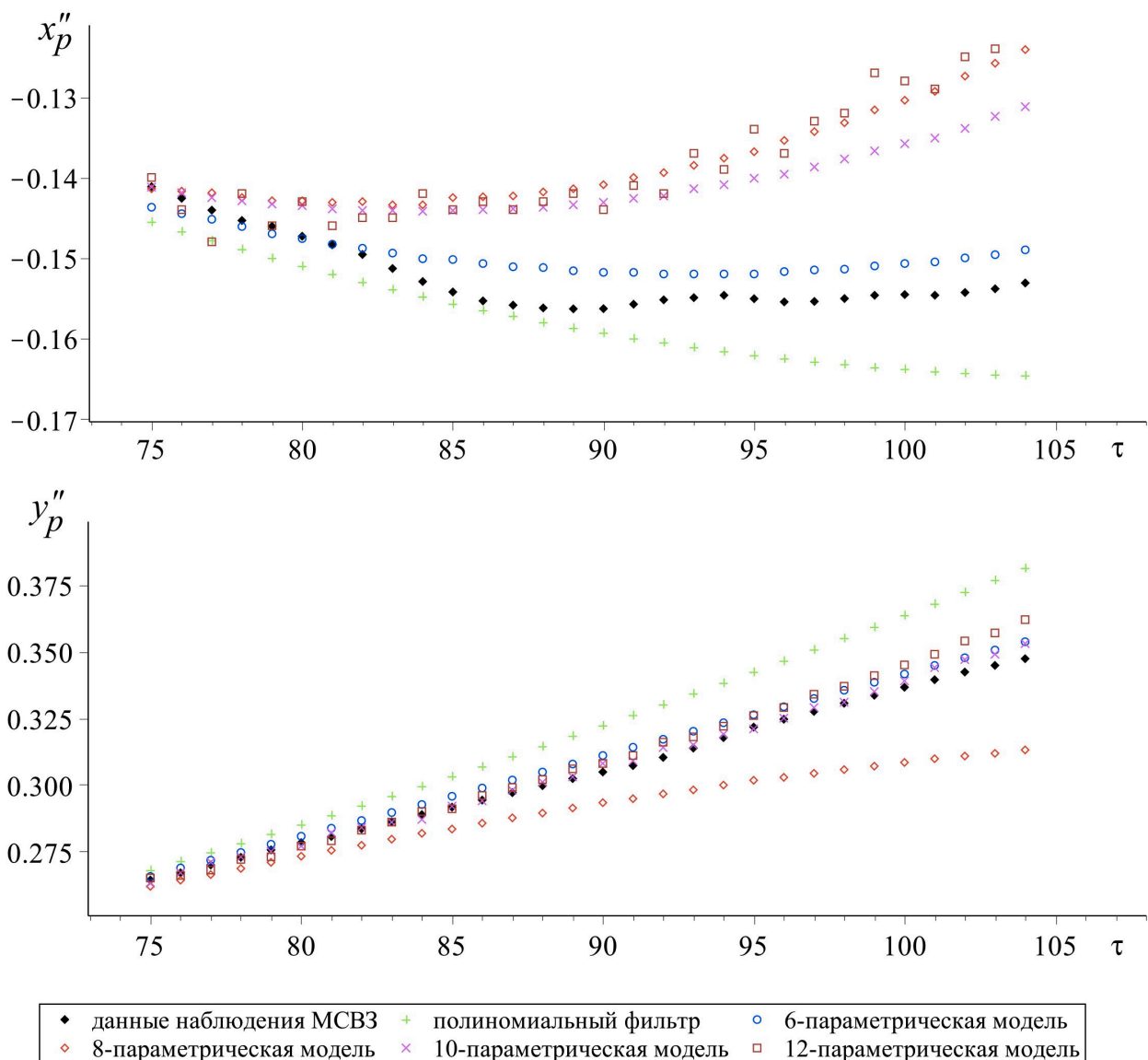


Рис. 3 Прогноз координат земного полюса на 30 суток.

На рис. 2 изображена траектория движения полюса Земли в сравнении с данными наблюдений и измерений МСВЗ [1].

На рис. 3 приводится прогноз на 30 суток колебаний земного полюса, построенный с помощью теоретических моделей согласно трехмесячной интерполяции его траектории (с 01.02.2012 по 30.04.2012).

Проведенные численные расчеты согласно основной модели (4) позволяют сделать вывод, что наиболее высокая точность интерполяции достигается обычно в средней части интервала. Это свойство присуще методу наименьших квадратов и

оно общеизвестно. В частности, теоретически его можно установить в случае полиномиальной фильтрации [8]. Поэтому повышение точности прогноза на коротком интервале, примыкающем к концу интервала интерполяции, может быть достигнуто введением «весовых» коэффициентов в алгоритме МНК и их относительным увеличением к концу интервала.

Библиографический список

1. URL: <ftp://hpiers.obspm.fr/eop-pc/eop/eopc04/>.
2. Манк Н., Макдональд Г., Вращение Земли. Москва: Мир, 1964. 384 с.
3. Мориц Г., Мюллер А., Вращение Земли: теория и наблюдения. Киев: Наукова думка, 1992. 512с.
4. Акуленко Л.Д., Кумакшев С.А., Марков Ю.Г. и др. // *Астрономический журнал*, 2002. Т. 79, N 10, С. 952 – 960.
5. Акуленко Л.Д., Кумакшев С.А., Марков Ю.Г. и др. // *Астрономический журнал* – 2006. Т. 83, N4, с. 376 – 384.
6. Акуленко Л.Д., Климов Д.М., Марков Ю.Г. и др. // *Космонавтика и ракетостроение*, 2012. Вып. 4, С. 100-107.
7. Акуленко Л.Д., Марков Ю.Г., Перепелкин В.В. // *Доклады академии наук*, 2009. Т. 425, N2. с. 1-6.
8. Губанов В.С. *Обобщенный метод наименьших квадратов. Теория и применение в астрометрии*. С.-Пб.: Наука, 1997, 318 с.