

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

На правах рукописи



Нужнов Михаил Сергеевич

**ОЦЕНКА СТЕПЕНИ ЦИКЛОСТАЦИОНАРНОСТИ
НЕПРЕДНАМЕРЕННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ СРЕДСТВ
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ**

2.2.13 «Радиотехника, в том числе системы и устройства телевидения»

Диссертация на соискание учёной степени кандидата технических наук

Научный руководитель:

Доктор технических наук, профессор

Кузнецов Юрий Владимирович

Оглавление	
Введение.....	4
1 Обзор литературы по теме работы	11
2 Теоретическое исследование электромагнитных излучений средств вычислительной техники	16
2.1 Сигналы средств вычислительной техники	16
2.2 Электромагнитные излучения средств вычислительной техники.....	22
2.2.1 Электромагнитное поле вокруг проводника электрического тока	22
2.2.2 Сигналы в шине цифрового видеоинтерфейса DVI	26
2.2.3 Измерения электромагнитных излучений в ближней зоне	27
2.2.4 Измерения электромагнитных излучений во временной области	29
2.3 Случайные процессы	30
2.3.1 Описание случайных процессов через вероятностное пространство.....	30
2.3.2 Частотный подход к описанию случайных процессов	32
2.3.3 Стационарные и нестационарные случайные процессы	33
2.3.4 Характеристики стационарных случайных процессов	34
2.4 Циклостационарные случайные процессы	37
2.4.1 Определение циклостационарных случайных процессов	37
2.4.2 Характеристики циклостационарных случайных процессов..	38
2.4.3 Джиттер как циклостационарный случайный процесс.....	39
2.4.4 Количественная мера степени циклостационарности – СЦС	48
2.4.5 СЦС для случайных процессов с ненулевым математическим ожиданием	50
2.4.6 Зависимость СЦС от джиттера.....	51
2.5 Оценка характеристик случайных процессов	53
2.5.1 Оценка характеристик дискретных по времени	

циклостационарных случайных процессов.....	55
2.6 Обнаружение циклостационарных случайных процессов на фоне шума.....	57
2.6.1 Связь СЦС и качества обнаружения.....	59
2.6.2 Качество обнаружения.....	62
3 Моделирование обнаружения электромагнитного излучения средств вычислительной техники.....	67
3.1 Электромагнитное излучение цифрового видеоинтерфейса DVI.....	67
3.1.1 Расчет электромагнитного излучения кабеля DVI с использованием дипольной модели.....	69
3.1.2 Полноволновое моделирование электромагнитных излучений кабеля DVI.....	70
3.2 Статистическое моделирование обнаружения сигнала с амплитудно-импульсной модуляцией.....	74
3.2.1 Модель сигнала в пробнике ближнего поля.....	79
3.2.2 Статистическое моделирование обнаружения излучения сигнала с амплитудно-импульсной модуляцией.....	83
4 Экспериментальные исследования.....	86
4.1 Измерения электромагнитного излучения кабеля DVI.....	86
4.2 Использование СЦС для обнаружения ЭМИ СВТ.....	89
4.3 Использование СЦС для точной оценки тактовой частоты.....	93
4.4 Разделение источников электромагнитного излучения СВТ в ближнем поле.....	95
Заключение.....	98
Список обозначений и сокращений.....	100
Список использованных источников.....	104

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность работы. Основными источниками непреднамеренных электромагнитных излучений (ЭМИ) средств вычислительной техники (СВТ) являются интегральные схемы и линии передачи между ними. Сигналы, сопровождающие работу СВТ, могут создавать помехи расположенным поблизости электронным устройствам, а также элементам одного и того же устройства и снижать надежность работы устройства. Для обеспечения электромагнитной совместимости (ЭМС) и целостности сигналов на этапе разработки устройств необходимы точные методы и инструменты автоматизированного проектирования, учитывающие взаимное влияние устройств и компонентов друг на друга.

При разработке высокопроизводительных СВТ значительное внимание уделяется вопросам, связанным с увеличением полосы пропускания и скорости передачи данных в интерфейсах, уменьшением амплитуды сигналов и повышением плотности интеграции элементов. Электромагнитные помехи, излучаемые в диапазоне частот вплоть до десятков гигагерц, обусловлены высокой скоростью передачи данных в современных цифровых устройствах, достигающей десятков гигабит в секунду. Для минимизации объема и веса разрабатываемых устройств, а также стоимости их производства, использование средств экранирования для защиты от излучаемых электромагнитных помех должно быть ограничено. Кроме того, экраны могут приводить к искажению формы передаваемых сигналов. Таким образом, измерение ЭМИ вблизи или внутри устройства является задачей важной для обеспечения ЭМС при разработке и испытании современных СВТ [1].

Средства автоматизированного проектирования для схем и печатных плат позволяют оценивать целостность сигнала при моделировании с помощью метода Монте-Карло. В настоящее время оценка ЭМС радиоэлектронных устройств производится преимущественно в частотной области. В работе [2] были проведены исследования характеристик непреднамеренных ЭМИ радио-

электронных устройств в ближней зоне, а в [3] были предложены эквивалентные модели электрических диполей для источников помех, излучаемых печатными платами. Предложенные методы оценки ЭМИ могут быть использованы для сертификации соответствия устройств и систем стандартам ЭМС, однако их возможности, в целом, ограничены для использования на этапе проектирования. Эти методы работают в предположении стационарности излучений, которое несправедливо для многофункциональных устройств с большим количеством различных режимов работы.

Последние достижения в технологиях контрольно-измерительного оборудования позволили определять характеристики ЭМИ во временной области и открыли новые возможности для улучшения алгоритмов и стратегий моделирования в процессе разработки устройств. Сканирование ЭМИ в ближней зоне во временной области [4] позволяет определять корреляционные характеристики поля для стационарных стохастических электромагнитных полей. Из теоремы единственности и принципа эквивалентности известно [5], что знание компонент тангенциального поля на виртуальной поверхности, охватывающей все источники электромагнитного поля, позволяет рассчитывать электромагнитное поле вне этой поверхности без подробного знания об источниках внутри поверхности. Эта концепция, полезная для моделирования детерминированных электромагнитных полей, также может быть расширена для определения плотности вероятности электромагнитных полей, вызванных стохастическими стационарными излучениями с гауссовским распределением вероятностей. В этом случае электромагнитное поле может быть охарактеризовано авто- и взаимнокорреляционными функциями. Такой метод описан в [6]. С другой стороны, излучения цифровых устройств не являются стационарными, а для более полного описания их случайных полей могут использоваться циклостационарные характеристики [4], [7].

Набор методов анализа циклостационарных процессов, разработанных до настоящего времени, в основном сосредоточен на решении задач в области

систем связи [8] и механики вращающихся механизмов [9] и не охватывает вопросы, связанные с ЭМС.

Непреднамеренные ЭМИ, создаваемые СВТ, в большинстве случаев при оценке ЭМС рассматриваются как шумоподобные процессы. В рамках данной работы были расширены, разработаны и испытаны методы анализа пространственных характеристик ЭМИ, с использованием модели циклостационарного СП. Такая модель позволила уточнить классическое описание, использующее стационарные СП или детерминированные сигналы. Уточнённая модель позволяет отличать сигналы с выраженной циклостационарностью от стационарных. Это открывает принципиально новые возможности анализа, такие как различение ЭМИ с совпадающими спектральными плотностями мощности (СПМ), а также позволяет повысить вероятность обнаружения ЭМИ по сравнению с классическими методами, использующими, например, СПМ.

Циклостационарный анализ ЭМИ может быть полезен для решения нескольких задач, возникающих при разработке и испытании СВТ:

- 1) обнаружение источников ЭМИ, вызывающих нарушение ЭМС;
- 2) выявление потенциальных источников утечки информации за счет непреднамеренных излучений СВТ;
- 3) диагностика режима работы исследуемого устройства.

Область исследования соответствует паспорту специальности 2.2.13 «Радиотехника, в том числе системы и устройства телевидения» в связи со следующими особенностями работы:

- 1) рассматривается область науки и техники, использующая электромагнитные волны для приема информации;
- 2) научные исследования посвящены теоретическим вопросам радиотехники, а также технологической разработке устройств и систем специального назначения и методов их использования в народном хозяйстве;
- 3) исследования, проведённые в ходе работы, и разработанная теория новых методов обнаружения источников ЭМИ служат обеспечению надёжности и испытанию радиотехнических устройств;

4) значение решений научных и технических задач работы состоит в разработке подходов к развитию технологии производства СВТ и высокоэффективных радиоэлектронных средств в части обнаружения источников ЭМИ, вызывающих нарушение ЭМС;

5) работа посвящена исследованию новых процессов и явлений в радиотехнике, позволяющих повысить эффективность радиотехнических устройств, а именно – сравнению классического стационарного и нового циклоstationарного подхода к описанию ЭМИ. (Паспорт специальности, п.1);

б) в работе рассматривается прохождение электромагнитных волн излучения СВТ через окружающую среду, а также регистрация этих волн с помощью измерений в ближней зоне с целью обнаружения источника излучения. (Паспорт специальности, п.2).

Целью работы является анализ и усовершенствование методов обнаружения излучений при измерениях в ближней зоне СВТ за счёт использования и дополнения модели циклоstationарных СП.

В диссертационной работе в качестве **объекта** исследования рассматриваются циклоstationарные сигналы непреднамеренных электромагнитных излучений средств вычислительной техники.

Предметом исследования являются методы цифровой обработки сигналов, позволяющие проводить обнаружение и различение непреднамеренных циклоstationарных излучений СВТ.

Для достижения поставленной цели решаются следующие **задачи**:

1) исследование ЭМИ СВТ на примере цифрового видеоинтерфейса: Измерения в ближней и дальней зоне, моделирование сигнала в линии и электродинамическое моделирование кабеля цифрового видеоинтерфейса DVI (Digital Visual Interface);

2) исследование влияния джиттера сигналов СВТ на их характеристики;

3) разработка методов обнаружения и идентификации источников непреднамеренных ЭМИ СВТ с использованием их циклоstationарных свойств,

сравнение разработанного метода с традиционными методами обнаружения и идентификации источников непреднамеренного излучения;

4) экспериментальное исследование разработанных методов и анализ результатов обработки.

Научная новизна. В рамках исследования получены следующие новые результаты:

1) параметрическая модель влияния джиттера на сигнал с амплитудно-импульсной модуляцией (АИМ-сигнал), позволившая выявить зависимость вероятности обнаружения АИМ-сигнала от длительности импульса и величины джиттера;

2) модифицированная характеристика степени циклоstationарности, позволяющая обнаруживать источники ЭМИ информационных сигналов на фоне излучения тактирующих сигналов;

3) методика обнаружения ЭМИ с разными тактовыми частотами по результатам измерения излучений в ближней зоне. Показано, что прирост чувствительности обнаружения при переходе от стационарного к циклоstationарному обнаружению определяется степенью циклоstationарности (СЦС), и приводит к снижению вероятности ошибки обнаружения более чем в 8 раз.

Практическая значимость. Практическая значимость результатов работы состоит в том, что разработанные методы исследования побочных ЭМИ и методы их обработки могут быть применены для контроля ЭМС и защищённости СВТ. Применение таких систем позволит повысить достоверность и информативность исследования ЭМИ и обеспечит возможность проведения измерений в нормальных лабораторных условиях без использования специальных помещений. Также разработанный алгоритм обнаружения источников в составе СВТ может эффективно применяться на стадии разработки и создания образцов защищённой техники для поиска источников информативного излучения без использования специального тестового режима работы СВТ.

Методы исследования. Для решения поставленных задач использовался аппарат теории вероятностей, математического анализа, временной анализ детерминированных сигналов, статистический и вероятностный анализ случайных процессов во временной области, математическое и статистическое моделирование.

Достоверность полученных результатов обусловлена корректностью исходных положений и преобразований, использованием апробированного адекватного математического и статистического аппарата, компьютерных программ и логической обоснованностью выводов, а также экспериментальной верификацией разработанных моделей.

Основные положения, выносимые на защиту:

1) Предложенная методика предварительной обработки данных, измеренных в ближнем поле СВТ, позволила применить к ним известный метод оценки СЦС для обнаружения информационных сигналов на фоне шумов, помех и синхронных тактовых сигналов.

2) Показано, что прирост качества обнаружения при использовании циклоstationарного подхода определяется СЦС и достигает 8 кратного снижения вероятности ошибки в условиях, рассмотренных в статистическом моделировании, приведённом в работе.

3) Выявлена зависимость степени циклоstationарности от джиттера и скважности импульсов АИМ-сигнала, позволившая определять границы применимости циклоstationарного обнаружения.

4) Представленные в работе результаты моделирования и экспериментальных исследований показали, что сигнал измеренный в ближнем поле СВТ обладает существенно большей степенью циклоstationарности чем порождающий его сигнал в проводнике печатной платы.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на следующих научных конференциях:

1) Международной научной конференции European Microwave Conference in Central Europe в 2019 году в Праге;

2) Международной научной конференции Baltic URSI Symposium в 2020 году в Варшаве;

3) Международной конференции "Авиация и Космонавтика" в Москве в 2017, 2019 и 2020 годах;

4) Международной молодёжной научной конференции "Гагаринские чтения" в Москве в 2017 году;

5) XII Всероссийском межотраслевом молодёжном конкурсе научно-технических работ и проектов в области авиационной и ракетно-космической техники и технологий "Молодёжь и будущее авиации и космонавтики" в Москве в 2018 году.

Публикации. Основные результаты по теме исследования изложены в 10 работах: 3 статьи опубликованы в журналах, рекомендованных ВАК; 2 доклада в сборниках трудов зарубежных научных конференций, входящих в список изданий, цитируемых международной базой Web of Science; 5 опубликованных тезисов докладов на научных конференциях.

1 Обзор литературы по теме работы

Одним из требований, необходимых для обеспечения ЭМС, является ограничение мощности непреднамеренного ЭМИ. Так, например, для бытовых устройств требуется, чтобы создаваемая устройством напряженность поля на расстоянии нескольких метров не превышала определённого уровня.

На таком расстоянии проводятся классические измерения для проверки выполнения норм ЭМС. Однако сложность таких измерений приводит к развитию альтернативного подхода – измерения в ближней зоне устройства. По результатам таких измерений можно локализовать источники излучений и предсказать направление наиболее мощного излучения [10]. Данный способ является эквивалентным способом измерения, который широко распространен в антенной технике. Расчет поля в дальней зоне может быть проведен с использованием принципа эквивалентности [11]. При этом сложная излучающая структура источника может быть заменена совокупностью эквивалентных элементарных излучателей. Данный подход можно проиллюстрировать сравнением предсказанной характеристики направленности, полученной с использованием эквивалентной упрощенной модели, и рассчитанной с использованием полноволновой модели характеристики направленности.

Измерения в ближней зоне проводятся с помощью специализированных пробников [12]. Обычно используется один или два подвижных пробника, или неподвижная матрица пробников. Использование матрицы пробников позволяет быстро производить измерения, не требует стационарности излучения, однако предъявляет высокие требования к идентичности каналов и качеству компенсации взаимного влияния пробников в матрице друг на друга.

При реализации многоканальных систем временного анализа электромагнитных излучений, осуществляющих пространственную корреляционную обработку регистрируемых ЭМИ, необходимо обеспечить качественную межканальную синхронизацию. Предложенные в [6] методы анализа ЭМИ базируются на двухпозиционной системе сканирования и требуют организации те-

стового режима работы исследуемого устройства [13]. Экспериментальные исследования стохастических ЭМИ с использованием полной пространственной корреляционной матрицы требуют эффективных алгоритмов обработки, адаптированных к реальным условиям измерений. Сканирование ближнего поля имеет очень высокий потенциал для получения максимально полной информации о характеристиках стохастических электромагнитных помех, излучаемых устройством [13]. Для качественного описания стохастических ЭМИ устройств в ближней зоне требуются высокочувствительные миниатюрные пробники ближнего поля с высоким пространственным разрешением. Помимо обеспечения качественной межканальной синхронизации временных измерений, важной проблемой являются временные затраты на обработку большого объема данных. В связи с этим требуются эффективные методы сокращения размерности входных данных без потери информативности [14]. Кроме того, растёт потребность в разработке алгоритмов, которые могут использоваться в реальных условиях с большим количеством источников детерминированных, стационарных и циклостационарных излучений с различными или близкими тактовыми частотами.

Пробники ближнего поля изготавливаются в исполнениях, различающихся частотным диапазоном, пространственным разрешением и регистрируемой компонентой поля: электрической или магнитной. Так, в работе [15] описано сканирование ближнего поля печатной платы с использованием опорного пробника, и конструкции из трёх магнитных пробников ближнего поля для синхронной регистрации трёх компонент магнитного поля. Результаты измерения приводятся в виде распределения компонент магнитного поля и в виде распределения его градиента.

Подвижный пробник перемещается в пространстве с помощью автоматического позиционера. В зависимости от задач, решаемых при таких измерениях, пробник может двигаться по цилиндрической, сферической или плоской

поверхности. Наиболее широко распространено использование плоской поверхности сканирования, т.к. её проще реализовать и проще обработать результаты.

Существенные временные затраты на сканирование требуют внимательного подхода к выбору точек измерения. Классическим методом является использование прямоугольной сетки сканирования, шаг которой выбирается исходя из требуемого пространственного разрешения. Однако в таком случае значительная часть времени сканирования расходуется на исследование малоинформативных точек сканирования, например, точек, находящихся достаточно далеко от источников излучения. Для решения этой проблемы может использоваться итеративный подход, при котором в первой итерации используется сетка сканирования с большим шагом, а на последующих итерациях точки добавляются в области, требующие более детального исследования.

Такой подход представлен в работе [16]. Использованный в работе [16] сканер представлен на рисунке 1.1. Позиционер перемещает пробник магнитного поля в плоскости сканирования, и фиксирует значения напряженности в некотором, изначально небольшом, наборе точек. По этим точкам строится разбиение Вороного плоскости сканирования XY , т.е. для N точек сканирования находится N областей, таких что для всех точек области ближайшей является одна точка сканирования.

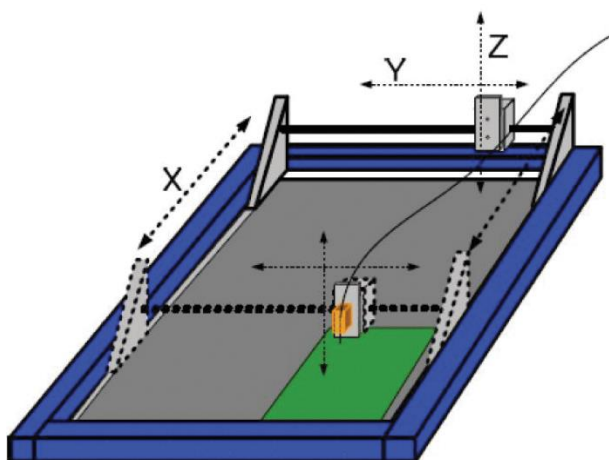


Рисунок 1.1 – Сканер ближнего поля

В каждой области разбиения оценивается точность локальной линейной аппроксимации (local-linear approximations - LOLA [17]). Области с низкой точностью аппроксимации считаются недостаточно исследованными, и в них на следующей итерации добавляются новые точки сканирования. На каждой итерации строится модель пространственного распределения напряженности поля, и определяется величина ошибки такой модели. Итеративный процесс завершается при достижении требуемой точности. Дальнейшее развитие методики [18, 19] позволяет снизить временные затраты за счёт минимизации длины пути, проходимого пробником на каждой итерации.

Для получения из временных реализаций частотного представления результатов сканирования ближнего поля применяют быстрое преобразование Фурье (БПФ). В случае, когда интервал наблюдения кратен периоду гармонической компоненты наблюдаемого ЭМИ, амплитуда гармоники определяется как модуль соответствующего частотного отсчёта БПФ. В случае не кратности периода гармоники интервалу наблюдения возникает эффект растекания спектра (spectral leakage), т.е. гармоническая компонента проявляется в нескольких отсчётах БПФ, и оценка её амплитуды требует дополнительной цифровой обработки. Так, в работе [20], для борьбы с растеканием спектра анализируются характерные изменения знака действительной и мнимой части спектра. Предложенный итеративный алгоритм поиска таких изменений позволяет существенно поднять частотное разрешение гармонических компонент излучения печатных плат по сравнению с [21, 22].

Излучения СВТ в общем случае не являются ни стационарными, ни периодическими [23, 24]. Основные понятия о таких сигналах со скрытой периодичностью были представлены в шестидесятых годах двадцатого века [25]. Дальнейшее развитие этого направления привело к формированию в последних десятилетиях XX века теории циклостационарных случайных процессов (СП). Целью этой теории является обоснованное расширение применимости

моделей и методов, принятых для стационарных в широком смысле случайных процессов, к нестационарным процессам с периодически изменяющимися вероятностными характеристиками.

Алгоритмы оценки циклической автокорреляционной функции и циклического спектра были разработаны в конце 1980-х годов [26], когда объем памяти и скорость вычислений компьютеров были довольно ограничены. До сих пор метод накопления результатов быстрого преобразования Фурье (БПФ) [27] являлся основным инструментом анализа полученной выборки отсчетов в течение длительного времени наблюдения, поскольку он может быть легко реализован с использованием двойного БПФ от измеренных данных.

Развитие алгоритмов оценки циклостационарных характеристик является актуальной научной задачей, решению которой посвящается множество работ. В работе [28] предлагается алгоритм, позволяющий получить оценку спектральной корреляционной функции с помощью двумерного преобразования Фурье от соответствующим образом взвешенной выборочной двумерной АКФ.

В работе [29] детально рассматривается сравнение двух случайных процессов: циклостационарного (АИМ) и стационарного. Оба процесса обладают одинаковой одномерной АКФ, однако различными двумерными АКФ. Автор подчеркивает недостаточность стационарных характеристик для описания циклостационарных СП.

Таким образом, использование циклостационарной модели сигналов и ЭМИ СВТ является актуальным и перспективным; циклостационарные модели уточняют описание таких сигналов по сравнению со стационарными. Широкий интерес зарубежных научных исследований к проблеме измерений в ближней зоне обусловлен необходимостью применения такого подхода для решения задач современной ЭМС.

2 Теоретическое исследование электромагнитных излучений средств вычислительной техники

2.1 Сигналы средств вычислительной техники

Согласно определению, данному в [30], под СВТ понимается совокупность программных и технических элементов систем обработки данных, способных функционировать самостоятельно или в составе других систем. Обработка данных производится преимущественно на электронных логических элементах. Электромеханические, пневматические, гидравлические и оптические логические элементы используются значительно реже, и не рассматриваются в рамках данной работы.

Для обработки данных в СВТ используется двоичная логика, одной из базовых операций которой является отрицание («НЕ»). На рисунке 2.1 приведена реализация логического элемента «НЕ» по технологии, получившей максимальное распространение в современной технике: КМОП (комплементарная структура металл-оксид-полупроводник).

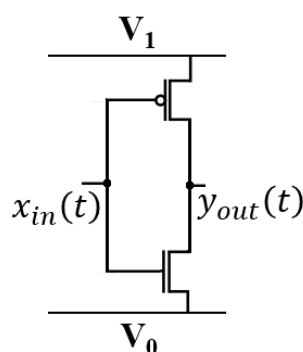


Рисунок 2.1 – Логический элемент «НЕ» на КМОП

Так, например, для инверсии логического нуля на вход $x_{in}(t)V_{in}$ этой схемы необходимо подать соответствующее напряжение V_0 . Это приведёт к закрытию нижнего транзистора и открытию верхнего, в результате чего напряжение на выходе $y_{out}(t)$ примет значение V_1 , соответствующее логической единице. Транзисторы имеют ограниченную скорость переключения, а значит значение напряжение устанавливается на выходе элемента не мгновенно, а че-

рез некоторое время. В связи с этим используется синхронный подход к реализации логики, который заключается в использовании тактового сигнала и триггеров для хранения данных.

На рисунке 2.2 приведена синхронная реализация инвертора. Триггер захватывает значение входного сигнала на восходящем фронте тактирующего сигнала и удерживает это значение на своём выходе в течение одного периода. При правильно выбранном периоде тактирования переходные процессы в триггере и асинхронной логике (инверторе) успевают закончиться за один такт. Это позволяет существенно упростить функциональное описание электронных схем и обрабатываемой информации. Для функционального описания синхронной логики нет необходимости описывать переходные процессы, достаточно описать зависимость входных логических значений от выходных.

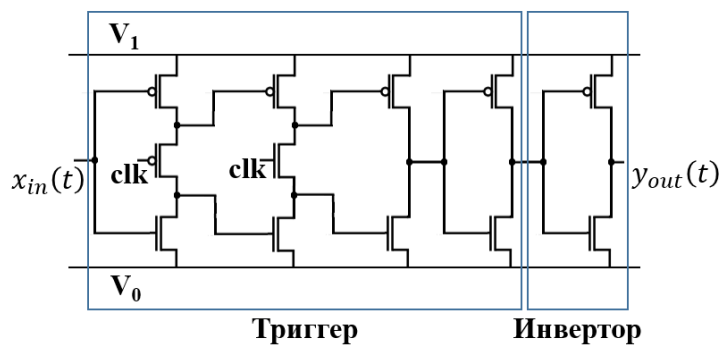


Рисунок 2.2 – Синхронная реализация логического элемента «НЕ» на КМОП

На рисунке 2.3 представлена функциональная схема синхронного инвертора.

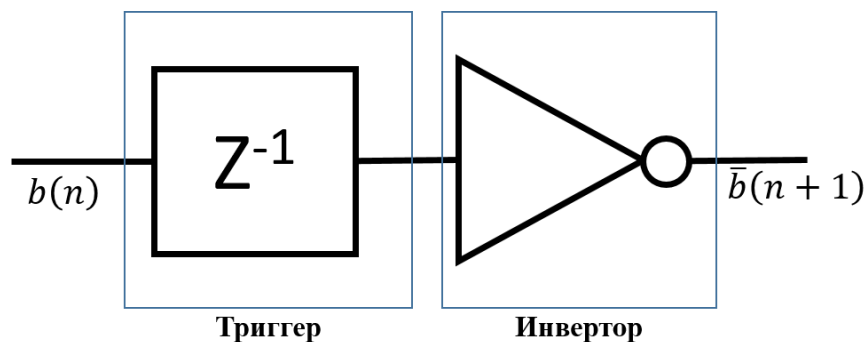


Рисунок 2.3 – Функциональная схема синхронного инвертора

Синхронное функциональное представление позволяет абстрагироваться от детального описания сигналов, перейдя к описанию обрабатываемой информации в виде последовательности булевых величин.

Рассмотрим детальные сигналы СВТ и возможные способы их описания. Пространство (множество) сигналов Ω определяется некоторым свойством, справедливым для любого элемента множества [31]. Например, множество периодических сигналов непрерывных по времени с периодом T_0 [31]:

$$\Omega_{\mathbb{R}}(T_0) = \{x; x(t + T_0) = x(t), \forall t \in \mathbb{R}, x(t) \in \mathbb{R}\} \quad (2.1)$$

То есть множество $\Omega_{\mathbb{R}}(T_0)$ включает в себя все сигналы $x(t)$, для которых истинно утверждение $x(t + T_0) = x(t)$ при любых значения t . Индекс \mathbb{R} обозначает, что математически сигнал $x(t)$ представляет собой отображения множества действительных значений времени на множество действительных значений напряжения.

Описание синхронно обрабатываемой информации может быть существенно упрощено с помощью перехода к описанию последовательности булевых величин, т.е. дискретного по времени булевого сигнала:

$$\Omega_{\mathbb{B}} = \{b; b(k) \in \mathbb{B}, k \in \mathbb{Z}\}, \quad (2.2)$$

где $\mathbb{B} = \{0,1\}$ – булево множество, \mathbb{Z} – множество целых чисел, а $b(k)$ – значение k -го бита.

Спецификация конкретного интерфейса СВТ определяет, как из информационных бит должен формироваться реальный сигнал, и как из реального сигнала должны извлекаться передаваемые биты. Для описания информационных сигналов СВТ хорошо подходит модель сигнала с двухуровневой амплитудно-импульсной модуляцией (АИМ). АИМ-сигнал можно задать с помощью его математического ожидания $\mu_x(t)$ и суммы импульсов имеющих форму $q(t)$:

$$x(t) = \mu_x(t) + \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (2b(k) - 1)q(t - kT_{bit}), \quad (2.3)$$

где t – переменная времени, T_{bit} – интервал следования битов. Таким образом, выражение (2.3) определяет переход из $\Omega_{\mathbb{B}}$ в $\Omega_{\mathbb{R}}$, т.е. из $b(k)$ в $x(t)$.

Для определения обратного перехода из $x(t)$ в $b(k)$, т.е. извлечения информации, в простейшем случае необходимо задать пороговое значение $x_{\text{п}}$ и момент времени $\tau_{\text{п}}$:

$$b(k) = \begin{cases} 1, & \text{если } x(t - \tau_{\text{п}} - kT_{bit}) > x_{\text{п}} \\ 0, & \text{если } x(t - \tau_{\text{п}} - kT_{bit}) \leq x_{\text{п}} \end{cases}$$

Например, для АИМ-сигнала, описываемого в одном из самых распространённых стандартов внутренних сигналов СВТ JESD8C [32], при идеально крутых фронтах формула (2.3) примет вид:

$$x(t) = \frac{3,3}{2} \left(1 + \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (2b(k) - 1) \text{rect}(t/T_{bit} - k) \right), \quad (2.4)$$

где функция $\text{rect}(t/T_{bit} - k)$ – прямоугольный импульс длительностью T_{bit} сдвинутый по оси времени на kT_{bit} .

Далее (2.11) будет показано, что при случайном $b(k)$ из такого определения сигналов непосредственно следует циклостационарность $x(t)$. Таким образом, актуальность циклостационарной модели сигнала СВТ непосредственно следует из синхронного способа обработки данных.

Другим распространённым способом передачи информации в СВТ является дифференциальный сигнал. В этом случае для передачи информации используется два проводника, и информацию несёт не непосредственно напряжение на каждом из проводников, а их разность. В качестве примера на рисунке 2.4 приведена схема линии TMDS сигнала (Transition Minimized Differential Signaling) [33].

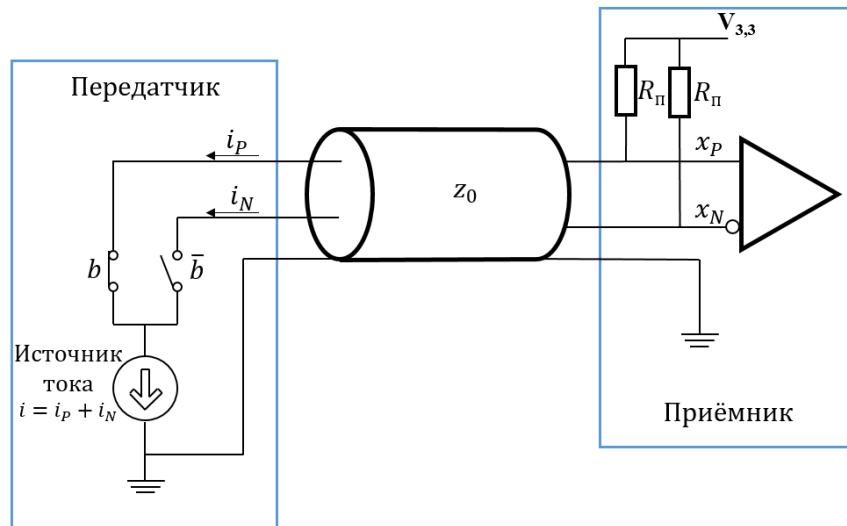


Рисунок 2.4 – Схема дифференциальной линии TMDS сигнала

В зависимости от передаваемого бита информации открывается один из двух ключей, что вызывает протекание соответствующего тока (i_p или i_n) по одной из линий дифференциальной пары и определяет значение дифференциального напряжения $x_p - x_n$, которое приёмником преобразуется в логическое значение. Сигнал в каждой из линий можно описать АИМ-сигналом:

$$x_p(t) = \mu_{x_p}(t) + \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (2b_k - 1)q_p(t - kT_{bit}),$$

$$x_n(t) = \mu_{x_n}(t) + \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (2b_k - 1)q_n(t - kT_{bit}).$$

Пример формы электрических сигналов в каждом из дифференциальных каналов шины DVI показан на рисунке (2.5, а).

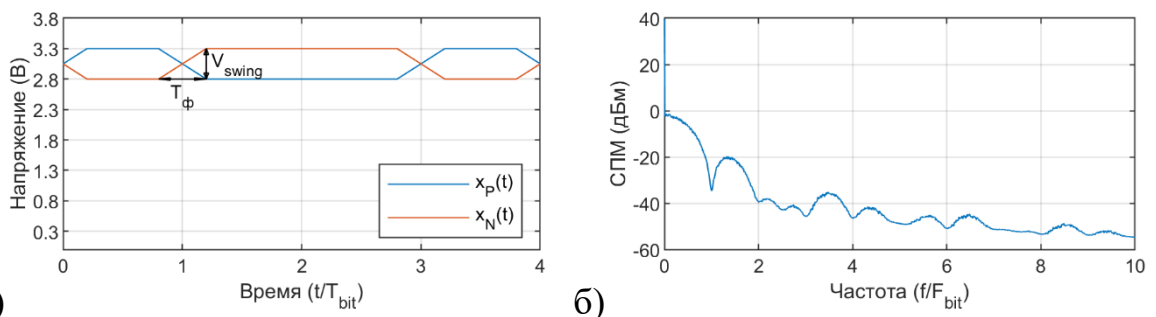


Рисунок 2.5 – а) Структура сигнала в дифференциальных каналах шины DVI.
б) Спектральная плотность мощности сигнала DVI

Напряжение AVCC = 3,3 В ±5%, дифференциальное напряжение Vswing = 0,5 В ±20%, длительность фронта $T_\phi \leq 0,4 T_{бит}$.

В случае, если все элементы схемы TMDS идеальны, суммарный ток, протекающий через сигнальные линии, не изменяется во времени, а значит практически не вызывает ЭМИ. В реальности же наблюдается множество отклонений реальной схемы от идеальной: ключи, реализованные на транзисторной логике, имеют характеристику переключения, отличную от идеальной, сопротивления линии и подтягивающие резисторы R_{Π} сбалансированы не идеально, тактирующий сигнал имеет джиттер и т.д. Это приводит к возникновению существенного ЭМИ.

Как будет показано далее, АИМ-сигнал несущий случайную информацию обладает свойством циклостационарности и порождает циклостационарное ЭМИ. Важно отметить, что таким образом циклостационарность ЭМИ является закономерным свойством любого СВТ, в котором используется синхронная (тактируемая) обработка информации.

При передаче информации форма сигналов приобретает искажения, связанные со способом формирования сигнала и его прохождения через среду распространения. В таблице 2.1 указаны допустимые искажения формы сигнала в шине DVI со стороны источника сигнала (компьютера).

Таблица 2.1 – Допустимые искажения формы сигнала в шине DVI.

Параметр	Значение
Время нарастания/ время спада (20%-80%)	$75 \text{ пс} \leq \text{время нарастания} / \text{время спада} \leq 0,4 T_{\text{бит}}$
Межканальный сдвиг	$0,15 T_{\text{бит}}$

Из таблицы видно, что самые высокочастотные компоненты переменных напряжений и токов, соответствующие минимальному времени нарастания/спада импульсов в интерфейсе (75 пс), могут лежать в частотном диапазоне до 13 ГГц.

2.2 Электромагнитные излучения средств вычислительной техники

Изменяющиеся во времени токи, протекающие в логическом элементе или цифровом интерфейсе, вызывают непреднамеренное электромагнитное излучение. Опасность такого излучения заключается в следующем:

- непреднамеренное электромагнитное излучение может наводиться на другие проводники и вызывать нарушение работы СВТ или других систем (нарушение внутрисистемной или межсистемной ЭМС);

- приём злоумышленником непреднамеренного электромагнитного излучения на значительном расстоянии от СВТ может формировать канал утечки информации;

- несмотря на то что использование дифференциальных линий позволяет существенно снизить интенсивность ЭМИ, полностью избежать излучения не удастся. Передача информации по дифференциальной линии сопровождается излучением электромагнитных помех, обусловленным синфазной составляющей электрического тока линии [34].

2.2.1 Электромагнитное поле вокруг проводника электрического тока

Кабельное соединение, используемое в видеоинтерфейсе, может быть представлено источником излучения в виде проводника с протекающим по нему электрическим током. Аналитическое описание излучения в ближней и дальней зоне можно выполнить с использованием решений электродинамических уравнений.

В произвольной точке пространства, заданной вектором $\mathbf{r} = (x \ y \ z)^T$, с помощью уравнений Гельмгольца можно определить скалярный ϕ и векторный $\mathbf{a} = (a_x \ a_y \ a_z)^T$ потенциалы:

$$\nabla^2 \phi(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \phi(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{\epsilon} \rho(\mathbf{r}, t),$$

$$\nabla^2 \mathbf{a}(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{a}(\mathbf{r}, t) = -\mu \mathbf{j}(\mathbf{r}, t),$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}},$$

Эти потенциалы создаются переменными во времени t источниками поверхностной плотности заряда ρ и поверхностной плотности электрического тока \mathbf{j} .

Решения уравнений для пространства за пределами объема V , заключающего в себе источники, имеют вид:

$$\begin{aligned}\varphi(\mathbf{r}, t) &= \iiint_V \frac{1}{4\pi\epsilon|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \rho\left(\mathbf{r}', t - \frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}{c}\right) d^3r'; \\ \mathbf{a}(\mathbf{r}, t) &= \iiint_V \frac{\mu}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \mathbf{j}\left(\mathbf{r}', t - \frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}{c}\right) d^3r'.\end{aligned}$$

Согласно условию Лоренца скалярный и векторный потенциалы связаны выражением:

$$\nabla \cdot \mathbf{a}(\mathbf{r}, t) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \varphi(\mathbf{r}, t) = 0.$$

Тогда определение электромагнитного поля для источников, заданных поверхностной плотностью электрического тока, можно выполнить с использованием только векторного потенциала.

Определение соотношений между поверхностной плотностью электрического тока и электромагнитным полем будет проводиться в частотной области. Преобразования Фурье для векторного потенциала и поверхностной плотности электрического тока определяются выражениями:

$$\begin{aligned}\mathbf{J}(\mathbf{r}, f) &= \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) e^{-j2\pi f t} dt, \\ \mathbf{A}(\mathbf{r}, f) &= \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{a}(\mathbf{r}, t) e^{-j2\pi f t} dt.\end{aligned}$$

С использованием преобразования Фурье векторный потенциал, определяемый объемной структурой с известной поверхностной плотностью электрического тока $\mathbf{J}(\mathbf{r}, f)$, можно представить выражением:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, f) = \mu \iiint_V \mathbf{J}(\mathbf{r}', f) \frac{e^{-j2\pi f \frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}{c}}}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} d^3r'.$$

Для излучающей структуры, расположенной на поверхности площади S с известной линейной плотностью электрического тока $\mathbf{J}_S(\mathbf{r}, f)$, векторный потенциал можно записать следующим образом:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, f) = \mu \iint_S \mathbf{J}_s(\mathbf{r}', f) \frac{e^{-j2\pi f \frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}{c}}}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} d^2r'.$$

Векторный потенциал для известного распределения электрического тока $\mathbf{I}(\mathbf{r}, f)$ вдоль проводника длиной L можно найти с использованием следующего выражения:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, f) = \mu \int_L \mathbf{I}(\mathbf{r}', f) \frac{e^{-j2\pi f \frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}{c}}}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} dr'.$$

Напряженности магнитного и электрического полей вокруг источника можно определить с использованием следующих выражений:

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, f) = \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{r}, f),$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, f) = \frac{1}{j2\pi f \varepsilon} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, f),$$

где векторное произведение для единичной матрицы $\mathbf{1}$ можно представить в следующей форме:

$$\nabla \times \mathbf{1} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & -\frac{\partial}{\partial x} \\ -\frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{pmatrix}.$$

Напряженность магнитного поля, создаваемого проводником с током, определяется выражением:

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, f) = \int_L \mathbf{G}_H(\mathbf{r}-\mathbf{r}', f) \cdot \mathbf{I}(\mathbf{r}', f) dr', \quad (2.5)$$

где

$$\mathbf{G}_H(\mathbf{r}, f) = -\frac{F_1(\mathbf{r}, f)}{4\pi|\mathbf{r}|^3} \mathbf{r} \times \mathbf{1}$$

– функция Грина, связывающая ток источника излучения и магнитное поле, создаваемое вокруг источника, которая представлена с использованием следующих сомножителей:

$$F_1(\mathbf{r}, f) = \left(1 + j 2 \pi f \frac{|\mathbf{r}|}{c}\right) \cdot e^{-j 2 \pi f \frac{|\mathbf{r}|}{c}}$$

– функции преобразования, учитывающей задержку распространения $|\mathbf{r}|/c$ тока источника и его производной, взвешенной величиной задержки $|\mathbf{r}|/c$;

$$\mathbf{r} \times \mathbf{1} = \begin{pmatrix} 0 & -z & y \\ z & 0 & -x \\ -y & x & 0 \end{pmatrix}$$

– векторного произведения, учитывающего направленные свойства излучения.

Напряженность электрического поля, создаваемого проводником с током, записывается с использованием выражения:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, f) = \int_L \mathbf{G}_E(\mathbf{r} - \mathbf{r}', f) \cdot \mathbf{I}(\mathbf{r}', f) dr', \quad (2.6)$$

где

$$\mathbf{G}_E(\mathbf{r}, f) = \eta \frac{F_2(\mathbf{r}, f)}{4\pi|\mathbf{r}|^2} \mathbf{1} + \eta \frac{F_3(\mathbf{r}, f)}{4\pi|\mathbf{r}|^4} \mathbf{r}\mathbf{r}^T, \quad \eta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$$

– функция Грина, связывающая ток источника излучения и электрическое поле, создаваемое вокруг источника, которая представлена суммой с использованием следующих выражений:

$$F_2(\mathbf{r}, f) = \left[j 2 \pi f \frac{|\mathbf{r}|}{c} - 1 - \left(j 2 \pi f \frac{|\mathbf{r}|}{c} \right)^{-1} \right] \cdot e^{-j 2 \pi f \frac{|\mathbf{r}|}{c}}$$

– функции преобразования для компоненты, сонаправленной с источником поля, учитывающей задержку распространения $|\mathbf{r}|/c$ тока источника, его производной, взвешенной величиной задержки $|\mathbf{r}|/c$, и его интеграла, взвешенного величиной обратной задержке $|\mathbf{r}|/c$;

$$F_3(\mathbf{r}, f) = \left[-j2\pi f \frac{|\mathbf{r}|}{c} + 3 + 3 \left(j2\pi f \frac{|\mathbf{r}|}{c} \right)^{-1} \right] \cdot e^{-j2\pi f \frac{|\mathbf{r}|}{c}}$$

– аналогичная функция преобразования для компоненты, направленные свойства которой определяются выражением:

$$\mathbf{r}\mathbf{r}^T = \begin{pmatrix} xx & xy & xz \\ xy & yy & yz \\ xz & yz & zz \end{pmatrix}.$$

Полученные аналитические выражения (2.5) и (2.6) показывают частотное и пространственное преобразование спектральных характеристик источника.

2.2.2 Сигналы в шине цифрового видеointерфейса DVI

Электромагнитные излучения цифрового интерфейса образуют пространственно-частотное распределение ЭМИ в области пространства, окружающего кабель. Успешность решения задачи анализа ЭМИ кабельных соединений связана с выбором радиотехнической модели сигналов создающих электромагнитные излучения цифрового интерфейса [35]. На сегодняшний день средства полномасштабного моделирования ЭМИ сложных распределенных структур позволяют учесть совокупность большого числа параметров физического уровня цифрового интерфейса. Данные параметры определяются формой электрического сигнала, а также средой его распространения.

Рассмотрим принцип формирования сигнала в шине DVI для передачи видеоданных в трехцветном цифровом формате. Используются каналы, по которым передаются сигналы, кодирующие красную, зеленую и синюю (Red, Green and Blue, RGB) компоненты цвета одного пикселя. Градации яркости каждой компоненты цвета пикселя передаются с использованием бинарных последовательностей длиной 8 бит. Согласно спецификации [33] в шине интерфейса DVI осуществляется последовательная передача цифровых видеоданных по трём сигнальным дифференциальным парам с использованием тех-

нологии, реализующей дифференциальный метод передачи сигналов с минимизацией переходов (TMDS), и одной синхронизирующей дифференциальной паре.

Структура кадра и сигнала в шине DVI представлена на рисунке 2.6. Из рисунка видно, что сигнал одного кадра состоит из сигнала строк изображения и сигнала гашения кадра. В свою очередь каждая строка изображения также состоит из информационных сигналов пикселей и сигнала гашения строки. Для надежной передачи данных в TMDS канале применяется [33] кодирование 8 бит/10 бит. Таким образом, в каждом из трех информационных каналов шины DVI сигнал одного пикселя представляет собой бинарную последовательность длиной 10 бит.

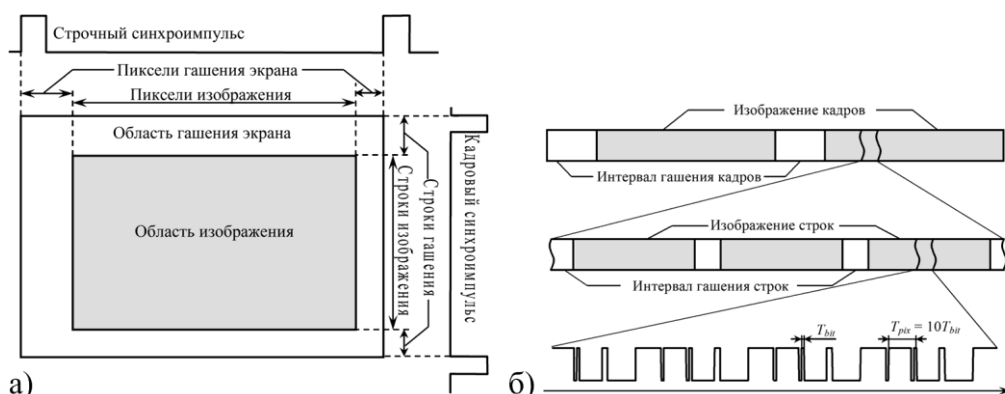


Рисунок 2.6 – Структура кадра изображения (а) и структура сигналов (б) в шине DVI

2.2.3 Измерения электромагнитных излучений в ближней зоне

Измерение в дальней зоне является классической процедурой, однако измерение ЭМИ в ближней зоне обладает рядом преимуществ, вытекающих из непосредственной близости измерительной системы к источнику:

- 1) минимизируется влияние внешних факторов: помех от посторонних источников ЭМИ, переотражений от стен лаборатории. Это позволяет проводить измерения без использования дорогостоящих экранированных или безэховых камер;

- 2) результаты измерения в ближней зоне позволяют детально исследовать внутреннюю структуру СВТ и выявлять отдельные блоки, вызывающие непреднамеренное ЭМИ;
- 3) возможен пересчёт излучения в заданную точку пространства, определение направленных свойств ЭМИ без использования специальных измерительных площадок.

В данной работе использовался пробник ближнего поля Langer EMV Technik RF-R 3-2, его изображение приведено на рисунке 2.7.

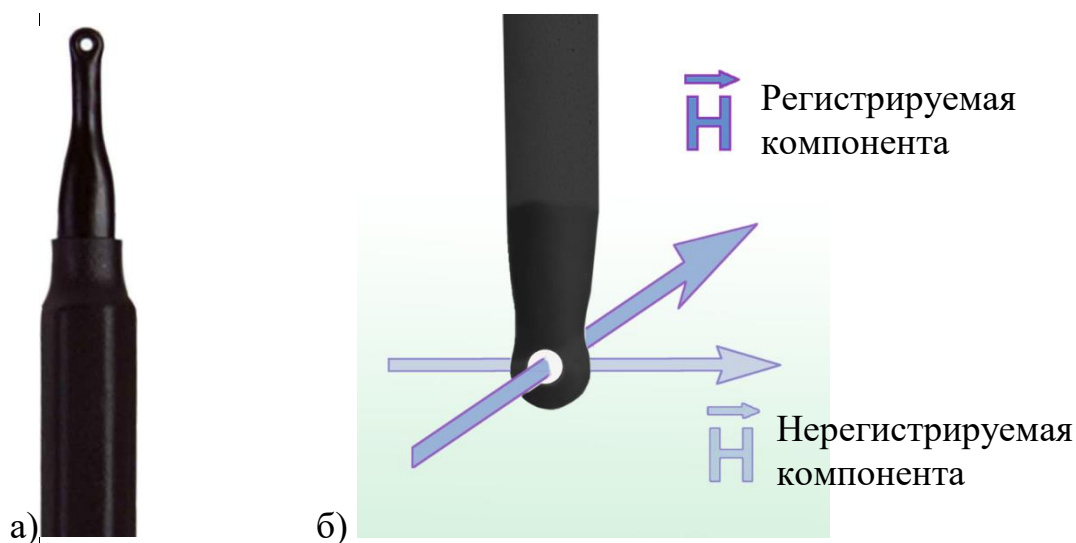


Рисунок 2.7 – Пробник ближнего поля Langer EMV Technik RF-R 3-2: а) внешний вид, б) регистрируемая и нерегистрируемая компонента магнитного поля

Принцип работы пробника заключается в преобразовании компоненты магнитного поля в электрический ток. Пробник представляет собой пассивное устройство, предназначенное для подключения к анализатору спектра или осциллографу. Пространственная разрешающая способность пробника равна 1 мм, а чувствительность определяется отношением напряжённости магнитного поля (А/м) к создаваемому им напряжению на выходе пробника (В). График такой зависимости приведён на рисунке 2.8.

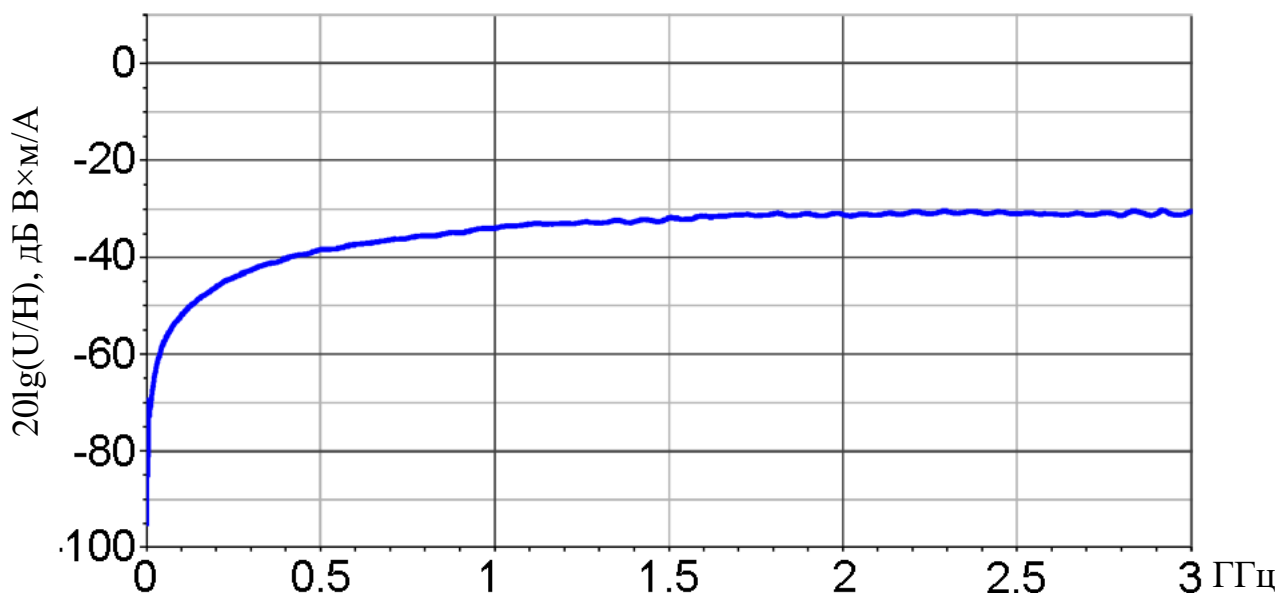


Рисунок 2.8 – Чувствительность пробника Langer RF-R 3-2

2.2.4 Измерения электромагнитных излучений во временной области

Измерение сигнала, зарегистрированного пробником ближнего поля, может проводиться во временной или частотной области. В частотной области могут использоваться векторные анализаторы или анализаторы спектра, во временной области – осциллографы или FFT-измерительные приборы [36]. Измерения во временной области обладают следующими особенностями:

- 1) измерение проводится одновременно в широкой полосе частот, что существенно сокращает время измерения широкополосных сигналов по сравнению с частотными методами, где время измерения пропорционально полосе анализа;
- 2) большая информативность за счёт сохранения фазовых соотношений между спектральными компонентами сигнала;
- 3) меньшая чувствительность, вызванная тем, что на АЦП измерительного прибора поступает широкополосный сигнал;
- 4) отсутствие частотной избирательности, приводящее к тому, что даже узкополосные помехи, попадающие в полосу приёма, препятствуют измерениям во всём диапазоне частот.

При измерении ЭМИ во временной области в задачах ЭМС распространены следующие модели сигналов:

- 1) гармонический сигнал. Обычно используется при измерении и анализе в частотной области;
- 2) детерминированный тестовый сигнал. Например, M-последовательность. Такая модель получила широкое распространение в тех случаях, когда для измерений возможно перевести СВТ в специальный тестовый режим. Современные интерфейсы, такие как DisplayPort, используют тестовый режим не только при измерениях на этапе разработки и выходного контроля СВТ, но и при каждом установлении соединения во время штатной работы;
- 3) случайный процесс. Такое описание сигналов ЭМИ СВТ необходимо в случае, когда излучения формируются под действием множества непредсказуемых факторов, детерминированное описание которых чрезмерно сложно или невозможно.

2.3 Случайные процессы

2.3.1 Описание случайных процессов через вероятностное пространство

Поскольку передаваемая по цифровому интерфейсу информация неизвестна, её описание (2.2) как детерминированной последовательности может быть обобщено до описания случайного процесса (СП) [37]. Существуют два подхода к описанию СП [38].

Согласно классическому подходу, считается что СП $X(t)$ определяется вероятностным пространством, т.е. тройкой $(\Omega, \mathfrak{A}, \mathbb{P})$, где

- \mathbb{P} – вероятностная мера, ставящая в соответствие каждому элементу \mathfrak{A} вероятность наступления соответствующего события;
- \mathfrak{A} – сигма-алгебра подмножеств Ω , т.е. пространство событий;
- Ω – пространство элементарных исходов, т.е. множество, содержащее все возможные результаты данного случайного эксперимента, из которых в

эксперименте происходит ровно один. Элементы этого множества называют элементарными исходами и обозначают буквой ω . Реализация СП $X(t)$, соответствующая элементарному исходу ω , записывается как $x(\omega, t)$. Совокупность всех реализаций $\{x(\omega, t)\}$, $\omega \in \Omega$ называется ансамблем реализаций СП.

Множество Ω может быть конечным или бесконечным. Примером конечного множества, рассматриваемого в работе, является $\Omega = \{\omega_0 = H_0, \omega_1 = H_1\}$, где H_0 - отсутствие излучения, а H_1 – наличие излучения. Пространство событий в таком случае состоит из 4 событий: $\mathfrak{A} = \{A_0 = \emptyset; A_1 = \{\omega_0\}, A_2 = \{\omega_1\}, A_3 = \Omega = \{\omega_0, \omega_1\}\}$, а вероятностная мера может быть задана явно:

$$\mathbb{P}(\emptyset) = 0; \mathbb{P}(\Omega) = 1; \mathbb{P}(A_1) = p; \mathbb{P}(A_2) = 1 - p.$$

Примером бесконечного множества, важного для описания АИМ-сигнала как СП, является множество дискретных по времени булевых сигналов $\Omega_{\mathbb{B}}$ (2.2). В качестве пространства событий можно взять множество всех подмножеств $\mathfrak{A} = 2^{\Omega_{\mathbb{B}}}$. Конкретное событие A , т.е. подмножество Ω определяет функцию $\mathfrak{A}_A(\omega) = \begin{cases} 1, & \text{если } \omega \in A \\ 0, & \text{если } \omega \notin A \end{cases}$. Тогда для полного описания СП остается определить лишь вероятностную меру, например, через вероятности элементарных исходов $\mathbb{P}(\omega)$:

$$\mathbb{P}(A) = \int_A \mathbb{P}(\omega) d\omega = \int_{\Omega} \mathfrak{A}_A(\omega) \mathbb{P}(\omega) d\omega$$

Для анализа СП можно использовать оператор усреднения по ансамблю:

$$E\{\mathbb{F}(X(t))\} \triangleq \int_{\Omega} \mathbb{F}(x(\omega, t)) \mathbb{P}(\omega) d\omega$$

Здесь $\mathbb{F}(\cdot)$ - произвольный функционал по переменной времени t , т.е. отображение множества всех функций, зависящий от t , на множество чисел. Одномерная функция распределения СП определяется следующим образом [8]:

$$F_{X(t)}(x) \triangleq P(X(t) < x) = E\{I(x - X(t))\},$$

где $I(\cdot)$ - индикаторная функция:

$$I(x - X(t)) \triangleq \begin{cases} 1, & X(t) < x \\ 0, & X(t) \geq x \end{cases}$$

Многомерная функция распределения определяется аналогично:

$$F_{X(t_1), X(t_2), \dots, X(t_N)}(x_1, x_2, \dots, x_N) \triangleq P(X(t_1) < x_1, X(t_2) < x_2, \dots, X(t_N) < x_N) = \\ = E\{I(x_1 - X(t_1))I(x_2 - X(t_2)) \dots I(x_n - X(t_N))\}$$

Многомерная функция распределения имеет особо важное значение в теории вероятности, т.к. полностью описывает случайный процесс. Другим полным описанием СП является многомерная плотность вероятности:

$$f_{X(t_1), X(t_2), \dots, X(t_N)}(x_1, x_2, \dots, x_N) \triangleq \frac{\partial^N}{\partial x_1 \partial x_2 \dots \partial x_N} F_{X(t_1), X(t_2), \dots, X(t_N)}(x_1, x_2, \dots, x_N)$$

Замена переменных $t = t_1; t - \tau_1 = t_2; t - \tau_2 = t_3; \dots; t - \tau_{N-1} = t_N$ позволяет перейти к плотности вероятности как функции одного времени t и нескольких сдвигов:

$$f_{X(t_1), X(t_2), \dots, X(t_N)}(x_1, x_2, \dots, x_N) \Rightarrow f_{X(t), X(t-\tau_1), \dots, X(t-\tau_{N-1})}(x_1, x_2, \dots, x_N)$$

2.3.2 Частотный подход к описанию случайных процессов

При использовании частотного подхода (fraction of time, FOT) случайный процесс описывается характеристиками, полученными усреднением по времени. В таком случае вероятность события определяется соответствующей долей времени:

$$\hat{P}(x(t) < x) = \langle I(x - x(t)) \rangle$$

где $\langle \cdot \rangle$ – оператор усреднения по времени (в литературе используется также оператор извлечения компоненты $\hat{E}^0\{\cdot\}$):

$$\langle \mathbb{F}(x(t)) \rangle \triangleq \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \mathbb{F}(x(t - \tau)) d\tau. \quad (2.7)$$

Многомерная функция распределения определяется аналогично:

$$\hat{F}_{X(t-\tau_1), X(t-\tau_2), \dots, X(t-\tau_N)}(x_1, x_2, \dots, x_N) \\ \triangleq \hat{P}(x(t - \tau_1) < x_1, x(t - \tau_2) < x_2, \dots, x(t - \tau_N) < x_N) = \\ = \langle I(x_1 - x(t - \tau_1))I(x_2 - x(t - \tau_2)) \dots I(x_N - x(t - \tau_N)) \rangle.$$

2.3.3 Стационарные и нестационарные случайные процессы

Рассмотрим процесс дискретного времени с распределением Бернулли $B(n)$, отсчёты которого независимы. Такой процесс определяется на пространстве элементарных исходов $\Omega_{\mathbb{B}}$ (2.2). Так как отсчёты процесса независимы, вероятностная мера полностью определяется числом p_B , т.е. средней долей единиц в таком процессе:

$$p_B \triangleq \mathbb{P}(B(n) = 1).$$

Одномерная плотность вероятности такого процесса определяется следующим соотношением

$$f_{B(n)}(x) = f_B(x) = (1 - p_B)\delta(x) + p_B\delta(x - 1).$$

Многомерная плотность вероятности для различных моментов времени n_1, n_2, \dots, n_N в силу независимости отсчётов равна произведению:

$$f_{B(n_1), B(n_2), \dots, B(n_N)}(x_1, x_2, \dots, x_N) = f_B(x_1)f_B(x_2) \dots f_B(x_N).$$

Плотность вероятности такого СП инварианта к любому сдвигу по времени, что говорит о его стационарности. Строгое определение стационарности таково: СП является стационарными N -го порядка в строгом смысле (ССС) в том, и только в том случае, когда его соответствующая плотность вероятности не зависит от времени:

$$\begin{aligned} \text{ССС}_N &= \{X(t); f_{X(t), X(t-\tau_1), \dots, X(t-\tau_{N-1})}(x_1, x_2, \dots, x_N) = \\ &= f_{X(t+\tau), X(t+\tau-\tau_1), \dots, X(t+\tau-\tau_{N-1})}(x_1, x_2, \dots, x_N), \\ &\forall \tau \in \mathbb{R}\}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Или, в случае дискретных по времени СП:

$$\begin{aligned} f_{X(n), X(n-m_1), \dots, X(n-m_{N-1})}(x_1, x_2, \dots, x_N) &= \\ &= f_{X(n+m), X(n+m-m_1), \dots, X(n+m-m_{N-1})}(x_1, x_2, \dots, x_N), \\ &\forall m \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

2.3.4 Характеристики стационарных случайных процессов

Для описания многих СП не требуются многомерные функции плотности вероятности, а достаточно их определённых сечений или проекций. В силу независимости от t плотность вероятности стационарного процесса можно записать как функцию от сдвигов $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_N$

$$f_{X(t-\tau_1), X(t-\tau_2), \dots, X(t-\tau_N)}(x_1, x_2, \dots, x_N) = f_X(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_N, x_1, x_2, \dots, x_N).$$

Тогда стационарный в строгом смысле случайный процесс N -го порядка можно полностью описать $2-N$ мерной функцией

$$f_X(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_N, x_1, x_2, \dots, x_N).$$

Ещё сильнее упростить описание можно, при рассмотрении процессов стационарных в широком смысле, т.е. таких СП, у которых от времени не зависит математическое ожидание

$$\mu_X(t) \triangleq E\{X(t)\} = \int_{\Omega} x(\omega, t) \mathbb{P}(x(\omega, t)) d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} x f_{X(t)}(x) dx$$

и двумерная автокорреляционная функция

$$\begin{aligned} R_X(t, \tau) \triangleq E\{X(t)X(t-\tau)\} &= \int_{\Omega} x(\omega, t)x(\omega, t-\tau) \mathbb{P}(x(\omega, t)) d\omega = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2 f_{X(t)X(t-\tau)}(x_1, x_2) dx_1 dx_2. \end{aligned}$$

Таким образом, класс стационарных в широком смысле (СШС) случайных процессов определяется следующим утверждением:

$$\text{СШС} = \{X(t): \mu_X(t) = \mu_X(t + \tau_0), R_X(t, \tau) = R_X(t + \tau_0, \tau), \forall t \in \mathbb{R}\}$$

Соответственно при описании стационарных в широком смысле процессов можно использовать одномерную АКФ:

$$\begin{aligned} R_{X(t)}(\tau) \triangleq \hat{E}^0\{R_{X(t)}(t, \tau)\} &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} R_{X(t)}(t, \tau) dt; \\ R_{X(n)}(m) \triangleq \lim_{n_H \rightarrow \infty} \frac{1}{2n_H + 1} \sum_{n=-n_H}^{n_H} R_{X(n)}(n, m). \end{aligned}$$

Рассмотрим АКФ некоторых СП, важных для рассмотрения в данной работе. АКФ процесса Бернулли $B(n)$ с вероятностью единицы равной p_B :

$$R_{B(n)}(n, m) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2 f_{B(n)B(n-m)}(x_1, x_2) dx_1 dx_2.$$

В силу независимости отсчётов, двумерная плотность вероятности $f_{B(n)B(n-m)}(x_1, x_2)$ получается из умножения одномерных:

$$R_{B(n)}(m) = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2 f_{B(n)}(x_1) f_{B(n)}(x_2) dx_1 dx_2, m \neq 0 \\ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2 f_{B(n)}(x_1) \delta(x_1 - x_2) dx_1 dx_2, m = 0 \end{cases}.$$

Отсюда

$$\begin{aligned} R_{B(n)}(m \neq 0) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2 f_{B(n)}(x_1) f_{B(n)}(x_2) dx_1 dx_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2 ((1 - p_B)\delta(x_1) + p_B\delta(x_1 - 1))((1 - p_B)\delta(x_2) + p_B\delta(x_2 - 1)) dx_1 dx_2 = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2 ((1 - p_B)^2\delta(x_1)\delta(x_2) + (1 - p_B)p_B\delta(x_1 - 1)\delta(x_2) + \\ &+ (1 - p_B)p_B\delta(x_1)\delta(x_2 - 1) + p_B^2\delta(x_1 - 1)\delta(x_2 - 1)) dx_1 dx_2 = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2 (p_B^2\delta(x_1 - 1)\delta(x_2 - 1)) dx_1 dx_2 = p_B^2 \\ R_{B(n)}(0) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2 f_{B(n)}(x_1) \delta(x_1 - x_2) dx_1 dx_2 = p_B. \end{aligned}$$

Для вывода АКФ АИМ-сигнала $X(t)$ необходимо сначала записать его двумерную плотность вероятности. Начнём с $f_{X(t_1)X(t_2)}(x_1, x_2)$. Из формулы (2.4) описывающей формирование сигнала следует что логический ноль кодируется нулевым напряжением, а логическая единица кодируется напряжением 3,3 В, а значит соответствующие вероятности совпадают:

$$\begin{aligned} P(b_{k_1} = 0, b_{k_2} = 0) &= P(X(k_1 T_{bit}) = 0, X(k_2 T_{bit}) = 0) \\ P(b_{k_1} = 0, b_{k_2} = 1) &= P(X(k_1 T_{bit}) = 0, X(k_2 T_{bit}) = 3,3) \\ P(b_{k_1} = 1, b_{k_2} = 1) &= P(X(k_1 T_{bit}) = 3,3, X(k_2 T_{bit}) = 3,3) \\ P(b_{k_1} = 1, b_{k_2} = 0) &= P(X(k_1 T_{bit}) = 3,3, X(k_2 T_{bit}) = 0) \end{aligned}$$

В явной форме плотность вероятности $f_{X(t_1)X(t_2)}(x_1, x_2)$ может быть выражена через вероятности $P(b_{k_1}, b_{k_2})$ следующим образом:

$$\begin{aligned}
f_{X(t_1)X(t_2)}(x_1, x_2) &= \\
&= \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \sum_{k_2=-\infty}^{\infty} \text{rect}(t/T_{bit} - k_1) \text{rect}\left(\frac{t}{T_{bit}} - k_2\right) \left(P(b_{k_1} = 0, b_{k_2} = 0) \delta(x_1) \delta(x_2) \right. \\
&\quad + P(b_{k_1} = 1, b_{k_2} = 0) \delta(x_1 - A) \delta(x_2) \\
&\quad + P(b_{k_1} = 0, b_{k_2} = 1) \delta(x_1) \delta(x_2 - A) \\
&\quad \left. + P(b_{k_1} = 1, b_{k_2} = 1) \delta(x_1 - A) \delta(x_2 - A) \right). \tag{2.9}
\end{aligned}$$

В случае равновероятного процесса Бернулли плотность вероятности принимает вид

$$\begin{aligned}
f_{X(t_1)X(t_2)}(x_1, x_2) &= \\
&= \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \sum_{k_2=-\infty}^{\infty} \text{rect}(t_1/T_{bit} - k_1) \text{rect}(t_2/T_{bit} - k_2) \left(\frac{1}{4} (\delta(x_1) \delta(x_2) + \delta(x_1 - 3,3) \delta(x_2) \right. \\
&\quad + \delta(x_1) \delta(x_2 - 3,3) + \delta(x_1 - 3,3) \delta(x_2 - 3,3)) \\
&\quad + \frac{1}{4} \delta(k_1 - k_2) (\delta(x_1) \delta(x_2) - \delta(x_1 - 3,3) \delta(x_2) \\
&\quad \left. - \delta(x_1) \delta(x_2 - 3,3) + \delta(x_1 - 3,3) \delta(x_2 - 3,3)) \right).
\end{aligned}$$

Двумерная АКФ АИМ-сигнала находится вероятностным усреднением этой плотности вероятности:

$$\begin{aligned}
R_{X(t)}(t, \tau) &= E\{X(t)X(t - \tau)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2 f_{X(t)X(t-\tau)}(x_1, x_2) dx_1 dx_2 = \\
&= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} R_B(n, m) \text{rect}(t/T_{bit} - n) \text{rect}((t - \tau)/T_{bit} - (n - m)).
\end{aligned}$$

Одномерная АКФ находится соответственно

$$R_{X(t)}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} R_{X(t)}(t, \tau) d\tau = \sum_{m=-\infty}^{\infty} R_B(m) \text{tri}(\tau/T_{bit} - m),$$

где $\text{tri}(\tau) \triangleq \text{rect}(\tau) * \text{rect}(\tau)$ – треугольный импульс.

Если информационный процесс некоррелированный, то:

$$R_B(m) = \frac{3,3^2}{4} (\delta(m) + 1),$$

$$R_{X(t)}(\tau) = \frac{3,3^2}{4} \left(\text{tri}\left(\frac{\tau}{T_{bit}}\right) + 1 \right).$$

Спектральная плотность мощности определяется преобразованием Фурье от одномерной АКФ

$$S_{X(t)}^0(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{X(t)}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau.$$

2.4 Циклостационарные случайные процессы

2.4.1 Определение циклостационарных случайных процессов

По аналогии с определением периодических сигналов (2.1) и стационарных СП (2.8) можно сформулировать определение циклостационарных СП. Циклостационарным с периодом T_0 СП в строгом смысле называют СП, многомерная плотность вероятности которого не зависит от сдвига по времени на целое число периодов:

$$\begin{aligned} \text{ЦССС}(T_0) &= \{X(t); f_{X(t), X(t-\tau_1), \dots, X(t-\tau_{N-1})}(x_1, x_2, \dots, x_N) = \\ &= f_{X(t-kT_0), X(t-kT_0-\tau_1), \dots, X(t-kT_0-\tau_{N-1})}(x_1, x_2, \dots, x_N), \\ &\forall t, \tau_1, \tau_2, \dots \in \mathbb{R}, \forall k \in \mathbb{Z}\}, \end{aligned} \quad (2.10)$$

где N определяет порядок строгой циклостационарности. Так, например, циклостационарность первого и второго порядка СП определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} \text{ЦССС}_I(T_0) &= \{X(t); f_{X(t)}(x_1) = f_{X(t-kT_0)}(x_1), \forall t \in \mathbb{R}, \forall k \in \mathbb{Z}\}, \\ \text{ЦССС}_{II}(T_0) &= \{X(t); f_{X(t), X(t-\tau_1)}(x_1, x_2) = f_{X(t-kT_0), X(t-kT_0-\tau_1)}(x_1, x_2), \forall t, \tau_1 \\ &\in \mathbb{R}, \forall k \in \mathbb{Z}\}. \end{aligned}$$

Менее строгое условие определяет понятие циклостационарных в широком смысле СП:

$$\begin{aligned} \text{ЦСШС}(T_0) &= \{X(t); R_{X(t)}(t, \tau) = R_{X(t)}(t - kT_0, \tau), \mu_{X(t)}(t) = \\ &= \mu_{X(t)}(t - kT_0), \forall t, \tau \in \mathbb{R}, \forall k \in \mathbb{Z}\}. \end{aligned}$$

Из формулы плотности вероятности АИМ сигнала (2.9) следует, что стационарность СП, описывающего информацию, приводит к циклостационарности СП, описывающего АИМ-сигнал:

$$\begin{aligned} B(n) &\in \text{ССС}_{II} \\ \rightarrow f_{B(n), B(n-m)}(b_1, b_2) &= f_{B(n+k), B(n+k-m)}(b_1, b_2) \rightarrow \\ \rightarrow f_{X(t), X(t-\tau_1)}(x_1, x_2) &= f_{X(t+kT_0), X(t+kT_0-\tau_1)}(x_1, x_2) \rightarrow X(t) \in \\ &\in \text{ЦССС}_{II}(T_0). \end{aligned} \quad (2.11)$$

2.4.2 Характеристики циклостационарных случайных процессов

Преобразование Фурье по оси τ позволяет получить преобразование Вигнера-Вилля $S_{X(t)}(f, t)$:

$$S_{X(t)}(f, t) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{X(t)}(t, \tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau.$$

Преобразование Фурье по времени позволяет получить из него циклический спектр:

$$S_{X(t)}(\alpha, f) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{X(t)}(f, t) e^{-j2\pi\alpha t} dt.$$

Двумерная АКФ циклостационарного СП является периодической функцией времени, а значит может быть представлена в виде разложения в ряд Фурье по циклическим частотам A :

$$R_{X(t)}(t, \tau) = \sum_{\{\alpha \in A\}} R_{X(t)}^{\alpha}(\tau) e^{j2\pi\alpha(t-\tau/2)},$$

где коэффициенты разложения $R_{X(t)}^{\alpha}$ находятся усреднением по времени

$$R_{X(t)}^{\alpha}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} R_{X(t)}(t, \tau) e^{-j2\pi\alpha(t-\tau/2)} dt.$$

Характеристика $R_{X(t)}^{\alpha}(\tau)$ называется компонентой циклической АКФ.

2.4.3 Джиттер как циклостационарный случайный процесс

Одним из процессов, имеющих случайный характер, в системе цифровой передачи данных является джиттер. Для описания джиттера и оценки его влияния на систему передачи в целом могут быть использованы статистические характеристики передаваемого сигнала [39].

При описании джиттера как случайного процесса, используется широко известная периодическая плотность вероятности передаваемого сигнала [40], так называемая «глазковая диаграмма», приведённая на рисунке 2.9.

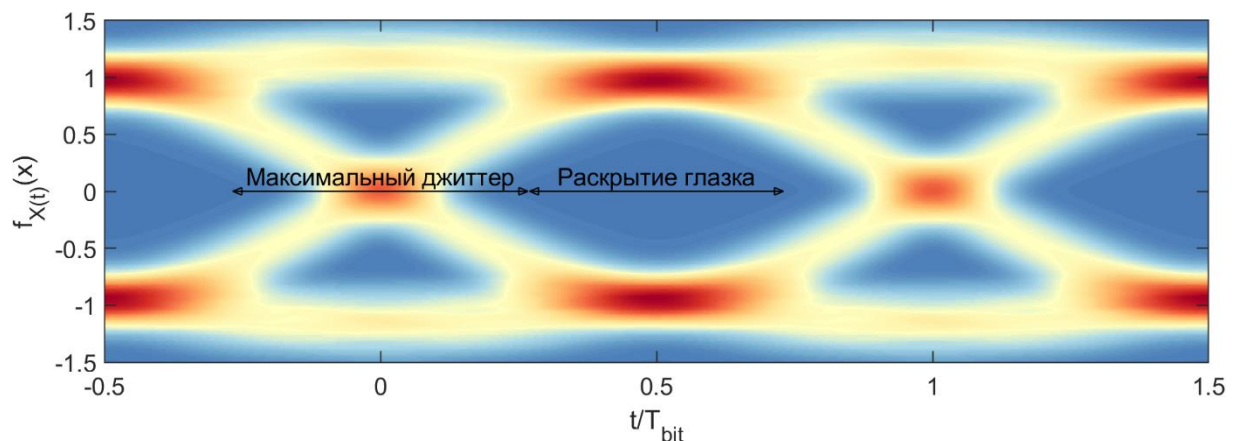


Рисунок 2.9 – Глазковая диаграмма сигнала

В высокоскоростных цифровых системах выбор точки отсчета времени имеет первостепенное значение, поскольку неверное определение состояния сигнала в момент отсчета приводит к возникновению битовой ошибки [41].

2.4.3.1 Статистическая модель джиттера сигнала цифрового интерфейса

В качестве модели джиттера в данной главе используется статистическая модель двух дельта-функций Дирака (*The dual-Dirac model*) [42]. Подобный подход позволяет рассматривать влияния джиттера на систему при низких

вероятностях возникновения ошибки. В данном разделе представлена аналитическая модель джиттера и имитационное компьютерное моделирование, опубликованные в статье [43].

Модель двух дельта-функций основывается на нескольких утверждениях:

- 1) Джиттер можно разделить на две категории: случайный джиттер и детерминированный джиттер.
- 2) Предполагается, что случайный джиттер (*Random jitter - RJ*) подчиняется нормальному закону распределения, то есть его функция плотности вероятности имеет вид:

$$RJ(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}},$$

где σ – среднеквадратическое отклонение гауссовского распределения, μ – математическое ожидание. В большинстве случаев случайный джиттер описывается только значением среднеквадратического отклонения σ . Математическое ожидание μ при этом принимается равным нулю.

- 3) Детерминированный джиттер (*Deterministic jitter - DJ*) может быть эквивалентно описан дискретным законом распределения, представленным двумя равновесными дельта-функциями:

$$DJ(t) = \frac{1}{2}\delta(t - \mu_L) + \frac{1}{2}\delta(t - \mu_R), \quad (2.12)$$

где μ_L и μ_R определяют временной сдвиг дельта-функций относительно начала и конца интервала длительности символа соответственно.

- 4) Полный джиттер системы может быть определен посредством линейной свёртки его отдельных независимых компонент $DJ(t)$ и $RJ(t)$ [41]:

$$TJ(t) = DJ(t) * RJ(t - t') = \int_{-\infty}^{\infty} DJ(t')RJ(t - t')dt'. \quad (2.13)$$

- 5) Статистические характеристики джиттера определяются в пределах одного бита и не зависят от номера бита в последовательности. Другими словами, статистические характеристики джиттера являются периодическими функциями времени. Этот факт позволяет говорить о джиттере как о циклостационарном процессе.

Таким образом, принятая аналитическая модель джиттера определяется следующими параметрами: среднеквадратическим отклонением случайного джиттера σ и смещением детерминированного джиттера ($\mu_L; \mu_R$).

Рассмотрим интервал передачи одного импульса T_{bit} . Согласно модели, детерминированная компонента плотности вероятности положения точки пересечения нуля фронтом импульса $DJ(t)$ описывается двумя равновесными дельта-функциями, смещенные относительно начала и конца интервала длительности импульса. Воспользовавшись определением интеграла свертки в соответствии с выражением (2.13) получим:

$$TJ(t) = DJ(t) * RJ(t) = \frac{e^{-\frac{(t-\mu-\mu_L)^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(t-\mu-\mu_R)^2}{2\sigma^2}}}{2\sqrt{2\pi}\sigma}. \quad (2.14)$$

Это выражение полностью определяет джиттер в системе, описываемой моделью двух дельта-функций.

2.4.3.2 Вероятность битовой ошибки в цифровом интерфейсе

Существенное смещение фронта сигнала может приводить к тому, что вместо текущего бита будет принят соседний, что, в свою очередь, приводит к ошибке, если соседний бит имеет иное значение. Так вероятность ошибки (BER, bit error rate), вызванной правым хвостом плотности вероятности джиттера, определяется следующей формулой:

$$BER_R(t_R) = \frac{1}{2} \rho_T \int_{t_R}^{\infty} TJ(t') dt',$$

где $\frac{1}{2}$ – вероятность отклонения пробной точки вправо, ρ_T – плотность переключений состояний в одном периоде. Фактически, ρ_T является отношением

числа переключений к общему числу переданных бит. Для большинства тестовых последовательностей это отношение приближается к 0,5. Интеграл же определяет площадь под хвостом плотности вероятности джиттера, т.е. определяет вероятность того, что джиттер сместит фронт сигнала за пробную точку t_R .

Для низких значений BER возможно применить следующую аппроксимацию:

$$\begin{aligned}
BER_R(t_R) &= \frac{1}{2} \rho_T \int_{t_R}^{\infty} TJ(t') dt' = \\
&= \frac{1}{2} \rho_T \int_{t_R}^{\infty} \frac{e^{-\frac{(t'-\mu_L)^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(t'-\mu_R)^2}{2\sigma^2}}}{2\sqrt{2\pi}\sigma} dt' = \\
&= \frac{\rho_T}{8\sqrt{2}\sigma} \left(\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{t_R}^{\infty} e^{-\frac{(t'-\mu_L)^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(t'-\mu_R)^2}{2\sigma^2}} dt' \right) = \\
&= \frac{\rho_T}{8} \left(\frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{t_R}^{\infty} e^{-\left(\frac{t'-\mu_L}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2} + e^{-\left(\frac{t'-\mu_R}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2} dt' \right) = \\
&= \frac{\rho_T}{8} \left(\operatorname{erfc} \left(\frac{t_R - \mu_L}{\sqrt{2}\sigma} \right) + \operatorname{erfc} \left(\frac{t_R - \mu_R}{\sqrt{2}\sigma} \right) \right) \xrightarrow{t_R \gg \mu_R} \\
&\xrightarrow{t_R \gg \mu_R} \frac{\rho_T}{8} \operatorname{erfc} \left(\frac{t_R - \mu_R}{\sqrt{2}\sigma} \right),
\end{aligned} \tag{2.15}$$

$$BER_L(t_L) = \frac{1}{2} \rho_T \int_{-\infty}^{t_L} TJ(t') dt' \xrightarrow{t_L \ll \mu_L} \frac{\rho_T}{8} \operatorname{erfc} \left(\frac{\mu_L - t_L}{\sqrt{2}\sigma} \right), \tag{2.16}$$

где $\operatorname{erfc}(t) \triangleq 1 - \operatorname{erf}(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_t^{\infty} e^{-t'^2} dt'$ – дополнительная функция ошибок.

Сложив формулы (2.15, 2.16) получим аппроксимацию зависимости BER от положения пробных точек t_L и t_R для низких уровней BER:

$$\begin{aligned}
BER_L(t_L) + BER_R(t_R) &= \\
&= \frac{1}{2} \rho_T \int_{t_R}^{\infty} TJ(t') dt' + \frac{1}{2} \rho_T \int_{-\infty}^{t_L} TJ(t') dt' \approx \\
&\approx \frac{\rho_T}{8} \operatorname{erfc} \left(\frac{\mu_L - t_L}{\sqrt{2}\sigma} \right) + \frac{\rho_T}{8} \operatorname{erfc} \left(\frac{t_R - \mu_R}{\sqrt{2}\sigma} \right).
\end{aligned}$$

В случае симметричного расположения пробных точек, т.е. при $t_L = -t_R$ и $\mu_L = -\mu_R$, получаем следующую зависимость BER от t_R :

$$\begin{aligned} BER_L(t_L) + BER_R(t_R) &\approx \frac{\rho_T}{8} \operatorname{erfc}\left(\frac{\mu_L - t_L}{\sqrt{2}\sigma}\right) + \frac{\rho_T}{8} \operatorname{erfc}\left(\frac{t_R - \mu_R}{\sqrt{2}\sigma}\right) = \\ &= \frac{\rho_T}{8} \operatorname{erfc}\left(\frac{t_R - \mu_R}{\sqrt{2}\sigma}\right) + \frac{\rho_T}{8} \operatorname{erfc}\left(\frac{t_R - \mu_R}{\sqrt{2}\sigma}\right), \quad (2.17) \\ BER_{L+R}(t_R) &\approx \frac{\rho_T}{4} \operatorname{erfc}\left(\frac{t_R - \mu_R}{\sqrt{2}\sigma}\right). \end{aligned}$$

На рисунке 2.10 проиллюстрирована плотность вероятности джиттера, заданного формулой (2.14).

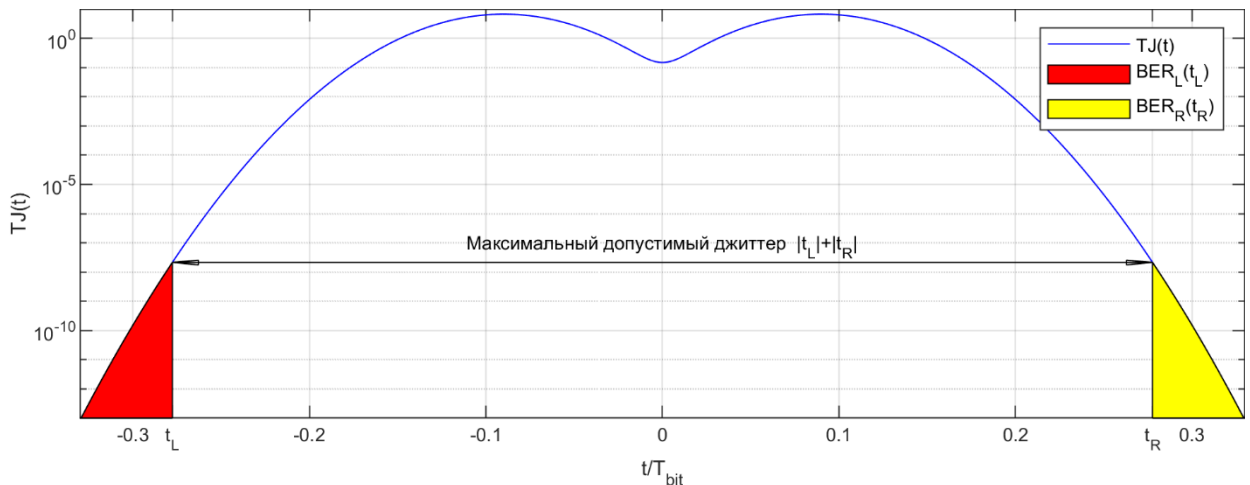


Рисунок 2.10 – Плотность вероятности джиттера $TJ(t)$, заданного моделью двух дельта-функций, при $\mu_R = -\mu_L = 0,09T_{bit}$; $\sigma = 0,03T_{bit}$

Площади под плотностью вероятности за пробными точками в соответствии с формулами (2.15, 2.16) определяют BER_L и BER_R и отображены красным и жёлтым цветом на рисунке. Таким образом, получена зависимость BER от максимального допустимого джиттера, составляющего $|t_L| + |t_R| = 2t_R$ или, иными словами, зависимость от ширины раскрытия глазковой диаграммы $T_{bit} - 2t_R$.

Однако, для того чтобы статистически оценить значения $BER = 10^{-8} \dots 10^{-12}$ требуется использовать выборку достаточно большого размера ($10^9 \dots 10^{13}$ бит), что требует длительного времени измерения.

Для того чтобы полностью описать джиттер моделью двух дельта-функций и существенно сократить время измерений, следует произвести линеаризацию зависимости $BER_{L+R}(t_R)$. Из формулы (2.17) выражаем:

$$\sqrt{2}erfc^{-1}\left(\frac{4}{\rho_T}BER_{L+R}(t_R)\right) \approx \frac{t_R - \mu_R}{\sigma}.$$

Обозначив функцию в левой части выражения как $Q(BER_{L+R}(t_R))$ получаем зависимость, стремящуюся к линейной:

$$Q(BER_{L+R}(t_R)) \triangleq \sqrt{2}erfc^{-1}\left(\frac{4}{\rho_T}BER_{L+R}(t_R)\right) \approx \frac{t_R - \mu_R}{\sigma}.$$

Значения Q-параметра для распространённых значений требуемого BER приведены в таблице 2.

Таблица 2. Значения Q-параметра для некоторых BER при $\rho_T = 0,5$

BER	10^{-6}	10^{-7}	10^{-8}	10^{-9}	10^{-10}	10^{-11}	10^{-12}	10^{-13}	10^{-14}
Q	4.61	5.07	5.49	5.88	6.25	6.6	6.94	7.26	7.56

Из рисунка 2.11, б видно, что на большей части временного интервала зависимость Q-параметра от положения пробной точки линейная.

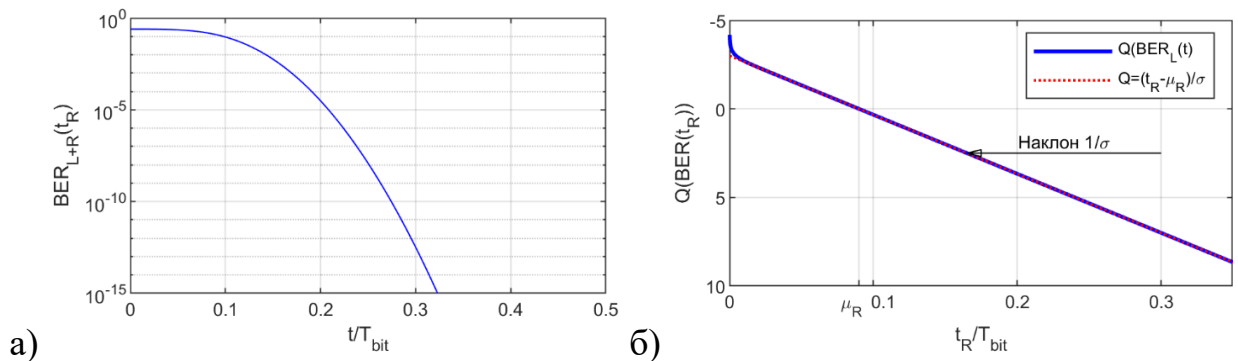


Рисунок 2.11 – а) Общий вид зависимости вероятности битовой ошибки от положения точки t_R на интервале времени; б) Общий вид зависимости Q-параметра от положения точки t_R на интервале времени

Из этого следует, что при недостаточности величины выборки возможно использовать линейную аппроксимацию. Аппроксимация линейного участка Q-параметра полиномом первого порядка позволяет по графику функции определить смещение дельта-функций и среднеквадратическое отклонение

случайного джиттера. Эти параметры дают возможность полностью описать джиттер системы в соответствии с моделью двух дельта-функций Дирака.

2.4.3.3 Моделирование статистических характеристик джиттера

Для моделирования была выбрана псевдослучайная M-последовательность длительностью 65535 бит. Форма импульса была выбрана sinc-образной, с граничной частотой $f_{гр} = 0,58/T_{bit}$, обеспечивающей значительную межсимвольную интерференцию. Такая форма импульса является единственной причиной возникновения детерминированной компоненты джиттера в данной модели. Случайный джиттер моделировался дополнительным дрожанием сигнала по времени, имеющим нормальный закон распределения с $\sigma_{RJ} = 0,03T_{bit}$. Плотности вероятностей различных компонент джиттера представлены на рисунке 2.12 а).

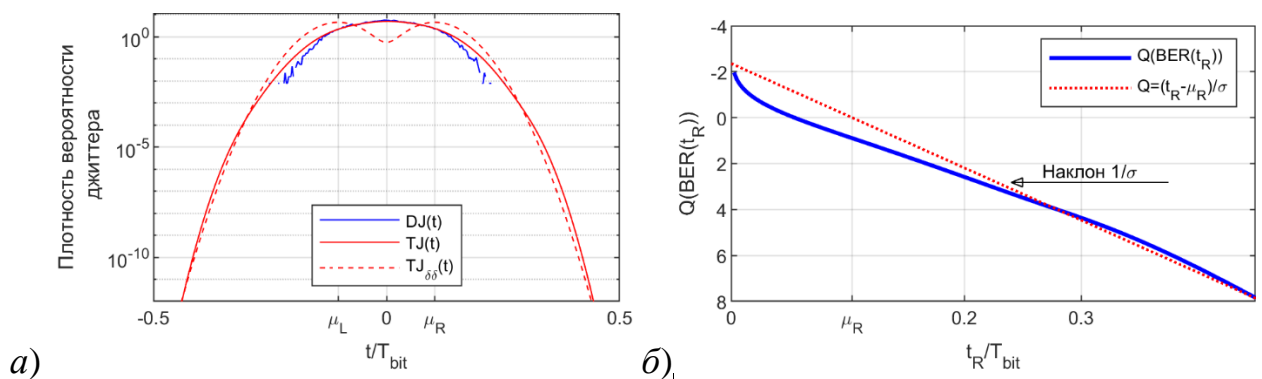


Рисунок 2.12 – а) Плотность вероятности джиттера: $DJ(t)$, $TJ(t)$ и аппроксимация по модели двух дельта функций $TJ_{\delta\delta}(t)$; б) Общий вид зависимости Q-параметра от положения точки t_R на интервале времени

Первым шагом исследования статистических характеристик сигнала является формирование синхронного ансамбля реализаций из единственной длинной реализации с помощью сдвигов на целое число периодов сигнала. На рисунке 2.13 приведены первые 100 элементов синхронного ансамбля, полученные сдвигом на $0, 1T_{bit}, 2T_{bit}, \dots, 99T_{bit}$ соответственно.

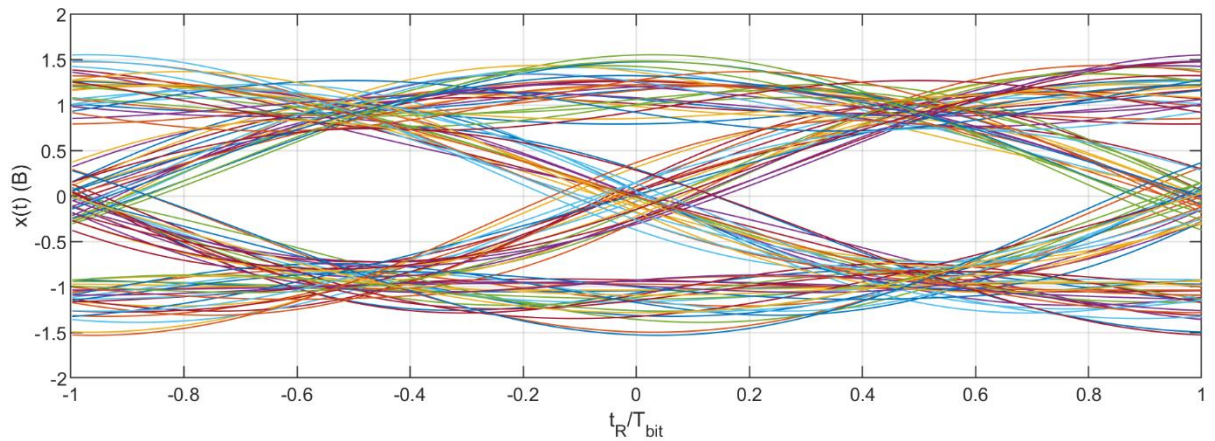


Рисунок 2.13 – Ансамбль реализаций, полученный в результате моделирования. Построены первые 100 реализаций

Дальнейшая обработка ансамбля заключается в определении гистограмм плотностей вероятностей сигнала для различных моментов времени $t \in [-T_{bit}, T_{bit}]$. Упорядоченный по времени набор таких гистограмм формирует оценку глазковой диаграммы, приведенную на рисунке 2.13.

Плотность вероятности переходов сигнала через ноль определяет плотность вероятности полного джиттера $TJ(t)$ и приведена на рисунке 2.12 а). На рисунке 2.12 б) построена зависимость Q-параметра от t_R . Для низких значений BER, которым соответствуют высокие значения Q-параметра зависимость близка к линейной. Линейная аппроксимация позволяет оценить μ_R и $\sigma_{\delta\delta}$, используемые для предсказания значений максимально допустимого джиттера, равного $2t_R$ для малых значений BER. Плотность вероятности джиттера $TJ_{\delta\delta}(t)$ такой модели приведена красной пунктирной линией на рисунке 2.12 а) и показывает хорошую аппроксимацию хвостов $TJ(t)$.

Таким образом модель позволяет эффективно и с малыми вычислительными и временными затратами оценить статистические параметры джиттера. Эта информация может быть использована, как при моделировании, так и для устранения или минимизации влияния джиттера на реальную систему.

2.4.3.4 Экспериментальное исследование джиттера

В качестве источника экспериментальных данных использовался сигнал, подаваемый на светодиод отладочной платы Atlys Spartan-6 FPGA [44].

Сигнал представлял собой псевдослучайную бинарную последовательность. Частота следования символов 233 МГц.

Измерения передаваемого сигнала проводились цифровым осциллографом Rohde&Schwarz RTO 1024. Полученные с осциллографа данные передавались на компьютер для последующей программной обработки. Выборка длительностью 5 миллионов отсчётов с частотой дискретизации 10 ГГц позволила обработать ~ 120 тысяч бит.

Результаты обработки реального сигнала в соответствии с предложенным алгоритмом представлены на рисунке 2.14.

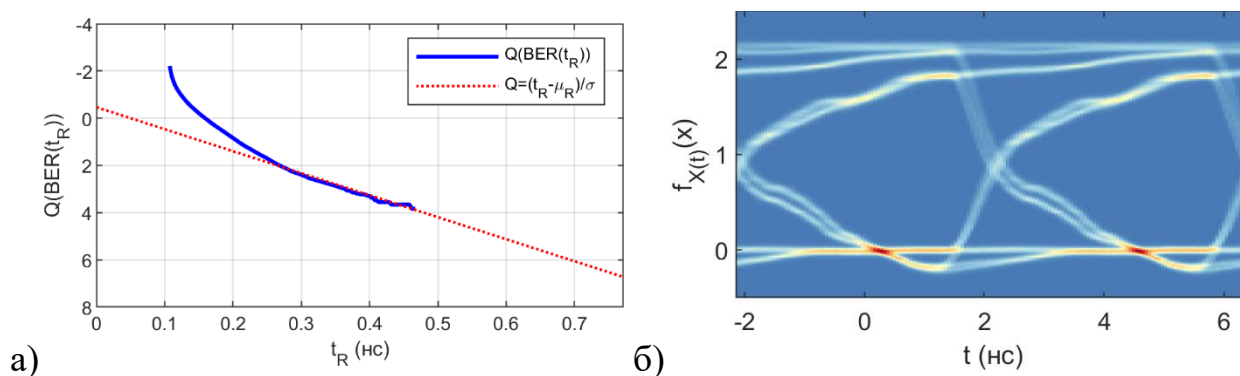


Рисунок 2.14 – а) Зависимость Q -параметра от времени для реального сигнала; б) Глазковая диаграмма реального сигнала

Аналогично случаю имитационной модели, представленные характеристики позволяют определить статистические параметры джиттера с использованием зависимости Q -параметра от времени: $\sigma = 0,107$ нс, $\mu_R = -\mu_L = 0,05$ нс. Расчётное раскрытие глазка для $BER = 10^{-12}$ составило 2,7 нс.

2.4.3.5 Циклостационарные свойства джиттера

Рассмотрим, как джиттер влияет на циклостационарные характеристики сигнала. Для этого моделирования форма импульса была изменена, далее рассматриваются прямоугольные импульсы, ограниченные по полосе частотой $f_{Гр} = 4/T_{bit}$. На рисунке 2.15 а) представлены элементы синхронного ансамбля такого сигнала. Случайный джиттер с $\sigma_{RJ} = 0,03T_{bit}$ приводит к случайному смещению фронта сигнала, представленного на рисунке 2.15 б).

На рисунке 2.15 в), г) приводится сравнение двумерных автокорреляционных функций для последовательности без случайного джиттера и со случайным джиттером

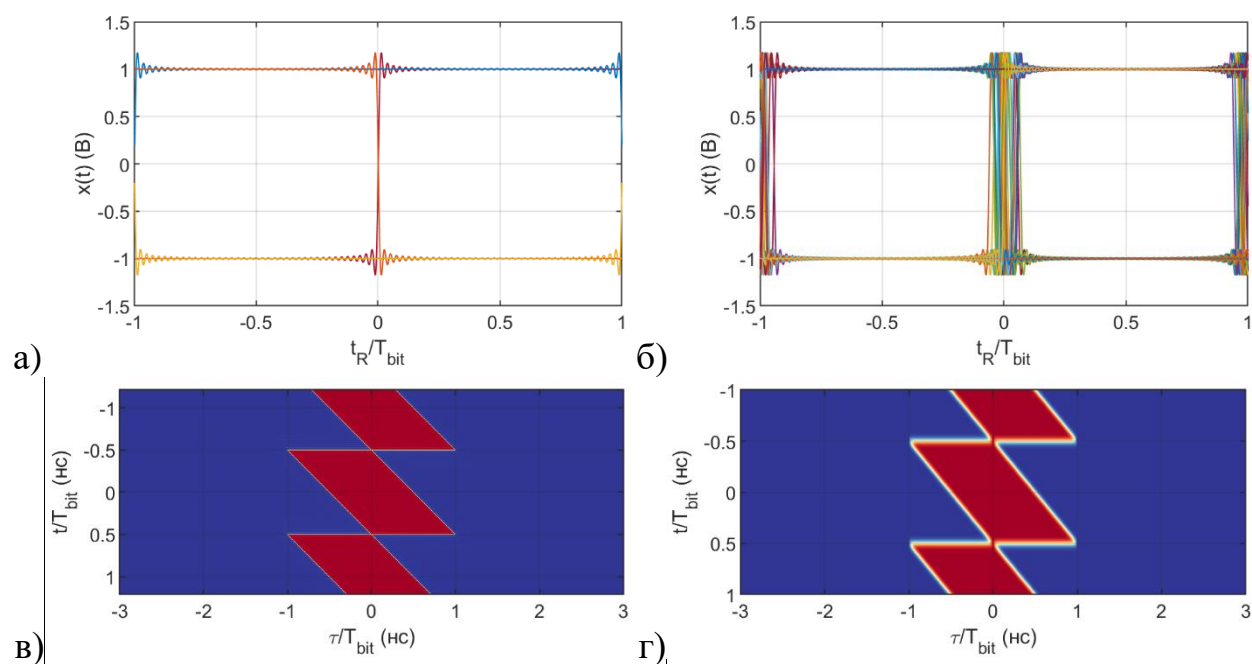


Рисунок 2.15 – Ансамбль реализаций: а) без случайного джиттера, б) со случайным джиттером. Двумерная автокорреляционная функция: в) модели сигнала без джиттера, г) модели сигнала с джиттером

Полученные двумерные АКФ являются периодическими функциями времени t с периодом T_{bit} , что позволяет утверждать, что рассматриваемый случайный процесс в обоих случаях обладает свойством циклостационарности в широком смысле. Добавление джиттера приводит к размытию двумерной АКФ по оси времени t . Дальнейшее исследование влияния джиттера на двумерную АКФ приводится в параграфе 2.4.6.

2.4.4 Количественная мера степени циклостационарности – СЦС

Следует отметить, что если СП относится к классу стационарных (2.8), то для него выполняется требование (2.10) с любым периодом циклостационарности. Но такой вырожденный случай циклостационарности очевидно не имеет практического смысла. В связи с этим возникает вопрос о том, насколько ярко проявляет тот или иной СП циклостационарные свойства.

Для такой количественной оценки циклостационарности в работе [45] был предложен показатель степени циклостационарности (СЦС):

$$\text{СЦС}_X \triangleq \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \langle |R_X(t, \tau) - R_X(\tau)|^2 \rangle d\tau}{\int_{-\infty}^{\infty} |R_X(\tau)|^2 d\tau}, \quad (2.18)$$

где оператор $\langle \cdot \rangle$ означает усреднение по времени t и определён в формуле (2.7).

СЦС показывает, насколько ярко выражена периодичность по времени двумерной АКФ СП. Числитель СЦС характеризует среднюю мощность периодических компонент $R_X(t, \tau)$:

$$\begin{aligned} \text{ЧСЦС}_X &= \int_{-\infty}^{\infty} \langle |R_X(t, \tau) - R_X(\tau)|^2 \rangle d\tau = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} |R_X(t, \tau) - R_X(\tau)|^2 dt d\tau. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Знаменатель (2.18) определяет площадь под квадратом АКФ $R_X(\tau)$:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |R_X(\tau)|^2 d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} |\langle R_X(t, \tau) \rangle|^2 d\tau. \quad (2.20)$$

Известно, что средняя мощность сигнала является его вторым начальным моментом и равна сумме его дисперсии и квадрата математического ожидания:

$$\langle x^2(t) \rangle = \langle (x(t) - \langle x(t) \rangle)^2 \rangle + \langle x(t) \rangle^2. \quad (2.21)$$

Следовательно, дисперсия может быть представлена в виде разности

$$\langle (x(t) - \langle x(t) \rangle)^2 \rangle = \langle x^2(t) \rangle - \langle x(t) \rangle^2.$$

Аналогично может быть представлено и подынтегральное выражение в числителе СЦС:

$$\langle (R_X(t, \tau) - R_X(\tau))^2 \rangle = \langle (R_X(t, \tau) - \langle R_X(t, \tau) \rangle)^2 \rangle = \langle R_X^2(t, \tau) \rangle - R_X^2(\tau).$$

И, следовательно, определение СЦС может быть записано в следующей форме:

$$\begin{aligned}
\text{СЦС}_X &= \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \langle (R_X(t, \tau) - R_X(\tau))^2 \rangle d\tau}{\int_{-\infty}^{\infty} (R_X(\tau))^2 d\tau} = \\
&= \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (\langle R_X^2(t, \tau) \rangle - R_X^2(\tau)) d\tau}{\int_{-\infty}^{\infty} (R_X(\tau))^2 d\tau} = \\
&= \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \langle R_X^2(t, \tau) \rangle d\tau}{\int_{-\infty}^{\infty} (R_X(\tau))^2 d\tau} - 1.
\end{aligned} \tag{2.22}$$

Из периодичности $R_X(t, \tau)$ циклоstationарного в широком смысле СП следует возможность замены оператора усреднения $\langle R_X^2(t, \tau) \rangle$ на усреднение по одному периоду:

$$\langle R_X^2(t, \tau) \rangle = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} R_X^2(t, \tau) dt,$$

что приводит к

$$\text{СЦС}_X = \frac{\frac{1}{T_0} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{T_0} R_X^2(t, \tau) dt d\tau}{\int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} R_X(t, \tau) dt \right)^2 d\tau} - 1 = \frac{T_0 \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{T_0} R_X^2(t, \tau) dt d\tau}{\int_{-\infty}^{\infty} \left(\int_0^{T_0} R_X(t, \tau) dt \right)^2 d\tau} - 1.$$

Ниже приведены некоторые свойства СЦС:

$$\text{СЦС}_{X(t)}^{T_0} = \text{СЦС}_{X(kt)}^{T_0/k} = \text{СЦС}_{kX(t)}^{T_0} = \text{СЦС}_{X(t+k)}^{T_0}.$$

Т.е. СЦС СП не изменяется ни при произвольном масштабировании по времени или по амплитуде, ни при произвольной задержке.

2.4.5 СЦС для случайных процессов с ненулевым математическим ожиданием

Классическое определение степени циклоstationарности при применении к СП имеющим постоянную составляющую затруднено, т.к. у таких СП площадь под квадратом АКФ не ограничена, а значит знаменатель СЦС стремится к бесконечности:

$$R_{X(t)}(\tau) = \frac{3,3^2}{4} \left(tri\left(\frac{\tau}{T_{bit}}\right) + 1 \right)$$

$$R_{X(t)}(t, \tau) = \frac{3,3^2}{4} \left(1 + \sum_{k=-\infty}^{\infty} rect\left(\frac{t}{T_{bit}} - k\right) rect\left(\frac{t - \tau}{T_{bit}} - k\right) \right)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} R_{X(t)}(\tau) d\tau = \infty$$

В связи с этим предлагается [46] использовать другую характеристику – СЦС_{II}, характеризующую преимущественно второй порядок циклостационарности:

$$СЦС_{II_{X(t)}} = СЦС_{X(t)-E\{X(t)\}}.$$

Тогда для АИМ-сигнала порождённого некоррелированным информационным процессом:

$$R_{X(t)-E\{X(t)\}}(t, \tau) = \left(\frac{3,3}{2}\right)^2 \left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} rect\left(\frac{t}{T_{bit}} - k\right) rect\left(\frac{t - \tau}{T_{bit}} - k\right) \right),$$

$$\langle R_{X(t)-E\{X(t)\}}^2(t, \tau) \rangle = \left(\frac{3,3}{2}\right)^4 tri\left(\frac{\tau}{T_{bit}}\right),$$

$$\langle R_{X(t)-E\{X(t)\}}(t, \tau) \rangle^2 = \left(\frac{3,3}{2}\right)^4 \left(tri\left(\frac{\tau}{T_{bit}}\right) \right)^2,$$

$$СЦС_{II_{X(t)}} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{3,3}{2}\right)^4 tri\left(\frac{\tau}{T_{bit}}\right) d\tau}{\int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{3,3}{2}\right)^4 \left(tri\left(\frac{\tau}{T_{bit}}\right) \right)^2 d\tau} - 1 = \frac{1}{2}.$$

2.4.6 Зависимость СЦС от джиттера

На практике строгая периодичность импульсов АИМ-сигнала может нарушаться, например, вследствие джиттера тактового сигнала. В таком случае формулу (2.3) необходимо дополнить задержками импульсов d_k :

$$X(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} A \cdot (2b_k - 1) rect\left(\frac{t - kT_{бит} - d_k}{D \cdot T_{бит}}\right). \quad (2.23)$$

Рассмотрим случай, когда задержки d_k случайны и независимы, и джиттер характеризуется лишь маргинальной плотностью вероятности с равномерным законом распределения на интервале длительностью UT_{bit} :

$$f_{d_i}(\xi) = \begin{cases} \frac{1}{UT_{бит}}, \xi \in \left[-\frac{UT_{бит}}{2}, \frac{UT_{бит}}{2}\right]; \\ 0, \xi \notin \left[-\frac{UT_{бит}}{2}, \frac{UT_{бит}}{2}\right]. \end{cases}, \quad (2.24)$$

где $U \in [0,1]$ – коэффициент, показывающий на какую долю битового интервала может приходиться начало импульса. При $U = 0$ все импульсы начинаются строго в началах соответствующих битовых интервалов, а при $U = 1$ импульсы равномерно распределены по оси времени, что приводит к потере циклоstationарных свойств у такого СП.

СЦС АИМ-сигнала с учётом наличия джиттера, заданного формулами (2.23) и (2.24), определяется выражением:

$$СЦС_x = \begin{cases} \frac{(U-1)^2}{2D^3} + \frac{(D-1)^4}{4D^3U^2} - \frac{(D-1)^3(U-1)}{D^3U} & \text{при } D+U \geq 1 \text{ и } U < D \\ \frac{(U-1)^3}{D^2U^2} + \frac{(U-1)^4}{4D^3U^2} - \frac{(4D-6)(U-1)^2}{4DU^2} & \text{при } D+U \geq 1 \text{ и } U \geq D \\ -\frac{4U^2 - 4U + D}{4U^2} & \text{при } D+U < 1 \text{ и } U \geq D \\ \frac{-4D^3 + 6D^2 - 4DU + U^2}{4D^3} & \text{при } D+U < 1 \text{ и } U < D \end{cases} \quad (2.25)$$

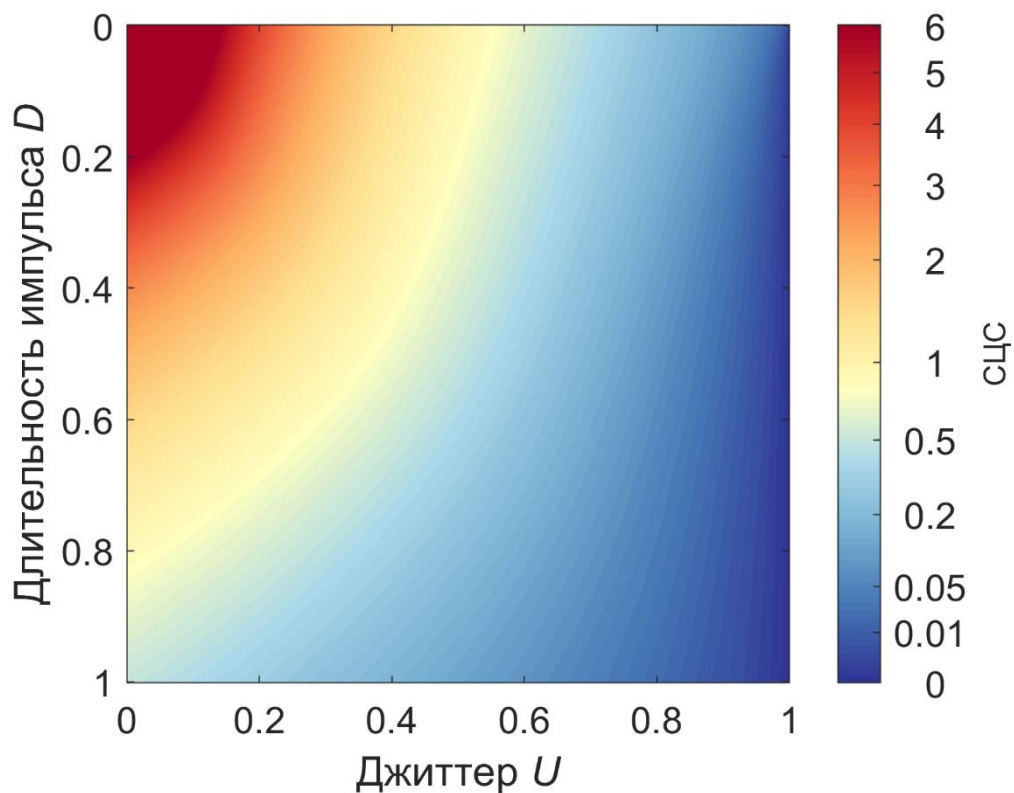


Рисунок 2.16 – Зависимость СЦС от джиттера U и длительности импульса D

Таким образом, степень циклостационарности растёт при уменьшении длительности импульсов и при уменьшении джиттера U .

2.5 Оценка характеристик случайных процессов

Задачи обнаружения, локализации и идентификации источников ЭМИ связаны с оценкой характеристик СП по некоторому доступному для анализа интервалу наблюдения T_H . Способ оценки характеристики СП описывается функцией, отображающей пространство наблюдения в соответствующее пространство значений характеристик. Например, оценка математического ожидания определяется интегрированием по времени:

$$\hat{\mu}_{X(t)}^C = \frac{1}{T_H} \int_0^{T_H} x(t) dt$$

В случае, если наблюдаемый СП обладает циклостационарностью с периодом T_0 , $\exists P \in \mathbb{N}: T_H = PT_0$, то математическое ожидание является периодической функцией времени и может быть оценено с помощью циклического усреднения

$$\hat{\mu}_{X(t)}^{T_0}(t) = \frac{1}{P} \sum_{p=0}^{P-1} x(t + pT_0), t \in [0, T_0]. \quad (2.26)$$

Аналогично, оценка двумерной АКФ может быть найдена:

$$\hat{R}_{X(t)}^{T_0}(t, \tau) = \frac{1}{P} \sum_{p=0}^{P-1} x(t + pT_0)x(t - \tau + pT_0), t \in [0, T_0]. \quad (2.27)$$

Значения $x(t - \tau)$ для выходящих за интервал наблюдения моментов времени можно принять равными нулю при достаточно длительном интервале T_H . Значения $\hat{R}_{X(t)}^{T_0}(t, \tau)$ или $\hat{\mu}_{X(t)}^{T_0}(t)$ вне интервала $t \in [0, T_0]$ могут быть при необходимости найдены исходя из их периодичности: $\hat{R}_{X(t)}^{T_0}(t + T_0, \tau) = \hat{R}_{X(t)}^{T_0}(t, \tau)$; $\hat{\mu}_{X(t)}^{T_0}(t + T_0) = \hat{\mu}_{X(t)}^{T_0}(t)$.

Одномерная АКФ может быть найдена с помощью усреднения по времени двумерной:

$$\hat{R}_{X(t)}(\tau) = \frac{1}{T_H} \int_0^{T_H} x(t)x(t - \tau) dt = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} \hat{R}_{X(t)}^{T_0}(t, \tau) dt.$$

Следовательно, оценить СЦС можно по формуле:

$$\widehat{C}_{X(t)}^{T_0} = \frac{T_0 \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{T_0} \hat{R}_X^{T_0^2}(t, \tau) dt d\tau}{\int_{-\infty}^{\infty} \left(\int_0^{T_0} \hat{R}_X^{T_0}(t, \tau) dt \right)^2 d\tau} - 1. \quad (2.28)$$

Оценка $\widehat{C}_{X(t)}^{T_0}$ находится аналогично, но перед оценкой соответствующей АКФ из наблюдаемой реализации необходимо вычесть периодическую составляющую:

$$\widehat{C}_{X(t)}^{T_0} = \frac{T_0 \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{T_0} \hat{R}'_X^{T_0^2}(t, \tau) dt d\tau}{\int_{-\infty}^{\infty} \left(\int_0^{T_0} \hat{R}'_X^{T_0}(t, \tau) dt \right)^2 d\tau} - 1,$$

$$\hat{R}'_X^{T_0}(t, \tau) = \frac{1}{P} \sum_{p=0}^{P-1} x'(t + pT_0)x'(t - \tau + pT_0), t \in [0, T_0],$$

$$x'(t) = x(t) - \hat{\mu}_{X(t)}^{T_0}(t).$$

2.5.1 Оценка характеристик дискретных по времени циклостационарных случайных процессов

В результате проведения измерений во временной области с использованием цифровых осциллографов вместо СП $X(t)$ наблюдается лишь результат его дискретизации с интервалом дискретизации Δ , $t = n\Delta$, т.е. дискретный по времени СП $X(n)$. Двумерная АКФ такого процесса может быть выражена через АКФ исходного СП $R_{X(t)}(t, \tau)$ путем дискретизации по времени и сдвигу:

$$R_{X(n)}(n, m) = E\{X(n) \cdot X(n - m)\} = R_{X(t)}(n\Delta, m\Delta).$$

Одномерная АКФ находится соответственно:

$$R_{X(n)}(m) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T + 1} \sum_{n=-T}^T R_{X(n)}(n, m). \quad (2.29)$$

Следует отметить, что в общем случае равенство $R_{X(n)}(m) = R_{X(t)}(m\Delta)$ может не выполняться. Например, $R_{\sin(2\pi t)}(0) = \frac{1}{2}$, но $\sin(2\pi n\Delta) \equiv 0$, при $\Delta = \frac{1}{2}$, и одномерная АКФ $R_{\sin(2\pi n\Delta)}(0) = 0$.

Определить СЦС дискретного по времени СП СЦС $_{X(n)}$ можно по аналогии с СЦС $_{X(t)}$:

$$\text{СЦС}_{X(n)} \triangleq \frac{\sum_{m=-\infty}^{\infty} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T + 1} \sum_{n=-T}^T R_{X(n)}^2(n, m)}{\left(\sum_{m=-\infty}^{\infty} \left(\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T + 1} \sum_{n=-T}^T R_{X(n)}(n, m) \right)^2 \right)} - 1. \quad (2.30)$$

Оценка характеристик циклостационарного дискретного по времени СП $X(n)$ также аналогична оценке характеристик $X(t)$ (2.26, 2.27, 2.28):

$$\hat{\mu}_{X(n)}^{T_0}(n) = \frac{1}{P} \sum_{p=0}^{P-1} x\left(n + p \frac{T_0}{\Delta}\right), n \in \left[0, \frac{T_0}{\Delta}\right),$$

где $P = T_H/\Delta$ – целое число периодов циклостационарности составляющих интервал наблюдения.

$$\hat{R}_{X(n)}^{T_0}(n, m) = \frac{1}{P} \sum_{p=0}^{P-1} x\left(n + p \frac{T_0}{\Delta}\right) x\left(n - m + p \frac{T_0}{\Delta}\right), n \in \left[0, \frac{T_0}{\Delta}\right),$$

$$\hat{R}_{X(n)}(m) = \frac{1}{P \frac{T_0}{\Delta}} \sum_{n=0}^{P \frac{T_0}{\Delta} - 1} x(n) x(n - m), \quad (2.31)$$

$$\widehat{\text{СЦС}}_{X(n)}^{T_0} = \frac{T_0 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{k=0}^{\frac{T_0}{\Delta} - 1} \hat{R}_{X(n)}^{T_0}(k, m)^2}{\Delta \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left(\sum_{k=0}^{\frac{T_0}{\Delta} - 1} \hat{R}_{X(n)}^{T_0}(k, m) \right)^2} - 1. \quad (2.32)$$

Состоятельность оценки АКФ непосредственно следует из формулы (2.29), а из состоятельности оценки АКФ

$$\lim_{P \rightarrow \infty} \hat{R}_{X(n)}(k, m) = \lim_{P \rightarrow \infty} \frac{1}{P} \sum_{p=0}^{P-1} x\left(k + p \frac{T_0}{\Delta}\right) x\left(k - m + p \frac{T_0}{\Delta}\right) = R_{X(n)}(k, m)$$

следует состоятельность предлагаемой оценки СЦС:

$$\lim_{P \rightarrow \infty} \widehat{\text{СЦС}}_X = \text{СЦС}_X.$$

Числитель СЦС (2.19) представляет собой мощность периодических компонент двумерной АКФ. Важным следствием этого факта является инвариантность числителя СЦС к аддитивному стационарному шуму V :

$$\begin{aligned} \text{ЧСЦС}_{X+V} &= \int_{-\infty}^{\infty} \langle |R_{X+V}(t, \tau) - R_{X+V}(\tau)|^2 \rangle d\tau = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \langle |R_X(t, \tau) + R_V(t, \tau) - R_X(\tau) - R_V(\tau)|^2 \rangle d\tau = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \langle |R_X(t, \tau) - R_X(\tau)|^2 \rangle d\tau = \text{ЧСЦС}_X, \end{aligned}$$

где $R_{X+V}(t, \tau) = R_X(t, \tau) + R_V(t, \tau)$ в силу независимости V и X , а $R_V(t, \tau) - R_V(\tau) = 0$ в силу стационарности шума V .

Это свойство, очевидно, сохраняется в случае дискретного по времени случайного процесса:

$$\text{ЧСЦС}_{X+V} = \frac{\Delta}{T_0} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{k=0}^{\frac{T_0}{\Delta} - 1} |R_{X+V}(k, m) - R_{X+V}(m)|^2 = \text{ЧСЦС}_X,$$

а значит

$$\lim_{P \rightarrow \infty} \widehat{\text{ЧСЦС}}_{X+V,P} = \text{ЧСЦС}_{X+V} = \text{ЧСЦС}_X.$$

Таким образом, можно сделать вывод о том, что оценка числителя СЦС на достаточно длительном периоде наблюдения нечувствительна к влиянию стационарных шумов.

2.6 Обнаружение циклостационарных случайных процессов на фоне шума

Рассмотрим задачу обнаружения [31] излучения источника в конкретной точке сканирования. Наблюдателю заранее неизвестно, присутствует ли излучение источника в заданной точке, что приводит к необходимости рассмотрения двух гипотез:

$$\begin{aligned} H_0 & - \text{излучение источника отсутствует,} \\ H_1 & - \text{излучение источника присутствует.} \end{aligned}$$

В результате регистрации цифровым осциллографом сигнала с выхода пробника ближнего поля наблюдается реализация дискретного по времени СП $W(n)$:

$$w(n) = \begin{cases} v(n), & \text{при } H_0, \\ v(n) + s(n), & \text{при } H_1, \end{cases}$$

где $v(n)$ – отсчеты шума наблюдения; $s(n)$ – дискретные значения излучения источника, измеренного пробником ближнего поля, $n = 1, 2, \dots, N_s$ – номер отсчёта, $N_s = T_H/\Delta$ – длительность измеренного сигнала в отсчётах.

При такой постановке задачи алгоритм обнаружения определяется функционалом $f: R^{N_s} \rightarrow A$, отображающим пространство наблюдения R^{N_s} в область решений $A: \{A_0 - (\text{источник отсутствует}), A_1 - (\text{источник присутствует})\}$. Качество обнаружения в таком случае можно описать вероятностью ошибок первого и второго рода:

$$\begin{aligned} P(f(W(n)|H_0) = A_1) & = P(A_1|H_0) - \text{ошибка первого рода, т. е. ложная тревога;} \\ P(f(W(n)|H_1) = A_0) & = P(A_0|H_1) - \text{ошибка второго рода, т. е. пропуск.} \end{aligned}$$

Для формирования обнаружителя обычно используется некоторая выборочная характеристика вместе с пороговым значением, например, энергетический детектор:

$$\widehat{P}_{\text{cp}} \underset{A_0}{\overset{A_1}{\geq}} P_{\text{срп}},$$

где $P_{\text{срп}}$ – пороговое значение средней мощности, различающее наличие и отсутствие сигнала; \widehat{P}_{cp} – оценка средней мощности, определяющаяся выражением:

$$\widehat{P}_{\text{cp}} = \frac{1}{N_s} \sum_{n=1}^{N_s} w(n)^2. \quad (2.33)$$

Оценка средней мощности является случайной величиной и может быть описана своей плотностью вероятности $f_{\widehat{P}_{\text{cp}}}(\xi)$. Условные плотности вероятности этой случайной величины определяют зависимость вероятности возможных исходов от порогового значения:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{P_{\text{срп}}} f_{\widehat{P}_{\text{cp}}|H_1}(\xi) d\xi &= P(A_0|H_1); & \int_{P_{\text{срп}}}^{+\infty} f_{\widehat{P}_{\text{cp}}|H_0}(\xi) d\xi &= P(A_1|H_0); \\ \int_{-\infty}^{P_{\text{срп}}} f_{\widehat{P}_{\text{cp}}|H_0}(\xi) d\xi &= P(A_0|H_0); & \int_{P_{\text{срп}}}^{+\infty} f_{\widehat{P}_{\text{cp}}|H_1}(\xi) d\xi &= P(A_1|H_1). \end{aligned}$$

Качество обнаружения можно количественно охарактеризовать минимальным средним риском, который при равной стоимости ошибок первого и второго рода равен:

$$\begin{aligned} \overline{C_B} &= P(H_1 A_0) + P(H_0 A_1) = \\ &= \min_{P_{\text{срп}}} \left(P(H_1) \int_{-\infty}^{P_{\text{срп}}} f_{\widehat{P}_{\text{cp}}|H_1}(\xi) d\xi + P(H_0) \int_{P_{\text{срп}}}^{+\infty} f_{\widehat{P}_{\text{cp}}|H_0}(\xi) d\xi \right). \end{aligned}$$

Оптимальным с точки зрения минимального среднего риска является обнаружитель, сравнивающий логарифм отношения правдоподобия с нулём:

$$\Lambda(\mathbf{w}) \triangleq \log \left(\frac{f_{H_1}(\mathbf{w})}{f_{H_0}(\mathbf{w})} \right) \underset{A_0}{\overset{A_1}{\geq}} 0 \quad (2.34)$$

Оптимальность такого обнаружителя легко доказывается от противного. Для определённости предположим, что некий другой обнаружитель для некоторого множества наблюдений \mathcal{W}_0 принимает решение A_1 вместо A_0 , т.е. для любого наблюдения $\mathbf{w}_0 \in \mathcal{W}_0$ принимается решение A_1 , несмотря на то что:

$$\begin{aligned} \log \left(\frac{f_{H_1}(\mathbf{w}_0)}{f_{H_0}(\mathbf{w}_0)} \right) &\leq 0 \\ f_{H_0}(\mathbf{w}_0) - f_{H_1}(\mathbf{w}_0) &\geq 0 \end{aligned} \quad (2.35)$$

Тогда средний риск изменяется на следующую величину:

$$\begin{aligned} \Delta \bar{C}_B &= P(H_0 \& \mathcal{W}_0) - P(H_1 \& \mathcal{W}_0) = P(H_0)P(\mathcal{W}_0|H_0) - P(H_1)P(\mathcal{W}_0|H_1) = \\ &= \frac{1}{2} (P(\mathcal{W}_0|H_0) - P(\mathcal{W}_0|H_1)) = \\ &= \frac{1}{2} \left(\int_{\mathcal{W}_0} f_{H_0}(\mathbf{w}) d\mathbf{w} - \int_{\mathcal{W}_0} f_{H_1}(\mathbf{w}) d\mathbf{w} \right). \end{aligned}$$

Из (2.35) следует что это изменение не отрицательно, т.е. средний риск не может уменьшаться при использовании вместо обнаружителя (2.34) любого другого.

2.6.1 Связь СЦС и качества обнаружения

Физический смысл СЦС можно раскрыть при анализе задачи обнаружения слабого сигнала $S(t)$ в аддитивном гауссовском шуме.

Дискретным по времени белым гауссовским шумом (БГШ) называют стационарный случайный процесс $V(n)$, все отсчёты которого независимы и имеют одинаковое гауссовское распределение

$$f_{V(n)}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_V}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\sigma_V}\right)^2}.$$

Вектор отсчетов БГШ также можно описать ковариационной матрицей, представляющей собой диагональную матрицу $N_s \times N_s$

$$\mathbf{\Sigma}_V = \begin{pmatrix} \sigma_V^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \sigma_V^2 \end{pmatrix}.$$

Если случайные величины $S_i = S(t_i); i = 1, 2, \dots, r$ для любого множества $\{t_i\}$ и любого r являются совместно распределенными гауссовыми случайными величинами с нулевым средним, то $S(t)$ – гауссовский случайный процесс с нулевым средним.

Такой случайный процесс полностью описывается своей двумерной автокорреляционной функцией

$$R_{S(t)}(t_1, t_2) = E\{S(t_1)S(t_2)\}.$$

Для дискретного по времени сигнала эта функция представляется квадратной матрицей $\mathbf{\Sigma}_S$ с элементами

$$\sigma_{ij} = E\{S(i\Delta)S(j\Delta)\},$$

а его совместная плотность вероятности может быть записана в матричном виде

$$f_S(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{N_s}{2}} |\mathbf{\Sigma}_S|^{\frac{1}{2}}} e^{-\frac{1}{2}\mathbf{x}^T \mathbf{\Sigma}_S^{-1} \mathbf{x}}.$$

где $\mathbf{x} = (x(0), x(\Delta), \dots, x((N_s - 1)\Delta))^T$ – вектор отсчетов реализации СП $X(t)$.

Для обнаружения сигнала может использоваться отношение правдоподобия

$$\lambda(\mathbf{x}) = \frac{f_{S+V}(\mathbf{x})}{f_V(\mathbf{x})} = \frac{\frac{1}{(2\pi)^{\frac{N_s}{2}} |\mathbf{\Sigma}_{S+V}|^{\frac{1}{2}}} e^{-\frac{1}{2}\mathbf{x}^T \mathbf{\Sigma}_{S+V}^{-1} \mathbf{x}}}{\frac{1}{(2\pi)^{\frac{N_s}{2}} |\mathbf{\Sigma}_V|^{\frac{1}{2}}} e^{-\frac{1}{2}\mathbf{x}^T \mathbf{\Sigma}_V^{-1} \mathbf{x}}}.$$

Если сигнал намного слабее шума, то выражение сокращается до

$$\lambda(\mathbf{x}) \approx e^{\frac{1}{2\sigma_V^2} \mathbf{x}^T \mathbf{\Sigma}_S \mathbf{x}}.$$

Для построения детектора (2.34) запишем логарифм функции правдоподобия

$$\Lambda(\mathbf{x}) = \log \left(\frac{f_{S+V}(\mathbf{x})}{f_V(\mathbf{x})} \right) = \frac{1}{2\sigma_V^2} \mathbf{x}^T \Sigma_S \mathbf{x}.$$

В дискретном времени обнаружитель, выполняющий операцию $\mathbf{x}^T \Sigma_S \mathbf{x}$, принимает вид:

$$y = \sum_{i=1}^{N_s} \sum_{j=1}^{N_s} x_i x_j \sigma_{ij}.$$

Замена $\tau = t_1 - t_2, j = i - m$ приводит к выражению

$$y = \sum_{i=1}^{N_s} \sum_{m=i-N_s}^{m=i-1} x_i x_{i-m} \sigma_{i,i-m}.$$

Сделав замену переменных ($t = t_1, \tau = t_1 - t_2$) переходим к $R_{S(t)}(t, \tau)$:

$$y = \sum_{i=1}^{N_s} \sum_{m=i-N_s}^{m=i-1} x_i x_{i-m} R_{S(t)}(t_i, \tau_m).$$

В непрерывном времени ему соответствует согласованная фильтрация оценки двумерной АКФ:

$$Y = \int_{-T_H}^0 \left(\int_{t-T_H}^t R_{S(t)}(t, \tau) W(t) W(t - \tau) d\tau \right) dt,$$

где $W(t)$ это сигнал на входе обнаружителя, т.е. или смесь сигнала с шумом $W(t)|S + V = S(t) + V(t)$, или только шум $W(t)|V = V(t)$.

При достаточно длительном интервале наблюдения T_H (относительно интервала корреляции)

$$Y \approx \int_{-T_H}^0 \left(\int_{-\infty}^{\infty} R_{S(t)}(t, \tau) W(t) W(t - \tau) d\tau \right) dt.$$

В случае использования $R_{S(t)}(\tau)$ отклик обнаружителя на сигнал может быть найден по формуле

$$Y_C = \int_{-T_H}^0 \left(\int_{-\infty}^{\infty} R_{S(t)}(\tau) S(t) S(t - \tau) d\tau \right) dt.$$

Его среднее значение равно

$$E\{Y_C\} = \int_{-T_H}^0 \left(\int_{-\infty}^{\infty} R_{S(t)}^2(\tau) d\tau \right) dt = T_H \int_{-\infty}^{\infty} R_{S(t)}^2(\tau) d\tau.$$

В случае использования $R_{S(t)}(t, \tau)$ отклик обнаружителя на сигнал может быть найден по формуле

$$Y_{ЦС} = \int_{-T_H}^0 \left(\int_{-\infty}^{\infty} R_{S(t)}(t, \tau) S(t) S(t - \tau) d\tau \right) dt.$$

А его среднее значение при $T_H \gg T_0$ определяется выражением

$$\begin{aligned} E\{Y_{ЦС}\} &= \int_{-T_H}^0 \left(\int_{-\infty}^{\infty} R_{S(t)}^2(t, \tau) d\tau \right) dt \approx \frac{T_H}{T_0} \int_{-T_0}^0 \left(\int_{-\infty}^{\infty} R_{S(t)}^2(t, \tau) d\tau \right) dt = \\ &= T_H \int_{-\infty}^{\infty} \langle R_{S(t)}^2(t, \tau) \rangle d\tau. \end{aligned}$$

Из формулы (2.21) следует, что $E\{Y_{ЦС}\} \geq E\{Y_C\}$. Количественно качество обнаружения можно оценить используя отношение сигнал-шум на выходе детектора (ОСШД), т.е.

$$d = \left(\frac{E\{Y|H_1\} - E\{Y|H_0\}}{\sigma_{Y_{H_0}}} \right)^2 = \left(\frac{\mu_{Y|H_1} - \mu_{Y|H_0}}{\sigma_{Y_{H_0}}} \right)^2.$$

Относительный прирост такого показателя качества обнаружения равен степени циклостационарности (2.22)

$$\frac{d_{ЦС}}{d^C} - 1 = \frac{E\{Y_{ЦС}\}}{E\{Y_C\}} - 1 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \langle R_{S(t)}^2(t, \tau) \rangle d\tau}{\int_{-\infty}^{\infty} R_{S(t)}^2(\tau) d\tau} - 1 = \text{СЦС}. \quad (2.36)$$

2.6.2 Качество обнаружения

Рассмотрим подробнее ОСШД, описанное в работе [47]. Его связь с другими характеристиками обнаружения рассмотрена в работе [48]. Если сигнал на выходе обнаружителя имеет нормальное распределение и его дисперсия не зависит от наличия сигнала на входе:

$$\sigma_{Y_{H_0}} = \sigma_{Y_{H_1}} = \sigma_Y,$$

то ОСШД полностью описывает качество обнаружения. В этом случае математическое ожидание μ_Y может быть выражено как функция от H :

$$H = \begin{cases} 0, & \text{если сигнала нет } (H_0) \\ 1, & \text{если сигнал есть } (H_1) \end{cases} \quad (2.37)$$

$$\mu_Y(H) = \mu_{Y|H_0} + H(\mu_{Y|H_1} - \mu_{Y|H_0}).$$

Тогда плотность вероятности сигнала на выходе обнаружителя:

$$f_Y(y, H) = \frac{1}{\sigma_Y \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y - \mu_Y(H))^2}{2\sigma_Y^2}}.$$

Если для определённости положить $E\{Y_{S+V} - Y_V\} > 0$, то условные вероятности ошибок первого и второго рода определяются выражениями

$$P_{\text{ош1}}(y_{\text{п}}) = P(A_1|H_0, y_{\text{п}}) = \int_{y_{\text{п}}}^{\infty} f_Y(y, H=0) dy = \frac{\text{erf}\left(\frac{\mu_{Y|H_0} - y_{\text{п}}}{\sqrt{2} \sigma_{Y_{H_0}}}\right)}{2} + \frac{1}{2}$$

$$P_{\text{ош2}}(y_{\text{п}}) = P(A_0|H_1, y_{\text{п}}) = \int_{-\infty}^{y_{\text{п}}} f_Y(y, H=1) dy = \frac{1}{2} - \frac{\text{erf}\left(\frac{\mu_{Y|H_1} - y_{\text{п}}}{\sqrt{2} \sigma_{Y_{H_1}}}\right)}{2}.$$

Рабочая характеристика приёмника (Receiver Operating Characteristic, ROC) показывает связь между вероятностью верного обнаружения $P(A_1|H_1) = 1 - P(A_0|H_1)$ и вероятностью ложной тревоги $P(A_1|H_0)$:

$$ROC: x = P_{\text{ош1}}(y_{\text{п}}); y = 1 - P_{\text{ош2}}(y_{\text{п}})$$

$$P_{\text{ош1}}(y_{\text{п}}) = \frac{\text{erf}\left(\frac{\mu_{Y|H_0} - y_{\text{п}}}{\sqrt{2} \sigma_Y}\right)}{2} + \frac{1}{2}$$

$$P_{\text{ош2}}(y_{\text{п}}) = \frac{1}{2} - \frac{\text{erf}\left(\frac{\mu_{Y|H_1} - y_{\text{п}}}{\sqrt{2} \sigma_Y}\right)}{2} = \frac{1}{2} - \frac{\text{erf}\left(\frac{\mu_{Y|H_0} - y_{\text{п}}}{\sqrt{2} \sigma_Y} + \frac{\sqrt{d}}{\sqrt{2}}\right)}{2}.$$

Сделав замену $g = \frac{\mu_{Y|H_0} - y_{\text{п}}}{\sqrt{2} \sigma_Y}$, получим параметрическое описание ROC-кривой:

$$ROC: x = P_{\text{ош1}}(y_{\text{п}}); y = 1 - P_{\text{ош2}}(y_{\text{п}});$$

$$ROC: x = \frac{\text{erf}(g) + 1}{2}; y = \frac{\text{erf}\left(g + \frac{\sqrt{d}}{\sqrt{2}}\right) + 1}{2}. \quad (2.38)$$

Очевидно, что заданная таким образом кривая зависит только от ОСШД. На рисунке 2.17 приведены ROC-кривые для различных значений ОСШД. При нулевом ОСШД Y_{S+V} и Y_V имеют одинаковые распределения, и, следовательно, неразличимы: ROC принимает форму прямой $P_{\text{ош1}}(y_{\text{п}}) = 1 - P_{\text{ош2}}(y_{\text{п}})$. При увеличении ОСШД плотность вероятности Y_{S+V} сдвигается относительно плотности вероятности Y_N на величину $\mu_{Y|H_1} - \mu_{Y|H_0} = \sqrt{d}\sigma_Y$, площадь под пересечением плотностей вероятности уменьшается, ROC-кривая стремится к точке безошибочного приёма ($P_{\text{ош1}} = P_{\text{ош2}} = 0$).

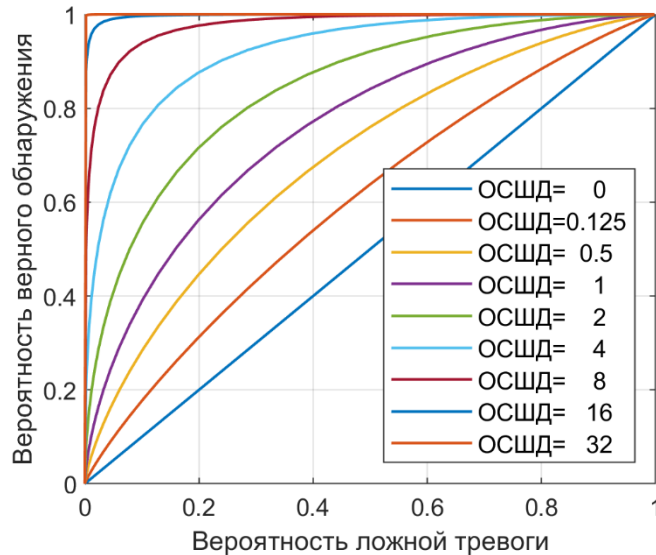


Рисунок 2.17 – Рабочая характеристика приёмника (ROC) в зависимости от ОСШД

В работе [45] приводятся максимальные достижимые ОСШД при использовании стационарного (d_{max}^C) и циклостационарного ($d_{max}^{ЦС}$) обнаружителей:

$$d_{max}^{ЦС} = \frac{T_H}{2N_0^2} \sum_{\alpha} \int_{-\infty}^{\infty} |S_X^{\alpha}(f)|^2 df, \quad (2.39)$$

$$d_{max}^C = \frac{T_H}{2N_0^2} \int_{-\infty}^{\infty} |S_X^0(f)|^2 df, \quad (2.40)$$

где α – циклическая частота, f – частота, $S_X^0(f)$ – спектральная плотность мощности искомого СП X , $S_X^\alpha(f)$ – циклическая спектральная плотность мощности X , N_0 – спектральная плотность мощности аддитивного БГШ, на фоне которого ведётся обнаружение, а T_H – интервал наблюдения.

Циклическую спектральную плотность мощности можно получить из двумерной АКФ через циклическую АКФ $R_X^\alpha(\tau)$, представляющую собой разложение двумерной АКФ на комплексные экспоненты:

$$R_X(t, \tau) = \sum_{\alpha} R_X^\alpha(\tau) e^{i2\pi\alpha t}$$

$$R_X^\alpha(\tau) \triangleq \langle R_X(t, \tau) e^{-i2\pi\alpha t} \rangle$$

$$S_X^\alpha(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_X^\alpha(\tau) e^{-i2\pi f \tau} d\tau$$

Теорема Парсеваля позволяет в формулах (2.39, 2.40) перейти от $S_X^\alpha(f)$ к $R_X(t, \tau)$:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |S_X^0(f)|^2 df = \int_{-\infty}^{\infty} |\langle R_X(t, \tau) \rangle|^2 d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} |R_X(\tau)|^2 d\tau$$

$$\sum_{\alpha} \int_{-\infty}^{\infty} |S_X^\alpha(f)|^2 df = \sum_{\alpha} \int_{-\infty}^{\infty} |R_X^\alpha(\tau)|^2 d\tau = \langle \int_{-\infty}^{\infty} |R_X(t, \tau)|^2 d\tau \rangle$$

Таким образом, максимальное значение ОСШД можно выразить через АКФ:

$$d_{max}^C = \frac{T_H}{2N_0^2} \int_{-\infty}^{\infty} |R_X(\tau)|^2 d\tau$$

$$d_{max}^{ЦС} = \frac{T_H}{2N_0^2} \langle \int_{-\infty}^{\infty} |R_X(t, \tau)|^2 d\tau \rangle.$$

Для дискретного по времени СП с периодом дискретизации Δ путём соответствующих замен

$$N_0 \rightarrow \Delta\sigma^2$$

$$R_X(t = k \cdot \Delta, \tau = m \cdot \Delta) \rightarrow R_X(k, m)$$

$$T_H \rightarrow T_0 P$$

$$\langle |R_X(t, \tau)|^2 \rangle = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} |R_X(t, \tau)|^2 dt \rightarrow \frac{1}{T_0/\Delta} \sum_{k=1}^{T_0/\Delta} |R_X(k, m)|^2$$

получаем

$$\begin{aligned} d_{max}^{CC} &= \frac{T_H}{2(\Delta\sigma^2)^2} \frac{\Delta^2}{T_0} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{k=1}^{T_0/\Delta} |R_X(k, m)|^2 = \\ &= \frac{P}{2\sigma^4} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{k=1}^{T_0/\Delta} |R_X(k, m)|^2 \end{aligned} \quad (2.41)$$

$$\begin{aligned} d_{max}^C &= \frac{T_H}{2(\Delta\sigma^2)^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left| \frac{1}{T_0/\Delta} \sum_{k=1}^{T_0/\Delta} R_X(k, m) \right|^2 = \\ &= \frac{T_H}{\Delta} \frac{1}{2\sigma^4} \sum_{m=-\infty}^{\infty} |R_X(m)|^2. \end{aligned} \quad (2.42)$$

Подстановка этих значений ОСШД в (2.38) позволяет получить ROC-кривые по двумерной АКФ искомого СП.

3 Моделирование обнаружения электромагнитного излучения средств вычислительной техники

3.1 Электромагнитное излучение цифрового видеointерфейса DVI

Модель ЭМИ шины DVI на расстояния r от источника излучения можно получить в частотной области с использованием следующего выражения:

$$E(r, f) = S(f) \cdot K(r, f),$$

где $S(f)$ – спектр суммарного сигнала в шине DVI, $K(r, f)$ – эквивалентная частотная характеристика.

Для определения эквивалентной частотной характеристики требуется электродинамическая модель излучения цифрового интерфейса. На рисунке 3.1 представлены примеры амплитудного спектра сигнала в шине DVI, эквивалентной амплитудно-частотной характеристики для расстояния $r = 1$ м, а также рассчитанного с использованием данных характеристик спектра ЭМИ шины DVI.

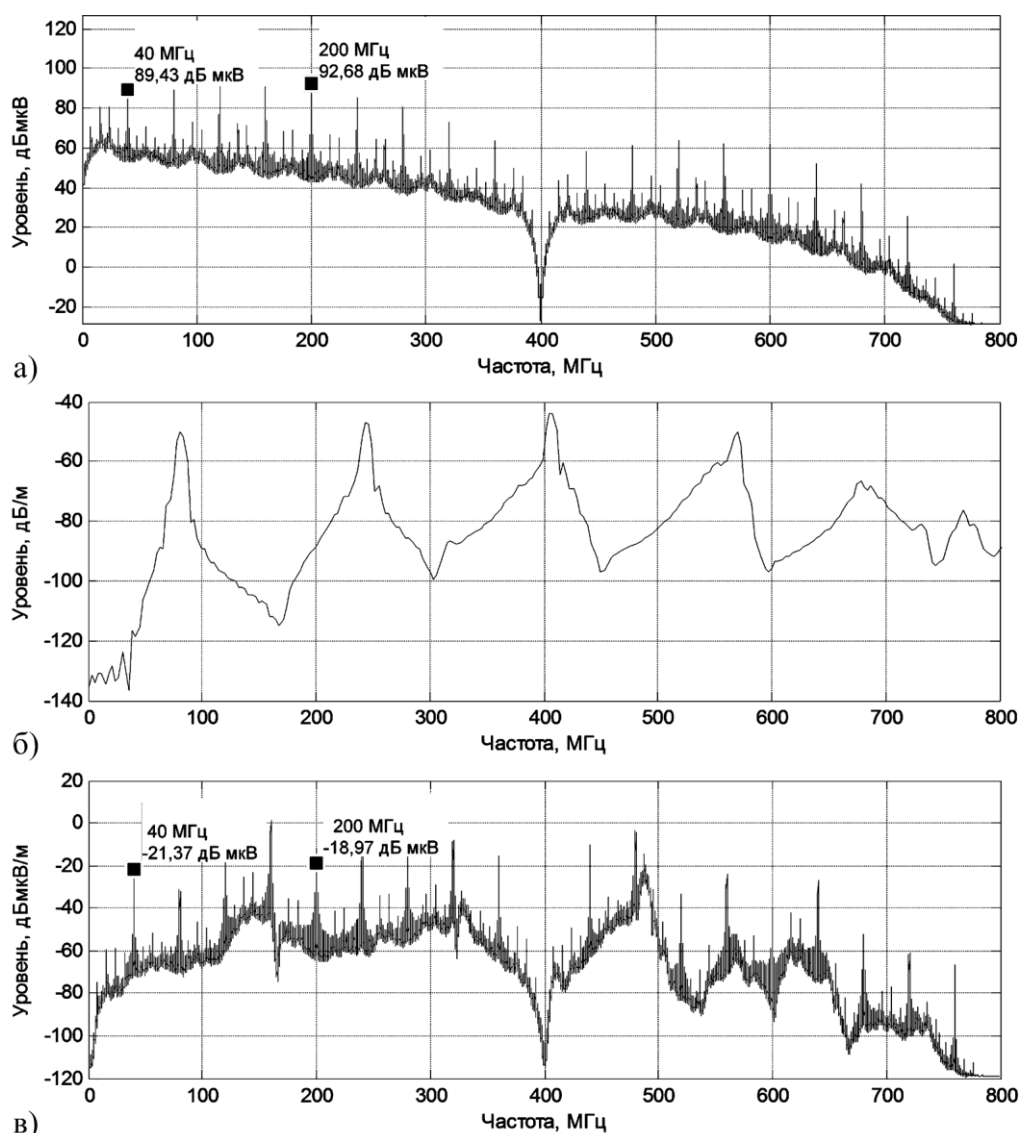


Рисунок 3.1 – а) Амплитудный спектр модели сигнала в канале красного цвета шины DVI; б) частотная характеристика излучения канала красного цвета шины DVI; в) амплитудный спектр ЭМИ шины DVI на расстоянии 1 м

Для определения эквивалентной частотной характеристики кабеля для известного расстояния r можно воспользоваться полноволновой моделью электромагнитных излучений кабеля DVI. Данная модель позволяет определить пространственную зависимость как уровня ЭМИ в дальней зоне вокруг кабеля DVI, так и уровня сигнала в ближней зоне вблизи кабеля. Распределение поля вблизи кабеля может быть использовано для пересчета уровня ЭМИ в дальнюю зону.

3.1.1 Расчет электромагнитного излучения кабеля DVI с использованием дипольной модели

Распределение поля ЭМИ кабеля цифрового интерфейса DVI в ближней зоне может быть пересчитано в дальнюю зону с использованием модели излучения диполя. Для расчета была использована компонента напряженности электрического поля, которая может быть представлена с использованием следующего выражения:

$$E(\mathbf{r}, f) = -\Delta l \cdot \sum_{n=1}^N G_E(\mathbf{r} - \mathbf{r}'_n, f) \cdot H(\mathbf{r}'_n, f), \quad (3.1)$$

где $H(\mathbf{r}, f)$ – тангенциальная компонента магнитного поля в ближней зоне измеренная вдоль кабеля с шагом Δl .

Результаты расчета характеристики направленности излучения с использованием дипольной модели представлены на рисунке 3.2.

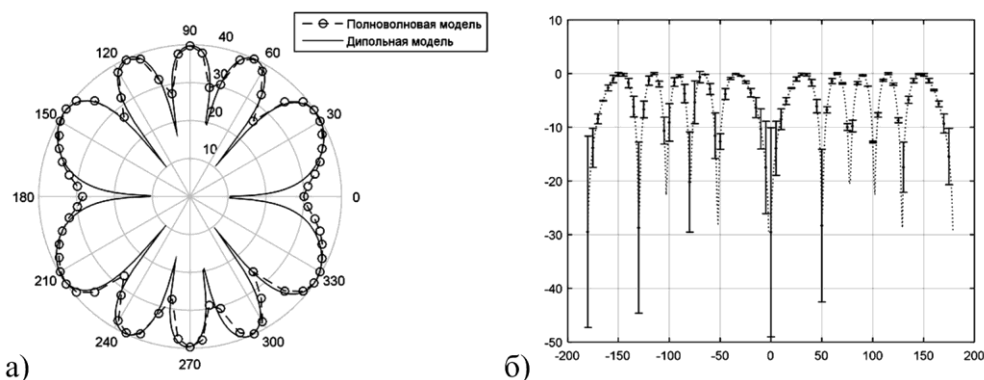


Рисунок 3.2 – а) Характеристики направленности излучения кабеля, рассчитанные с использованием полноволновой и дипольной модели;
б) Распределение значений рассогласования расчетов характеристики с использованием дипольной модели и полноволновой модели

Из рисунка видно, что характеристика направленности излучения кабеля, полученная с использованием дипольной модели, хорошо согласуется с характеристикой, полученной для полноволновой модели. При этом максимальное рассогласование расчетов характеристики получилось при углах, соответствующих минимумам характеристики направленности, и не превышает 10 дБ.

Для верификации полученных результатов были проведены экспериментальные исследования ЭМИ кабеля цифрового видеointерфейса DVI.

3.1.2 Полноволновое моделирование электромагнитных излучений кабеля DVI

Для определения пространственной зависимости уровня ЭМИ вдоль кабеля в ближней зоне и вокруг кабеля в дальней зоне было выполнено полноволновое моделирование кабеля DVI длиной 1,8 м. В полноволновой модели кабеля была использована структура проводников, представленная на рисунке 3.3.

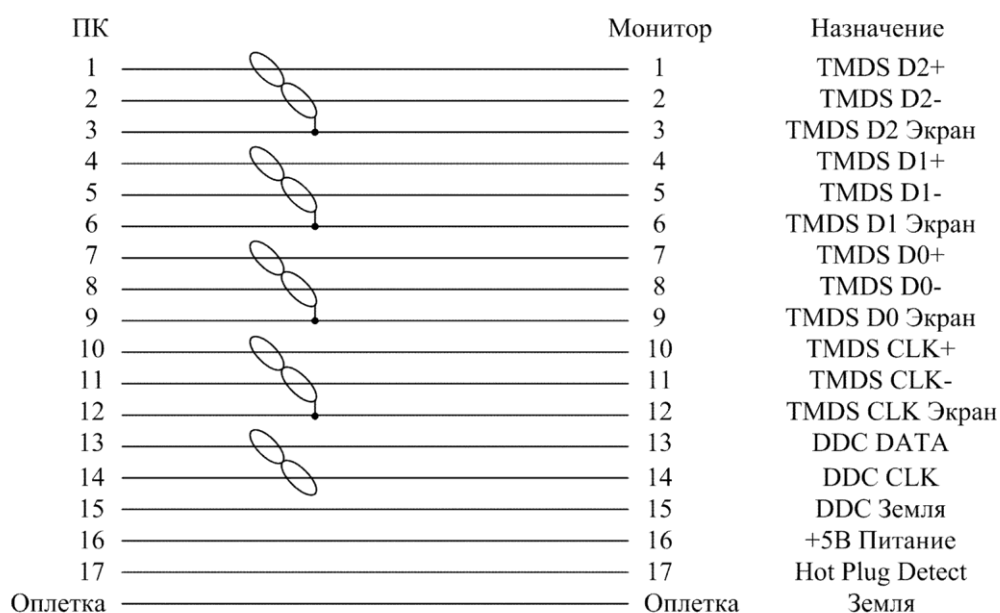


Рисунок 3.3 – Структура проводников кабеля цифрового видеointерфейса DVI

Из рисунка видно, что структура проводников кабеля цифрового видеointерфейса DVI содержит четыре экранированные витые пары. Требования к материалам и конструкции витой пары представлены в таблице 3.

Таблица 3. Материалы и конструкция экранированной витой пары кабеля цифрового видеointерфейса DVI.

Тип скрутки	Правая
Шаг скрутки, мм	60
Радиус проводника витой пары, мм	0,1905
Материал проводника	Медь
Толщина изоляции проводника, мм	0,23
Материал изоляции проводника	Полиэтилен высокой плотности (ПЭВП)
Радиус проводника неизолированного провода, мм	0,24
Внутренний диэлектрик	Воздух
Толщина экрана витой пары, мм	0,03
Тип экрана витой пары	Фольга
Способ экранирования витой пары	Продольное оборачивание с перекрытием
Ширина перекрытия, мм	1,5
Материал внешнего слоя экрана	Полиэтилентерефталат (ПЭТ)
Толщина внешнего слоя, мм	0,02
Материал внутреннего слоя экрана	Алюминий
Толщина внутреннего слоя, мм	0,01

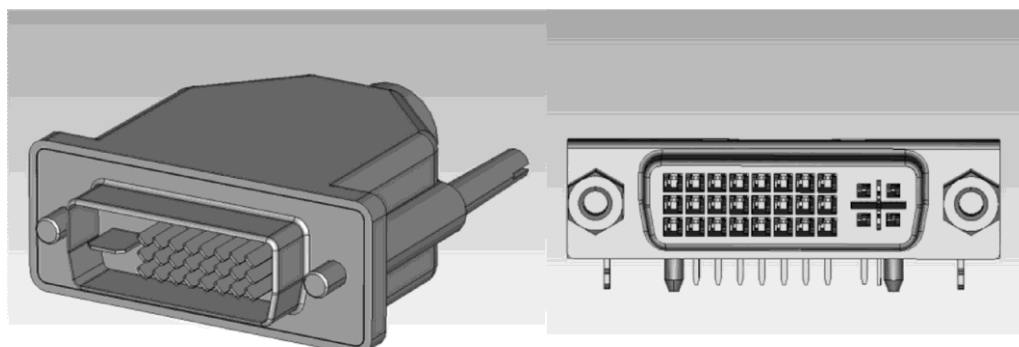
Требования к материалам и конструкции изолированных проводов, экрана, оплетки, изоляции кабеля цифрового видеointерфейса DVI представлены в таблице 4.

Таблица 4. Материалы и конструкция изолированных проводов, экрана, оплетки, изоляции кабеля цифрового видеointерфейса DVI.

Радиус проводника изолированного провода, мм	0,1905
Материал проводника	Медь
Толщина изоляции проводника, мм	0,23
Материал изоляции проводника	Полиэтилен высокой плотности (ПЭВП)

Тип экрана кабеля	Фольга
Способ экранирования кабеля	Продольное оборачивание с перекрытием
Ширина перекрытия, мм	2,0
Толщина внешнего слоя экрана, мм	0,03
Материал внешнего слоя экрана	Полиэтилентерефталат(ПЭТ)
Толщина внутреннего слоя экрана, мм	0,02
Материал внутреннего слоя экрана	Алюминий
Толщина нитей оплетки, мм	0,1
Материал оплетки	Медь
Толщина изоляции кабеля, мм	0,5
Материал изоляция кабеля	Поливинилхлорид (ПВХ)

Внешний вид конструкции разъемов цифрового видеоинтерфейса DVI представлен на рисунке 3.4.



а) б)

Рисунок 3.4 – Конструкции разъемов цифрового видеоинтерфейса DVI, импортированные в среду полноволнового моделирования: а) разъем со стороны кабеля; б) разъем со стороны компьютера (монитора)

Результаты расчета распределения компоненты магнитного поля в ближней зоне вдоль кабеля DVI на высоте 3 см и напряженности электрического поля вокруг кабеля на расстоянии $r = 3$ м на двух кратных частотах $f = 400$ МГц ($f = f_0$) и $f = 800$ МГц ($f = 2 f_0$) представлены на рисунке 3.5.

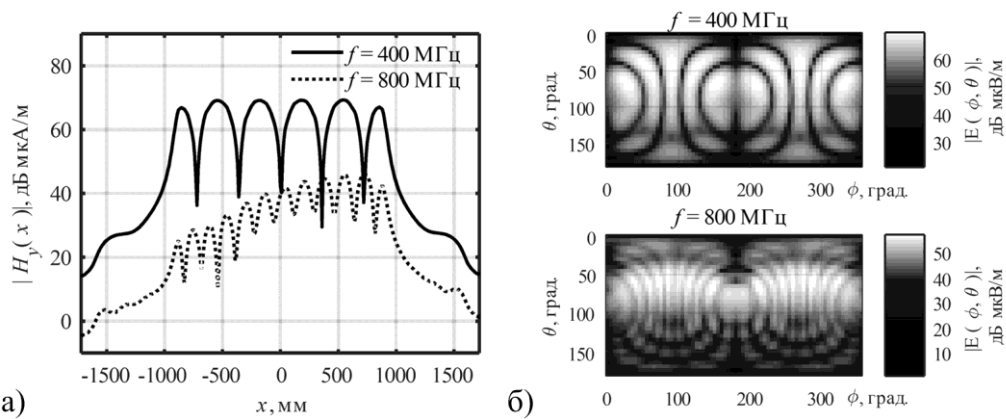


Рисунок 3.5 – Распределение компоненты магнитного поля в ближней зоне вдоль кабеля (а) и напряженности электрического поля вокруг кабеля (б) на частотах 400 МГц и 800 МГц

Из рисунка 3.5а видно, что излучение экранированного кабеля цифрового видеointерфейса DVI определяется пространственными пучностями распределения поля вдоль кабеля, формирующимися за счет переотражений от концов кабеля. Интервал между пучностями амплитуды распределения поля определяется половиной длины волны электромагнитного излучения. Так для частот 400 МГц и 800 МГц этот интервал отличается в два раза и составляет примерно 38 см и 19 см соответственно.

Распределение компоненты напряженности электрического поля вокруг кабеля имеет многолепестковый характер (рисунок 3.5, б). По сравнению с распределением на частоте 400 МГц распределение на частоте 800 МГц имеет большее число лепестков, а их ширина становится меньше.

Для полученного распределения поля ЭМИ кабеля DVI в ближней зоне может быть выполнен пересчет в дальнюю зону с использованием простейшей дипольной модели.

Итак, в данном параграфе представлена модель электромагнитных излучений цифрового видеointерфейса DVI, которая учитывает форму сигналов видеointерфейса и электродинамическую модель кабеля DVI. Результаты моделирования электромагнитных излучений представлены распределениями напряженности магнитного поля в ближней зоне и распределением напряжен-

ности электрического поля в дальней зоне. Для определения связи между полями в ближней зоне и дальней зоне может быть использована дипольная модель (3.1), построенная на принципе эквивалентности.

3.2 Статистическое моделирование обнаружения сигнала с амплитудно-импульсной модуляцией

Рассмотрим на примере конкретного АИМ-сигнала задачу обнаружения, характеристики которой представлены в таблице 5.

Таблица 5. Значения параметров задачи обнаружения АИМ-сигнала используемые при моделировании.

A	D	T_0	T_H
1	1/3	6 Δ	6000 Δ

Двумерная АКФ такого СП представлена на рисунке 3.6.

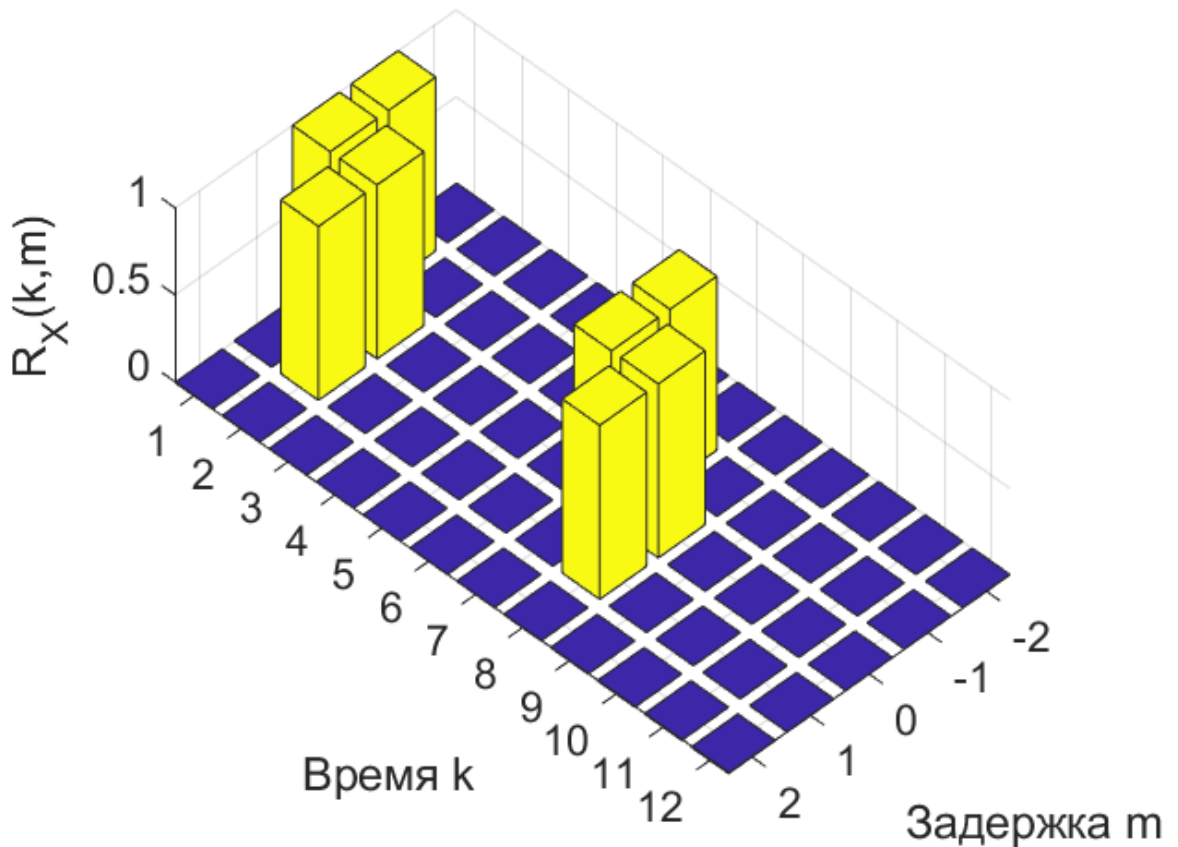


Рисунок 3.6 – Двумерная АКФ дискретного по времени АИМ сигнала

Его одномерная и двумерная АКФ описываются следующими выражениями:

$$\begin{aligned}
 R_X(k, m) &= \sum_{p=-\infty}^{\infty} \left(\delta \left(k - 1 + p \frac{T_0}{\Delta}, m \right) + \delta \left(k - 2 + p \frac{T_0}{\Delta}, m \right) \right. \\
 &\quad \left. + \delta \left(k - 1 + p \frac{T_0}{\Delta}, m + 1 \right) + \delta \left(k - 2 + p \frac{T_0}{\Delta}, m - 1 \right) \right) \\
 R_X(m) &= \frac{\Delta}{T_0} \sum_{k=1}^{\frac{T_0}{\Delta}} R_X(k, m) = \\
 &= \frac{\Delta}{T_0} \sum_{k=1}^{\frac{T_0}{\Delta}} \delta(k - 1, m) + \delta(k - 2, m) + \delta(k - 1, m + 1) + \\
 &\quad + \delta(k - 2, m - 1) = \frac{1}{6} (\delta(m - 1) + 2\delta(m) + \delta(m + 1)).
 \end{aligned}$$

СЦС такого сигнала находится по формуле (2.30):

$$\begin{aligned}
 \text{СЦС}_X &= \frac{\frac{\Delta}{T_0} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{k=1}^{\frac{T_0}{\Delta}} |R_X(k, m) - R_X(m)|^2}{\sum_{m=-\infty}^{\infty} |R_X(m)|^2} = \\
 &= \frac{\frac{\Delta}{T_0} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{k=1}^{\frac{T_0}{\Delta}} |R_X(k, m)|^2}{\sum_{m=-\infty}^{\infty} |R_X(m)|^2} - 1 = \frac{\frac{1}{6} (1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2)}{\left(\frac{1}{6}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{6}\right)^2} - 1 = \\
 &= 3.
 \end{aligned}$$

Максимальные достижимые ОСШД для стационарного и циклостационарного обнаружителя:

$$\begin{aligned}
 d_{max}^{\text{ЦС}} &= \frac{P}{2\sigma^4} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{k=1}^{\frac{T_0}{\Delta}} |R_X(k, m)|^2 = \frac{1000}{2\sigma^4} 4 = \frac{2000}{\sigma^4} \\
 d_{max}^{\text{С}} &= \frac{T_H}{\Delta} \frac{1}{2\sigma^4} \sum_{m=-\infty}^{\infty} |R_X(m)|^2 = \frac{6000}{2\sigma^4} \left(\left(\frac{1}{6}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{6}\right)^2 \right) = \frac{500}{\sigma^4}.
 \end{aligned}$$

На рисунке 3.7 приведены теоретические кривые обнаружения, построенные для соответствующих ОСШД, и кривые обнаружения, построенные по

результатам статистического моделирования такого обнаружения. Для построения графиков использовались следующие параметры: $T_n = 6000\Delta$; $T_0 = 6\Delta$; $D = \frac{1}{3}$; СЦС = 3.

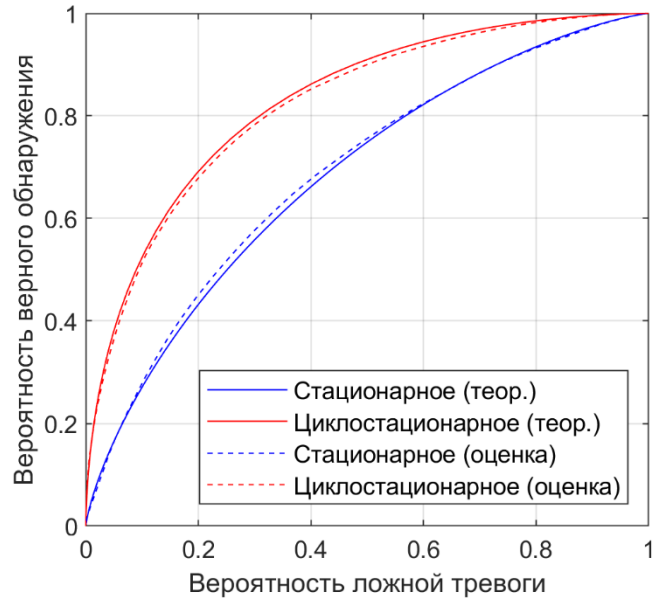


Рисунок 3.7 – ROC-кривые обнаружителя АИМ сигнала: Сплошными линиями показаны теоретические кривые, пунктирными – экспериментальные. Синим цветом показаны кривые стационарного обнаружителя, красным – циклостационарного

Полученные кривые практически совпадают, что подтверждает полноту описания характеристик обнаружения в таких условиях одной характеристикой – ОСШД. Из формул (2.36, 2.38) следует, что СЦС показывает насколько переход к циклостационарному обнаружению приводит к приближению ROC кривой к точке идеального приёма ($P_{ош1} = 0$; $P_{ош2} = 0$).

Незначительные отклонения экспериментальных кривых от теоретических могут быть объяснены тем, что сделанные предположения о законах распределения не выполняются в точности. Например, дисперсия смеси сигнала и шума при параметрах, выбранных для рисунка 3.7, превосходила дисперсию шума на два процента. Также закон распределения не в точности совпадал с гауссовским.

Рассмотрим влияние СЦС на другую характеристику обнаружения – вероятность ошибки. Для определённости рассмотрим вероятность ошибки при

пороговом значении обеспечивающим равенство вероятностей ошибок первого и второго рода

$$P_{\text{ош}} = P_{\text{ош1}} = P_{\text{ош2}}.$$

Подставив значения $P_{\text{ош1}}(y_{\text{п}})$ и $P_{\text{ош2}}(y_{\text{п}})$ получим уравнение

$$P_{\text{ош1}}(y_{\text{п}}) = \frac{\text{erf}(g)}{2} + \frac{1}{2},$$

$$P_{\text{ош2}}(y_{\text{п}}) = \frac{1}{2} - \frac{\text{erf}\left(g + \frac{\sqrt{d}}{\sqrt{2}}\right)}{2},$$

$$\frac{\text{erf}(g)}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{\text{erf}\left(g + \frac{\sqrt{d}}{\sqrt{2}}\right)}{2},$$

которое имеет решение

$$g = -\frac{1}{2} \frac{\sqrt{d}}{\sqrt{2}},$$

и, соответственно,

$$P_{\text{ош}} = \frac{1}{2} - \frac{\text{erf}\left(\frac{1}{2} \frac{\sqrt{d}}{\sqrt{2}}\right)}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \text{erf}\left(\frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{T_{\text{H}}}{2\sigma^4 T_0} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{k=1}^{\frac{T_0}{\Delta}} |R_X(k, m)|^2}\right) =$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \text{erf}\left(\frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{\left(\frac{T_{\text{H}}}{\Delta} \frac{1}{2\sigma^4} \sum_{m=-\infty}^{\infty} |R_X(m)|^2\right) (1 + \text{СЦС})}\right).$$

При фиксированной вероятности ошибки получаем

$$\left(\frac{T_{\text{H}}}{\Delta} \frac{1}{2\sigma^4} \sum_{m=-\infty}^{\infty} |R_X(m)|^2\right) (1 + \text{СЦС}) = \text{const}.$$

И, следовательно, можно провести анализ влияния СЦС на параметры обнаружения:

$$1 + \text{СЦС} \sim T_{\text{H}}.$$

То есть при переходе к циклостационарному обнаружению можно сократить время наблюдения в $(1 + \text{СЦС})$ раз.

Достижимые ОСЩД по формулам (2.41, 2.42) можно выразить через отношение сигнал-шум (SNR) на входе обнаружителя и нормированную АКФ

$$\frac{R_X(m)}{R_X(0)}.$$

$$SNR \triangleq \frac{E\{X^2(n)\}}{E\{V^2(n)\}} = \frac{R_X(0)}{R_V(0)},$$

$$\begin{aligned} d_{max}^C &= \frac{T_H}{\Delta} \frac{1}{2\sigma^4} \sum_{m=-\infty}^{\infty} |R_X(m)|^2 = \\ &= \frac{T_H}{\Delta} \frac{1}{2\sigma^4} \left(\frac{R_X(0)}{R_X(0)}\right)^2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} |R_X(m)|^2 = \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$= \frac{T_H SNR^2}{2\Delta} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left| \frac{R_X(m)}{R_X(0)} \right|^2$$

$$d_{max}^{ЦС} = (1 + \text{СЦС}) \frac{T_H SNR^2}{2\Delta} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left| \frac{R_X(m)}{R_X(0)} \right|^2. \quad (3.3)$$

Подставив использованные при моделировании значения, получаем

$$d_{max}^C = 4500 \cdot SNR^2,$$

$$d_{max}^{ЦС} = 18000 \cdot SNR^2,$$

и зависимость вероятности ошибки от SNR для стационарного и циклостационарного обнаружения соответственно

$$P_{ош}^C = \frac{1}{2} - \frac{\text{erf}\left(\sqrt{562,5 \cdot SNR^2}\right)}{2},$$

$$P_{ош}^{ЦС} = \frac{1}{2} - \frac{\text{erf}\left(\sqrt{2250 \cdot SNR^2}\right)}{2}.$$

На рисунке (3.8) приведены зависимости вероятности ошибки от SNR , рассчитанные теоретически и построенные по результатам статистического моделирования такого обнаружения.

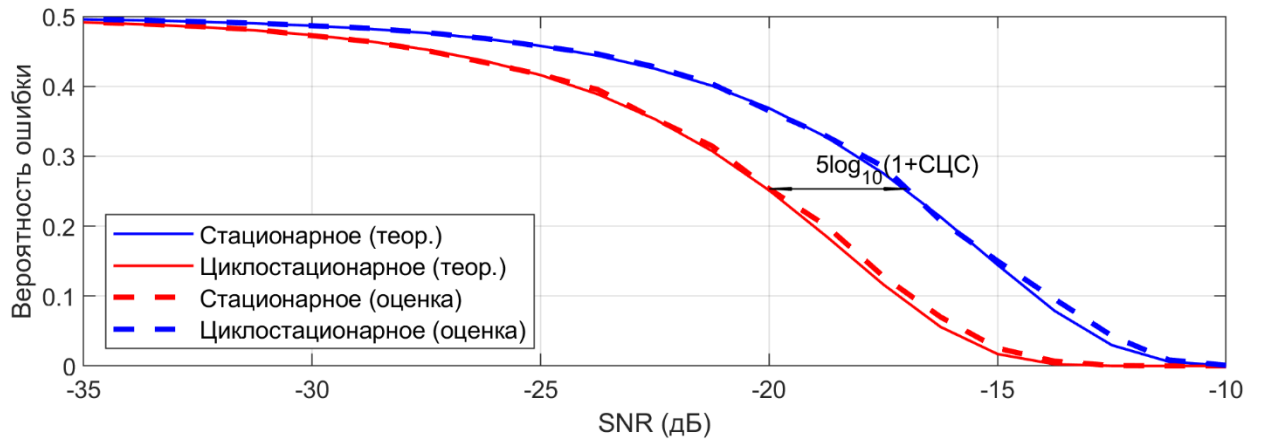


Рисунок 3.8 – Вероятность ошибки при обнаружении АИМ сигнала: Сплошными линиями показаны теоретические кривые, пунктирными – экспериментальные. Синим цветом показаны вероятности ошибки стационарного обнаружителя, красным – циклостационарного

По графику видно, что переход к циклостационарному обнаружению позволяет снизить требования к SNR. Зафиксировав качество обнаружения, а значит ОСШД, по формулам (3.2, 3.3) можно найти отношение SNR:

$$(1 + \text{СЦС}) \frac{T_H (\text{SNR}^{\text{ЦС}})^2}{2\Delta} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left| \frac{R_X(m)}{R_X(0)} \right|^2 = \frac{T_H (\text{SNR}^{\text{С}})^2}{2\Delta} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left| \frac{R_X(m)}{R_X(0)} \right|^2,$$

$$\frac{\text{SNR}^{\text{С}}}{\text{SNR}^{\text{ЦС}}} = \sqrt{1 + \text{СЦС}}.$$

Это отношение в логарифмическом представлении составляет $5 \log_{10}(1 + \text{СЦС})$ дБ, что хорошо видно на рисунке 3.8.

3.2.1 Модель сигнала в пробнике ближнего поля

АИМ-сигнал $x(t)$ (2.3), действующий в проводниках печатной платы, формирует непреднамеренное электромагнитное излучение. Модель сигнала $s(t)$, измеренного пробником ближнего поля, может быть описана как преобразование сигнала $x(t)$ эквивалентной линейной системой, учитывающей преобразование сигнала в линии в сигнал на выходе пробника ближнего поля, в соответствии со схемой, показанной на рисунке 3.9:

$$s(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \cdot h(t - \tau) d\tau,$$

где «*» – операция свёртки; $h(t)$ – импульсная характеристика (ИХ) эквивалентной линейной системы. В качестве модели эквивалентной линейной системы была использована двухполюсная модель следующего вида:

$$h(t) = \omega_0 \cdot \cos(\omega_0 t) \cdot e^{-\frac{t}{\tau_0}} \cdot u(t),$$

где $u(t)$ – функция Хэвисайда; ω_0 – частота собственных колебаний импульсной характеристики; τ_0 – постоянная времени эквивалентной ИХ.

В таблице 6 приведены значения параметров АИМ-сигнала и параметры ИХ, которые использовались при моделировании. Реализация нормированной ИХ эквивалентной линейной системы приведена на рисунке 3.10.

Таблица 6. Значения параметров АИМ-сигнала и эквивалентной ИХ, используемые при моделировании

$A, В$	$T_0 = T_{\text{бит}}, \text{нс}$	D	$\tau_0, \text{нс}$	$\omega_0, \text{рад/с}$
3,3	10	1	3	$3,14 \cdot 10^9$

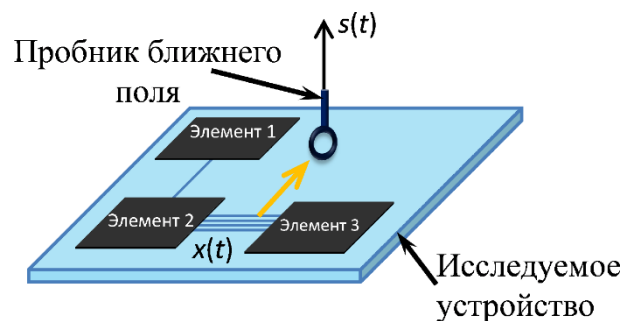


Рисунок 3.9 – Схема формирования сигнала в ближнем поле

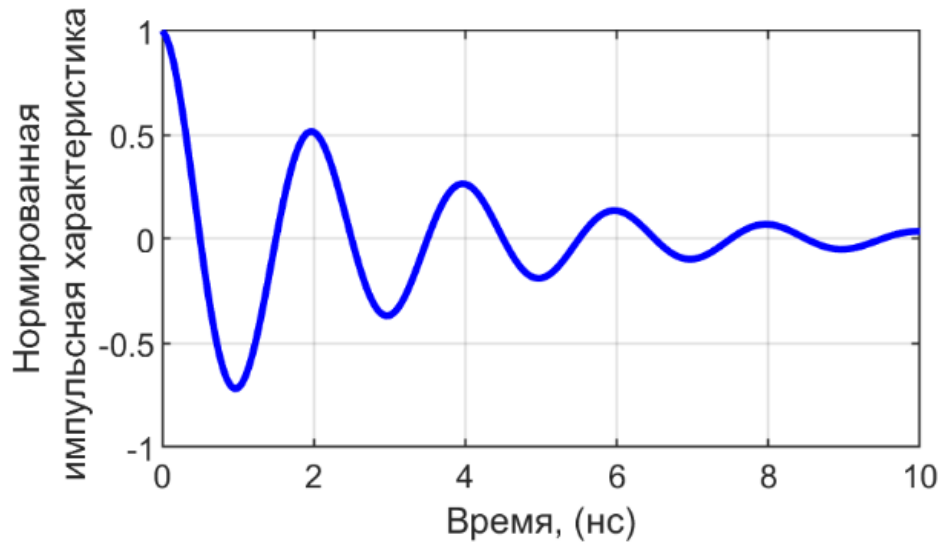


Рисунок 3.10 – Импульсная характеристика эквивалентной линейной системы

Одномерная и двумерная АКФ АИМ-сигнала приведены на рисунке 3.11. Двумерная АКФ может быть представлена в виде суммы двух компонент: $R_X(\tau)$ и $R_X(t, \tau) - R_X(\tau)$. Площадь под квадратом АКФ $R_X(\tau)$ (2.20) равна $\frac{2}{3}A^4T_{\text{бит}} = 790,6 \text{ (В}^4 \cdot \text{нс)}$, а числитель СЦС (2.19) в два раза меньше знаменателя и равен $A^4T_{\text{бит}} - \frac{2}{3}A^4T_{\text{бит}} = 395,3 \text{ (В}^4 \cdot \text{нс)}$, т.е. $\text{СЦС}_X = \frac{1}{2}$, что согласуется с теоретическим значением, получаемым из формулы (2.25), с учётом коэффициента заполнения $D = 1$ и нулевого джиттера $U = 0$.

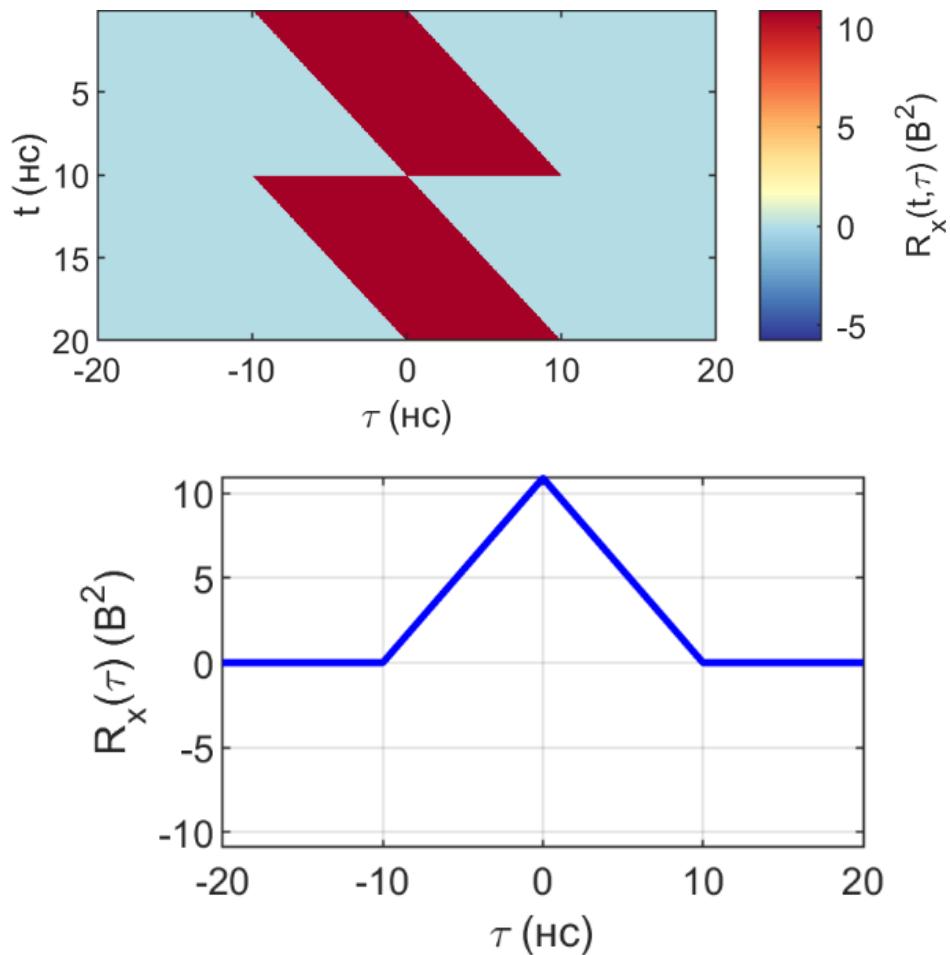


Рисунок 3.11 – АКФ АИМ-сигнала $x(t)$: а) двумерная АКФ $R_x(t, \tau)$; б) одномерная АКФ $R_x(\tau)$

При излучении и последующей регистрации пробником ближнего поля сигнал искажается, что приводит к изменению его АКФ. АКФ модели сигнала $s(t)$ на выходе эквивалентной линейной системы представлена на рисунке 3.12. Для модели сигнала на выходе эквивалентной линейной цепи величина СЦС_с равна 6,23.

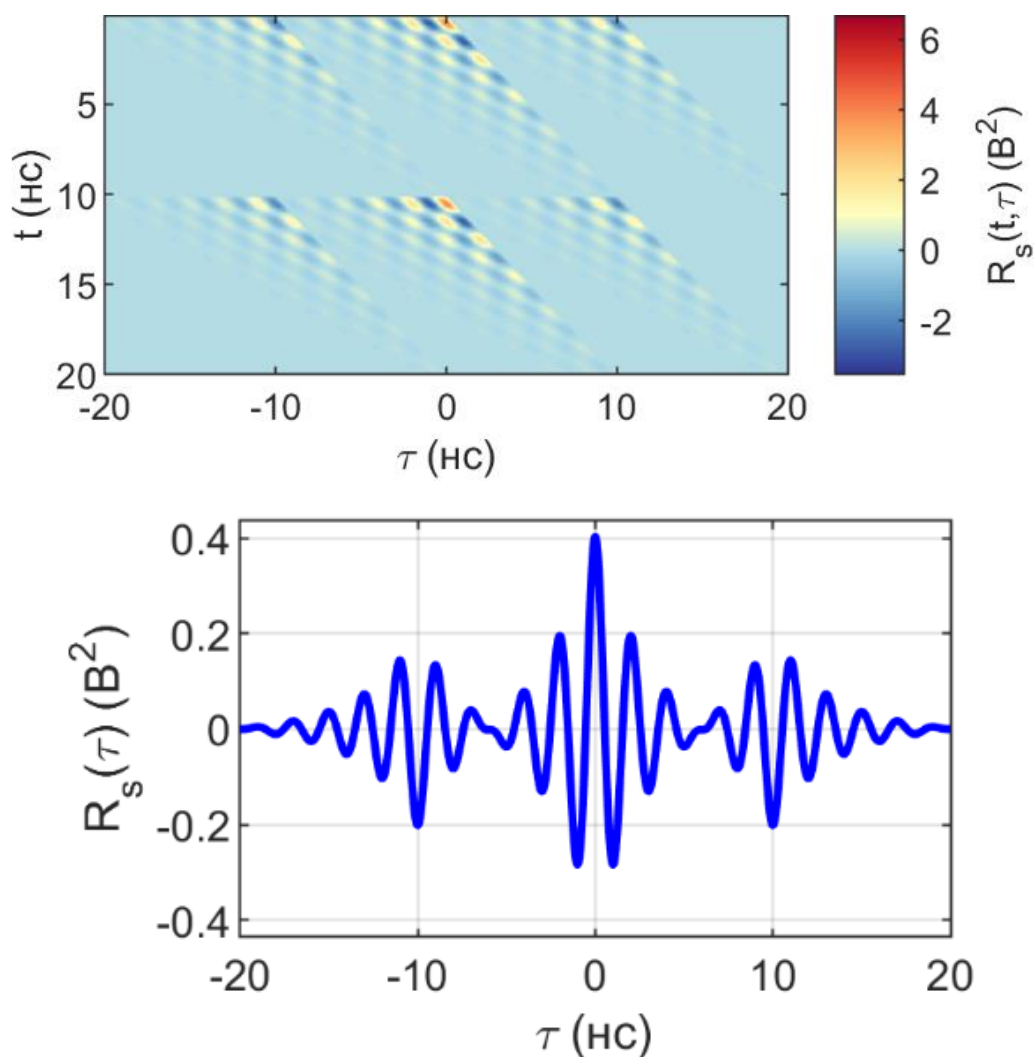


Рисунок 3.12 – АКФ модели сигнала $s(t)$ на выходе эквивалентной линейной системы: а) двумерная АКФ $R_s(t, \tau)$; б) одномерная АКФ $R_s(\tau)$

Значительное повышение СЦС при переходе от сигнала в проводнике печатной платы к сигналу, измеренному пробником ближнего поля, подтверждает перспективность циклостационарного подхода к обнаружению таких излучений, т.к. в соответствии с формулой (2.36) прирост качества обнаружения пропорционален СЦС.

3.2.2 Статистическое моделирование обнаружения излучения сигнала с амплитудно-импульсной модуляцией

Сравнение качества обнаружения источника непреднамеренного излучения СВТ по результатам измерений в ближнем поле с использованием двух

подходов было выполнено на основе статистического моделирования. В первом подходе использовалась оценка средней мощности (2.33), во втором подходе использовалась оценка СЦС (2.32).

Средняя мощность модели сигнала $s(n)$ была равна $0,4 \text{ В}^2$. Интервал дискретизации $\Delta = 0,25 \text{ нс}$, интервал наблюдения $T_n = 500 \text{ нс}$. Шум наблюдения $v(n)$ описывал внешние источники излучения. Для его моделирования использовались 20 независимых источников аддитивного гауссовского шума, каждый из которых имел случайную дисперсию. Средняя мощность шума наблюдения была в 9 раз больше мощности сигнала.

Таким образом, наблюдаемый СП $W(n)$ можно записать в следующем виде:

$$W(n) = V(n) + H \cdot S(n),$$

где H – случайная величина (2.37), показывающая наличие излучения источника.

В результате моделирования был сформирован ансамбль из 10^4 реализаций СП, по которым получены ансамбли оценок \widehat{P}_{cp} и $\widehat{\text{СЦС}}$. Графики плотностей вероятностей приведены на рисунке 3.13.

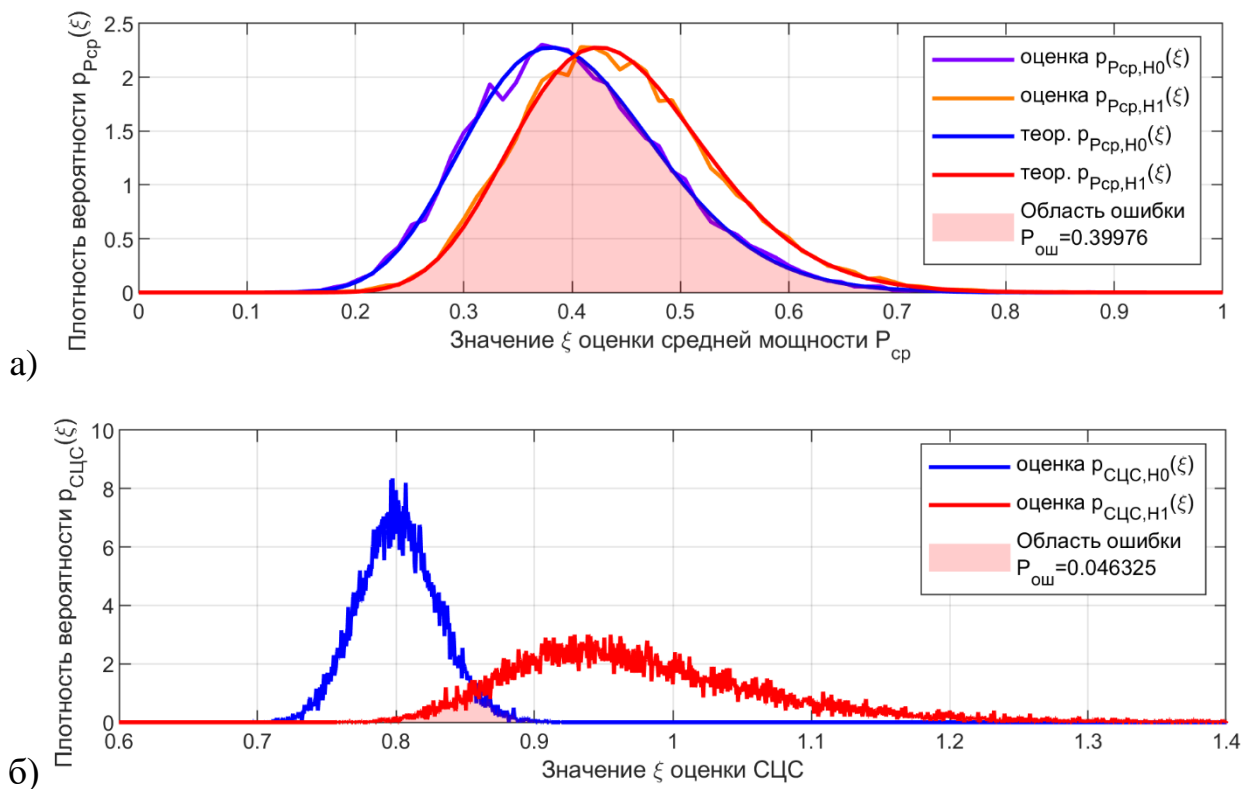


Рисунок 3.13 – Условные плотности вероятностей оценок: а) \hat{P}_{cp} ; б) $\hat{C}\hat{C}\hat{C}$

Из рисунка 3.13 видно, что использование СЦС при обнаружении сигнала источника циклостационарного излучения позволяет снизить вероятность ошибки с 40% до 4,6%.

4 Экспериментальные исследования

4.1 Измерения электромагнитного излучения кабеля DVI

Экспериментальные исследования в ближней и дальней зонах излучения проводились в соответствии со схемами, представленными на рисунке 4.1, на двух кратных частотах $f = 742,5$ МГц ($f = f_0 = 0,5/T_{\text{бит}}$) и $f = 1485$ МГц ($f = 2f_0 = 1/T_{\text{бит}}$), соответствующих излучению интерфейса DVI в режиме передачи изображения с разрешением 1920×1080 пикселей с частотой обновления кадров 60 Гц.

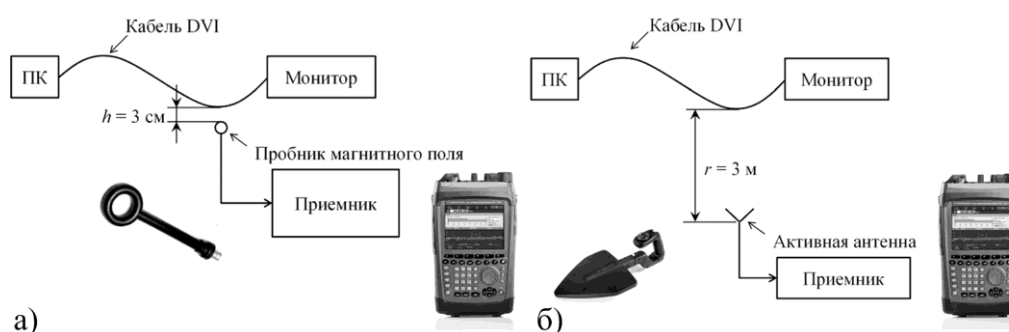


Рисунок 4.1 – Схемы измерений: а) в ближней зоне вдоль кабеля и б) в дальней зоне вокруг кабеля

Сканирование компоненты магнитного поля H_y в ближней зоне проводилось вдоль кабеля DVI на высоте 3 см с помощью пробника магнитного поля ETS Lindgren диаметром 3 см. Пробник подключался к мониторинговому приемнику R&S PR100. На приемнике проводилась регистрация среднеквадратического уровня сигнала в зависимости от положения пробника вдоль кабеля. Пробник перемещался вдоль кабеля с равным шагом, величина которого изменялась в зависимости от частоты. Шаг сканирования на частоте 742,5 МГц составил 2 см, а на частоте 1485 МГц – 1 см. Длина сегмента кабеля DVI, вдоль которого было проведено сканирование, составила 1 метр.

Результаты сканирования компоненты магнитного поля H_y на частотах 742,5 МГц и 1485 МГц представлены на рисунке 4.2.

Из полученных результатов сканирования видно, что распределение среднеквадратического уровня компоненты магнитного поля H_y вдоль кабеля

имеет колебательный характер. Интервал колебаний, определяемый половиной длины волны, составил примерно 20 см и 10 см на частотах 742,5 МГц и 1485 МГц соответственно.

Из рисунка видно, что уровни сигналов на частотах 742,5 МГц и 1485 МГц отличаются на (20...25) дБ. Отличие в уровнях сигналов согласуется с уровнями спектра суммарного сигнала интерфейса DVI.

Представленные зависимости поперечной компоненты магнитного поля кабеля DVI полностью согласуются с результатами моделирования распределения поверхностного тока вдоль кабеля DVI.

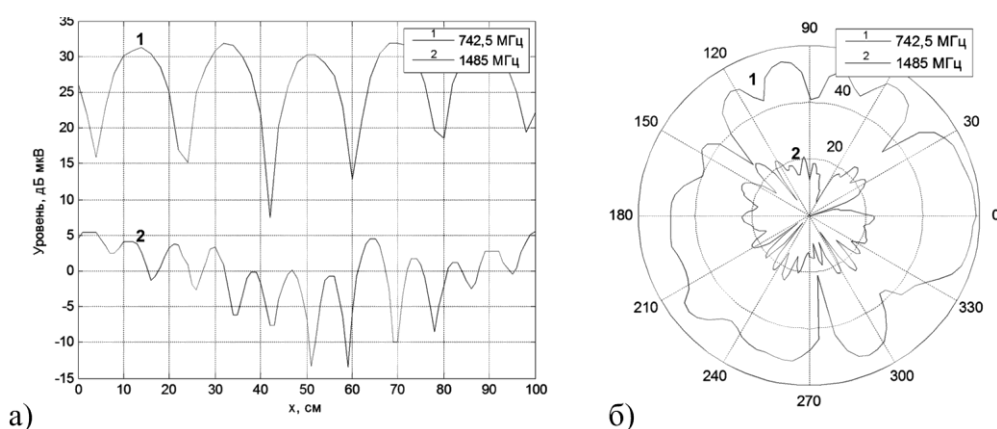


Рисунок 4.2 – Распределения компонент магнитного поля в ближней зоне вдоль кабеля (а) и электрического поля в дальней зоне на расстоянии 3 м (б) на частотах 742, МГц и 1485 МГц

Измерение среднеквадратического уровня напряженности электрического поля в дальней зоне проводилось с помощью активной антенны R&S HE300 в вертикальной поляризации, подключенной к мониторинговому приемнику R&S PR100. Антенна была расположена на расстоянии 3 м от кабеля DVI.

Для измерения характеристики направленности излучения кабеля DVI осуществлялся поворот кабеля вокруг геометрического центра вместе с компьютером и монитором относительно неподвижной измерительной антенны. Шаг угла поворота выбирался таким образом, чтобы на самый узкий лепесток характеристики направленности приходилось от 3 до 5 положений поворачиваемого кабеля.

На рисунке 4.26 представлены характеристики направленности излучения кабеля DVI, полученные на частотах 742,5 МГц и 1485 МГц.

Из рисунков видно, что с ростом частоты увеличивается изрезанность характеристики направленности излучения кабеля. Максимальный уровень излучения на частоте 742,5 МГц составил порядка 60 дБ мкВ/м. Максимальный уровень излучения на частоте 1485 МГц составил порядка 25 дБ мкВ/м. Ширина самого узкого лепестка характеристики направленности составила порядка 5° на частоте 742,5 МГц и порядка $2,5^\circ$ на частоте 1485 МГц. Данные параметры соответствуют изменению уровня и интервала колебания магнитной компоненты вдоль кабеля, измеренной в ближней зоне.

Направление максимума уровня излучения кабеля DVI меняется в зависимости от частоты, что определяется конфигурацией расположения кабеля, компьютера и монитора. На частоте 742,5 МГц направление максимума уровня излучения соответствует 0° , а на частоте 1485 МГц – 130° .

Из полученных результатов видно, что параметры полученных характеристик направленности во многом соответствуют параметрам излучения кабеля в дальней зоне, полученным на основе модели. Следует отметить, что в отличие от модели измеренные характеристики имеют более сложный характер в результате влияния на излучения компьютера и монитора.

На основе проведенных экспериментальных исследований излучения кабеля DVI в ближней и дальней зонах можно сделать вывод о возможности проведения предварительного численного моделирования характеристик ЭМИ ТС. Данное моделирование может показывать характеристики, требующие контроля при экспериментальной оценке распределения мощности электромагнитного излучения в области пространства, окружающей кабель. Такими характеристиками ЭМИ являются его частотные свойства, направленность излучения и поляризация.

Полученные экспериментальные результаты демонстрируют согласование характеристик излучения кабеля DVI в ближней и дальней зонах. Так при увеличении частоты в два раза от 742,5 МГц до 1485 МГц интервал колебаний

магнитной компоненты уменьшился в два раза, при этом во столько же раз уменьшилась минимальная ширина лепестка характеристики направленности.

Проведенные исследования показали, что измерения в ближней зоне излучения позволяют предсказывать пространственно-частотные характеристики излучения сложных кабельных соединений в дальней зоне. Данный подход может быть использован для описания пространственно-частотного распределения средней мощности в области, охватывающей кабель.

Результаты измерения излучения кабеля в ближней и дальней зонах позволили верифицировать результаты моделирования.

4.2 Использование СЦС для обнаружения ЭМИ СВТ

При проведении теоретического исследования было показано, что для обнаружения сигнала в сильном шуме достаточно знания его двумерной АКФ, характеристики более высоких порядков не требуются, т.к. при большом уровне мощности шума они дают пренебрежимо малый прирост качества обнаружения. Исходя из этого, оценка двумерной АКФ может быть использована для обнаружения источников ЭМИ. При известном периоде циклоstationарности оценка двумерной АКФ для измеренных осциллографом данных может быть выполнена с помощью синхронного усреднения.

При выявлении потенциальных источников ЭМИ СВТ, порождаемых информационными сигналами, и при диагностике режима работы исследуемого устройства важно отличать источники случайных сигналов от источников тактирующих сигналов. Тактирующие сигналы сопровождают функционирование СВТ и могут иметь те же периоды следования импульсов, что и информационные сигналы. Применение характеристики $\widehat{СЦС}_{II}^{T_0}(X(t))$ позволяет различать источники тактовых и информационных сигналов при проведении экспериментальных исследований.

Для проверки такого подхода был проведен эксперимент, в ходе которого исследовалось излучение макетной платы в ближнем поле. Схема экспериментальной установки приведена на рисунке 4.3.

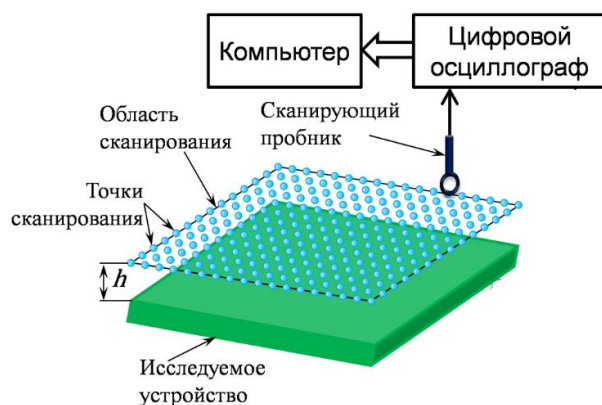


Рисунок 4.3 – Схема экспериментальной установки

На высоте 2 мм над платой находится плоскость сканирования размером 26 мм × 30 мм. Шаг сканирования по осям x и y был выбран равным 2 мм. Трёхкоординатный автоматизированный позиционер перемещал пробник ближнего поля в координатной сетке точек сканирования. При проведении экспериментальных исследований использовался пробник магнитного поля Langer EMV Technik RF-R 3-2. Сигнал с пробника регистрировался с помощью цифрового запоминающего осциллографа. В каждой точке сканирования записывалась непрерывная выборка длительностью 1 миллион отсчётов с частотой дискретизации 2 ГГц.

В качестве тестового устройства использовалась отладочная плата ПЛИС (Программируемая логическая интегральная схема) и оперативной памяти SDRAM. В эксперименте исследовались ЭМИ платы, возникающие в процессе активной работы ПЛИС с памятью. ПЛИС макетной платы была сконфигурирована таким образом, чтобы тактировать чип памяти и передавать в неё поток случайных данных. Использовался стандарт передачи данных JESD8C с амплитудой импульсов 3,3 В и тактовой частотой 50 МГц. Реализации сигнала в линии и сигнала, зарегистрированного в ближнем поле, показаны на рисунке 4.4. Из рисунков видно, что каждый фронт сигнала в линии вызывает всплеск излучения.

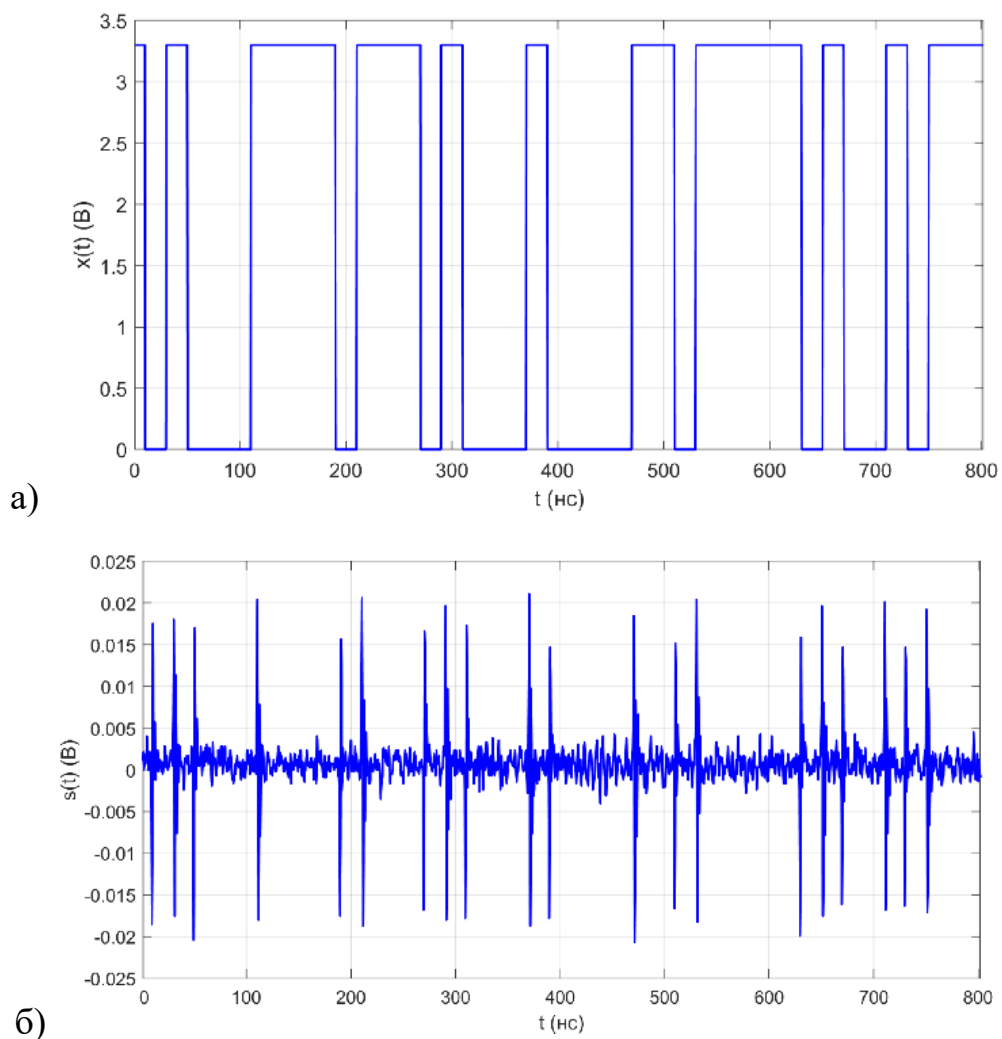


Рисунок 4.4 – Сигналы в линии (а) и в ближнем поле (б) исследуемого устройства

Рассмотрим результаты экспериментальных исследований ЭМИ макетной платы в ближнем поле. Фотография макетной платы с отмеченной на ней областью сканирования показана на рисунке 4.5. Пространственное распределение суммарной мощности излучения в плоскости сканирования в ближнем поле показано на рисунке 4.6.

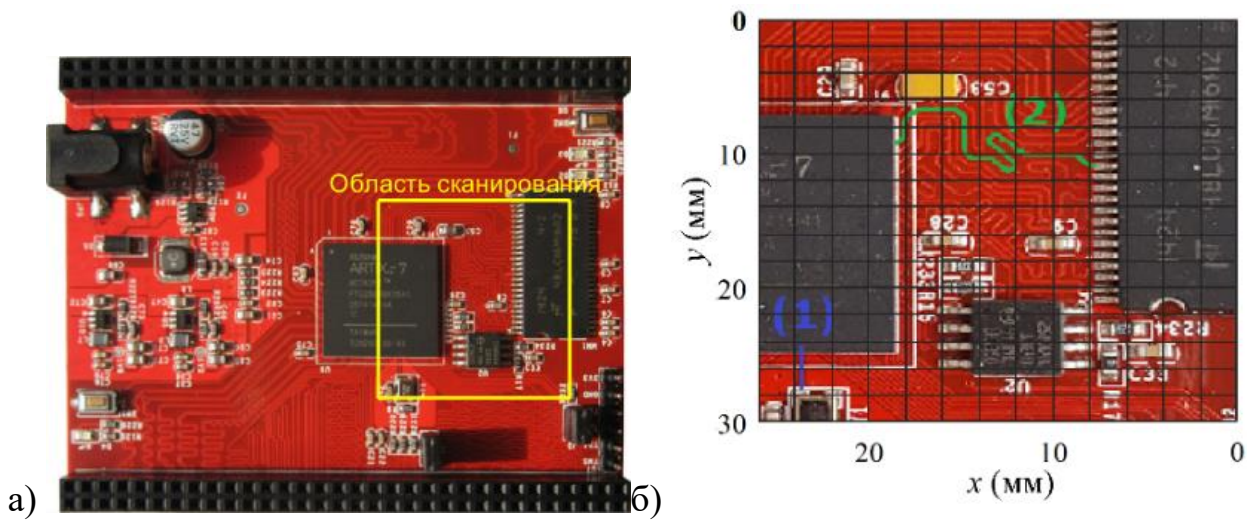


Рисунок 4.5 – Исследуемое устройство: а) исследуемая отладочная плата ПЛИС; б) область сканирования

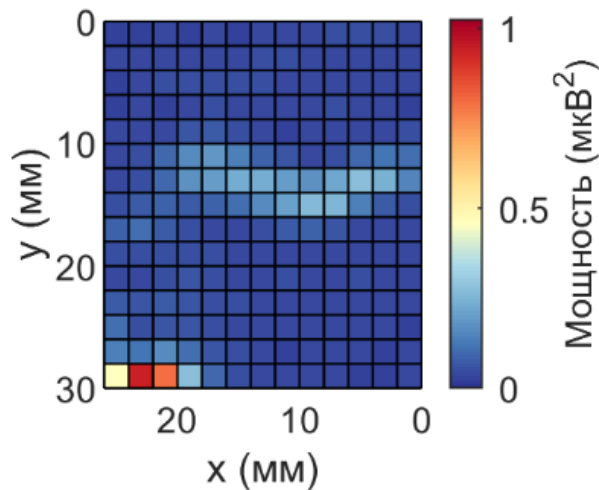


Рисунок 4.6 – Пространственное распределение мощности излучения в ближнем поле

Основными источниками излучения являются тактовый и информационный сигналы. На рисунке 4.5 (б) цифрами 1 и 2 обозначены печатные проводники, по которым передавались тактовый и информационный сигналы соответственно. На рисунке 4.6 видна область голубого цвета, в которой регистрируется излучение информационного сигнала, а излучение тактового генератора регистрируется в нижнем левом углу области сканирования.

Следующим шагом анализа была очистка измеренных сигналов от компоненты с периодом T_0 . Для этого из измеренных выборок вычитались их периодические функции среднего значения $\mu_X(t)$. Пространственное распределение мощности сигнала без среднего значения представлено на рисунке 4.7.

На рисунке видно, что область излучения тактового сигнала полностью пропала, а основное излучение формируется информационным сигналом.

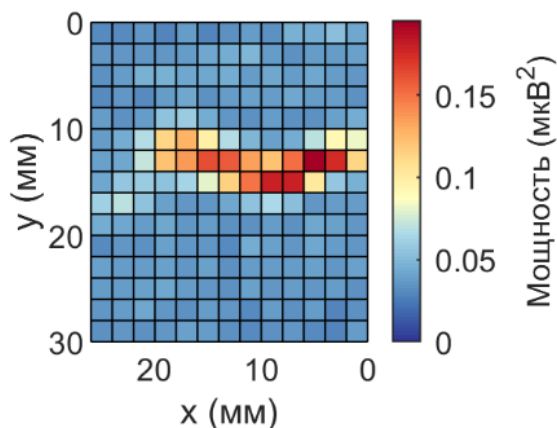


Рисунок 4.7 – Пространственное распределение мощности сигнала без среднего значения

На рисунке 4.8 представлены графики пространственного распределения СЦС и СЦС_П соответственно.

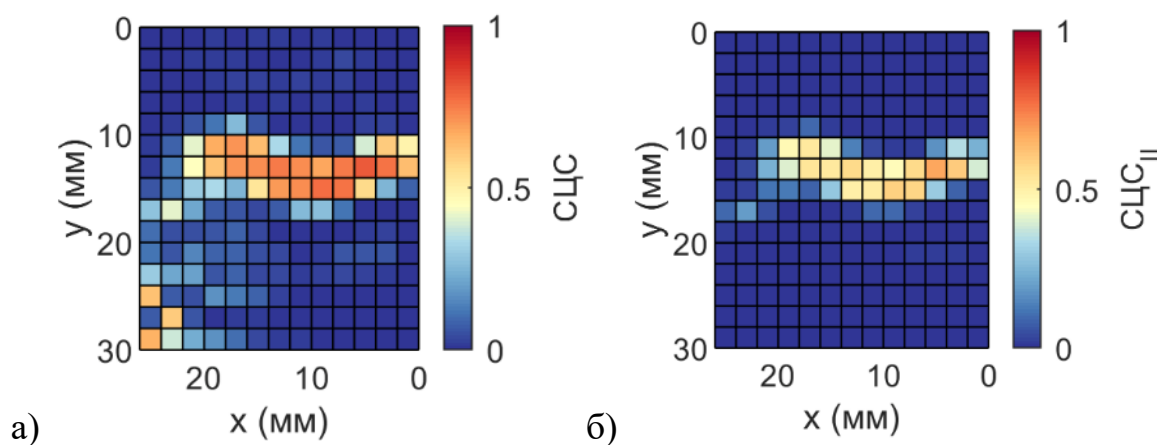


Рисунок 4.8 – Пространственное распределение СЦС (а) и СЦС_П (б)

Из рисунков видно, что использование СЦС_П позволило подавить как стационарные шумы, так и излучение периодического тактового сигнала.

4.3 Использование СЦС для точной оценки тактовой частоты

При измерениях побочных ЭМИ СВТ не всегда имеется возможность синхронизировать измерительную аппаратуру с измеряемым СВТ. Зачастую при измерениях непосредственная синхронизация невозможна, а для синхронизации в пост-обработке не хватает точного знания тактовых частот исследуемого СВТ. Даже если номинальная тактовая частота известна, её невозможно

использовать для длительного усреднения, т.к. температурные искажения задающих генераторов измерительной и измеряемой техники приводят к неточности частоты.

При усреднении на длительном интервале времени $T_{\text{набл}}$ относительная ошибка $\beta \triangleq \frac{|T_0 - \hat{T}_0|}{T_0}$ приводит к искажению оси времени на $\beta T_{\text{набл}}$. Для предотвращения искажения оси времени более чем на один период дискретизации необходимо обеспечивать относительную точность $\beta \leq \frac{\Delta}{T_{\text{набл}}}$.

Отклонения расчётного T_0 от измеренного могут быть вызваны неточностью тактовых генераторов макета и осциллографа, и, согласно спецификациям, не могли составлять более $15 \cdot 10^{-6}$ для использованной. В связи с этим для нахождения уточнённого периода \hat{T}_0 на рисунке 4.9 была построена зависимость СЦС от периода T_0 , лежащего в соответствующих пределах, для центральной точки плоскости сканирования.

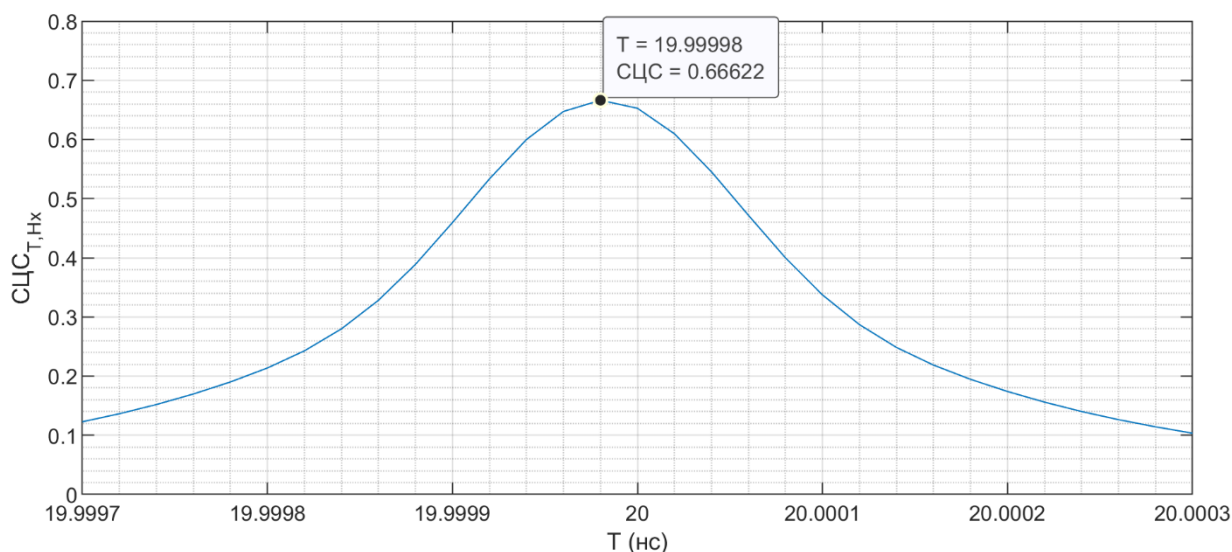


Рисунок 4.9 – Оценка СЦС для периодов, близких к расчётному, выполненная в центральной точке плоскости сканирования ($x=36, y=24$)

Из построенного графика видно, что СЦС очень чувствительна к неточности T_0 : отстройка всего на $5 \cdot 10^{-6}$ приводит к снижению СЦС с 0,66 до 0,33. Это можно объяснить тем, что неточность синхронизации приводит к несинхронности усреднения АКФ, и двумерная АКФ постепенно сглаживается по оси времени.

4.4 Разделение источников электромагнитного излучения СВТ в ближнем поле

Т.к. СЦС количественно показывает наличие циклостационарных компонент заданной частоты в сигнале, представляется возможным использовать её для разделение источников с разными тактовыми частотами. Для экспериментального подтверждения данного подхода экспериментальная установка, описанная в предыдущем параграфе, была доработана. ПЛИС конфигурировался в режим передачи случайных данных с двумя различными тактовыми частотами. Область сканирования и дорожки печатной платы показаны на рисунке 4.10. По выделенным зелёным и синим цветам дорожкам передавались сигналы с тактовыми периодами $T_1=10$ нс и $T_2=7,7$ нс соответственно.

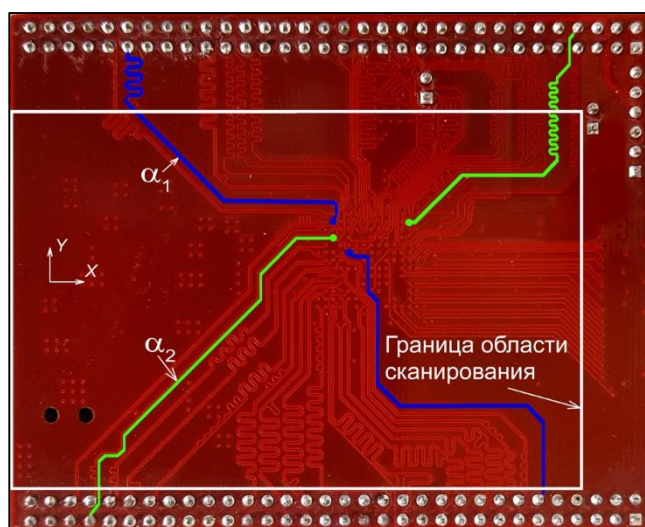


Рисунок 4.10 – Область сканирования макетной платы

Для каждой точки сканирования с координатами x и y были получены несинхронные пары выборок сигнала длительностью $N_s = 5 \cdot 10^6$ отсчётов, которые представляют собой отсчёты компонент вектора напряженности магнитного поля $H_x(t_n = nT_s, x, y)$ и $H_y(t_n = nT_s, x, y)$.

Далее для каждой выборки были получены оценки одномерных и двумерных АКФ по формулам (2.31) и (2.32). Значение одномерной АКФ в нуле даёт диаграмму пространственного распределения средней мощности электромагнитных излучений в ближнем поле исследуемого устройства, представ-

ленную на рисунке 4.11. На этой диаграмме можно увидеть точки на поверхности печатной платы, соответствующие наибольшей средней мощности ЭМИ, вызванных случайными битовыми последовательностями с разной скоростью передачи данных.

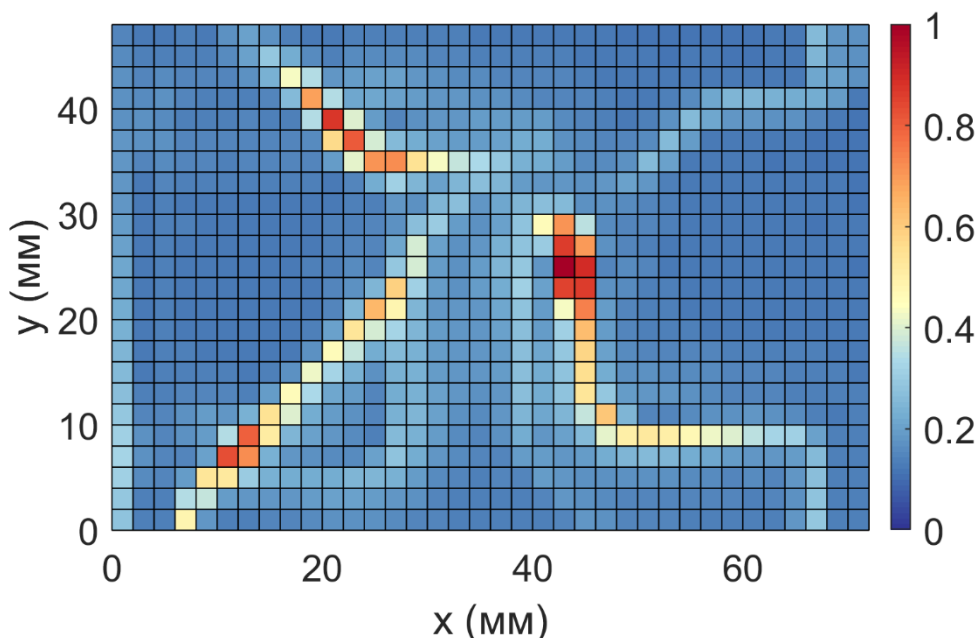


Рисунок 4.11 – Диаграмма пространственного распределения средней мощности ЭМИ исследуемого устройства. $\hat{R}_{0,x,y,Hx}(0) + \hat{R}_{0,x,y,Hy}(0)$

Положение пробника (44, 26) мм соответствует измеренной последовательности с максимальной средней мощностью, изображенной коричневым цветом на рисунок 4.11. Другое положение пробника (12, 8) мм соответствует максимальной мощности излучения сигнала с другой скоростью передачи данных.

Двумерные АКФ измеренных сигналов для двух положений и поляризаций сканирующего пробника, в которых наблюдались наиболее мощные излучения сигналов с разными периодами, представлены на рисунке 4.12. На каждой диаграмме виден свой период циклостационарности (T_1 и T_2).

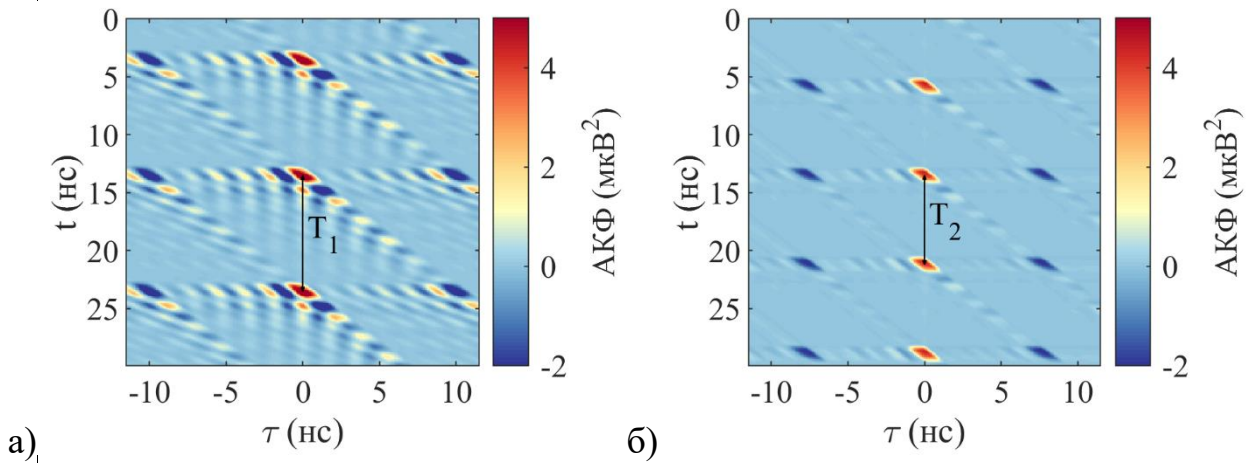


Рисунок 4.12 – Двумерные АКФ измеренных сигналов для точек: а) (44, 26) мм и б) (12, 8) мм, соответствующие дорожкам, по которым протекали сигналы с периодами $T_1=10$ нс и $T_2=7,7$ нс

Ярко выраженная периодичность данных функций позволяет предположить значительную долю циклостационарной компоненты в энергетике сигнала в данных точках. Количественная оценка циклостационарности ЭМИ в каждой точке сканирования проведена с помощью СЦС и представлена на рисунке 4.13. Сопоставление полученных диаграмм с рисунком 4.10 подтверждает успешное разделение источников с различными тактовыми частотами.

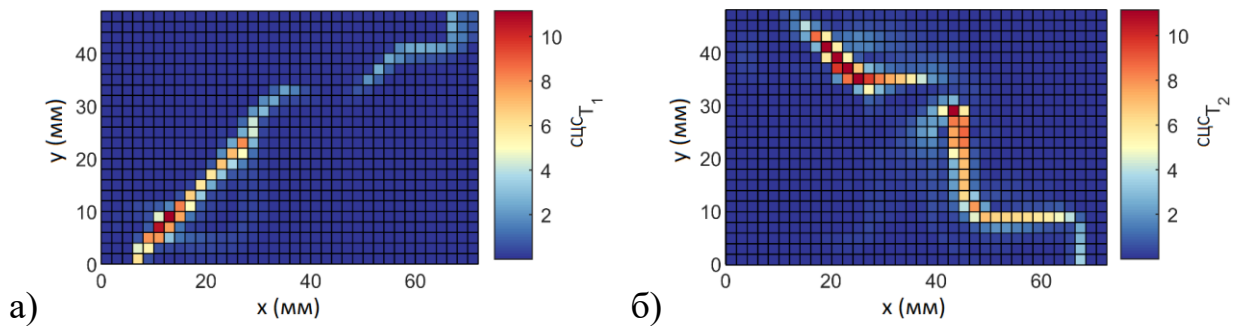


Рисунок 4.13 – Диаграмма распределения СЦС: а) $\widehat{СЦС}_{T_1,x,y,Hx} + \widehat{СЦС}_{T_1,x,y,Hу}$, б) $\widehat{СЦС}_{T_2,x,y,Hx} + \widehat{СЦС}_{T_2,x,y,Hу}$

Заключение

Диссертационная работа посвящена исследованию методов обнаружения непреднамеренных излучений СВТ. Проведенный обзор по материалам отечественных и зарубежных источников показал, что выбранное направление исследований является востребованным, актуальным и перспективным.

Предложенный подход к обнаружению ЭМИ основывается на измерении излучения во временной области в ближнем поле. Для обоснования такого подхода в работе представлена модель ЭМИ излучений DVI, учитывающая форму сигналов видеоинтерфейса и электродинамическую модель кабеля. Исследования DVI кабеля показали, что измерения в ближней зоне излучения позволяют предсказывать пространственно-частотные характеристики сложных кабельных соединений в дальней зоне.

Развивая известный подход к обнаружению СП, строящийся на согласованной фильтрации оценки двумерной АКФ, в работе предлагается алгоритм обнаружения, основанный на оценке степени циклоstationарности по АКФ. Приводятся и демонстрируются на примере АИМ-сигнала свойства СЦС, важные для применения её в задаче обнаружения. В частности, проводится анализ таких характеристик обнаружения как ROC-кривая и отношение сигнал-шум на выходе детектора (ОСШД) и их связь с СЦС.

Теоретический анализ, как и статистическое моделирование, показал связь между СЦС и условиями наблюдения: Прирост качества при циклоstationарном обнаружении эквивалентен повышению SNR в $\sqrt{1 + \text{СЦС}}$ раз или увеличению времени наблюдения в $(1 + \text{СЦС})$ раз.

Статистическое моделирование показало, что использование предлагаемого алгоритма приводит к снижению вероятности ошибок обнаружения на порядок.

Экспериментальные исследования показали, что применение предложенного алгоритма позволяет обнаруживать ЭМИ информационных сигналов в присутствии детерминированных периодических сигналов и стационарного

шума. Существенной особенностью предложенного алгоритма является инвариантность СЦС к временному сдвигу анализируемого СП, что позволяет исключить требование к синхронизации между измерениями в каждой точке сканирования.

Предложенный подход к обнаружению циклоstationарных источников ЭМИ СВТ может использоваться для дальнейших теоретических исследований и экспериментальных работ в целях обеспечения ЭМС и информационной безопасности.

Список обозначений и сокращений

- Δ – интервал дискретизации
- \mathbf{a} – векторный потенциал $\mathbf{a} = (a_x \ a_y \ a_z)^T$
- A – амплитуда
- BER – Вероятность битовой ошибки (bit error rate)
- \mathbb{B} – Булево множество $\{0,1\}$
- b_k – логическое значения бита $b_k \in \mathbb{B}$
- $\overline{C_B}$ – минимальный средний риск
- D – коэффициент заполнения
- D – линейный размер источника
- DJ – детерминированный джиттер
- DVI (*Digital Video Interface*) – цифровой видеоинтерфейс
- d – отношение сигнал-шум на выходе детектора, deflection
- d_k – задержки
- $E\{\cdot\}$ – оператор усреднения
- $f_X(x)$ – плотность вероятности случайной величины X
- f – частота
- $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ – плотность вероятности
- $\mathbb{F}(g(x))$ – функционал (произвольный)
- g – параметр в ROC-кривой
- $g(x)$ – функция
- H – случайная величина, показывающая наличие излучения источника
- $h(t)$ – импульсная характеристика
- $H_x(t_n, x, y)$ – отсчёты компонент вектора напряженности магнитного поля
- i, j, m, n – целые индексы
- j – мнимая единица
- k – номер бита или периода
- LOLA – локальная линейная аппроксимации (local-linear approximations)

- N_0 – СПМ шума
- N_s – число отсчётов
- P – число бит на интервале наблюдения
- $P(H_0)$ – вероятность события H_0
- \widehat{P}_{cp} – оценка средней мощности
- $P_{\text{срп}}$ – пороговое значение средней мощности
- $q(t)$ – функция, описывающая одиночный импульс АИМ сигнала
- $rect(t)$ – прямоугольный импульс
- RJ – случайный джиттер (Random jitter)
- $R_X(t, \tau)$ – двумерная АКФ
- $R_X(\tau)$ – одномерная АКФ
- $S(t)$ – СП описывающий измеренное пробником ближнего поля излучение АИМ-сигнала
- $S_X^\alpha(f)$ – циклическая спектральная плотность СП X
- $s(t)$ – реализация случайного процесса $S(t)$
- t – время
- $T_{\text{н}}$ – период наблюдения (обнаружения)
- T_{bit} – период бита, период циклостационарности ...
- T_0 – период бита циклостационарности. T_1, T_2 – различные периоды циклостационарности
- $TMDS$ – дифференциальный метод передачи сигналов с минимизацией переходов (TMDS, Transition Minimized Differential Signaling)
- $tri(t)$ – треугольный импульс
- U – нормированное значение джиттера
- $u(t)$ – функция Хэвисайда
- V – шум
- $X(t)$ – случайный процесс, описывающий АИМ-сигнал
- $Y(k)$ – СП описывающий сигнал на выходе детектора
- \mathbb{Z} – множество целых чисел

- α – циклическая частота
- β – относительная ошибка
- λ – длина волны
- $\lambda_W(\mathbf{x})$ – логарифм функции правдоподобия
- $\mu_X(t)$ – математическое ожидание СП X
- Σ_N – корреляционная матрица
- σ – среднеквадратическое отклонение
- τ – сдвиг по времени
- τ_0 – постоянная времени эквивалентной ИХ
- ω_0 – частота собственных колебаний импульсной характеристики
- A_0, A_1 – решения об отсутствии и наличии источника соответственно
- АИМ-сигнал – сигнал с амплитудно-импульсной модуляцией
- АКФ – автокорреляционная функция
- БГШ – белый гауссовский шум
- БПФ – быстрое преобразование Фурье
- дБм – децибел относительно 1 мВт
- ИХ – импульсная характеристика
- КМОП – комплементарная структура металл-оксид-полупроводник
- ОСШД – отношение сигнал-шум на выходе детектора, deflection
- ПЛИС – программируемая логическая интегральная схема
- СВТ – средство вычислительной техники
- САПР – система автоматизированного проектирования
- СП – случайный процесс
- СПМ – спектральная плотность мощности
- СШС – стационарный в широком смысле (случайный процесс)
- ССС – стационарный в строгом смысле (случайный процесс)
- СЦС $_X$ – степень циклостационарности случайного процесса X
- ЦСШС – циклостационарный в широком смысле (случайный процесс)
- ЦССС – циклостационарный в строгом смысле (случайный процесс)

- ЧСЦ_X – числитель степени циклостационарности случайного процесса X
- ЭМИ – электромагнитное излучение
- ЭМС – электромагнитная совместимость

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- [1] Leferink, “Interfered technology: A radiant future: A look forward to EMC in 2023, five years from now,” *IEEE Electromagnetic Compatibility Magazine*, vol. 7, no. 4, pp. 69-75, 2018.
- [2] Jin Shi, M. A. Cracraft, K. P. Slattery, M. Yamaguchi and R. E. DuBroff, “Calibration and compensation of near-field scan measurements,” *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 47, no. 3, pp. 642-650, 2005.
- [3] Y. Zhao et al., “A fast mechanism identification approach for radiated EMI using near field measurement,” *2010 Asia-Pacific International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, pp. 259-262.
- [4] Y. Kuznetsov, A. Baev, A. Gorbunova, M. Konovalyuk, J. A. Russer, M. Haider, P. Russer, “Cross-correlation analysis of the cyclostationary near-field unintentional radiations from the PCB”, *International Symposium on Electromagnetic Compatibility, Angers, France, 2017*.
- [5] Peter Russer, *Electromagnetics, microwave circuit and antenna design for communications engineering.*: Artech House, 2003.
- [6] J. A. Russer and P. Russer. Modeling of noisy EM field propagation using correlation information. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 63(1):76 – 89, январь 2015.
- [7] P. J. Schreier and L. L. Scharf. *Statistical Signal Processing of Complex-Valued Data: The Theory of Improper and Noncircular Signals*. Cambridge University Press, 2010.
- [8] Gardner, W. A. , *Cyclostationarity in Communications and Signal Processing*, New York, USA: IEEE Press, 1994.

- [9] J. Antoni, G. Xin, and N. Hamzaoui. Fast computation of the spectral correlation. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 92(Supplement C):248 – 277, 2017.
- [10] A. Baev, A. Gorbunova, M. Konovalyuk, Y. Kuznetsov, J.A. Russer, “Planar Stochastic Sources Localization Algorithm in EMC Problems”, *Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA), 2013 International Conference on*, Turin, 2013, pp. 440-443.
- [11] J. A. Russer and P. Russer, “An efficient method for computer aided analysis of noisy electromagnetic fields”, *Microwave Symposium Digest (MTT), 2011 IEEE MTT-S International*, Baltimore, 2011, pp. 1-4.
- [12] IEC61967-3: Integrated circuits, measurement of electromagnetic emissions, 150 kHz to 1 GHz-part 3: Measurement of radiated emissions-surface scan method. Technical report, IEC.
- [13] Y. Kuznetsov, A. Baev, M. Konovalyuk, A. Gorbunova, M. Haider, J. A. Russer, and P. Russer. “Characterization of the Cyclostationary Emissions in the Near-Field of Electronic Device”, *International Symposium on Electromagnetic Compatibility (EMC EUROPE)*, 2018.
- [14] D. W. P. Thomas, M. H. Baharuddin, C. Smartt, G. Gradoni, G. Tanner, S. Creagh, N. Doncov, M. Haider, and J. Russer. , “*Near-Field Scanning of Stochastic Fields Considering Reduction of Complexity*”, *EMC EUROPE*, 2017, pp. 1-6, doi: 10.1109/EMCEurope.2017.8094766.
- [15] Скворцов И.В., Латыпов Р.Р., Шерстюков О.Н., Бабаев Р.Ф., *Экспериментальная установка для измерения электромагнитного излучения от излучающей структуры в ближней зоне.*, *Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]*. 2019. № 11. Режим

доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/nov19/13/text.pdf>. DOI 10.30898/1684-1719.2019.11.13.

- [16] D. Deschrijver, F. Vanhee, D. Pissoort and T. Dhaene, "Automated Near-Field Scanning Algorithm for the EMC Analysis of Electronic Devices," in *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 54, no. 3, pp. 502-510, June 2012.
- [17] Crombecq, Karel & Gorissen, Dirk & Deschrijver, Dirk & Dhaene, Tom. (2011). A Novel Hybrid Sequential Design Strategy for Global Surrogate Modeling of Computer Experiments. *SIAM J. Scientific Computing*. 33. 1948-1974. 10.1137/090761811.
- [18] P. Singh, T. Claeys, G. A. E. Vandebosch and D. Pissoort, "Automated Line-Based Sequential Sampling and Modeling Algorithm for EMC Near-Field Scanning," in *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 59, no. 2, pp. 704-709, April 2017.
- [19] Claeys T. Increasing the Accuracy and Speed of EMI Near-Field Scanning. PhD Thesis. Katholieke Universiteit Leuven, Faculty of Engineering Science, 2018.
- [20] T. Claeys, D. Vanoost, J. Peuteman, G. A. E. Vandebosch, D. Pissoort, "An iterative interpolated DFT to remove spectral leakage in time-domain near-field scanning," *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 60, no. 1, pp. 202-210, 2017.
- [21] V. Jain, W. L. Collins and D. C. Davis, "High-accuracy analog measurements via interpolated fft", *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 28, no. 2, pp. 113-122, Jun. 1979.
- [22] D. Agrež, "Weighted multi-point interpolated dftf to improve amplitude estimation of multi-frequency signal", *Proc. 17th IEEE Instrum. Meas. Technol. Conf.*, vol. 2, pp. 998-1003, 2000.
- [23] J. A. Russer, P. Russer, M. Konovalyuk, A. Gorbunova, A. Baev, and Y. Kuznetsov. "Analysis of Cyclostationary Stochastic

Electromagnetic Fields”. International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA), 2015, стр. 1452–1455.

- [24] A. B. Baev, Y. V. Kuznetsov, M. A. Konovalyuk, A. A. Gorbunova and M. Nuzhnov, *Cyclostationary Evaluation of Voltage Crosstalk Between PCB's Transmission Lines*, 2020 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, 2020, pp. 1-6, doi: 10.1109/IEEECONF48371.2020.9078544.
- [25] E. G. Gladyshev. Periodically and almost-periodically correlated random processes with a continuous time parameter. *Theory of Probability & Its Applications*, 8(2):173–177, январь 1963.
- [26] W. Gardner. Spectral correlation of modulated signals: Part i – analog modulation. *IEEE Transactions on Communications*, 35(6):584–594, 1987.
- [27] R. S. Roberts, W. A. Brown, and H. H. Loomis. Computationally efficient algorithms for cyclic spectral analysis. *IEEE Signal Processing Magazine*, 8(2):38–49, апрель 1991.
- [28] Шевгунов Т.Я., Ефимов Е.Н., "Разработка алгоритма оценки спектральной корреляционной функции на основе двумерного быстрого преобразования Фурье", *Цифровая обработка сигналов и её применение - DSPA-2019*, с. 186-191.
- [29] Shevgunov, Timofey. (2019). A comparative example of cyclostationary description of a non-stationary random process. *Journal of Physics: Conference Series*. 1163. 012037. 10.1088/1742-6596/1163/1/012037.
- [30] *ГОСТ Р 50739-95. Средства вычислительной техники. Защита от несанкционированного доступа к информации. Общие технические требования.*

- [31] Френкс Л. Теория сигналов. / Френкс Л. – Нью-Джерси, 1969 г. Пер. с англ., под ред Д. Е. Вакмана. М.: Советское радио, 1974, 344 с.
- [32] *JESD8C.01. Interface Standard for Nominal 3V / 3.3V Supply Digital Integrated Circuits*, JEDEC SOLID STATE TECHNOLOGY ASSOCIATION.
- [33] Digital Visual Interface. Revision 1.0: Initial Specification Release. Digital Display Working Group – 76 pages, 02 April 1999.
- [34] Clayton R. Paul. Introduction to Electromagnetic Compatibility, 2nd Edition, John Wiley & Sons, January 2006 – 836 pages.
- [35] Кузнецов Ю.В., Баев А.Б., Горбунова А.А., Коновалюк М.А., Нужнов М.С., Электромагнитные излучения цифрового видеointерфейса, Технологии электромагнитной совместимости, № 4(59), с. 32-42, 2016.
- [36] ГОСТ CISPR 16-1-1-2016 Требования к аппаратуре для измерения радиопомех и помехоустойчивости и методы измерения. Часть 1-1. Аппаратура для измерения радиопомех и помехоустойчивости. Измерительная аппаратура.
- [37] Сосулин Ю.Г. Теория обнаружения и оценивания стохастических сигналов. – М.: Сов. радио, 1978.
- [38] W. A. Gardner, "Two alternative philosophies for estimation of the parameters of time-series," in IEEE Transactions on Information Theory, vol. 37, no. 1, pp. 216-218, Jan. 1991, doi: 10.1109/18.61145.
- [39] W. A. Gardner, *Statistically inferred time warping: extending the cyclostationarity paradigm from regular to irregular statistical cyclicity in scientific data*, EURASIP J. Adv. Signal Process., 2018.
- [40] Willner A. E., Pan Z., Yu C. Optical performance monitoring //Optical fiber telecommunications VB. – 2008. – С. 233-292.

- [41] Dennis Derickson and Marcus Müller, "Digital Communications Test and Measurement High-Speed Physical Layer Characterization", 2007, ISBN-13: 978-0-13-220910-6.
- [42] Agilent Technologies. "Jitter Analysis: The Dual-Dirac Model, RJ/DJ, and Q-Scale." White Paper 5989-3206EN. Santa Rosa, CA: Agilent Technologies, June 2005.
- [43] Денисов А.А., Нужнов М.С., Коновалюк М.А., Баев А.Б., Кузнецов Ю.В., Статистическая модель джиттера сигналов цифровых интерфейсов, Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева, том 74 № 2, с. 108-114, 2018.
- [44] Atlys™ Board Reference Manual, Revision: October 28, 2010.
- [45] G. D. Zivanovic, W. A. Gardner, "Degrees of cyclostationarity and their application to signal detection and estimation", Signal Processing, 1991, 22 том, стр. 287-297.
- [46] M. Nuzhnov, A. Gorbunova, M. Konovalyuk, A. Baev and Y. Kuznetsov, "Characterization of the Emissions in the Near-Field of PCB Using Degree of Cyclostationarity," 2019 European Microwave Conference in Central Europe (EuMCE), Прага, Чешская Республика.
- [47] C. Baker, *Optimum Quadratic Detection of a Random Vector in Gaussian Noise*, IEEE Transactions on Communication Technology, vol. 14, no. 6, pp. 802-805, December 1966.
- [48] W.A. Gardner, "A unifying view of second-order measures of quality for signal classification," IEEE Trans. Commun., Vol. COM-28, pp. 807-816 (1980).
- [49] Оценка степени циклостационарности непреднамеренных излучений средств вычислительной техники / М. С. Нужнов, Ю. В. Кузнецов, А. Б. Баев, М. А. Коновалюк // Электросвязь. – 2020. – № 11. – С. 62-71. – DOI 10.34832/ELSV.2020.12.11.007.