

Научная статья  
УДК 629.735.33  
DOI: 10.34759/vst-2023-1-180-189

## ИССЛЕДОВАНИЯ МЕТОДОВ ОПТИМИЗАЦИИ КРЕЙСЕРСКОГО ПОЛЕТА НА КОМПРОМИССНЫХ РЕЖИМАХ

**Пшемислав Маркевич**

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),  
Москва, Россия  
przemek.markiewicz@mail.ru

**Аннотация.** Рассматриваются вопросы оптимальности выбора компромиссного режима крейсерского полета в условиях неопределенности целей полета магистрального самолета. Приводится метод многокритериального анализа эффективности с аналитическими весовыми коэффициентами, построенный на основе многоцелевого подхода. Представлен известный показатель эффективности крейсерского полета в аналитическом виде, а также предложены две постановки задачи анализа эффективности: эксплуатационная и траекторная. Разработан метод оптимизации крейсерского полета с использованием компромиссных режимов и введено понятие оптимальной крейсерской дальности, являющейся критерием эшелонирования. Приводятся результаты исследования эффективности крейсерского полета относительно высоты эшелона и массы самолета в конце полета. Объект исследования — магистральный самолет Ил-96-300.

**Ключевые слова:** компромиссные режимы полета, многоцелевой подход, оптимизация крейсерского полета, многокритериальный анализ крейсерского полета, показатели эффективности крейсерского режима, критерий эшелонирования

**Для цитирования:** Маркевич П. Исследования методов оптимизации крейсерского полета на компромиссных режимах // Вестник Московского авиационного института. 2023. Т. 30. № 1. С. 180–189. DOI: 10.34759/vst-2023-1-180-189

Original article

## SURVEYS OF OPTIMIZATION METHODS OF CRUISE FLIGHT WITH LONG RANGE CRUISE MODES

**Przemysław Markiewicz**

Moscow Aviation Institute (National Research University),  
Moscow, Russia  
przemek.markiewicz@mail.ru

**Abstract.** The cruise flight is the main phase of the flight of long-haul aircraft, which mainly determines the effectiveness of entire flight. The cruise flight effectiveness depends on the selected flight mode. Typical cruise modes include maximum range mode, maximum cruising mode as well as compromise modes. Compromise modes selection are being performed by the flight costs indicator of the flight at the given range. This indicator employing is possible only at known values of the fuel cost and cost indicator, which are the uncertainty source in the tasks of the long-haul aircraft effectiveness studying.

The article proposes considering the problem of compromise modes selection under uncertainty conditions for a certain range, employing flight costs indicator presented in analytical form. The search for the compromise modes is being performed on a set of modes, limited by the maximum range mode and maximum cruising mode, which we will call the set of optimal modes. Partial criteria of the effectiveness indicator such as fuel consumption and flight speed are determined on such set. Analytical effectiveness indicator is the sum of normalized partial criteria with weight coefficients that are the parameters of the task. The flight mode selection under uncertainty conditions is being performed in the minimax problem setting using the analytical weight coefficients. The weight coefficient in this indicator can be interpreted two-fold, which allows considering the problem of compromise mode selection in two formulations, such as operational and trajectory. In the operational formulation of the problem, the weight coefficient is the normalized value of the cost index and does not change along the flight path. In the trajectory formulation of the problem, the weight coefficient is a measure of relative importance between fuel consumption and flight time and can vary along the flight path.

The studies of the compromise conditions achieving in the trajectory formulation of the problem for various values of the cruise range allowed identifying the optimal range, different from the maximum range, for which the compromise mode can be considered optimal. The optimal range obtained by the trajectory method is an objective criterion for change flight level at the compromise flight modes. The said criterion allows objectively selecting the point of transition to another flight level and improve thereby the operational performance of the entire flight (such as the required flight fuel margin and the flight endurance). The optimal range in the operational formulation of the problem is the maximum range.

The article presents an example of cruise flight optimization under the flight conditions at different flight levels, which results demonstrate the ability to reduce the required fuel and flight endurance compared to this flight implementation in the maximum flight range, maximal cruising and operational compromise flight mode. The effect of the flight altitude and the payload (the aircraft weight at the cruise flight termination) on the optimal range value in comparison with the maximum range was established as well. The results of the cruise flight effectiveness studying, obtained by the trajectory method, may be useful for the development of a flight manual and flight paths optimization problem of long-haul aircrafts. The object of research is the Il-96-300 long-haul aircraft.

**Keywords:** compromise flight modes, multi-purpose approach, cruise flight optimization, multi-criteria analysis of cruise flight, cruise flight performance indicators, separation criterion

**For citation:** Markiewicz P. Surveys of Optimization Methods of Cruise Flight with Long Range Cruise Modes. *Aerospace MAI Journal*, 2023, vol. 30, no. 1, pp. 180–189. DOI: 10.34759/vst-2023-1-180-189

## Введение

Крейсерский полет — самый продолжительный этап полета магистрального самолета. Основной целью полета магистральных самолетов обычно является полет на определенную дальность за минимально возможное время, и таким образом, целью крейсерского полета является дальность  $L_{кр}$ , в то время как продолжительность полета  $T_{кр}$  подлежит определению. Выполнение поставленной цели реализуется посредством выбора крейсерского режима, который определяет необходимый запас топлива  $m_{топ}^{кр}$  и продолжительность  $T_{кр}$ . Под крейсерским режимом подразумеваем постоянную крейсерскую скорость (крейсерское число Маха)  $M_{кр}$  [1], которая в условиях необходимости обеспечения установившегося, сбалансированного полета детерминирует программу управления режимом работы двигателей. В условиях прямолинейного полета с постоянным курсом и уменьшения массы самолета лишь за счет выработки топлива управление режимом работы двигателей является монотонно убывающей функцией фазовой переменной  $R(L)$ . Крейсерский полет магистральных самолетов выполняется на фиксированной высоте. Таким образом, режимом полета является тройка вектор-функций: высоты  $H(L)$ , скорости  $V(L)$  и режима работы двигателей  $R(L)$  [2]:

$$y(L) = [H(L), V(L), R(L)]. \quad (1)$$

Наряду с режимом полета следует учитывать изменение центровки  $\bar{x}_T(L)$  и массы  $m(L)$  в полете. Объединенный вектор режима полета и изменения центровки и массы называется режимом эксплуатации [2].

В практике летной эксплуатации магистральных самолетов можно выделить несколько типовых крейсерских режимов полета [1, 3, 4]:

1. *Режим максимальной дальности «МД»* — экономический режим, который позволяет выполнить крейсерский полет с минимальным необходимым запасом топлива.

2. *Режим максимального крейсерования «МКР»* — скоростной режим, который позволяет преодолеть крейсерскую дальность за минимальное время, выполняется с максимальной скоростью.

3. *Компромиссные режимы* — позволяют достичь компромисса между потребным расходом топлива и временем полета с целью обеспечения желаемого экономического эффекта полета. К компромиссным режимам крейсерского полета можно отнести: режим «0,99 МД», который предполагает повышение требуемого запаса топлива на

1%, но существенно сокращает продолжительность полета, а также режим ECON (the most efficient cruise speed, «наиболее эффективная крейсерская скорость») — который с помощью системы оптимизации режимов полета позволяет выбрать режим, минимизирующий денежные издержки крейсерского полета.

В летной эксплуатации магистральных самолетов чаще всего применяются компромиссные режимы [1]. Поиск компромиссных режимов — многокритериальная задача; в настоящее время показателем эффективности такой задачи является функционал полетных издержек крейсерского полета  $C(L_{кр})$  [5]:

$$C(L_{кр}, y) = c_F \int_0^{L_{кр}} \left[ q_{км}(m, \bar{x}_T, y) + c_I \frac{1}{V} \right] dL;$$

$$C(L_{кр}, \tilde{y}) = \min_{y \in Y_{доп}} C(L_{кр}, y), \quad (2)$$

где  $q_{км}$  — километровый расход топлива;  $c_I = c_T/c_F$  — показатель стоимости;  $c_F$  — стоимость единицы топлива;  $c_T$  — стоимость единицы времени полета;  $Y_{доп}$  — множество допустимых режимов полета.

Показатель в форме (2) содержит неопределенность в виде стоимости единицы топлива  $c_F$  и показателя стоимости  $c_I$ , что существенно ограничивает возможности универсального исследования летной эффективности магистральных самолетов и тем самым препятствует выработке рекомендаций по эксплуатации. С целью проведения данного рода исследований представим показатель (2) в форме, приемлемой для многокритериального анализа, и рассмотрим условия достижения компромисса в условиях неопределенности.

## Многокритериальный анализ эффективности крейсерского полета

Показатель (2) является двухкритериальным показателем эффективности. Представим метод анализа такой задачи, построенный на основе многоцелевого подхода [2, 6–12]. Пусть каждый из двух частных критериев определен на множестве допустимых решений  $y \in Y_{доп}$  и является выпуклой вниз функцией на этом множестве. Каждый из частных критериев на этом множестве достигает минимума в точке, которую назовем *целью частного критерия*,  $\tilde{y}_1$ ,  $\tilde{y}_2$ . Множество решений, ограниченное точками целей, назовем *множеством оптимальных решений*:

$$Y_{опт} = \{y : \tilde{y}_1 \leq y \leq \tilde{y}_2\}, \quad \tilde{y}_1 < \tilde{y}_2, \quad Y_{опт} \subseteq Y_{доп}. \quad (3)$$

На множестве оптимальных решений  $Y_{\text{опт}}$  проведем абсолютное и относительное нормирование по следующему правилу [2, 4, 13]:

$$\bar{f}_1(y) = \frac{f_1(y) - f_{1\min}}{f_{1\max} - f_{1\min}}, \quad \bar{f}_2(y) = \frac{f_2(y) - f_{2\min}}{f_{2\max} - f_{2\min}},$$

$$y \in Y_{\text{опт}}, \quad (4)$$

где  $f_{1\min}, f_{2\min}$  — минимальные значения частных критериев на множестве оптимальных решений в точках целей:

$$f_{1\min} = f_1(\tilde{y}_1), \quad f_{2\min} = f_2(\tilde{y}_2); \quad (5)$$

$f_{1\max}, f_{2\max}$  — максимальные значения частных критериев на этом множестве:

$$f_{1\max} = f_1(\tilde{y}_2), \quad f_{2\max} = f_2(\tilde{y}_1). \quad (6)$$

Значения нормированных частных критериев приведены к единой шкале измерения в диапазоне от 0 до 1.

В общем виде двухкритериальный показатель, состоящий из двух частных критериев  $f_1(y)$  и  $f_2(y)$ , можно записать как комплексный критерий в виде линейной свертки нормированных частных критериев на множестве оптимальных решений [7, 8, 14, 15]:

$$F(y, a_1, a_2) = a_1 \bar{f}_1(y) + a_2 \bar{f}_2(y), \quad y \in Y_{\text{опт}}, \quad (7)$$

где  $a_1, a_2$  — весовые коэффициенты, устанавливающие сравнительную важность отдельных частных критериев в линейной свертке:

$$a_1 + a_2 = 1, \quad 0 \leq a_1 \leq 1, \quad 0 \leq a_2 \leq 1. \quad (8)$$

В двухкритериальной задаче комплексный критерий (7) с учетом (8) можно записать в более удобном виде:

$$F(y, a) = a \bar{f}_1(y) + (1 - a) \bar{f}_2(y), \quad 0 \leq a \leq 1,$$

$$y \in Y_{\text{опт}}. \quad (9)$$

В зависимости от выбранного значения весового коэффициента  $a$  минимальное значение комплексного критерия (9) принимает конкретное значение из множества оптимальных решений, поэтому примем гипотезу о существовании стационарной точки комплексного критерия. Пусть для каждого элемента множества оптимальных решений будет справедливо [4]:

$$\frac{dF(y)}{dy} = 0, \quad a(y) = \frac{\bar{f}_2'(y)}{\bar{f}_2'(y) - \bar{f}_1'(y)}, \quad y \in Y_{\text{опт}}, \quad (10)$$

где  $\bar{f}_1'(y) = d\bar{f}_1(y)/dy$ ,  $\bar{f}_2'(y) = d\bar{f}_2(y)/dy$ .

Подставляя формулу весового коэффициента  $a(y)$  в комплексный критерий (9), получим формулу функции эффективности множества оптимальных решений:

$$F_Y(y) = a(y) \bar{f}_1(y) + [1 - a(y)] \bar{f}_2(y), \quad y \in Y_{\text{опт}}. \quad (11)$$

Максимум функции эффективности множества оптимальных решений  $F_Y(y)$  является решением двухкритериальной задачи в условиях неопределенности, при условии, что отдельные цели задачи равно важны (8) [2, 6]:

$$F_Y(\tilde{y}) = \max_{y \in Y_{\text{опт}}} F_Y(y). \quad (12)$$

Решение  $\tilde{y}$  является: решением в минимаксной постановке задачи; решением, соответствующим постановке задачи многоцелевого подхода, а также седловой точкой комплексного критерия (9), которая в теории игр является точкой равновесия.

### Постановка задачи исследования эффективности крейсерского полета

Поиск оптимального режима в крейсерском полете предполагает определение такого крейсерского числа Маха  $M_{\text{кр}}$ , которое можно считать оптимальным в смысле принятого принципа оптимальности. Поиск крейсерского режима  $M_{\text{кр}}$  проводится на заданной высоте и на заданной дальности, причем программа управления режимом работы двигателей обусловлена выбранным крейсерским режимом. Поэтому под крейсерским режимом будем понимать лишь крейсерское число Маха  $M_{\text{кр}}$ . Показатель эффективности крейсерского полета, как обособленного этапа полета, будем рассматривать в функции от числа Маха  $M$  и параметров задачи — крейсерской дальности  $L_{\text{кр}}$  и массы самолета в конце крейсерского полета  $m_k$  (в состав которой включена масса снаряженного самолета, масса коммерческой нагрузки, а также масса запаса топлива на предыдущие этапы полета). Показатель эффективности крейсерского полета в общем можно записать в следующем виде:

$$F_Y(M) = a(M) \bar{f}_1(M) + [1 - a(M)] \bar{f}_2(M),$$

$$M \in M_{\text{опт}}. \quad (13)$$

Здесь весовой коэффициент указывает на долю участия первого частного в комплексном показателе эффективности. Его значение указывает на топливную эффективность исследуемого режима. Если какому-либо режиму соответствует значение весового коэффициента, равное единице ( $a = 1$ ) — это бескомпромиссный экономический

режим, если  $a = 0$  — бескомпромиссный скоростной режим.

Рассматривая интегральный показатель полетных издержек крейсерского полета (2), видим, что параметры  $c_F$  и  $c_I$ , являющиеся причиной неопределенности задачи, можно трактовать двояко. Во-первых, если предположить, что данные параметры не могут меняться вдоль траектории полета (полагаются заданными до начала полета), то весовой коэффициент будет нормированным показателем стоимости,  $a = c_I/c_{I \max}$ ,  $0 \leq c_I \leq c_{I \max}$  ( $c_{I \max}$  — максимальное эксплуатационное значение показателя стоимости, устанавливается производителем самолета [5]).

В таком случае частными критериями являются интегральные показатели: требуемый запас топлива  $m_{\text{топ}}^{\text{кр}}$  и продолжительность полета  $T_{\text{кр}}$  в функции от числа Маха, вычисляемые по известным формулам [16–19], с фиксированной массой в конце крейсерского полета. Данные частные критерии представим в нормированном виде по правилу (4) на множестве оптимальных чисел Маха (крейсерских режимов), ограниченных режимом максимальной дальности и режимом максимального крейсерования,  $M_{\text{опт}} = \{M : M_{\text{мд}} \leq M \leq M_{\text{мкр}}\}$ :

$$\begin{aligned} f_1(M) &= m_{\text{топ}}^{\text{кр}}(M), & f_2(M) &= T_{\text{кр}}(M); \\ f_{1 \min} &= m_{\text{топ}}^{\text{кр}}(M_{\text{мд}}), & f_{2 \min} &= T_{\text{кр}}(M_{\text{мкр}}); \\ f_{1 \max} &= m_{\text{топ}}^{\text{кр}}(M_{\text{мкр}}), & f_{2 \max} &= T_{\text{кр}}(M_{\text{мд}}). \end{aligned} \quad (14)$$

Нормированные частные критерии (14), а также функция весовых коэффициентов, вычисленная по правилу (10) на диапазоне  $M_{\text{опт}}$ , позволяет сформировать аналитический показатель эффективности крейсерского полета, который назовем эксплуатационным обобщенным показателем эффективности крейсерского полета:

$$F_{\text{кр}}^{\partial}(M, L_{\text{кр}}, m_{\text{к}}) = a(M)\bar{f}_1(M) + [1 - a(M)]\bar{f}_2(M), \quad M \in M_{\text{опт}}. \quad (15)$$

Оптимальным крейсерским режимом в полете на заданную дальность  $L_{\text{кр}}$  и при заданном  $m_{\text{к}}$  является такое число Маха  $M_{\text{кр}}^{\partial}$ , которое доставляет максимум показателю (15) соответственно с гарантирующим принципом учета неопределенности (12):

$$F_{\text{кр}}^{\partial}(M_{\text{кр}}^{\partial}, L_{\text{кр}}, m_{\text{к}}) = \max_{\substack{M \in M_{\text{опт}} \\ L_{\text{кр}}, m_{\text{к}} - \text{fix}}} F_{\text{кр}}^{\partial}(M, L_{\text{кр}}, m_{\text{к}}). \quad (16)$$

Во-вторых, весовой коэффициент можно интерпретировать как меру сравнительной важности расхода топлива и скорости полета. Как правило,

километровый расход топлива уменьшается при уменьшении массы самолета за счет выработки топлива в крейсерском полете. Таким образом, в полете изменяется сравнительная важность расхода топлива и скорости полета. Это означает, что при постоянной скорости полета вдоль траектории крейсерского полета изменяется значение весового коэффициента. При текущем значении массы самолета  $m$  множество оптимальных режимов ограничено локальным крейсерским числом Маха  $M_{\text{кк}}$  и максимальным числом Маха горизонтального полета  $M_{\text{макс}}$ ,  $M_{\text{опт}} = \{M : M_{\text{кк}} \leq M \leq M_{\text{макс}}\}$ . Для каждого значения массы из допустимого диапазона масс рассматриваемого эшелона частными критериями являются расход топлива  $f_1$  и величина, обратно пропорциональная числу Маха  $f_2$ :

$$\begin{aligned} f_1 &= q_{\text{км}}(M), & f_{1 \min} &= q_{\text{км}}(M_{\text{кк}}), & f_{1 \max} &= q_{\text{км}}(M_{\text{макс}}); \\ f_2 &= \frac{1}{M}, & f_{2 \min} &= \frac{1}{M_{\text{макс}}}, & f_{2 \max} &= \frac{1}{M_{\text{кк}}}. \end{aligned} \quad (17)$$

Запишем выражение аналитического показателя с нормированными частными критериями (17) в следующем виде:

$$\begin{aligned} F_{\text{кр}}^T[M, L_{\text{кр}}, m_{\text{к}}] &= \frac{1}{L_{\text{кр}}} \int_0^{L_{\text{кр}}} [a\bar{f}_1 + (1-a)\bar{f}_2] dL = \\ &= \frac{1}{L_{\text{кр}}} \int_0^{L_{\text{кр}}} F_Y^H(M, m) dL, \end{aligned} \quad (18)$$

где  $F_Y^H(M, m)$  — характеристика локальной эффективности крейсерского полета, которую получаем путем вычисления функции эффективности множества оптимальных решений  $M \in M_{\text{опт}}$  для каждого значения массы самолета.

Вычисление показателя (18) в функции от режимов полета проводится путем интегрирования при заданной дальности. Данный показатель назовем *траекторным обобщенным показателем эффективности крейсерского полета*. Построение этого показателя представлено в работе [4].

Пример построения характеристики локальной эффективности крейсерского полета на эшелоне  $H_{\text{кр}} = 9,75$  км самолета Ил-96-300 показан на рис. 1, б. Для полученной эффективности можно также определить, как изменяются значения весового коэффициента (рис. 1, а). Очевидно, что при фиксированной скорости и при уменьшении массы самолета за счет выработки топлива уменьшается значение весового коэффициента, т.е. топливная эффективность ухудшается. Также следует отметить, что полет на режиме максимального крейсерования (с максимальной скоростью го-



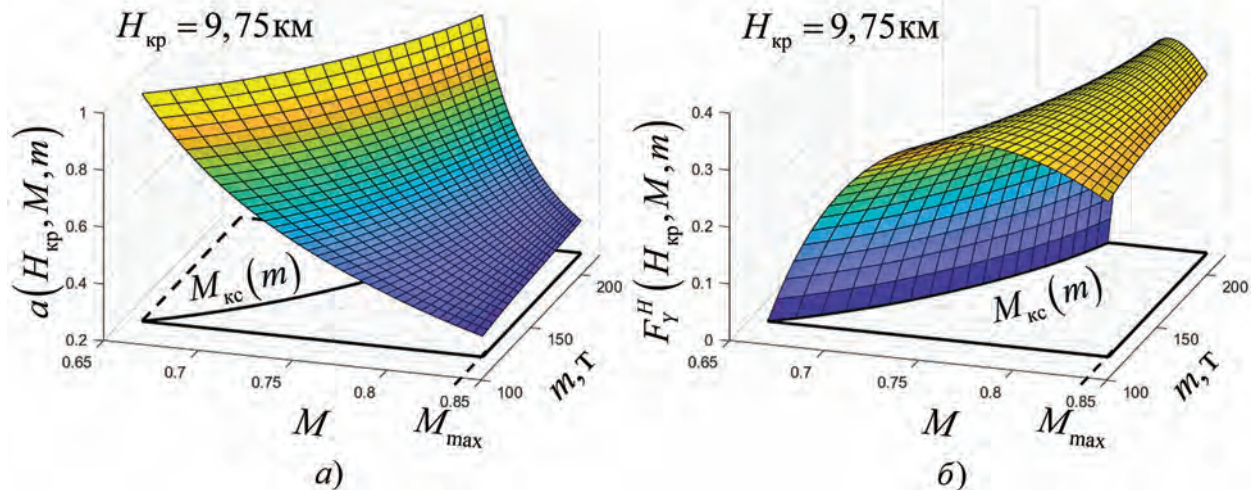


Рис. 1. Характеристики локальной эффективности крейсерского полета на фиксированном эшелоне

горизонтального полета) реализуется с постоянным значением обобщенного траекторного показателя эффективности крейсерского полета, притом что значение весового коэффициента не меняется вдоль траектории полета.

**Исследование эффективности крейсерского полета**

Рассмотрим задачу поиска оптимального крейсерского режима в условиях неопределенности (гарантирующий подход) в полете на фиксированную дальность. Пусть крейсерский полет на дальность  $L_{кр} = 6000$  км выполняет самолет Ил-96-300 на эшелоне  $H_{кр} = 9,75$  км. Обобщенные показатели эффективности крейсерского полета в функции от числа Маха, полученные эксплуатационным и траекторным методами, показаны на рис. 2,а. На

представленном примере видно, что компромиссные крейсерские режимы, полученные эксплуатационным и траекторным методами, различны. Скорость, полученная траекторным методом, больше эксплуатационной, однако значение обобщенного показателя эффективности крейсерского полета в точке решения меньше в траекторном методе, чем аналогичное решение, полученное эксплуатационным методом,  $F_{кр}^э(M_{кр}^э) > F_{кр}^т(M_{кр}^т)$ , откуда следует, что траекторный компромиссный режим является предпочтительным.

В задаче исследования крейсерского режима проводится поиск оптимального крейсерского режима. Оптимизации подлежит число Маха, а также дальность полета, при которой полет можно считать оптимальным. Запишем общую поста-

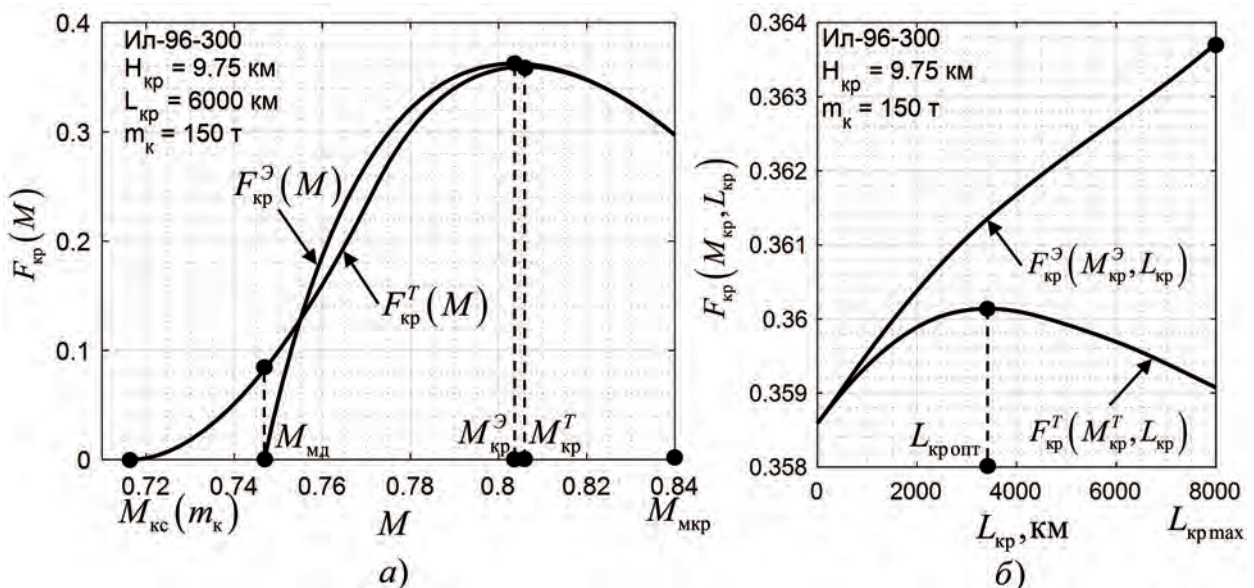


Рис. 2. Исследование: эффективности крейсерского режима (а); крейсерского полета (б) в эксплуатационной и траекторной постановках задачи

новку задачи оптимизации крейсерского полета при фиксированном значении  $m_k$  и оптимальном компромиссном режиме  $M_{кр}$  с использованием гарантирующего метода учета неопределенности:

$$F_{кр}(M_{кр}, L_{кр\text{ опт}}) = \max_{0 \leq L_{кр} \leq L_{кр\text{ max}}} F_{кр}(M_{кр}, L_{кр}), \quad (19)$$

где  $L_{кр\text{ max}}$  — максимальная дальность крейсерского полета, обусловленная допустимым запасом топлива.

Построим обобщенные показатели эффективности крейсерского полета в эксплуатационной и траекторной постановках задачи в функции от дальности полета (рис. 2, б). На представленном примере можем видеть, что обобщенный эксплуатационный показатель монотонно растет, вплоть до максимальной дальности крейсерского полета  $L_{кр\text{ max}}$ , в то время как траекторный показатель достигает локального максимума меньше  $L_{кр\text{ max}}$ .

Существование оптимальной дальности в траекторной постановке задачи является интересным свойством достижения компромисса между расходом топлива и временем полета. На рис. 3, а показано влияние выбора крейсерского режима на удельную дальность, на рис. 3, б — влияние на удельную продолжительность. Режим максимальной дальности является оптимальным в полете на дальность, при которой удельная дальность достигает максимального значения, т.е. пренебрежительно малой, вследствие того, что данный режим оптимален лишь при постоянном увеличении высоты (полет по потолкам [18]). Оптимальной дальностью режима максимального крейсерования

является дальность, при которой удельная продолжительность достигает минимального значения, т.е. максимальная дальность.

Таким образом, исследование компромисса посредством траекторного анализа позволяет получить компромисс не только при выборе режима, но и при выборе дальности крейсерского полета на выбранном эшелоне. Отметим также, что при анализе эффективности эксплуатационным методом компромисс по дальности не достигается.

Ограничение по дальности, вызванное существованием оптимальной дальности в траекторной задаче, является критерием эшелонирования. Данный критерий эшелонирования является объективным. На практике эксплуатации магистральных самолетов эшелонирование выполняется по согласованию с УВД и, как правило, носит субъективный характер. На рис. 4, а представлено влияние крейсерской высоты и массы в конце крейсерского полета на значение оптимальной дальности. Очевидно, что для самолета Ил-96-300 оптимальная дальность крейсерского полета отличается от максимальной дальности на эшелонах выше границы тропосферы ( $H_{кр} > 11$  км) для каждого значения массы самолета в конце крейсерского полета. На высотах ниже границы тропосферы ( $H_{кр} < 11$  км) при больших значениях массы в конце крейсерского полета оптимальная дальность совпадает с максимальной дальностью. Данное свойство наблюдается при полной загрузке самолета и указывает на то, что при увеличении массы коммерческой нагрузки рост крейсерской скорости становится более предпоч-

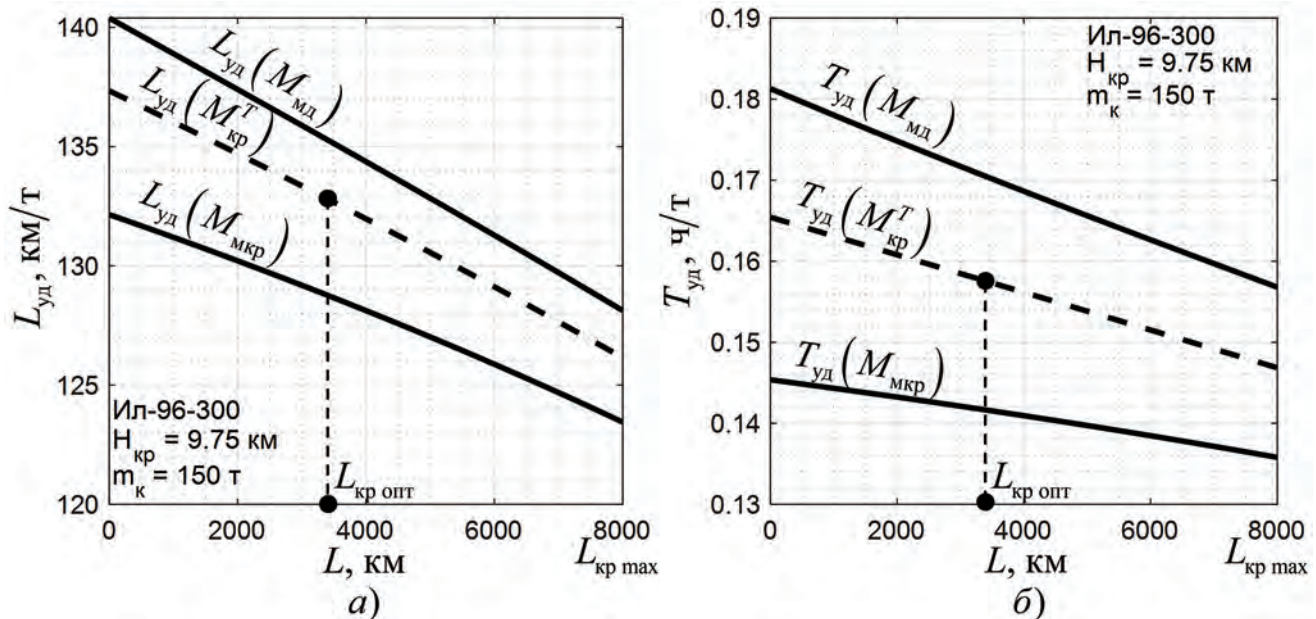


Рис. 3. Удельная дальность (а) и удельная продолжительность (б) крейсерского полета в функции от дальности для режимов «МД», «МКР» и компромиссного режима



тительным, что согласуется с практикой эксплуатации магистральных самолетов [3].

Рассмотрим, как влияет эшелонирование на эффективность крейсерского полета. На рис. 4,б приведен пример крейсерского полета на заданную дальность ( $L_{кр} = 6000$  км) на трех различных эшелонах, выбранных с помощью выработанного критерия эшелонирования. Рисунок показывает, как изменяется значение весового коэффициента вдоль траектории без учета режимов набора высоты и снижения. Самолет, достигая первого эшелона полета, начинает крейсерский полет с максимальным значением весового коэффициента на данном эшелоне; затем вследствие выработки топлива ухудшается топливная эффективность и, соответственно, значение весового коэффициента уменьшается. Дальность  $L_{кр} = 2148$  км является оптимальной дальностью на данном эшелоне, и при её достижении появляется предпосылка для увеличения высоты полета (эшелонирования). Вследствие эшелонирования увеличивается значение весового коэффициента, что указывает на улучшение топливной эффективности. В полете на втором эшелоне весовой коэффициент опять уменьшается с дальностью.

Сопоставим эксплуатационные характеристики крейсерского полета с режимами, полученными эксплуатационным и траекторным методами с учетом соответствующих критериев эшелонирования ( $L_{кр} = 6000$  км, рис. 4,б).

Крейсерский полет с режимом полета, полученный эксплуатационным методом, не предполагает эшелонирования и поэтому выполняется

на эшелоне  $H_{кр} = 9,15$  км. Данный полет требует запаса топлива  $m_{топ}^{кр}(M_{кр}^0, L_{кр}) = 48,524$  т и времени  $T_{кр}(M_{кр}^0, L_{кр}) = 6,94$  ч.

Крейсерский полет с режимом полета, полученный траекторным методом, выполняется с эшелонированием, обусловленным оптимальной дальностью, что требует запаса топлива  $m_{топ}^{кр}(M_{кр}^T, L_{кр}) = 45,014$  т и времени  $T_{кр}(M_{кр}^T, L_{кр}) = 6,93$  ч. Таким образом, использование режимов, полученных траекторным методом, в оптимизации крейсерского полета позволяет сэкономить 7,23% топлива и сократить время полета на 0,23%.

Приведем эксплуатационные показатели типовых крейсерских режимов на эшелоне  $H_{кр} = 9,15$  км. Полет на режиме максимальной дальности требует запаса топлива  $m_{топ}^{кр}(M_{мд}, L_{кр}, H_{кр}) = 47,432$  т и времени полета  $T_{кр}(M_{мд}, L_{кр}, H_{кр}) = 7,71$  ч; полет на режиме максимального крейсерования требует запаса топлива  $m_{топ}^{кр}(M_{мкр}, L_{кр}, H_{кр}) = 50,306$  т и времени полета  $T_{кр}(M_{мкр}, L_{кр}, H_{кр}) = 6,54$  ч. Таким образом, использование компромиссных режимов, полученных в условиях неопределенности, позволяет рационально расходовать эксплуатационные ресурсы (топливо и время), что позволяет получить универсальные характеристики летной эффективности магистральных самолетов.

Отсюда можем сделать вывод, что траекторный метод анализа эффективности крейсерского полета позволяет не только определить компромиссный крейсерский режим, но и улучшить эксплуатационные показатели полета как следствие ограничения дальности на рассматриваемом эшелоне, что вызывает необходимость смены эшелона для

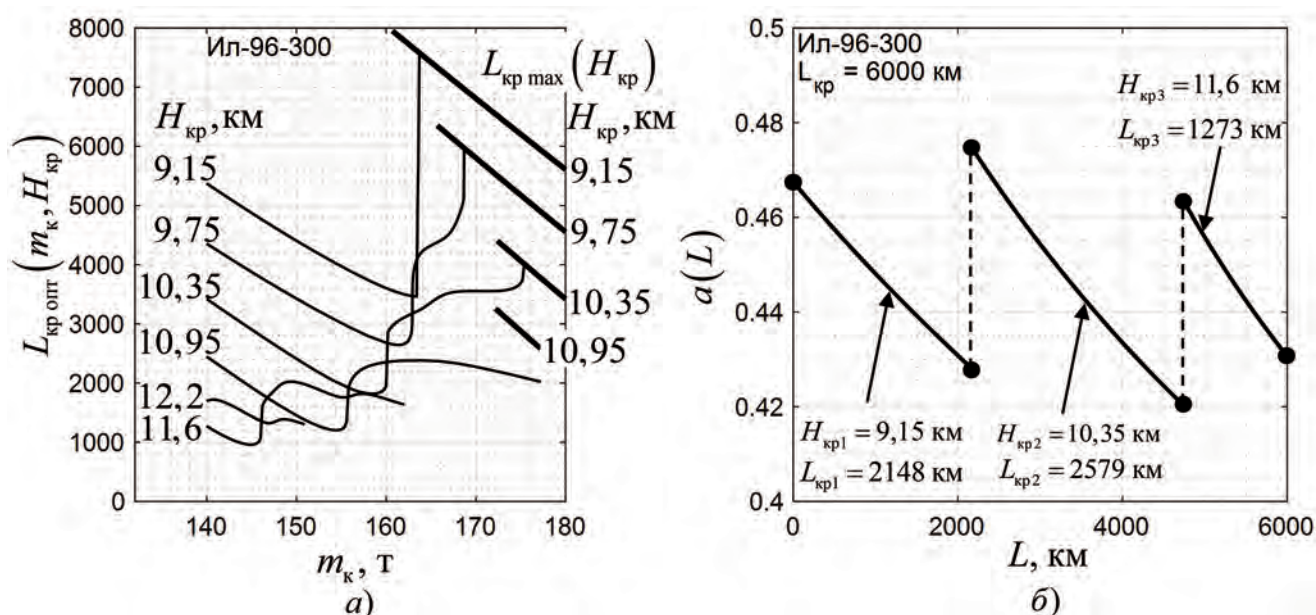


Рис. 4. Влияние высоты крейсерского полета и массы самолета в конце крейсерского полета на оптимальную дальность (а); пример влияния эшелонирования на улучшение эффективности крейсерского полета (б)



повышения топливной эффективности. Исследования компромиссных режимов полета как средства повышения крейсерской скорости могут считаться перспективными в исследованиях пространственно-временных траекторий полета магистральных самолетов [20].

## Выводы

В статье рассмотрены вопросы достижения компромисса при выборе параметров крейсерского режима. Представлен метод анализа многокритериальных задач, построенный на основе многоцелевого подхода, удобный в задачах исследования эффективности крейсерского полета. На основе анализа существующего метода оптимизации крейсерского полета выработаны два подхода оптимизации крейсерского полета: эксплуатационный и траекторный. Был разработан метод оптимизации крейсерского режима в условиях неопределенности, на основе гарантирующей постановки задачи.

На основе разработанных методов оптимизации крейсерского полета проведены исследования эффективности при различных значениях дальности, высоты и массы самолета в конце крейсерского полета. В результате исследований был выработан критерий эшелонирования, который позволяет получить компромисс между критериями эшелонирования, оптимальными для режимов максимальной дальности и максимального крейсерования. Представленный критерий эшелонирования является объективным и позволяет улучшить эксплуатационные показатели всего полета в условиях использования различных эшелонов полета.

Представленные методы оптимизации крейсерского полета построены на предположении равной важности всех целей полета и могут считаться полезными при анализе транспортной эффективности магистральных самолетов, при разработке руководства по летной эксплуатации, а также рекомендаций по эксплуатации магистральных самолетов и построении воздушных маршрутов.

## Список источников

1. Penner J.E., Lister D., Griggs D.J. et al. Aviation and the Global Atmosphere: A Special Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change. — Cambridge: Cambridge University Press, 1999. — 384 p.
2. Брусов В.С., Баранов С.К. Оптимальное проектирование летательных аппаратов. — М.: Машиностроение, 1989. — 232 с.
3. Воробьев В.Г., Кузнецов С.В. Автоматическое управление полетом самолетов: Учебник. — М.: Транспорт, 1995. — 448 с.
4. Маркевич П. Оптимизация параметров крейсерского полета магистрального самолета на основе метода многоцелевого подхода // Научный вестник ГосНИИ ГА. 2022. № 39. С. 72–80.
5. Poles D., Nuic A., Mouillet V. Advanced aircraft performance modeling for ATM: Analysis of BADA model capabilities // 29th Digital Avionics Systems Conference (03–07 October 2010; Salt Lake City, UT, USA), pp. 1.D.1–1. DOI: 10.1109/DASC.2010.5655518
6. Пиявский С.А., Брусов В.С., Хвилон Е.А. Оптимизация параметров многоцелевых летательных аппаратов. — М.: Машиностроение, 1974. — 168 с.
7. Пиявский С.А. Метод универсальных коэффициентов при принятии многокритериальных решений // Онтология проектирования. 2018. Т. 8. № 3(29). С. 449–468. DOI: 10.18287/2223-9537-2018-8-3-449-468
8. Пиявский С.А. Формулы для вычисления универсальных коэффициентов при принятии многокритериальных решений // Онтология проектирования. 2019. Т. 9. № 2(32). С. 282–298. DOI: 10.18287/2223-9537-2019-9-2-282-298
9. Балык В.М., Калуцкий Н.С. Статистический синтез устойчивых проектных решений при проектировании летательного аппарата в условиях многофакторной неопределенности // Вестник Московского авиационного института. 2008. Т. 15. № 1. С. 29–36.
10. Балык В.М., Веденков К.В., Кулакова Р.Д. Методы структурно-параметрического синтеза многоцелевых систем летательных аппаратов с многомерным внешним неоднородным целевым множеством // Вестник Московского авиационного института. 2014. Т. 21. № 4. С. 49–59.
11. Маркевич П. Многокритериальный выбор профиля крыла на основе многоцелевого подхода для легкого гражданского самолета // Научный вестник ГосНИИ ГА. 2020. № 30. С. 58–66.
12. Маленков А.А. Выбор проектных решений при проектировании системы беспилотных летательных аппаратов в условиях многоцелевой неопределенности // Вестник Московского авиационного института. 2018. Т. 25. № 2. С. 7–15.
13. Теория принятия решений: Учебник / Под ред. В.Г. Халина: В 2 т. Т. 2. — М.: Издательство Юрайт, 2017. — 431 с.
14. Брусов В.С., Одноволик Ю.В. Пример оценки решений в условиях нескольких критериев эффективности // Научный вестник МГТУ ГА. 2013. № 2(188). С. 15–18.
15. Брусов В.С., Одноволик Ю.В. Метод оценки решений при эксплуатации технических систем в условиях неоднозначности оценки эффективности // Научный Вестник МГТУ ГА. 2012. № 175. С. 78–83.
16. Ефремов А.В., Захарченко В.Ф., Овчаренко В.Н. и др. Динамика полета: Учебник / Под ред. Г.С. Бюшгенса. — М.: Машиностроение-Полет, 2017. — 775 с.
17. Cook A. European Air Traffic Management: Principles, Practice and Research. — New York: Routledge, 2016. — 279 p.
18. Калиниченко Б.В. Летные характеристики самолетов с газотурбинными двигателями. — М.: Машиностроение, 1986. — 144 с.
19. Аэродинамика и динамика полета магистральных самолетов / Под ред. Г.С. Бюшгенса. — М.: Издательский отдел ЦАГИ; Пекин: Авиа-издательство КНР, 1995. — 772 с.
20. Sanz Á., Claramunt C., Comendador V.F.G. et al. Air traffic management based on 4D-trajectories: requirements

and practical implementation // 9<sup>th</sup> EASN International Conference on “Innovation in Aviation & Space”. 2019. Vol. 304. No. 2, pp. 5001–5009. DOI: 10.1051/mateconf/201930405001

## References

1. Penner J.E., Lister D., Griggs D.J. et al. *Aviation and the Global Atmosphere: A Special Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change*. Cambridge, Cambridge University Press, 1999, 384 p.
2. Brusov V.S., Baranov S.K. *Optimal'noe proektirovanie letatel'nykh apparatov* (Optimal design of aerial vehicles), Moscow, Mashinostroenie, 1989, 232 p.
3. Vorob'ev V.G., Kuznetsov S.V. *Avtomaticheskoe upravlenie poletom samoletov* (Aircraft automatic flight control), Moscow, Transport, 1995, 448 p.
4. Markevich P. *Nauchnyi vestnik GosNII GA*, 2022, no. 39, pp. 72–80.
5. Poles D., Nuic A., Mouillet V. Advanced aircraft performance modeling for ATM: Analysis of BADA model capabilities. *29th Digital Avionics Systems Conference (03–07 October 2010; Salt Lake City, UT, USA)*, pp. 1.D.1–1. DOI:10.1109/DASC.2010.5655518
6. Piyavskii S.A., Brusov V.S., Khvilon E.A. *Optimizatsiya parametrov mnogoselevykh letatel'nykh apparatov* (Parameters optimization of the multi-purpose aircraft), Moscow, Mashinostroenie, 1974, 168 p.
7. Piyavskii S.A. *Ontologiya proektirovaniya*, 2018, vol. 8, no. 3(29), pp. 449–468. DOI: 10.18287/2223-9537-2018-8-3-449-468
8. Piyavskii S.A. *Ontologiya proektirovaniya*, 2019, vol. 9, no. 2(32), pp. 282–298. DOI: 10.18287/2223-9537-2019-9-2-282-298
9. Balyk V.M., Kalutsky N.S. A statistical synthesis of stable design choices for flying vehicle design processes in conditions of multiple-factor uncertainty. *Aerospace MAI Journal*, 2008, vol. 15, no. 1, pp. 29–36.
10. Balyk V.M., Vedenkov K.V., Kulakova R.D. Methods of structural and parametric synthesis of multipurpose aircraft systems with multidimensional external heterogeneous target set. *Aerospace MAI Journal*, 2014, vol. 21, no. 4, pp. 49–59.
11. Markevich P. *Nauchnyi vestnik GosNII GA*, 2020, no. 30, pp. 58–66.
12. Malenkov A.A. Design solutions selection while developing a system of unmanned flying vehicles in conditions of multi-target uncertainty. *Aerospace MAI Journal*, 2018, vol. 25, no. 2, pp. 7–15.
13. Khalin V.G. (ed.) *Teoriya prinyatiya reshenii. V 2 t. T. 2. Uchebnik i praktikum dlya bakalavriata i magistratury* (Decision Theory. Vol. 2. Textbook and practice for bachelor and master programs), Moscow, Yurait, 2017, 431 p.
14. Brusov V.S., Odnovolik Yu.V. *Nauchnyi vestnik MGTU GA*, 2013, no. 2(188), pp. 15–18.
15. Brusov V.S., Odnovolik Yu.V. *Nauchnyi Vestnik MGTU GA*, 2012, no. 175, pp. 78–83.
16. Efremov A.V., Zakharchenko V.F., Ovcharenko V.N. et al. *Dinamika poleta* (Flight dynamics), Moscow, Mashinostroenie-Polet, 2017, 775 p.
17. Cook A. *European Air Traffic Management: Principles, Practice and Research*. New York, Routledge, 2016, 279 p.
18. Kalinichenko B.V. *Letnye kharakteristiki samoletov s gazo-turbinnymi dvigatelyami* (Flight characteristics of aircraft with gas turbine engines), Moscow, Mashinostroenie, 1986, 144 p.
19. Byushgens G.S. (ed.) *Aerodinamika i dinamika poleta magistral'nykh samoletov* (Aerodynamics and flight dynamics of mainline aircraft), Moscow, Izdatel'skii otdel TsAGI; Pekin: Avia-izdatel'stvo KNR, 1995, 772 p.
20. Sanz Á., Claramunt C., Comendador V.F.G. et al. Air traffic management based on 4D-trajectories: requirements and practical implementation. *9<sup>th</sup> EASN International Conference on “Innovation in Aviation & Space”*, 2019, vol. 304, no. 2, pp. 5001–5009. DOI: 10.1051/mateconf/201930405001

Статья поступила в редакцию 17.01.2023; одобрена после рецензирования 28.01.2023; принята к публикации 28.01.2023.

The article was submitted on 17.01.2023; approved after reviewing on 28.01.2023; accepted for publication on 28.01.2023.