

ОТЗЫВ

официального оппонента Шоркина Владимира Сергеевича
о диссертации Шрамко Константина Константиновича, выполненной на тему
“Исследование свойств симметрии и регуляризация сингулярностей в градиентной теории
упругости” на соискание ученой степени кандидата физико – математических наук по
специальности 01. 02. 04 — механика деформируемого твердого тела

Диссертация Константина Константиновича Шрамко направлена на обобщение традиционного представления о корректности постановки краевой задачи путем формулировки условий корректности краевых задач градиентных теорий упругости, вызванных наличием дополнительных условий симметрии материальных тензоров, обусловленных использованием при описании кинематики среды не только первого, но и высших градиентов перемещений, а также получения корректных по отношению как к аксиомам линейной теории упругости, так и к физическим представлениям решений с помощью градиентных моделей.

Актуальность темы диссертации.

Тема диссертации К.К. Шрамко «Исследование свойств симметрии и регуляризация сингулярностей в градиентной теории упругости» актуальна по следующим причинам. Во-первых, широкое использование в промышленности композиционных материалов с тонкой гетерогенной структурой существенно расширило использование для описания их механических свойств моделей градиентных сред, число условий симметрии в которых, накладываемое на новые материальные тензоры, существенно больше аналогичных условий в классической линейной теории упругости. Несоблюдение этих условий приводит в конечном счете к появлению ложных решений краевых задач, ошибочным предсказаниям поведения материалов в условиях эксплуатации, их функциональной надежности.

Во-вторых, от механики деформируемого твердого тела, в частности линейной теории упругости ожидаются адекватные реальности описания напряженно-деформированного состояния в окрестностях его концентраторов – наиболее ответственных и нагруженных частей деталей действующих устройств, чего классическая линейная теория упругости предоставить не может.

Рецензируемая диссертация предлагает выход из указанных ситуаций.

Общей целью диссертационной работы ее автор ставит исследование корректности градиентных теорий упругости из-за учета в ее рамках дополнительных свойств симметрии, а также формулировку критерия корректности учитывающего дополнительные условия симметрии для краевых условий. Кроме того, целью диссертации является исследование локальной регуляризации сингулярных задач теории упругости и развитие на его основе концепции концентрации напряжений.

Для достижения поставленной цели автор диссертации решает следующие задачи:

- анализирует градиентные теории упругости и характер используемых в них симметрий;
- исследуется корректность математической постановки краевых задач в градиентной теории упругости;
- рассматривается регуляризация сингулярных решений, полученных в классической теории упругости, строятся соответствующие регулярные решения;
- получение численных решений задач градиентной теории упругости для теории трещин.

Методы исследования, которые использованы в диссертации. В диссертации использовались теоретические методы исследования с привлечением экспериментальных данных, полученных другими авторами.

Объем и структура диссертационной работы. Диссертационная работа изложена на 112 страницах. Состоит из введения, обзора работ по теме, четырех глав, результатов

Отдел документационного
обеспечения МАИ

« 01 » 12 2021 г.

работы и списка используемой литературы. Диссертация иллюстрирована 24 рисунками и содержит 4 таблицы, содержит список использованных отечественных и зарубежных литературных источников из 90 наименований.

Краткий анализ содержания.

Во введении обосновывается актуальность темы диссертационной работы, приводятся цели исследования, научная новизна, теоретическая и практическая значимости, говорится о реализации результатов работы (перечисляются организации, сделавшие это), отмечена также достоверность результатов, апробация работы и публикации, положения, выносимые на защиту, объем и структура работы.

Отдельным разделом выделен обзор работ по проблеме моделирования масштабных и адгезионных эффектов. Это обзор иллюстрирует актуальность темы диссертации ввиду широкого применения моделей нелокальных, микрополярных и градиентных сред разных порядков при решении широкого спектра проблем науки и техники, которые нельзя решить традиционными методами. В этом разделе фактически автор ставит задачу, решению которой посвящена диссертация. Для этого дается общее описание градиентной упругости. Отмечены исследования, иллюстрирующие особенности симметрии тензора градиентных модулей упругости. Главным предметом изучения в задачах об особенностях свойств симметрии является вариационная формулировка градиентных моделей упругости и специфические условия симметрии в градиентных теориях упругости общего вида.

Отмечается, что при невариационной записи краевых статических условий при формулировке математической проблемы, энергетически несущественные компоненты в общем представлении тензора градиентных модулей упругости могут приводить к ошибочной формулировке статических краевых условий и условий на контурах - линиях пересечений кусочно-гладких поверхностей, образующих поверхность тела.

Кроме того, в этом разделе обсуждаются особенности применения градиентных теорий упругости к классическим сингулярным проблемам, пути их решения.

Первая глава. В этой главе делается анализ различных типов симметрии классической и градиентной теорий упругости, обусловленных условиями существования потенциала, порядком дифференцирования, наличием или отсутствием дефектности. С использованием принципа Лагранжа показано, как условия симметрии влияют на краевые условия соответствующей модели материала. Вводится определение физически несущественных компонент для тензора модулей упругости и тензора моментов, которые не изменяют вида плотности потенциальной энергии. Отмечается, что использование дополнительных видов симметрии в рамках модели материала приводит к существенному сокращению подлежащих экспериментальному определению используемых моделью материальных констант.

Во второй главе ведется обсуждение корректности математической постановки краевых задач в градиентной упругости. Сначала исследуются свойства симметрии тензоров модулей упругости градиентных теорий, характерные и для классической теории упругости и градиентной упругости, обращая внимание на особый вид симметрии, характерный только для градиентных теорий. Затем рассматривается структура градиентной части плотности потенциальной энергии и ее вариация, определяющая структуру краевых неклассических условий. В результате решается вопрос о том является ли существенным учет этих условий при постановке краевых условий и формулировки математических моделей сред в целом. Обсуждаются возможные ошибки в постановке краевых условий, связанные с потерей некоторых свойств симметрии. Формулируются критерии корректности, позволяющие исправить ситуацию, что представляются нам важным и для теорий градиентной упругости в целом и для приложений.

Продолжая развивать идею корректности постановки задач линейной теории упругости **в третьей главе** автор диссертации, сопоставляя аксиомы, положенные в ее основу (в частности о малой величине напряжений и деформаций, вызванных конечными

внешними воздействиями), с результатами решений краевых задач классической модели о состоянии материала в окрестностях особых точек, линий или поверхностей (например, разрыва сплошности, гладкости границы или области действия внешних сил) подчеркивает их несоответствие, то есть некорректность краевой задачи в рамках классической модели для этих ситуаций. Показано, что регуляризацию получающихся сингулярностей, то есть переход к корректному моделированию напряженно-деформированного состояния в этом случае, можно осуществить в рамках градиентных моделей порядка выше первого.

Четвертая глава посвящена численному решению задач механики трещин в рамках градиентной теории упругости.

Здесь представлены примеры вычислений, посвященных нахождению точки зарождения начала трещины, разрушающей нагрузки и угла роста трещины на основе регуляризованных решений градиентной теории в рамках применения подходящих критериев, формулируемых относительно напряжений. При этом для нахождения точки зарождения трещины подбираются критерии, корректно описывающие начало разрушения в условиях сложно напряженного состояния.

Изложение заканчивается представлением **результатов работы**.

Считается установленной необходимость проверки корректности прикладных градиентных моделей упругости, так как учет в них дополнительного к классическим моделям признака симметрии в краевых условиях играет существенную роль.

Сформулирован критерий корректности, позволяющий внести необходимые поправки в краевых задачах градиентной упругости, установлен класс моделей градиентной упругости, в которых условие дополнительное условие симметрии должно обязательно учитываться на основании критерия корректности: если краевые статические условия формулируются в усилиях и моментах, то они и для вектора сил на поверхности и для вектора менисковых сил на контурах должны быть записаны только через симметричную составляющую тензора моментов относительно последних индексов

Показано, что неучет условий симметрии приводит к зависимости решения от энергетически несущественных физических констант, что может приводить к значительным ошибкам.

Отмечается, что градиентные теории позволяют перевести в класс регулярных те задачи, которые в рамках классической теории упругости являются сингулярными.

Концепция концентрации напряжений развита на случай трещин смешанной моды и на случай вырезов с закруглениями в вершине. Предложен способ прогноза разрушающей нагрузки, прогноза направления развития трещин смешанной моды, и прогноза области возникновения макротрещины.

Достоверность полученных в диссертации результатов подтверждается тем, что они основаны на точных аналитических решениях, не противоречат физическому смыслу и находятся в соответствии с результатами, полученными другими авторами, в том числе экспериментально, а также тем, что при их получении использованы строгие математические подходы и методы вариационного и тензорного исчислений, механики деформируемого твердого тела.

Научная новизна результатов диссертации. Полученные К.К. Шрамко результаты исследования корректности постановки краевой задачи путем формулировки условий корректности краевых задач градиентных теорий упругости, вызванных наличием дополнительных условий симметрии материальных тензоров, а также получения корректных по отношению, как к аксиомам линейной теории упругости, так и к физическим представлениям решений с помощью градиентных моделей, являются новыми и оригинальными, имеют важное научное значение для механики деформируемого твердого тела, в частности при формулировке краевых статических условий в усилиях и моментах для вектора сил на поверхности и для вектора менисковых сил на контурах, а также для теории трещин при регуляризации сингулярностей.

Практическая значимость результатов диссертации состоит в найденной и теоретически обоснованной возможности корректной постановки задач прикладных градиентных моделей упругости, обеспечивающей получение точных решений, адекватных физической реальности.

Научная новизна результатов, их практическая значимость подтверждены их **апробацией**. Основное содержание диссертационной работы опубликовано в четырех научных печатных работах, две из которых опубликованы в рецензируемых международных журналах и две в изданиях, рекомендуемом Перечнем ВАК:

Все результаты, составляющие научную новизну и выносимые на защиту, **получены автором диссертации лично**.

Автореферат полностью отражает основное содержание диссертации.

Язык изложения материала в диссертации грамотный, понятный. Изложение логически стройно и последовательно.

Замечания.

1. Традиционное понятие корректности краевой задачи эквивалентно существованию ее решения и притом единственного. Для каждого типа задач это доказывается соответствующими теоремами при условии о том, что аксиомы математической модели явления, свойства объектов, используемых моделью, положенные в основу формулировки задачи выполнены, параметры задачи соответствуют этим аксиомам, решение (если оно существует) также удовлетворяет этим аксиомам. В данной работе делается обобщение такого понимания понятия корректности. Но это делается на интуитивном уровне. Недостаток состоит в том, что текст диссертации, не содержит четкого определения корректности вариационной постановки задачи.
2. Сформулировав общие цели диссертации, автор не указывает перечень конкретных задач, посредством решения которых они достигаются.
3. Автор не указывает в тексте диссертации авторство используемых экспериментальных данных, хотя в перечне используемой в работе литературы работы с этими данными указаны.
4. При доказательстве леммы относительно равенства (67) Вы пишете "Полагаем, что тензор множителей Лагранжа определяется из условий и т.д.". Вопрос: мы полагаем или надо только так их определять? Полагаем - значит могли сказать и по-другому, значит исход доказательства зависит только от нас.
5. Непонятно, относится ли обзор работ по теме моделирования масштабных и адгезионных эффектов к введению или является самостоятельным разделом диссертации.
6. При формулировке леммы вместо «по последней паре индексов» было бы корректнее указать смысл этой симметрии, что обуславливает ее.
7. В реферате и диссертации об апробации работы сказано только о публикациях, о выступлениях на конференциях не сказано ничего.
8. Текст диссертации не содержит ссылок на авторские работы диссертанта.
9. Автор диссертации не конкретизирует, какие результаты получены лично им, а какие совместно с соавторами.
10. Имеется несколько неточностей формулировок при изложении. А именно:
 - на стр. 4 написано «... классического оператора лапе» Ламе написано с маленькой буквы, в то время как возможна запись «известные Критерии прочности», в которой слово надо писать с маленькой буквы;
 - на стр. 15 «Вон Неймана» вместо «Фон Неймана» - «Фон» можно и не употреблять;
 - при изложении пронумерованных результатов работы пропущен результат с номером 3;
 - имеются случаи слитного написания нескольких слов.

Перечисленные замечания не снижают ценности полученных автором диссертации результатов, их строгости, достоверности, научной и практической значимости. Их

подчеркивание необходимо для повышения уровня понимания рецензируемой работы и ее результатов, носит рекомендательный характер.

Проведенный анализ диссертационной работы Шрамко Константина Константиновича с учетом обнаруженных недостатков позволяет сделать следующее заключение.

Заключение

Диссертация Шрамко Константина Константиновича является соответствующей п.9 Положения ВАК законченной научно-квалификационной работой, в которой на основании выполненных автором исследований разработаны теоретические положения, совокупность которых можно квалифицировать как решение научной задачи, имеющей важное хозяйственное значение, посвященной исследованию на основе вариационной формулировки корректности краевых задач градиентных теорий упругости, вызванных наличием дополнительных условий симметрии материальных тензоров, и применению результатов в теории трещин для регуляризации сингулярностей.

Автореферат оформлен в соответствии с установленными требованиями и полностью отражает суть диссертационной работы. Основные результаты диссертационной работы получены лично автором.

Выше изложенное позволяет сделать вывод о том, что диссертационная работа тему «Исследование свойств симметрии и регуляризация сингулярностей в градиентной теории упругости» удовлетворяет требованиям п.9 Положения о присуждении ученых степеней, а ее автор Шрамко Константин Константинович заслуживает присуждения степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела.

Доктор физико-математических наук по специальности 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела, профессор по кафедре «Физика»,
ведущий научный сотрудник,
профессор кафедры «Техническая физика и математика»
Федерального государственного образовательного
учреждения высшего образования «Орловский
государственный университет им. И.С. Тургенева»,
ул. Комсомольская д. 95.

Орловская область, г. Орел,
302026 Российская Федерация,
каф. «Техническая физика и математика».

Контактный телефон: 8 (486) 2 41 98 44

Email: V.S.Shorkin@yandex.ru

«Подпись Владимира Сергеевича Шоркина заверено»
проректор по научно-технологической деятельности и
аттестации научных кадров
Федерального государственного образовательного
учреждения высшего образования «Орловский
государственный университет им. И.С. Тургенева»

Шоркин
Владимир
Сергеевич



Радченко
Сергей
Юрьевич

18.11.2021 г.