

УДК 629.735.33.015

Верификация результатов определения вращательных производных по крену ЛА в широком диапазоне углов атаки

Махнев М.С.*, Февральских А.В.

АО «КАДФЕМ Си-Ай-Эс»,

ул. Суздальская, 46, офис 203, Москва, 111672, Россия

*e-mail: kleonorm@gmail.com

Статья поступила 01.11.2019

Аннотация

Изложена методика применения численного моделирования аэродинамики для определения вращательных производных по крену летательного аппарата (ЛА) при значениях углов атаки $-5^\circ \dots 90^\circ$. Моделируется обращенное движение ЛА, вектор скорости набегающего потока и вектор угловой скорости вращения коллинеарны. Численное моделирование (CFD-моделирование) аэродинамики базируется на решении методом контрольных объемов уравнений Навье-Стокса, осредненных по Рейнольдсу и замыкаемых моделью турбулентности $k-\varepsilon$ *Realizable*. Для CFD-моделировании процессов ламинарно-турбулентного перехода вблизи поверхности ЛА в настоящей работе используются пристеночные функции типа *Enhanced Wall Treatment*.

Результаты определения стационарных коэффициентов аэродинамических сил и моментов ЛА по данным CFD-моделирования хорошо согласуются с результатами экспериментов с масштабной моделью ЛА в аэродинамической трубе. Значения вращательной производной коэффициента момента крена, полученные по

результатам численного моделирования и по результатам экспериментов, также хорошо согласуются при большинстве значений углов атаки ЛА. Рассогласование значений производных боковой силы и момента рыскания по угловой скорости крена, полученных разными методами, обуславливается соответствующими аэродинамическими возмущениями и погрешностями измерений при их экспериментальном определении. В качестве направления дальнейших исследований рассматривается воспроизведения в CFD-моделировании условий эксперимента в аэродинамической трубе: конструкции крепления модели, оценка согласованности частоты регистрации экспериментальных данных с частотой вращения модели и частотой вихреобразования. В целом, результаты исследования показывают, что CFD-моделирование позволяет определять не только стационарные коэффициенты аэродинамических сил и моментов, но и их вращательные производные по угловой скорости крена, однако для верификации различных подходов к моделированию вращения представляется актуальным проведение дополнительных экспериментов.

Ключевые слова: силы и моменты аэродинамические, компоненты угловой скорости, вращательные производные, CFD-моделирование.

1. Постановка задачи и эксперимента

Результаты определения нестационарных и вращательных производных коэффициентов аэродинамических сил и моментов используются в проектировании

летательных аппаратов (ЛА) в качестве исходных данных математического моделирования переходных процессов и устойчивости движения [1], а также для оценки существующих характеристик ЛА [2]. Нестационарные производные определяются как производные по скорости изменения угла атаки α и угла скольжения β , вращательные производные – по угловым скоростям тангажа ω_z , рыскания ω_y и крена ω_x . При этом скорости изменения углов атаки α и скольжения β связаны с угловыми скоростями соотношениями (1).

$$\begin{aligned}\dot{\alpha} &= \omega_z - (\omega_x \cos \alpha - \omega_y \sin \alpha) \operatorname{tg} \beta \\ \dot{\beta} &= \omega_x \sin \alpha + \omega_y \cos \alpha\end{aligned}\quad (1)$$

По результатам испытаний в аэродинамической трубе с вынужденными колебаниями [3] масштабной модели ЛА могут быть определены производные сил и моментов (2) в связанной системе координат:

$$\begin{aligned}\bar{c}_{is}^{\omega_x} &= \bar{c}_i^{\omega_x} + \bar{c}_i^{\beta} \sin \alpha - \bar{c}_i^{\alpha} \frac{2b_a}{l} \cos \alpha \operatorname{tg} \beta \\ \bar{c}_{is}^{\omega_y} &= \bar{c}_i^{\omega_y} + \bar{c}_i^{\beta} \cos \alpha + \bar{c}_i^{\alpha} \frac{2b_a}{l} \sin \alpha \operatorname{tg} \beta \\ \bar{c}_{is}^{\omega_z} &= \bar{c}_i^{\omega_z} + \bar{c}_i^{\alpha}\end{aligned}\quad (2)$$

где c - искомая аэродинамическая характеристика (коэффициент силы или момента); индекс $i = (x, y, z)$; индекс s означает принадлежность к связанной с ЛА системе координат; угловые скорости приведены в безразмерной форме [4,5].

Раздельное определение нестационарных и вращательных производных возможно по результатам экспериментов в аэродинамических трубах с применением вращения модели и переменного угла атаки. При наклоне оси вращения модели к скорости набегающего потока применяется методика определения нестационарных

производных [3], основанная на представлении аэродинамических сил и моментов как гармонических зависимостей от времени. В результатах вычислений [3] при малых углах наклона наблюдается удовлетворительное согласование экспериментальных и теоретических данных. Результаты испытаний модели в условиях штопора при вращении модели с угловой скоростью, коллинеарной скорости набегающего потока, согласуются при $\beta=0$ и $\bar{\omega} = \pm 0,05$ в интервале $\alpha \leq 20^\circ$ с результатами испытаний, в которых использовалось колебание модели по крену и рысканию [6]. Определение вращательных производных в приближении малых разностей по частоте колебаний возможно с привлечением методов численного моделирования динамики вязкой среды, описываемой уравнениями Навье-Стокса (CFD-моделирование) [7]. Также существуют нейросетевые подходы [8], однако, в контексте текущей работы подробно рассматриваться не будут. Результаты прогнозирования динамики продольного движения ЛА на основе определения вращательных производных по данным CFD-моделирования в целом согласуются с результатами испытаний пилотируемой модели при малых углах тангажа [9]. Кроме того, отмечается [9], что CFD-моделирование аэродинамики позволяет исключить влияние эффекта масштаба модели и инструментальной погрешности оборудования.

В настоящей работе представлены результаты определения вращательных производных ЛА по данным CFD-моделирования в интервале углов атаки ЛА - $5^\circ \dots 95^\circ$ и при значениях угла скольжения - $10^\circ, 0^\circ, 10^\circ$. Результаты CFD-моделирования приведены в сравнении с результатами экспериментов в аэродинамической трубе с вращением модели по крену. Показано, что CFD-

моделирование с моделью турбулентности $k-\varepsilon$ *Realizable* может использоваться для оценки коэффициентов аэродинамических сил и моментов, а также производных по угловой скорости крена в широком диапазоне углов атаки и скольжения. С учетом высокой информативности результатов CFD-моделирования, сравнительно низкой стоимости, а также возможности прямого исследования аэродинамики полноразмерных компоновок [10], разработанная методика определения вращательных производных по крену рекомендуется к применению в проектировании ЛА.

2. Возможности CFD-моделирования для определения аэродинамических вращательных производных

В ходе развития вычислительных технологий методы определения вращательных производных на основе CFD-моделирования аэродинамики получили применение в проектировании различных транспортных средств, в том числе, воздушных судов, ракет, судов с аэродинамическим поддержанием [11]. Для валидации численного моделирования дозвуковой и трансзвуковой аэродинамики воздушных судов в основном используются общедоступные тестовые аэродинамические компоновки ЛА типа BW (Body-Wing) или типа BWT (Body-Wing-Tail). В работе [12] для определения коэффициента демпфирования по тангажу моделировались колебания компоновки ЛА при значениях числа Маха $M=0,4...1,1$; для моделирования перемещения компоновки относительно встречного аэродинамического течения использовались перекрывающиеся полиэдрические сетки (overset подход). Для значений угла атаки $\alpha = 0^\circ...70^\circ$ наилучшее согласование результатов CFD-

моделирования и эксперимента с компоновкой типа BW в работе [12] наблюдается при значении числа Маха $M = 0,9$. В работе [13] определялись вращательные производные по угловой скорости крена тестовой компоновки гражданского самолета NASA Common Research Model (CRM) типа BWT. CFD-моделирование выполнялось с использованием структурированных сеток (около 10 млн. контрольных объемов), для дозвуковых режимов течения с $M = 0,2$ и $M = 0,4$ в диапазоне углов атаки $\alpha = 0^\circ \dots 60^\circ$. Приводится сравнение результатов CFD-моделирования с результатами экспериментов в аэродинамических трубах ЦАГИ Т-102 и Т-105 с использованием свободно штопорящей модели. В работе [14] для определения коэффициентов аэродинамического демпфирования по тангажу компоновки ракеты при значениях числа Маха $M = 1,5 \dots 2,5$ в CFD-модели задавалось вращение по тангажу и крену с использованием динамически перестраиваемых сеток. Наблюдается хорошее согласование результатов с экспериментальными данными для диапазона углов атаки $0^\circ \dots 2,5^\circ$. В работе [15] достигнуто удовлетворительное согласование результатов CFD-определения коэффициентов аэродинамического демпфирования по тангажу ракеты Army-Navy Finner с результатами экспериментов при значениях угла атаки $\alpha < 50^\circ$ и $M = 2$. В работе [16] определялись коэффициенты аэродинамического демпфирования по тангажу тестовых компоновок ЛА типа BWT: Standard Dynamics Model (SDM), Transonic CRuiser (TCR), а также F-16XL. С использованием автоматизированного перестроения структурированных многоблочных сеток в ходе решения нестационарных уравнений Навье-Стокса моделировалась аэродинамика при

$M = 0,3 \dots 1,1$. Сравнение результатов CFD-моделирования и экспериментальных данных показало их удовлетворительное согласование при значениях $\alpha < 15^\circ$ и $M < 0,7$ для разных компоновок. В работе [17] для оценки вращательных производных по тангажу компоновки БПЛА SACCON «Stability and Control CONfiguration» применялись программные пакеты ANSYS ICEM CFD и ANSYS Fluent с моделью турбулентности $k - \omega SST$. При значениях числа Маха $M = 0,147$, числа Рейнольдса $Re = 10^6$ и угла атаки $\alpha = 0^\circ; 5^\circ; 10^\circ; 15^\circ$ достигнуто согласование с результатами экспериментов в аэродинамической трубе.

Результаты обзора работ [**Ошибка! Источник ссылки не найден. - Ошибка! Источник ссылки не найден.**3] показывают, что методы CFD-моделирования с однопараметрической моделью Спаларта-Алмареса и двухпараметрическими моделями турбулентности на основе завихренности ω позволяют получать достоверные данные для определения вращательных производных по тангажу в ограниченном диапазоне углов атаки. С целью сокращения потребных вычислительных ресурсов и развития достоверности моделирования крупных вихревых структур на отдалении по потоку от поверхности ЛА представляется обоснованным использовать для CFD-моделирования аэродинамики с вращением по крену оценку турбулентности на основе скорости диссипации вихреобразования ε . Предлагаемый подход представляется перспективным для определения характеристик устойчивости бокового движения в процессе проектирования ЛА.

3.Методика экспериментального исследования

В настоящей работе, в отличие от традиционных типов тестовых компоновок ВВ и ВВТ, для исследования использовалась модель ЛА, включающая фюзеляж, крыло, мотогондолы, обтекатели механизации, горизонтальное и вертикальное оперение (Рисунок 1).

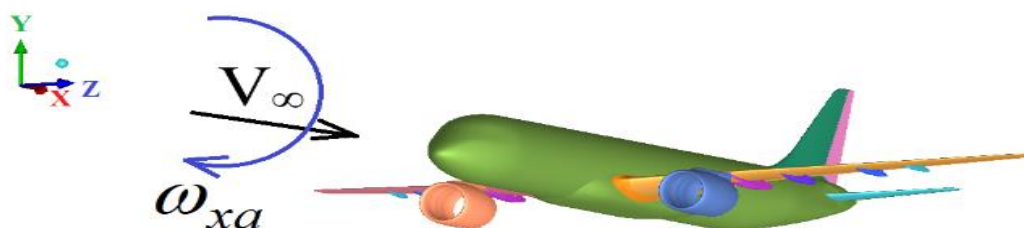


Рисунок 1. Графическая модель проектируемого ЛА, с направлением моделируемого вращения по крену

Эксперимент проводился в вертикальной аэродинамической трубе ЦАГИ Т-105 на установках Ш-4 и Ш-5, предназначенных для моделирования аэродинамики при больших углах атаки и вращении модели. Скорость течения потока воздуха в аэродинамической трубе $V=25$ м/с; приведенная к безразмерному виду скорость вращения модели по крену $\bar{\omega}_{xa}=0,18$. Аэродинамические нагрузки передавались на тензометрические весы, размещенные в модели ЛА, сигнал с которых поступал на блок автоматизированной обработки для приведения значений сил и моментов к безразмерному виду по стандартной методике обработки результатов эксперимента, принятой в ЦАГИ. К известным ограничениям эксперимента в принятой постановке можно отнести влияние устройства поддержки модели, которое создает характерную область [18] затенения и сроса потока при изменении угла рыскания.

Учесть это влияние в ходе обработки результатов аэротрубного эксперимента с используемой компоновкой модели не представлялось возможным.

Для решения задачи разделения нестационарных и вращательных производных (1) – (2) в работах [19,20] использовалась методика пересчета вращательных производных, основанная на допущении малости изменения компонентов угловой скорости при вращении. Принимается, что центр приложения аэродинамических сил к сечению элемента компоновки ЛА обтекается под «искаженными» углами атаки и скольжения с учетом скоса потока. В этом подходе, на основе результатов испытаний в аэродинамической трубе без вращения можно выполнить оценку вращательных производных независимо от нестационарных производных по результатам интерполяции целевой функции двух переменных $c = f(\alpha; \beta)$, где c - коэффициент аэродинамической силы или момента, α - угол атаки, β - угол скольжения.

4.Методика численного моделирования аэродинамики

Геометрия области течения и сеточная модель для метода контрольных объемов построена в пакете ANSYS ICEM CFD. Использовалась многоблочная структурированная гексаэдрическая сеточная модель, содержащая примерно 20 млн. контрольных объемов (рис.2). Границы расчетной области удалены от носа модели на расстояние $10l$ (l – размах крыла модели), по потоку на $20l$, по бортам на $5l$. Вблизи поверхности модели построены призматические сеточные слои для удовлетворения требования по $y^+ \sim 1$ ($y^+ = \frac{y \cdot u_\tau}{\nu}$, ν - кинематическая вязкость

воздуха, u_r - скорость в ближайшем к стенке узле сетки, y - расстояние от стенки до ближайшего узла сетки по нормали). Диаметр сферической области, включающей поверхность модели и предназначенной для обращения вращательного движения $D=2,5l$. Применяется решатель на основе плотности в неявной поставке, шаг по времени определяется на основе заданного числа Куранта. Используется схема интерполяции по узлам (Green-Gauss Node Based), с неявным продвижением против потока. Для замыкания осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье – Стокса применяется модель турбулентности $k-\varepsilon$ *Realizable* и пристеночные функции типа *Enhanced Wall Treatment* [21]. К преимуществам используемой модели турбулентности относится возможность применения в низкорейнольдсовой пристеночной области метода однопараметрического моделирования, адаптированного к структуре отрывного течения, что позволяет снизить затраты вычислительных ресурсов, не уступая в корректности воспроизведения вихрей наиболее распространенным моделям типа $k-\omega$.

Моделирование осуществлялось в двух постановках:

- 1) поступательное движение встречного аэродинамического течения при различных углах атаки и скольжения ЛА (рис. 2, а);
- 2) поступательное движение потока во внешней расчетной области и его взаимодействие с вращающейся по крену воздушной средой вблизи поверхности ЛА, при различных углах атаки.

CFD-моделирование во второй постановке включает использование двух, вложенных одна в другую, сеточных моделей (рис. 2, б).

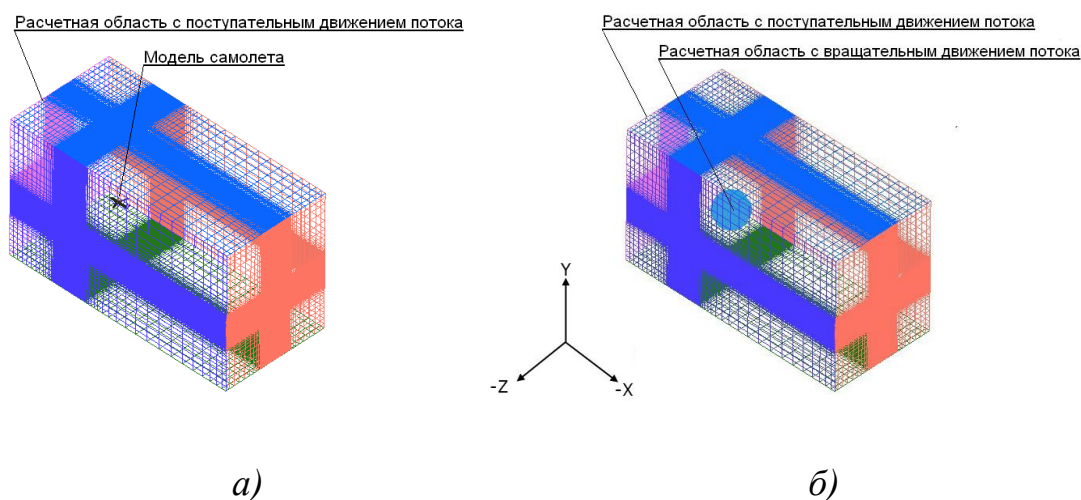
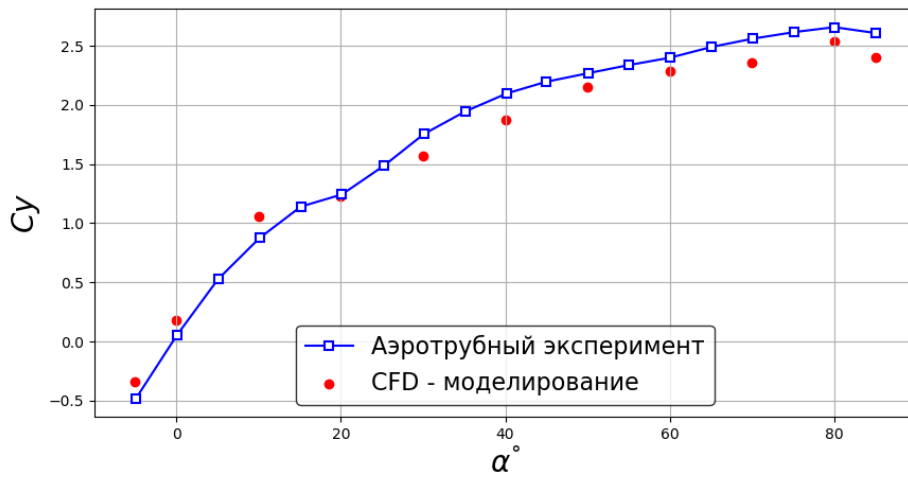


Рисунок 2. Сеточные модели: *а* – для постановки с поступательным течением воздуха и изменением углов позиционирования; *б* – для постановки с поступательным и вращательным течением

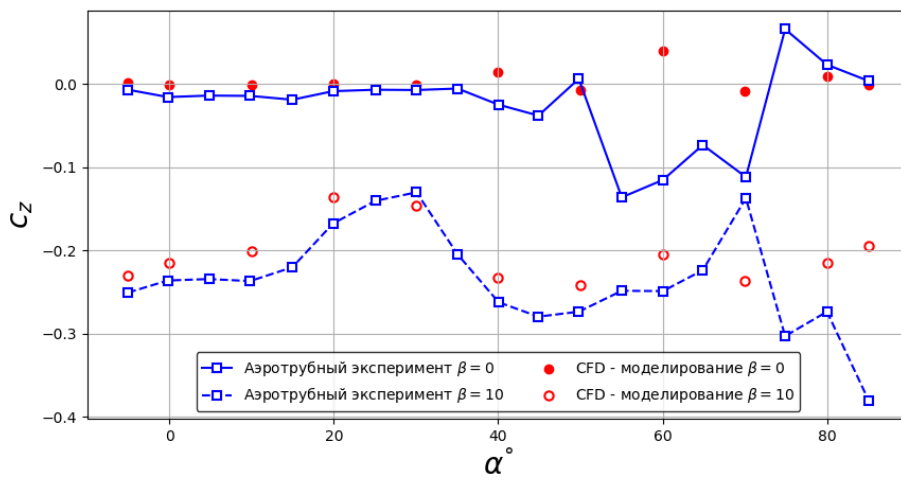
Численное моделирование в изложенных постановках выполнено для течения с числом Маха $M = 0.07$ и числом Рейнольдса $Re \sim 10^6$ для углов атаки $\alpha = -5^\circ \dots 85^\circ$ при значениях угла скольжения $\beta = 0^\circ; \pm 10^\circ$. Вращение по крену моделировалось с безразмерной угловой скоростью $\bar{\omega}_{xa} = 0,18$.

5. Сопоставление результатов CFD-моделирования и аэротрубного эксперимента

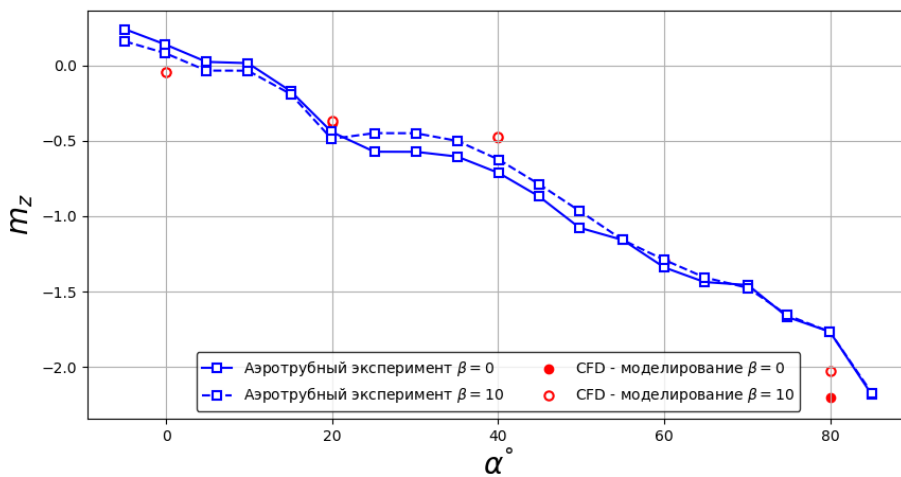
Результаты численного моделирования аэродинамики ЛА в сравнении с результатами экспериментов в аэродинамической трубе в виде зависимостей коэффициента подъемной силы $c_y = \frac{2Y}{\rho V^2 S}$, коэффициента боковой силы $c_z = \frac{2Z}{\rho V^2 S}$, моментов тангажа $m_z = \frac{2M_z}{\rho V^2 S b}$, крена $m_x = \frac{2M_x}{\rho V^2 S l}$ и рыскания $m_y = \frac{2M_y}{\rho V^2 S l}$ от угла атаки α , без вращения модели представлены на рисунке 3 (ρ - плотность воздушной среды, S - площадь крыла, b - средняя аэродинамическая хорда, l -).



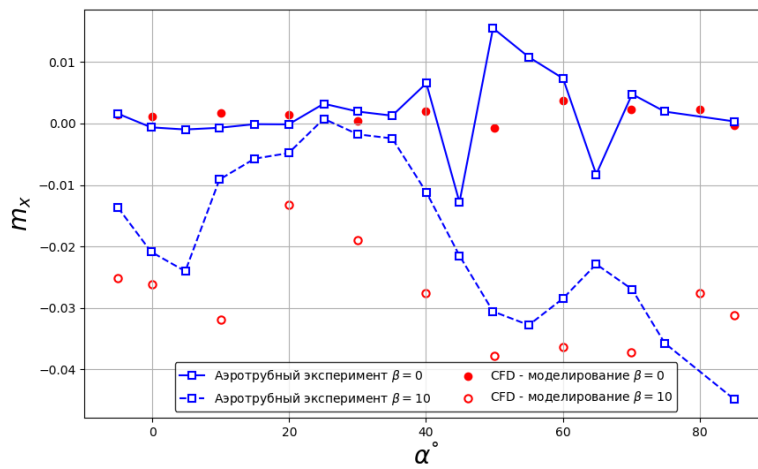
(a)



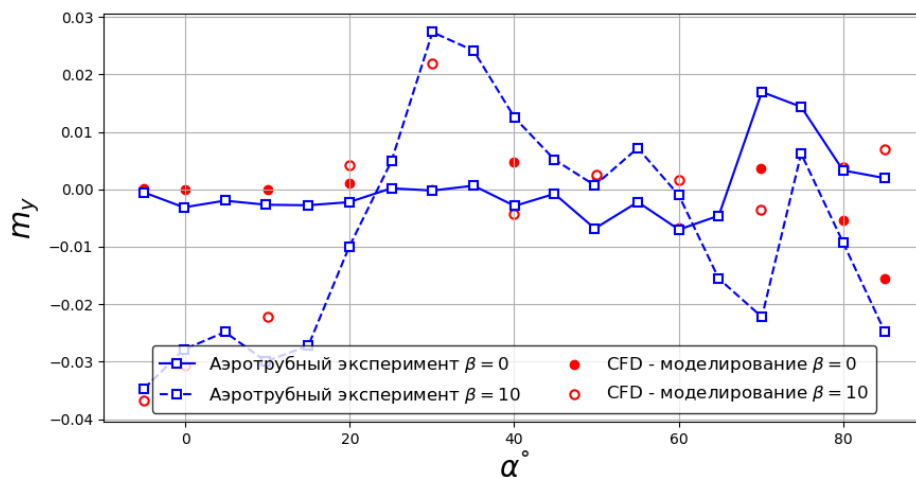
(b)



(c)



(d)



(e)

Рисунок 3. Результаты определения аэродинамических характеристик ЛА – коэффициента подъемной силы c_y (a); коэффициента боковой силы c_z (b); коэффициента момента тангажа m_z (c); коэффициента момента крена m_x (d); коэффициента момента рыскания m_y (e).

Результаты, приведенные на рисунке 3 показывают, что выбранная методика CFD-моделирования с применением модели турбулентности $k-\varepsilon$ *Realizable* позволяет достичь хорошего согласования с результатами испытаний в аэродинамической

трубе в широком диапазоне углов атаки. Линии тока, полученные по результатам CFD-моделирования при обтекании компоновки с углом атаки $\alpha = 60^\circ$ показаны на рисунке 4.

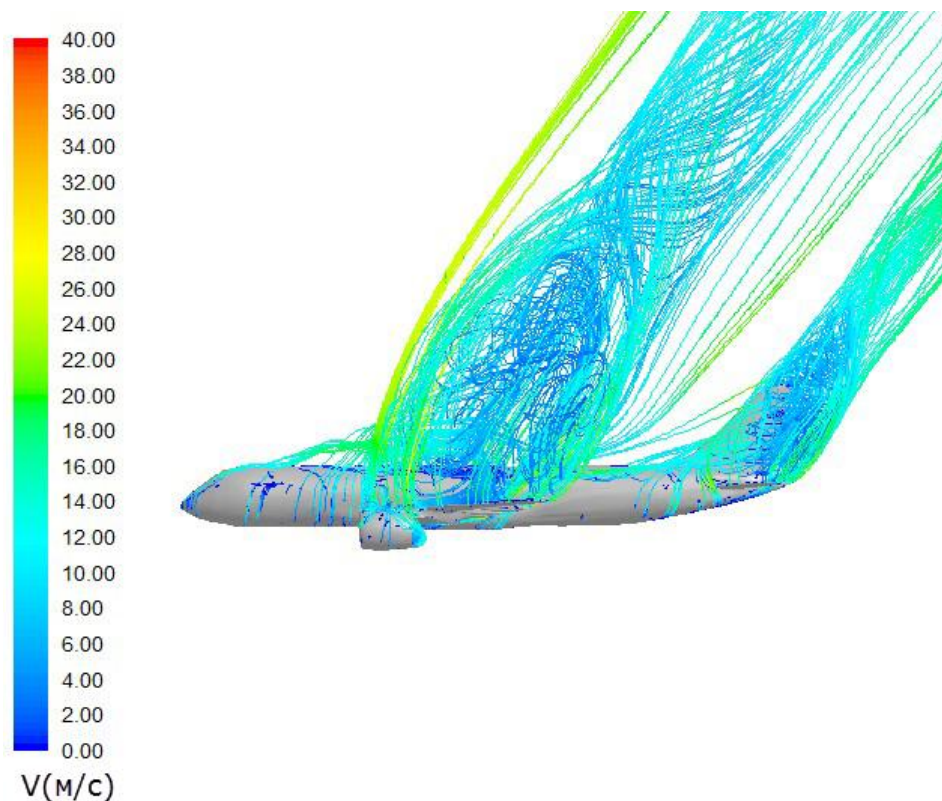


Рисунок 4. Линии аэродинамического тока по результатам CFD-моделирования обтекания с углом атаки $\alpha = 60^\circ$

Результаты численного моделирования с вращением по крену при угле рыскания $\beta = 0^\circ$ представлены на рисунке 5 в виде зависимостей вращательных производных коэффициентов боковой силы c_z , момента крена m_x и момента рыскания m_y от угла атаки α . Линии тока вблизи поверхности ЛА, полученные по результатам CFD-моделирования с вращением по крену, показаны на рисунке 6.

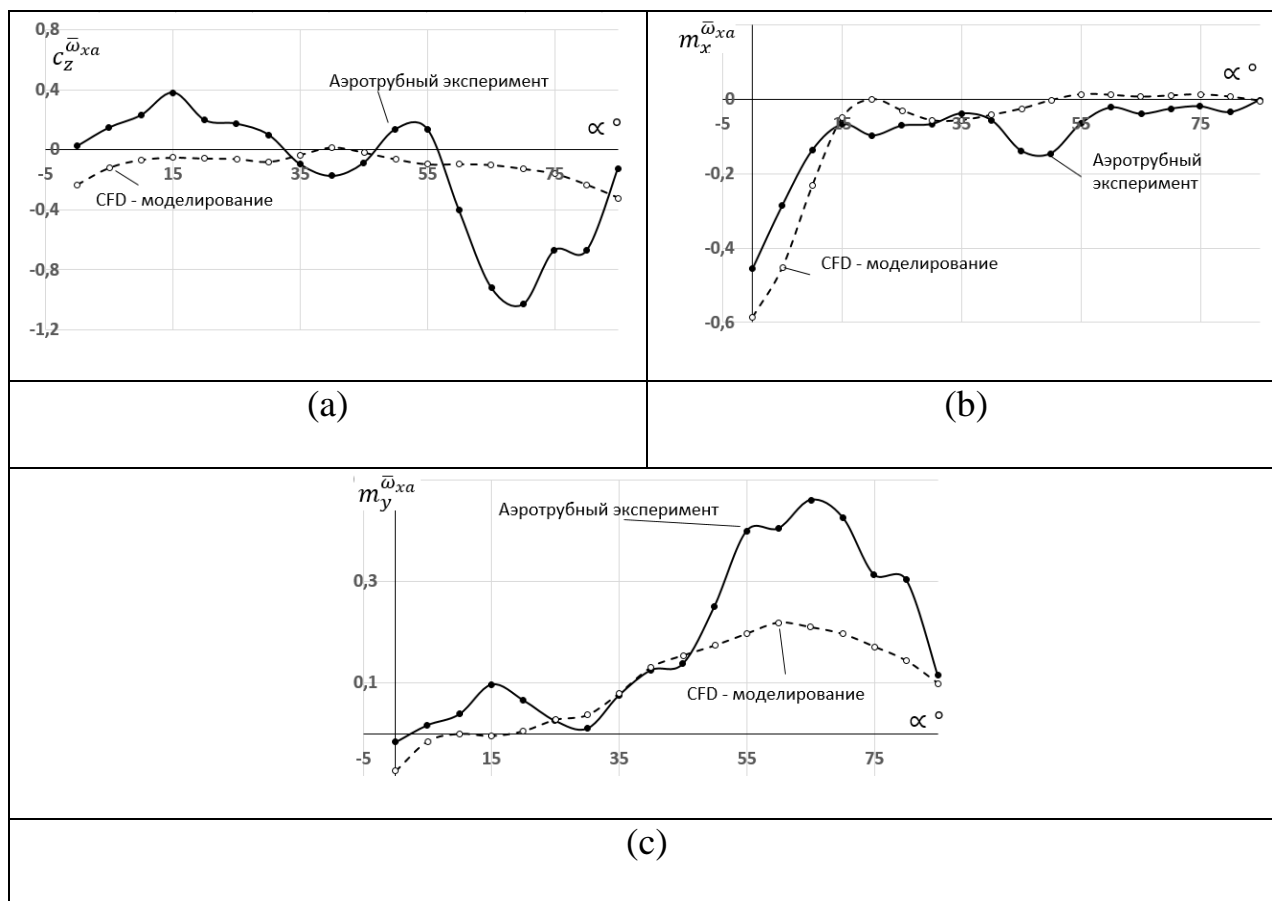


Рисунок 5. Зависимости вращательных производных коэффициента боковой силы c_z (а), коэффициента момента крена m_x (б) и коэффициента момента рыскания m_y (с) по угловой скорости крена от угла атаки модели



Рисунок 6. Линии тока, полученные по результатам CFD-моделирования аэродинамики с вращением по крену

Результаты определения вращательной производной коэффициента момента крена $\bar{m}_x^{\omega_{xa}}$ по данным аэротрубного эксперимента и численного моделирования согласуются при большинстве значений углов атаки. Удовлетворительное согласование результатов определения вращательных производных коэффициентов боковой силы $\bar{c}_z^{\omega_{xa}}$ и момента рыскания $\bar{m}_y^{\omega_{xa}}$ наблюдается при $\alpha < 55^\circ$. Анализ зависимостей, представленных на рисунке 3 и рисунке 5, позволяет выделить следующие особенности эксперимента в аэродинамической трубе и CFD-моделирования в принятых постановках.

1) Значения производной коэффициента боковой силы $\bar{c}_z^{\omega_{xa}}$, полученные по результатам CFD-моделирования, слабо зависят от угла атаки, что согласуется с результатами, полученными ранее [22].

2) Характерные отклонения зависимостей $\bar{c}_z^{\omega_{xa}}$ и $\bar{m}_y^{\omega_{xa}}$, полученных по результатам эксперимента в аэродинамической трубе, от гипотетического среднеквадратичного линейного тренда при значениях угла атаки $\alpha = 55^\circ \dots 75^\circ$ могут быть обусловлены влиянием конструкции креплений на структуру аэродинамического течения вблизи поверхности ЛА.

3) Зависимость вращательной производной момента крена $\bar{m}_x^{\omega_{xa}}$ от угла атаки α близка к линейной при $\alpha < 15^\circ$, что согласуется с данными наблюдений и результатами оценки устойчивости [1] при различных значениях коэффициента аэродинамического демпфирования крена: чем больше угол атаки, тем меньше

модуль аэродинамического демпфирования и, соответственно, меньше коэффициент затухания вынужденных колебаний бокового движения.

4) Зависимость вращательной производной момента рыскания $m_y^{\bar{\omega}_{xa}}$ от угла атаки α имеет вид, близкий к линейному при $\alpha < 60^\circ$.

Выводы

Выполнена разработка методики определения вращательных производных по крену компоновки ЛА, включающей крыло, оперение, фюзеляж и мотогондолы, на основе CFD-моделирования с применением модели турбулентности *k-ε Realizable*. Сопоставление результатов CFD-моделирования с результатами испытаний в аэродинамической трубе показывает хорошее согласование значений аэродинамических характеристик, полученных разными способами без моделирования вращения при значениях угла атаки $\alpha = -5^\circ \dots 90^\circ$. Зависимости вращательных производных коэффициентов боковой силы $c_z^{\bar{\omega}_{xa}}$, момента крена $m_x^{\bar{\omega}_{xa}}$ и момента рыскания $m_y^{\bar{\omega}_{xa}}$ от угла атаки α в целом достаточно гладкие, что соответствует данным наблюдений и результатам исследования устойчивости бокового движения. Результаты определения вращательной производной коэффициента момента крена $m_x^{\bar{\omega}_{xa}}$ с использованием CFD-моделирования также согласуются с результатами экспериментов в аэродинамической трубе. Рассогласование результатов определения производных коэффициентов боковой силы $c_z^{\bar{\omega}_{xa}}$ и момента рыскания $m_y^{\bar{\omega}_{xa}}$ при $\alpha = 55^\circ \dots 75^\circ$ может быть обусловлено особенностями постановки эксперимента в аэродинамической трубе, связанными с

влиянием конструкции устройства поддержки модели на структуру вихреобразования.

Библиографический список

1. Остославский И.В. Аэродинамика самолета. – М.: Государственное издательство оборонной промышленности, 1957. - 560 с.
2. Карпенко О.Н., Костин П.С. Способ оценки характеристик пикирования самолета-штурмовика // Труды МАИ. 2019. № 104. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=102426>
3. Виноградов Ю.А. и др. К вопросу о разделении нестационарных и вращательных аэродинамических производных по результатам динамических испытаний // Ученые записки ЦАГИ. 2003. Т. 34. № 3–4. С. 84 - 90.
4. Головкин М.А. Соотношения для вращательных производных от коэффициентов моментов крена и рысканья крыла // Труды МАИ. 2012. № 55. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=30020>
5. Захаров М.А. Исследование условий измерения вращательных и нестационарных производных бокового движения летательных аппаратов // Труды МАИ. 2004. № 14. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=34236>
6. Микеладзе В.Г. Авиация общего назначения. – М.: Изд-во ЦАГИ, 1996. - 296 с.
7. Сухоруков А.Л., Титов М.А., Чернышев И.А. Об использовании численных методов динамики вязкой жидкости для определения коэффициентов вращательных

производных гидродинамических сил и моментов // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. 2016. Т. 9. № 2. С. 52 - 61.

8. Егорчев М.В., Тюменцев Ю.В. Нейросетевой полуэмпирический подход к моделированию продольного движения и идентификации аэродинамических характеристик маневренного самолета // *Труды МАИ*. 2017. № 94. URL:

<http://trudymai.ru/published.php?ID=81171>

9. Февральских А.В. Разработка методики проектирования аэрогидродинамической компоновки амфибийного судна на воздушной подушке с аэродинамической разгрузкой на основе численного моделирования: дисс. канд. техн. наук. - Нижний Новгород: Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева, 2017. - 175 с.

10. Кальясов П.С. и др. Сравнительный анализ двух подходов к разработке аэрогидродинамической компоновки скоростного амфибийного судна // *Морской вестник*. 2017. № 3. С. 22 - 25.

11. Февральских А.В., Кальясов П.С., Лобачев М.П., Лукьянов А.И., Шабаров В.В. Верификация результатов численного моделирования экранной аэродинамики амфибийного судна на воздушной подушке с аэродинамической разгрузкой // XI Международная научная конференция по амфибийной и безаэродромной авиации «Гидроавиасалон–2016»: сборник докладов. – М: Издательский отдел ЦАГИ им. Жуковского, 2016. С. 233 – 238.

12. Tatar M., Masdari M. Investigation of pitch damping derivatives for the Standard Dynamic Model at high angles of attack using neural network // Aerospace Science and Technology, 2019, vol. 92, pp. 685 - 695.
13. Abramov N.B. et al. Aerodynamic Modeling for Poststall Flight Simulation of a Transport Airplane // Journal Aircraft, 2019, vol. 56, no. 4, pp. 1427 - 1440.
14. Oktay E., Akay H. CFD predictions of dynamic derivatives for missiles // 40th AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, 2002. DOI: 10.2514/6.2002-276
15. Shelton A., Martin C., Silva W. Characterizing aerodynamic damping of a supersonic missile with CFD // AIAA Aerospace Sciences Meeting, 2018, no. 210059, pp. 1 – 25.
16. Da Ronch A. et al. Computation of dynamic derivatives Using CFD // 28th AIAA Applied Aerodynamics Conference, 2010, vol.1, pp. 1 – 27. DOI: 10.2514/6.2010-4817
17. Mi B., Zhan H., Chen B. New Systematic CFD Methods to Calculate Static and Single Dynamic Stability Derivatives of Aircraft // Mathematical Problems in Engineering, 2017. DOI: 10.1155/2017/4217217
18. Головкин М.А., Головкина Е.В. Визуализация структур течения в окрестности моделей летательных аппаратов в гидродинамической трубе малых скоростей (самолетные аэродинамические компоновки) // Труды МАИ. 2016. № 90. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=74692>
19. Головкин М.А., Ефремов А.А., Махнев М.С. Методики оценок вращательных производных сил и моментов, действующих на модель самолета // Труды МАИ. 2017. № 97. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=87338>

20. Головкин М.А., Ефремов А.А., Махнев М.С. Оценка производных аэродинамических сил и моментов по компонентам угловой скорости модели самолета в широком диапазоне углов атаки // Ученые записки ЦАГИ. 2018. Т. 49. № 1. С. 39 – 58.
21. Павленко О.В. Численное исследование влияния обледенения передних кромок несущих поверхностей на аэродинамические характеристики модели пассажирского самолета // Научный вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации. 2009. № 149. С. 156 - 159.
22. Белоцерковский С.М., Скрипач Б.К. Аэродинамические производные летательного аппарата и крыла при дозвуковых скоростях. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1975. – 424 с.