

На правах рукописи



Лашкин Сергей Викторович

**ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ТРЕХМЕРНОГО
ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕЧЕНИЙ ВЯЗКОЙ
НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ НА ПРОИЗВОЛЬНЫХ
НЕСТРУКТУРИРОВАННЫХ СЕТКАХ**

Специальность 05.13.18 - Математическое моделирование, численные методы и
комплексы программ

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Саров – 2018

Работа выполнена в Институте теоретической и математической физики Федерального государственного унитарного предприятия «Российский Федеральный Ядерный Центр - Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики» (ИТМФ РФЯЦ-ВНИИЭФ, г. Саров).

Научный руководитель:

Козелков Андрей Сергеевич, доктор физико-математических наук.

Официальные оппоненты:

Усачов Александр Евгеньевич, доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник государственного научного центра ФГУП «Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е. Жуковского» (г. Москва).

Жалнин Руслан Викторович, кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой прикладной математики, дифференциальных уравнений и теоретической механики государственного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский Мордовский государственный университет им. Н.П. Огарева» (г. Саранск).

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет гражданской авиации» (г. Санкт-Петербург).

Защита состоится 30 ноября 2018 года в _____ на заседании диссертационного совета Д212.125.04 при ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» по адресу: 125993, г. Москва, Волоколамское шоссе, д. 4. С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Московского авиационного института по адресу: 125993, Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, 4 или на сайте МАИ по ссылке: https://mai.ru/events/defence/index.php?ELEMENT_ID=95405.

Автореферат разослан «___»_____ 2018 года.

Отзывы в 2-х экземплярах, заверенные печатью, просим отправлять по адресу: 125993, Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, 4, Ученый совет МАИ.

Ученый секретарь диссертационного совета Д 212.125.04, кандидат физико-математических наук, доцент



Северина
Наталья Сергеевна

Общая характеристика работы

Актуальность темы и степень ее разработанности

Повышение эффективности численных алгоритмов при моделировании трехмерных вязких несжимаемых течений на произвольных неструктурированных сетках является ключевой задачей современного этапа развития вычислительной гидродинамики. Связано это, в первую очередь, с необходимостью проведения численных экспериментов с использованием сеточных моделей, содержащих сотни миллионов и даже миллиарды расчетных ячеек на многопроцессорных системах, состоящих из десятков тысяч процессорных ядер. Подобное моделирование позволяет значительно расширить круг описываемых физических процессов и повысить точность расчета, особенно на произвольных неструктурированных сетках, являющихся безальтернативным вариантом при расчете промышленно-ориентированных задач.

Одним из наиболее известных численных алгоритмов решения уравнений Навье-Стокса является алгоритм SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equation). Повышение его эффективности возможно путем неявного совмещения полей скорости и давления в единой блочной матрице, так называемый совмещенный алгоритм решения уравнения неразрывности и уравнения сохранения количества движения [7]. Такое совмещение, присущее всем алгоритмам типа SIMPLE, позволяет избавиться от внутренних итераций предиктор-корректор и, как следствие, приводит к существенному увеличению скорости сходимости. Однако, в настоящее время практика применения таких подходов ограничивается моделированием ламинарных изотермических течений [7]. Возможность применения совмещенного алгоритма для моделирования неизоотермических турбулентных течений практически не рассматривается, однако использование именно данного подхода может весьма существенно повысить эффективность моделирования этого класса задач, являющегося основным для многих технических приложений. При решении подобного класса задач важно правильно согласовать решения уравнений движения и неразрывности, решения уравнений моделей турбулентности и энергии в рамках одного нелинейного итерационного шага совмещенного алгоритма. Для достижения максимального эффекта при решении широкого спектра промышленно-ориентированных задач, охватывающих течения вязкой несжимаемой жидкости, необходимы комплексные исследования по определению оптимальных параметров использования совмещенного алгоритма. Это особенно важно для произвольных неструктурированных сеток.

Кроме того, повышение эффективности совмещенного алгоритма возможно за счет ускорения этапа решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) [6, 10], которая в данном случае является блочной. Время решения подобной блочной СЛАУ может занимать до 90% времени от расчетного шага. Для повышения быстродействия решения СЛАУ, кроме эффективной реализации многосеточного решателя (AMG), необходимо провести исследования по оптимальной настройке параметров применения AMG для решения блочных СЛАУ, таких как тип цикла, количество итераций сглаживателя и количество ячеек для огрубления. Как показывает вычислительная практика, оптимальные настройки многосеточного решателя, вместе с эффективной параллельной реализацией, позволяют сократить время решения СЛАУ в 2-3 раза, что существенно повышает эффективность всего расчета в целом [1, 3, 6, 7, 10, 12].

Практика применения алгоритма SIMPLE в промышленно-ориентированных расчетах достаточно широка и охватывает различные классы задач в самых разных отраслях промышленности. К таким задачам можно отнести численное моделирование активной зоны ядерного реактора, состоящей из сотен тепловыделяющих элементов

(ТВЭЛ), радиаторов автомобилей, теплообменников различной направленности. Одним из подходов численного моделирования течений в таких сложных инженерных конструкциях служит подход с заменой повторяющихся структур, приближением пористого тела [12]. В этом случае уравнения Навье-Стокса модифицируются в известные уравнения Бринкмана-Форхгеймера и позволяют численно моделировать течения как в областях, целиком занятых пористым телом, так и течения, содержащие граничащие подобласти свободной жидкости и пористого тела.

Вопросы эффективности при моделировании течений в пористых средах с использованием неструктурированных расчетных сеток являются также весьма актуальными. Здесь устойчивость и скорость сходимости напрямую связаны с дискретизацией тензора сопротивления (обратный тензор проницаемости), полностью определяющего структуру течения и сопротивление пористой среды. Применение в этом случае совмещенного алгоритма позволит реализовать полностью неявную дискретизацию тензора сопротивления. Такая реализация не требует явного согласования полей скоростей и, как следствие, дополнительно повысит скорость сходимости (уже к имеющейся), особенно при моделировании течений в анизотропных пористых средах.

Ключевым инструментом, определяющим уровень развития и степень применения вычислительных технологий, является прикладное программное обеспечение для имитационного моделирования на супер-ЭВМ (CAE-системы). Определяющими факторами являются наполненность программного обеспечения современными физико-математическими моделями, математическими методиками и алгоритмами, степень детализации моделируемых объектов, эффективность использования вычислительных ядер супер-ЭВМ, уровень верификации и валидации моделей. По этой причине, для обеспечения практического использования разработанных в диссертации методов и алгоритмов, необходимо их всесторонне верифицировать и внедрить в отечественный пакет программ, а также исследовать эффективность их применения на супер-ЭВМ петафлопсного класса. Таким пакетом программ был выбран пакет ЛОГОС. После этапа внедрения необходимо провести этап адаптации внедренных методов и алгоритмов для решения промышленно-ориентированных задач. В качестве таких задач были выбраны практические задачи атомной и авиационной промышленности.

Вышеизложенные проблемы в настоящее время являются актуальными и из всех приведенных фактов вытекает необходимость исследований, выполненных в настоящей диссертации.

Целью работы является разработка методов и алгоритмов повышения эффективности трехмерного численного моделирования турбулентных течений вязкой несжимаемой и слабосжимаемой жидкости, включая течения в анизотропных пористых средах на произвольных неструктурированных сетках с ориентацией на высокопараллельные вычислительные комплексы петафлопсного класса.

Задачи диссертации:

1. Разработать методику параллельной реализации классического и совмещенного алгоритма SIMPLE на неструктурированных сетках на основе алгебраического многосеточного метода AMG, учитывающей особенности распределенного хранения и решения СЛАУ на десятках тысяч процессоров. Провести верификацию и валидацию реализованных алгоритмов на примере решения характерных задач гидродинамики, описывающих турбулентные течения вязкой несжимаемой жидкости на произвольных неструктурированных сетках.
2. Исследовать эффективность реализованных алгоритмов при решении задач течений вязкой несжимаемой жидкости и газа в высокопараллельном режиме на

- произвольных трехмерных неструктурированных сетках. Определить оптимальные настройки для эффективного решения промышленно-ориентированных задач.
3. Разработать на базе совмещенного алгоритма SIMPLE метод решения уравнений Бринкмана-Форхгеймера для моделирования течений в анизотропных пористых средах с возможностью полностью неявной аппроксимации линейного тензора сопротивления. Провести верификацию и валидацию, а также исследовать эффективность разработанного метода.
 4. Внедрить разработанные методы в общую структуру пакета программ ЛОГОС с учетом возможности моделирования многообластных сопряженных задач.
 5. Провести адаптацию разработанных методов для решения промышленно-ориентированных задач атомной и авиационной отраслей промышленности.

Научная новизна диссертационной работы определяется полученными оригинальными результатами, которые подтверждены серией вычислительных экспериментов, в том числе, на произвольных неструктурированных сетках. В частности:

1. Разработана методика параллельной реализации классического и совмещенного алгоритмов SIMPLE на основе алгебраического многосеточного метода AMG, учитывающая особенности распределенного хранения и решения СЛАУ на десятках тысяч процессоров.
2. Проведена верификация классического и совмещенного алгоритмов SIMPLE на примере решения характерных задач гидродинамики, описывающих турбулентные течения вязкой несжимаемой жидкости на произвольных неструктурированных сетках.
3. Исследована эффективность параллельной реализации классического и совмещенного алгоритмов SIMPLE и определены оптимальные настройки многосеточного метода AMG для эффективного использования при решении промышленно-ориентированных задач.
4. Разработан новый метод решения уравнений Бринкмана-Форхгеймера на базе совмещенного алгоритма SIMPLE для моделирования течений вязкой несжимаемой жидкости в анизотропных пористых средах с возможностью полностью неявной аппроксимации линейного тензора сопротивления.

Достоверность полученных результатов

Исследование разработанных численных схем и подходов осуществляется путем сопоставления результатов моделирования с «эталонными» данными. В качестве подобных данных в некоторых случаях выступают полученные аналитические решения задач либо экспериментальные данные, которые являются признанными и широко известными. В некоторых случаях в качестве эталонных данных выступают решения, полученные путем прямого численного моделирования, результаты которых также являются хорошо известными. Хорошее согласие между результатами численных расчетов и эталонными данными свидетельствует об обоснованности полученных результатов.

Теоретическая и практическая значимость работы

Полученные теоретические и практические результаты по разработке и реализации численных методов решения системы уравнений Навье-Стокса могут быть применены при решении промышленно-ориентированных задач высокотехнологичных отраслей промышленности и задач по основной тематике ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ». Предложенные методы позволят эффективно использовать

вычислительные системы, состоящие из десятков тысяч процессоров, при счете задач на произвольных неструктурированных сетках, состоящих из сотен миллионов расчетных ячеек.

Все разработки, выполненные в рамках настоящей работы, реализованы на базе пакета программ ЛОГОС - отечественного программного обеспечения для инженерного анализа. Уже в настоящее время пакет программ ЛОГОС используется более чем 40 предприятиями России. С 2014 года в состав пакета ЛОГОС входят алгоритмы, схемы и решения, представленные в диссертации, которые используются для решения промышленных задач для таких отраслей промышленности, как авиастроение, атомная энергетика, автомобилестроение.

Полученные результаты использовались в следующих российских исследовательских проектах:

- РФФИ проект офи_м, № 13-0712079: «Исследование потенциала суперкомпьютеров для масштабируемого численного моделирования задач газо- и гидродинамики в индустриальных приложениях», а также проект №16-01-00267 «Развитие вычислительных технологий, направленных на решение фундаментальных задач и прогнозирование последствий астероидно-кометного воздействия на водную среду (2016-2018 гг.)»;
- ГК 14.514.12.0002 с Министерством образования РФ: «Численное исследование нестационарных отрывных турбулентных течений и генерируемых ими акустических полей для нужд авиационной промышленности»;
- Проект «Развитие суперкомпьютеров и грид-технологий» (2010-2012 гг.), одобренный на заседании Комиссии при Президенте Российской Федерации по модернизации и технологическому развитию экономики;
- Федеральная целевая программа «Ядерные энерготехнологии нового поколения на период 2010 - 2015 годов и на перспективу до 2020 года»;
- Проект «Разработка отечественного программного обеспечения», утвержденный постановлением Правительства Российской Федерации №993 от 30.09.2016;
- Грант Президента Российской Федерации по государственной поддержке научных исследований молодых российских ученых-докторов наук МД-4874.2018.9 (грант руководителя);
- Грант государственной поддержки ведущих научных школ Российской Федерации НШ-2685.2018.5;
- РФФИ № 16-01-00267 «Развитие вычислительных технологий, направленных на решение фундаментальных задач и прогнозирование последствий астероидно-кометного воздействия на водную среду»;
- РФФИ № 17-05-00067 «Новые аналитические решения в нелинейной динамике прибрежной зоны моря, тестированные численным моделированием»;
- Государственное задание в сфере научной деятельности № 5.5176.2017/8.9 "Новые тенденции в физике цунами: от одномерных к трехмерным моделям".

Данные проекты выполнялись при активном участии диссертанта.

Апробация работы

Основные результаты диссертации были представлены на всероссийских и международных конференциях, таких как международная конференция «Супервычисления и математическое моделирование» (г. Саров, 2011 г., 2012 г., 2014 г., 2016 г.), Научная конференция МФТИ (г. Долгопрудный, 2013 г.), научно-техническая конференция «Молодежь в науке» (г. Саров, 2012 г., 2014 г.), молодежная

научно-инновационная школа «Математика и математическое моделирование» (г. Саров, 2011 г.), конференция «XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики» (г. Казань, 2015 г.), Третий национальный суперкомпьютерный форум (г. Переславль-Залесский 24–27 ноября 2014 г.). Помимо этого, основные результаты диссертации были опубликованы в журналах, включенных в перечень ВАК, таких как «ВАНТ» (сер. Математическое моделирование физических процессов), «Фундаментальные исследования», «Вычислительная механика сплошных сред», «Математическое моделирование физических процессов», «Вычислительная математика и математическая физика» и «Механика жидкости и газа».

Публикации по теме диссертации и личный вклад автора

Основные положения диссертации представлены в 23 публикациях, из них 13 статей в журналах, включенных в список ВАК, 5 статей входящие в индекс цитирования SCOPUS и/или Web of Science, 7 работ в трудах конференций. Получено 7 свидетельств о государственной регистрации программ для ЭВМ.

Положения, выносимые на защиту

1. Методика распараллеливания разделенного и совмещенного алгоритмов SIMPLE на неструктурированных сетках с использованием алгебраического многосеточного метода (AMG), учитывающая особенности распределенного хранения и решения СЛАУ, и ее реализация в пакете программ ЛОГОС [1, 10].
2. Результаты исследования эффективности разделенного и совмещенного алгоритмов SIMPLE на примере решения характерных задач гидродинамики, описывающих турбулентные течения вязкой несжимаемой жидкости на тысячах процессорных ядер [2].
3. Математическая модель решения уравнений Бринкмана-Форхгеймера на базе совмещенного алгоритма SIMPLE для моделирования течений вязкой несжимаемой жидкости в анизотропных пористых средах. Адекватность модели подтверждена серией численных экспериментов [13].
4. Результаты комплексного исследования совмещенного алгоритма SIMPLE для моделирования течений вязкой несжимаемой жидкости в пористых средах, а также его адаптация в пакете программ ЛОГОС для эффективного решения соответствующих промышленно-ориентированных задач авиационной и атомной промышленности [3, 6, 7, 8, 10].
5. Комплекс программ для моделирования турбулентных неизотермических течений вязкой несжимаемой жидкости, в том числе в пористых средах и его внедрение в пакет программ ЛОГОС. Получены свидетельства о регистрации [24, 25, 29].

Структура и объем работ

Диссертация состоит из трех глав и заключения. Работа изложена на 163 страницах машинописного текста, включая 98 рисунков и 27 таблиц. Список литературы содержит 106 наименований.

Содержание работы

В первой главе приводится физико-математическая модель для моделирования вязких несжимаемых течений на произвольных неструктурированных сетках, представлены последовательная и параллельная реализация классического алгоритма SIMPLE на основе многосеточного метода с возможностью расчета на десятках тысяч

процессоров, включающая особенности хранения и решения распределенных (параллельных) матриц СЛАУ. Рассмотрены особенности внедрения приведенного алгоритма SIMPLE в пакет программ ЛОГОС, а также проведена всесторонняя верификация на задачах, имеющих экспериментальное и аналитическое решение.

Во введении первой главы приводится обзор подходов эффективной параллельной реализации алгоритма SIMPLE на неструктурированных сетках.

В параграфе 1.2 представлено описание алгоритма SIMPLE для численного решения системы уравнений Навье-Стокса на произвольных неструктурированных сетках для моделирования вязких несжимаемых течений. Данная система, осредненная по Рейнольдсу, имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0, \\ \rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right) - \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} = -\nabla p, \\ \frac{\partial (\rho H)}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} H) - \nabla \cdot \mathbf{q} = \nabla \cdot (\mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\tau}). \end{cases} \quad (1)$$

В системе (1) используются общепринятые обозначения: ρ - плотность моделируемой среды, t - время, $\mathbf{u} = \{u, v, w\}$ - вектор скорости осредненного течения в трехмерной декартовой системе координат, $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_\mu + \boldsymbol{\tau}_t$ - сумма молекулярной и турбулентной (тензор рейнольдсовских напряжений) составляющих вязкой части тензора напряжений, p - давление, $H = h + \frac{1}{2}|\mathbf{u}|^2$ - полная энтальпия, $h = \int_{T_{ref}}^T C_p dT$ - статическая энтальпия, C_p - теплоемкость при постоянном давлении, T - температура, $\mathbf{q} = \mathbf{q}_\mu + \mathbf{q}_t$ - сумма молекулярной и турбулентной составляющих вектора плотности теплового потока. Вычисление компонентов вязкой части тензора напряжений с учетом гипотезы Буссинеска:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_\mu &= \mu_l \left(\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T - \frac{2}{3} \mathbf{I} (\nabla \cdot \mathbf{u}) \right), \\ \boldsymbol{\tau}_t &= \mu_t \left(\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T - \frac{2}{3} \mathbf{I} (\nabla \cdot \mathbf{u}) \right) - \frac{2}{3} \rho k \mathbf{I}, \end{aligned} \quad (2)$$

где μ_l - молекулярная вязкость, μ_t - турбулентная вязкость, вычисляемая согласно заданной RANS модели турбулентности, $\mathbf{S} = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T)$ - тензор скоростей деформации, k - кинетическая энергия турбулентности, \mathbf{I} - единичный тензор второго ранга, $\nabla \mathbf{u}$ - в трехмерной декартовой системе координат представляет собой тензор второго ранга, состоящий из градиентов трех компонент скоростей:

$$\nabla \mathbf{u} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x}, \frac{\partial w}{\partial y}, \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

и верхний индекс T - транспонированный тензор.

Молекулярные и турбулентные компоненты вектора плотности теплового потока вычисляются согласно следующим равенствам:

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_\mu &= -k\nabla T, \\ \mathbf{q}_t &= \frac{C_p \mu_t}{Pr_t}, \end{aligned} \quad (4)$$

где κ - коэффициент теплопроводности, Pr_t - турбулентный аналог числа Прандтля.

В настоящем диссертационном исследовании для вычисления турбулентной вязкости μ_t используется хорошо зарекомендовавшая себя на практике RANS модель SST. В этой модели известная $k-\varepsilon$ модель сформулирована в терминах $k-\omega$ и ориентирована на разрешение мелкомасштабной турбулентности во внешней области потока, а модель $k-\omega$ предназначена для описания крупномасштабной турбулентности и используется в пограничном слое. В общем виде уравнения для модели турбулентности SST записываются в виде:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho k}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} k) = \nabla \cdot (\Gamma_k \nabla k) + G_k - Y_k, \\ \frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \omega) = \nabla \cdot (\Gamma_\omega \nabla \omega) + G_\omega - Y_\omega, \end{cases} \quad (5)$$

где k - кинетическая энергия турбулентности, ω - скорость диссипации, $\Gamma_k = \mu + \mu_t / \sigma_k$ и $\Gamma_\omega = \mu + \mu_t / \sigma_\omega$ - эффективные коэффициенты диффузии, G_k и G_ω - генерационные слагаемые, Y_k и Y_ω - диссипативные слагаемые для уравнений переноса величин k и ω соответственно.

В исследованиях диссертации данная модель используется совместно с универсальными пристеночными функциями, которые позволяют получать приемлемое по точности решение при произвольном сеточном разрешении внутри пограничного слоя. Метод использования универсальных пристеночных функций, обеспечивающий устойчивый счет внутри пограничного слоя и приемлемые результаты моделирования на произвольных неструктурированных сетках с различным уровнем сгущения вблизи твердой поверхности, разработан при активном участии диссертанта [2, 4].

В параграфе 1.3 приведено описание особенностей параллельной реализации алгоритма SIMPLE в рамках пакета программ ЛОГОС с учетом фиктивных ячеек и с возможностью счета на тысячах вычислительных ядер. Особое внимание уделено предложенному диссертантом формату LDU хранения и решения распределенных матриц СЛАУ.

Ключевым моментом эффективной параллельной реализации алгоритма SIMPLE, является использование распределенных матриц, что предполагает построение матриц каждым MPI-процессом как для счетных, так и фиктивных ячеек. Фиктивные ячейки создаются при декомпозиции расчетной модели, что продемонстрировано на рисунке 1.

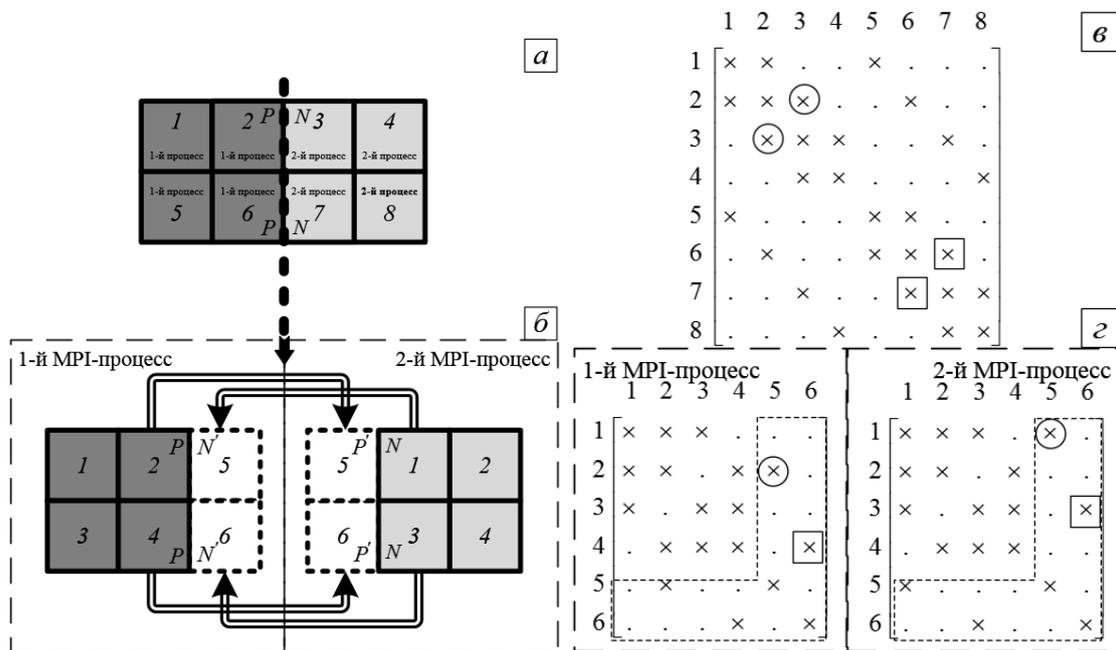


Рис. 1 – Пример декомпозиции сеточной модели (а), (б) и портреты матриц СЛАУ в однопроцессорном (в) и двухпроцессорном (г) вариантах; элементы фиктивной матрицы выделены пунктиром, символы означают: «x» - наличие связи между ячейками (см. номера строк и столбцов), символ «•» - отсутствие связи; элементы матрицы на 1-м и 2-м процессах, взятые в кружки и квадратики, равны между собой соответственно

Формируемые при таком подходе матрицы СЛАУ, обеспечивают, например, в многосеточном решателе СЛАУ, имеющем в основе сглаживатель Гаусса–Зейделя, использование только одного межпроцессного обмена для каждой внутренней итерации, то есть при вычислении значений x^{n+1} и b в прямом и обратном ходах, а также при определении невязки $r = b - Ax$ межпроцессные обмены отсутствуют. В итоге сглаживателю методом Гаусса–Зейделя потребуется только один межпроцессный обмен информацией о фиктивном фрагменте вектора неизвестных x^{n+1} в конце единичной внутренней итерации.

В параграфе показано, что использование формата LDU совместно с многосеточным алгоритмом решения СЛАУ позволило сократить время решения СЛАУ на 10-15% по сравнению с форматом CSR. По данному направлению опубликована статья [10] в которой описаны подходы к распараллеливанию и формированию матриц СЛАУ.

В параграфе 1.4 представлено описание организации пакета программ ЛОГОС и адаптации алгоритма SIMPLE к программной структуре пакета программ ЛОГОС. Общая структуру пакета программ ЛОГОС представлена в виде блок схемы на рисунке 2. Блок «Ядро» содержит информацию о расчетной сетке, граничных условиях и информацию для межпроцессорных обменов. «Свойство метода» - содержит информацию, связанную со свойствами моделируемой среды, и реализует возможность счета многокомпонентных и многофазных сжимаемых и несжимаемых течений. «Решатели СЛАУ» - полностью независимый блок решателей СЛАУ. Блок «Память метода» - содержит рабочие массивы и переменные, необходимые для реализации численных алгоритмов решения уравнений математической физики, например, системы уравнений Навье-Стокса (1).

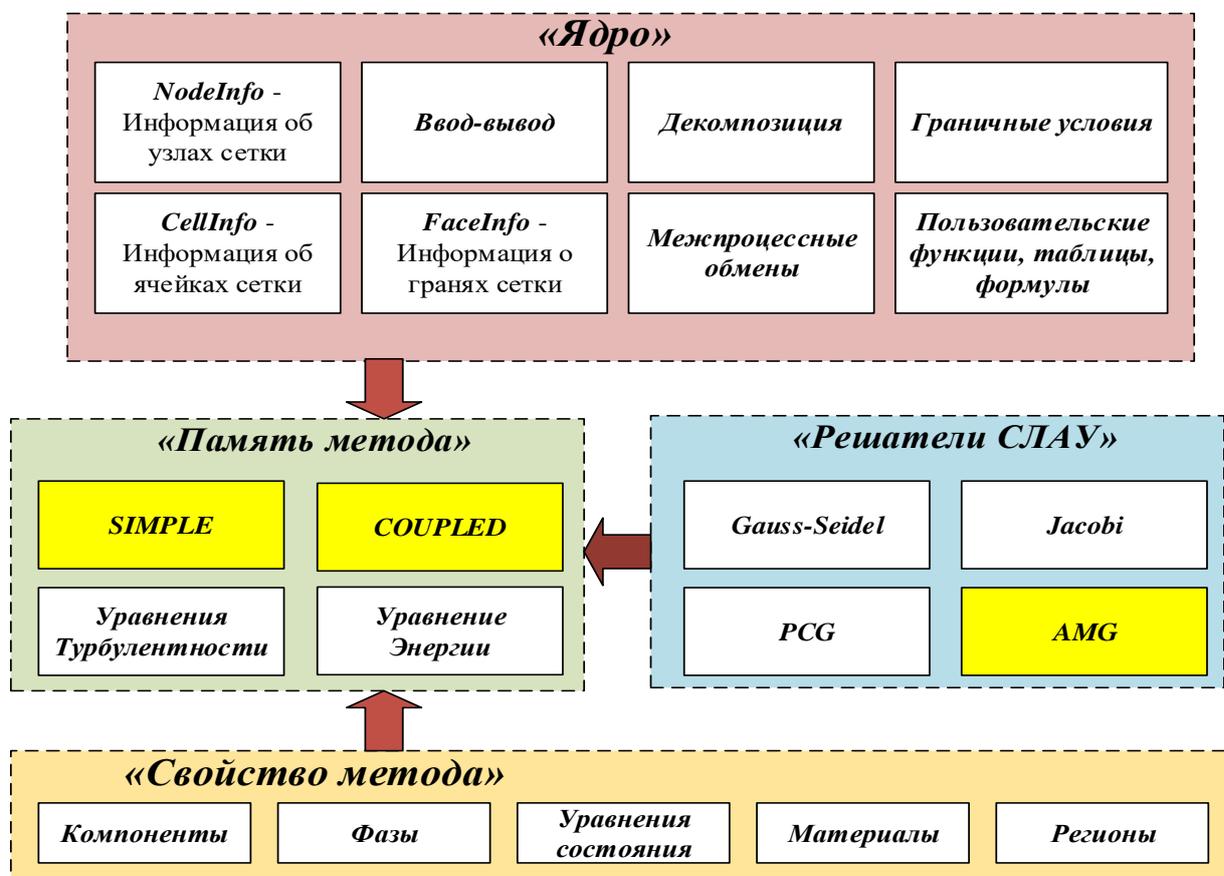


Рис. 2 – Блок схема структурных блоков пакета программ ЛОГОС

В диссертации рассмотрены особенности внедрения алгоритма SIMPLE и совмещенного алгоритма COUPLED в структуру пакета программ ЛОГОС, а также модификация блока **«Свойство метода»** для возможности счета многообластных задач на примере задачи сопряженного теплообмена. Аналогичный принцип используется и при организации подхода при счете задач с пористым телом и RANS-LES переходом [4]. Адаптация данной технологии для расчета промышленных задач в рамках пакета программ ЛОГОС выполнялась при непосредственном участии диссертанта.

В параграфе 1.5 приведены результаты верификации реализованного метода на серии численных экспериментов моделирования турбулентных течений вязкой несжимаемой и слабосжимаемой жидкости на структурированных (гексаэдральных) и неструктурированных (тетраэдральных и полиэдральных) сетках. В частности, решены задачи движения жидкости в квадратной камере с движущейся крышкой, естественной конвекции в квадратной полости, нестационарного обтекания цилиндра, турбулентного обтекания пластины и течения в канале с обратным подогреваемым уступом. По результатам тестирования сделаны выводы по влиянию типа сеточной модели на получаемый результат. В итоге, верификация показала хорошее согласие с реперными данными (эмпирическими или экспериментальными) на различных типах сеточных моделях, что подтверждает корректность реализации алгоритма SIMPLE.

Во второй главе детально описана реализация совмещенного алгоритма для счета на произвольных неструктурированных сетках на основе многосеточного метода. Проведены исследования по сравнению эффективности счета разделенного и совмещенного алгоритмов на примере решения характерных задач гидродинамики, описывающих внутренние и внешние течения. Также представлены результаты исследований эффективности реализованного алгоритма SIMPLE при моделировании турбулентных течений вязкой несжимаемой жидкости на тысячах процессорных ядер.

В параграфе 2.2 представлено исследование эффективности параллельного алгоритма SIMPLE, напрямую зависящего от этапа решения СЛАУ. Именно этот ключевой этап требует минимизации количества межпроцессных обменов внутри решателя, что в итоге повысит эффективность алгоритма в целом. В свою очередь, эффективная реализация многосеточного решателя AMG в большей степени зависит от настроек, изменяя которые можно минимизировать количество внутренних итераций многосеточного решателя. Понятно, что чем меньше внутренних итераций, тем меньше межпроцессных обменов, и тем меньше время расчета и, следовательно, выше эффективность. Основными настройками, влияющими на количество внутренних итераций многосеточного решателя, являются: тип используемого цикла (V, W или F-цикл), количество итераций сглаживателя на каждом уровне AMG и количество ячеек для огрубления.

Для обоснования выбора оптимальных настроек многосеточного решателя СЛАУ, обеспечивающих минимальное количество итераций, проведены исследования на примере численного решения задач о течении в квадратной каверне с движущейся верхней стенкой, турбулентное обтекания плоской пластины и течения в канале с обратным подогреваемым уступом. В качестве сглаживателя применялся симметричный алгоритм Гаусса–Зейделя как наименее затратный по числу машинных операций на одной итерации и являющийся признанным сглаживающим оператором. Рекурсивное огрубление производилось до тех пор, пока на самом грубом уровне оставалось максимум 5 счетных ячеек.

На основе проведенных численных экспериментов в диссертации обоснованно представлены настройки, обеспечивающие минимальное количество внутренних итераций и, соответственно, минимальное время решения СЛАУ [7, 10]. Данное исследование проводилось по инициативе диссертанта, и в настоящее время данные настройки решателя используются по умолчанию при решении всех задач гидродинамики в пакете программ ЛОГОС.

В параграфе 2.3 приведено описание совмещенного алгоритма для численного решения уравнений Навье–Стокса на неструктурированных сетках с учетом поправки Рхи-Чоу и неортогональной коррекции. В диссертации подробно изложены принципы построения совмещенного алгоритма и способы вычисления коэффициентов блочной матрицы, в том числе и для граничных условий, а также приведен вывод поправки Рхи-Чоу с учетом особенностей совмещенного алгоритма.

Реализация совмещенного алгоритма и его внедрение в пакет программ ЛОГОС, а также адаптация к расчету промышленно-ориентированных задач проводилась непосредственно диссертантом.

В параграфе 2.4 представлены особенности внедрения совмещенного алгоритма в общую структуру пакета программ ЛОГОС. Процесс внедрения совмещенного алгоритма в общую структуру пакета программ ЛОГОС можно представить в виде двух основных этапов. На первом этапе происходит интегрирование совмещенного алгоритма в пользовательский интерфейс ПреПостПроцессора, на втором – внедрение новых решателей СЛАУ, позволяющих решать матрицы блочного вида (элемент СЛАУ – матрица произвольного размера).

В параграфе 2.5 приведены результаты верификации и тестирования совмещенного алгоритма на серии численных экспериментов, в том числе и на тестовых задачах, на которых проводилась верификация разделенного алгоритма SIMPLE [7, 10].

В параграфе 2.6 приведены исследования эффективности совмещенного алгоритма COUPLED по сравнению с алгоритмом SIMPLE. Исследования проведены на задачах, наиболее характерных для турбулентной гидродинамики вязкой несжимаемой жидкости на последовательности сгущающихся сеток [6, 7, 10]. Приведем здесь результаты решения задачи о течении за обратным уступом, которая

является общепризнанным тестом для оценки корректности моделирования турбулентных течений, и задачи о течении в плоском асимметричном диффузоре.

Графики сходимости итерационного процесса для совмещенного и разделенного решателя для задачи о течении за обратным уступом представлены на рисунке 2.

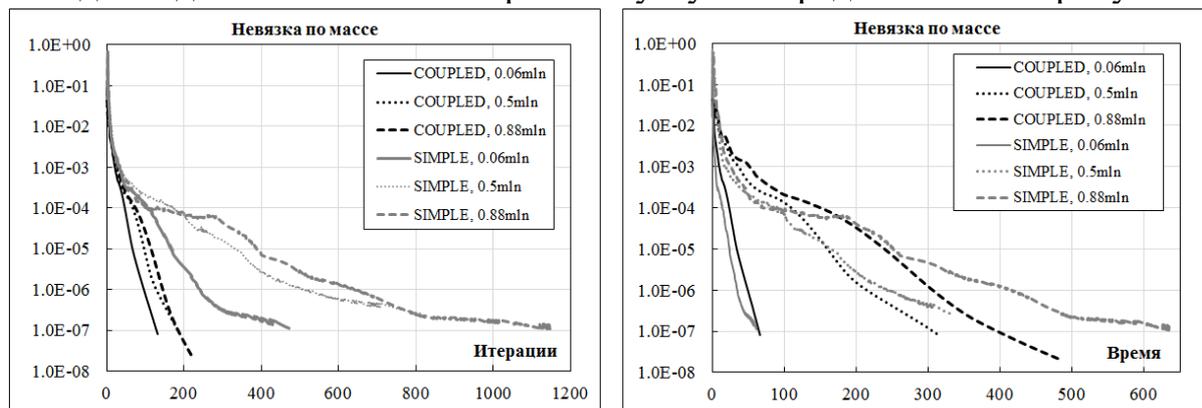


Рис. 2 – Сходимость по итерациям и по времени

Анализ данных показывает, что применение совмещенного алгоритма позволяет сократить общее количество итераций в 4-5 раз. Однако, физическое время счета задачи зависит от сеточной модели, то есть на грубой сетке время для разделенного решателя меньше, а на более подробной сетке совмещенный решатель оказывается быстрее на 35%.

Для задачи о турбулентном течении вязкой несжимаемой жидкости в плоском асимметричном диффузоре графики сходимости итерационного процесса для совмещенного и разделенного решателя представлены на рисунке 3.

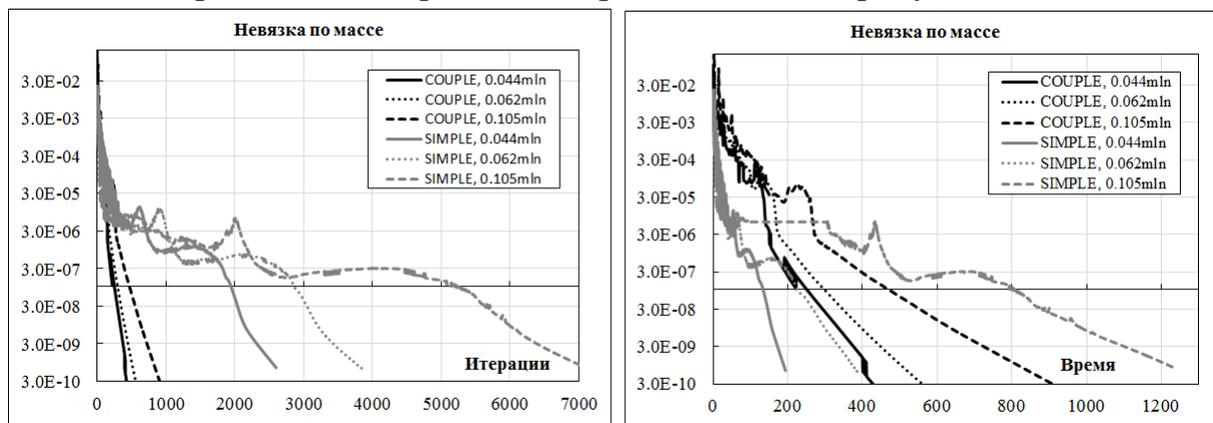


Рис. 3 – Сходимость по итерациям и по времени

Анализ данных графиков показывает, что применение совмещенного алгоритма также позволяет сократить общее количество итераций от 4 до 5 раз. Физическое время счета задачи, как и в предыдущем тесте, зависит от сеточной модели, то есть на грубой сетке время для разделенного решателя меньше, а на более подробной сетке совмещенный решатель оказывается быстрее на 30%.

В итоге проведенные численные эксперименты продемонстрировали преимущество совмещенного алгоритма. Общее повышение эффективности счета составляет порядка 30%.

В третьей главе представлено описание математической модели совмещенного алгоритма для моделирования течений в пористых средах [12], а также его применение для решения промышленно-ориентированных задач авиационной и атомной промышленности. Представленный алгоритм является расширением полностью неявного метода решения уравнений Навье-Стокса для расчета многофазных течений

со свободной поверхностью [СВ9], разработанного при непосредственном участии диссертанта [СВ8].

В параграфе 3.2 представлено описание совмещенного алгоритма при моделировании течений в пористых средах. При моделировании течений в пористых средах дополнительно повысить эффективность возможно за счет полностью неявной аппроксимации линейного тензора сопротивления даже в анизотропном случае, что существенно повысит скорость сходимости к уже имеющейся.

Система уравнений Бринкмана-Форхгеймера, описывающая течения вязкого ламинарного несжимаемого газа в деформируемой во времени пористой среде, записанная относительно реальной скорости, имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial(\varepsilon\rho)}{\partial t} + \nabla \cdot (\varepsilon\rho\mathbf{u}) = 0, \\ \frac{\partial(\varepsilon\rho\mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\varepsilon\rho\mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) = -\varepsilon\nabla \cdot (p\mathbf{I}) + \nabla \cdot (\varepsilon\boldsymbol{\tau}) - \left(\frac{\varepsilon^2\mu}{\mathbf{K}} + F \frac{\varepsilon^3\rho|\mathbf{u}|}{\sqrt{\mathbf{K}}} \right) \cdot \mathbf{u}, \end{cases} \quad (6)$$

где $\varepsilon = V_{por}/V_{all}$ - безразмерный коэффициент пористости, V_{por} - объем пор, V_{all} - общий объем ячейки, \mathbf{u} - вектор реальной скорости.

Тензор проницаемости \mathbf{K} определяется геометрической структурой пористой среды (не зависит от свойств материала). Влияние нелинейного коэффициента Форхгеймера F ощутимо при локальных числах Дарси больше, чем 10^{-3} . Поэтому только в ряде некоторых случаев ламинарного течения этим слагаемым пренебрегают.

Последние два слагаемых в уравнении движения представляют собой слагаемые Дарси и Форхгеймера. Эти слагаемые удобнее представить в виде тензора сопротивления:

$$\mathbf{P} = \left(\frac{\varepsilon^2\mu}{\mathbf{K}} + F \frac{\varepsilon^3\rho|\mathbf{u}|}{\sqrt{\mathbf{K}}} \right) \cdot \mathbf{u} = (\beta + \alpha|\mathbf{u}|) \cdot \mathbf{u}, \quad (7)$$

где α - инерциальный (нелинейный) тензор сопротивления, β - вязкий (линейный) тензор сопротивления. В тензорном виде уравнение (7) представляется в виде:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \beta_{13} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \beta_{23} \\ \beta_{31} & \beta_{32} & \beta_{33} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{bmatrix} \cdot |\mathbf{u}|. \quad (8)$$

Система уравнений (6) описывает течения вязкой сжимаемой и несжимаемой жидкости как в пористых, так и в свободных областях, а также на границе раздела различных пористых сред. Также данную систему можно использовать для решения задач с переменным по пространству и времени коэффициентом пористости и, соответственно, задавать реальную скорость.

Система уравнений (6) записана в дивергентной форме и ее конечно-объемная дискретизация предполагает естественное выполнение физических законов сохранения массы и импульса. Поскольку для численного решения методом конечных объемов исходную систему записывают в интегральной форме, то можно утверждать, что способ построения метода предполагает его консервативность.

В случае неструктурированных сеток при применении метода конечных объемов, например, для нелинейных задач, сильно зависящих от граничных условий, трудно априори исследовать устойчивость и сходимость предложенной математической модели. Поэтому сходимость, как правило, проверяют на серии численных экспериментов с последовательно сгущающимися сетками для каждого конкретного модельного случая, что и продемонстрировано в диссертации.

Реализация и адаптация совмещенного алгоритма для течения в пористых средах проходила при определяющем участии диссертанта.

В параграфе 3.3 приведены результаты верификации реализованного алгоритма на серии численных экспериментов моделирования течений вязкой несжимаемой жидкости в пористых средах.

В параграфе 3.4 рассмотрено применение реализованных методов и алгоритмов для решения задач авиации. Решение задач проводилось с использованием пакета программ ЛОГОС. В первой задаче исследовалось термодинамическое состояние воздуха в кабине экипажа с учетом теплопроводности в остеклении фонаря и тепловыделений внутренних приборов. Расчет заключался в получении распределения стационарных полей температуры и скорости воздуха. На рисунках ниже представлено распределение поля температуры.

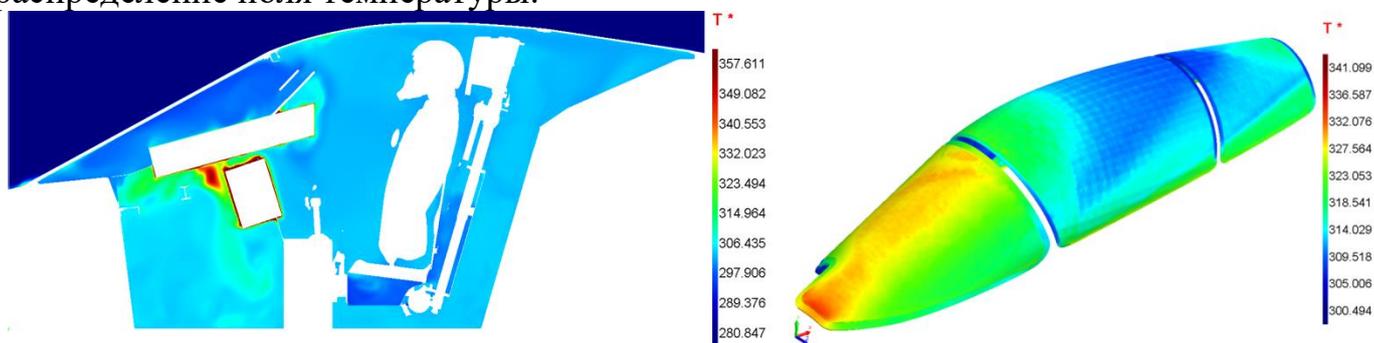


Рис. 4 - Распределение температуры в продольном сечении и на остекление кабины

Проведенное численное исследование стационарного распределения полей температуры и получена оценка распределения температуры внутри кабина маневренного самолета при условии наличия аэродинамического нагрева остекления, а также тепловыделения приборов, находящихся в кабине ЛА. Результаты, полученные в пакете программ ЛОГОС, согласуются с результатами, полученными по коммерческому пакету программ, предоставленными компанией «ОКБ Сухого».

Во второй задаче необходимо произвести расчет температурных полей в отсеке бортового оборудования самолета. Отсек содержит 57 тепловыделяющих блоков, для кондиционирования которых в отсек нагнетается охлажденный воздух и производится откачка нагретого воздуха. Часть блоков подвержена принудительному охлаждению путем продувки через них охлажденного воздуха. Охлаждение остальных блоков осуществляется посредством естественной конвекции. Через нижнюю поверхность отсека (обшивку) производится теплообмен с внешней средой. На рисунке 5 приведено поле температуры в контрольных сечениях.

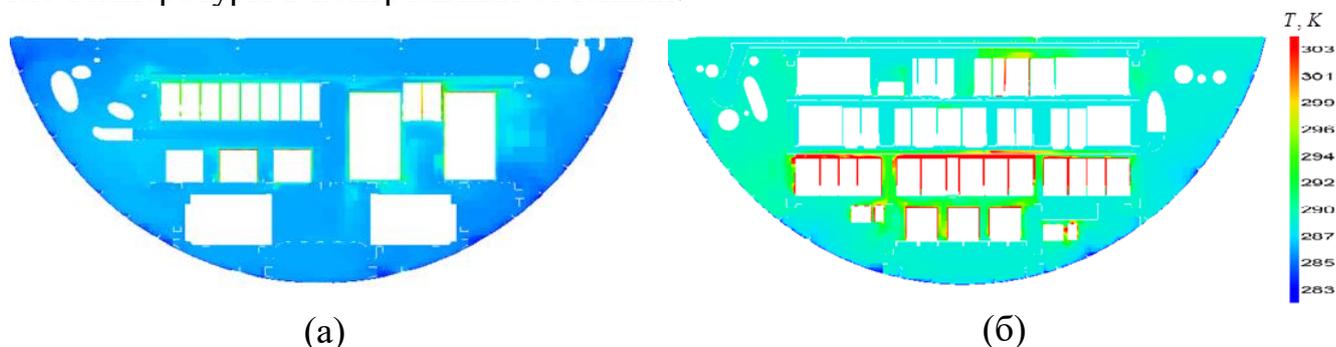


Рис. 5 – Поле температуры в контрольных сечениях

Для сравнения экспериментальных и расчетных значений температур в контрольных точках сигналы были усреднены. Результаты, полученные в пакете программ ЛОГОС, согласуются с данными, предоставленными филиалом ПАО «Компания Сухой» «ОКБ Сухого».

В параграфе 3.5 рассмотрено применение разработанных в диссертации методов и алгоритмов для решения задач атомной промышленности. В первой задаче необходимо промоделировать естественную и вынужденную конвекцию в верхней камере реактора MONJU. MONJU – реакторная установка петлевого типа на быстрых нейтронах с натриевым теплоносителем. Схематическое изображение реактора MONJU приведено на рисунке 6.

В 1995 году проводились испытания по аварийному останову реактора MONJU при его работе на уровне мощности 40%. При этом экспериментально исследовалось нестационарное течение теплоносителя в камере реактора MONJU в режиме расхолаживания (остаточное энерговыделение после прекращения цепной реакции деления).

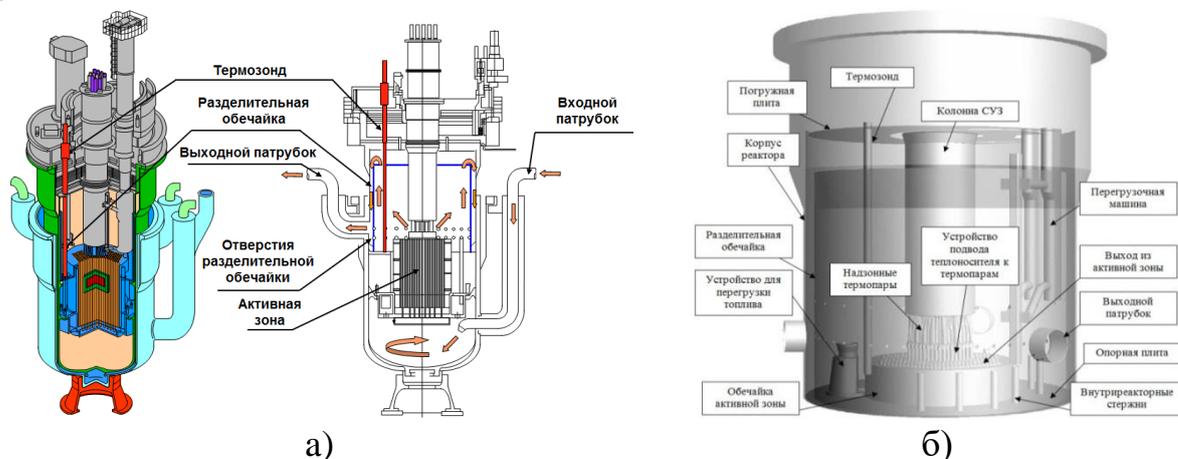


Рис. 6 – Схематическое изображение реактора MONJU (а) и структура верхней камеры реактора MONJU (б)

Для стационарного режима контрольными характеристиками являются профиль температуры по высоте камеры реактора в месте расположения термозонда и поля скорости и температуры в вертикальной плоскости сечения (по высоте камеры), расположенной под углом 45 градусов относительно выходного патрубка.

На рисунке 7 представлены поле модуля скорости и поле температуры в вертикальном контрольном сечении, расположенном под углом 45 градусов относительно выходного патрубка.

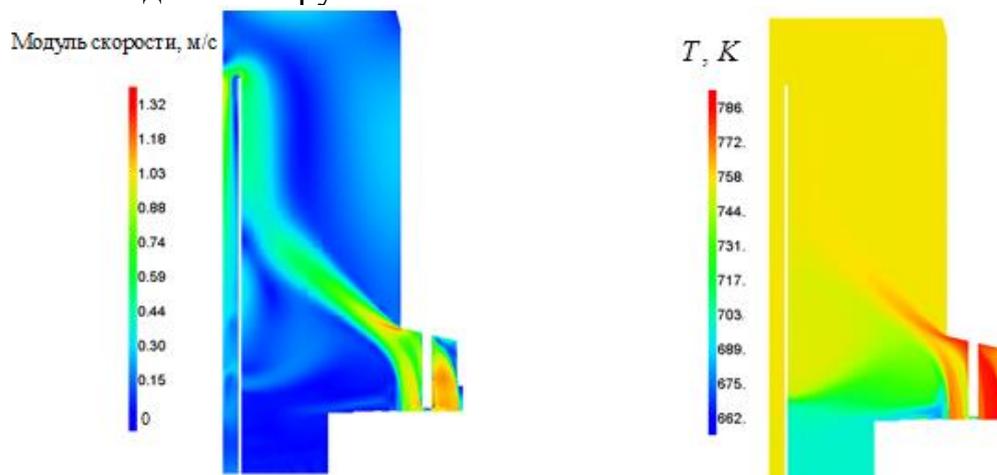


Рис. 7 - Поле скорости и поле температуры в контрольном сечении

По полученным результатам численного эксперимента в режиме расхолаживания сделаны выводы о том, что расчет качественно хорошо описывает эксперимент.

Во второй задаче моделировалось перемешивание разнотемпературных потоков натрия в верхней части реактора БН-600. Рассматривается половина проточной части верхней смесительной камеры реактора. Промежуточный теплообменник моделируется с использованием модели пористого тела. Общий вид реактора БН-600 и геометрическая модель с входными участками приведена на рисунке 8.

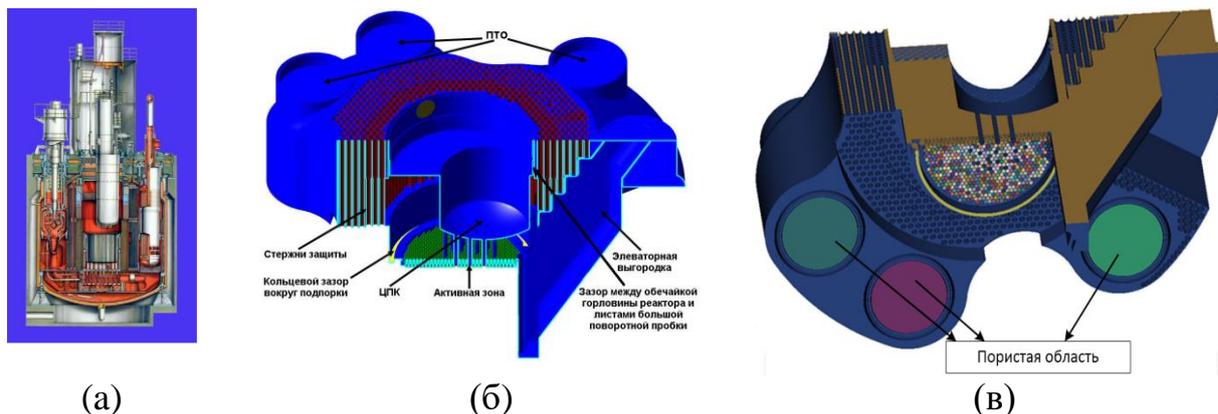


Рис. 8 - Общий вид реактора БН-600 (а) и геометрия модели с входными участками (б, в)

На рисунке 9 приведено поле температур на конечное расчетное время.

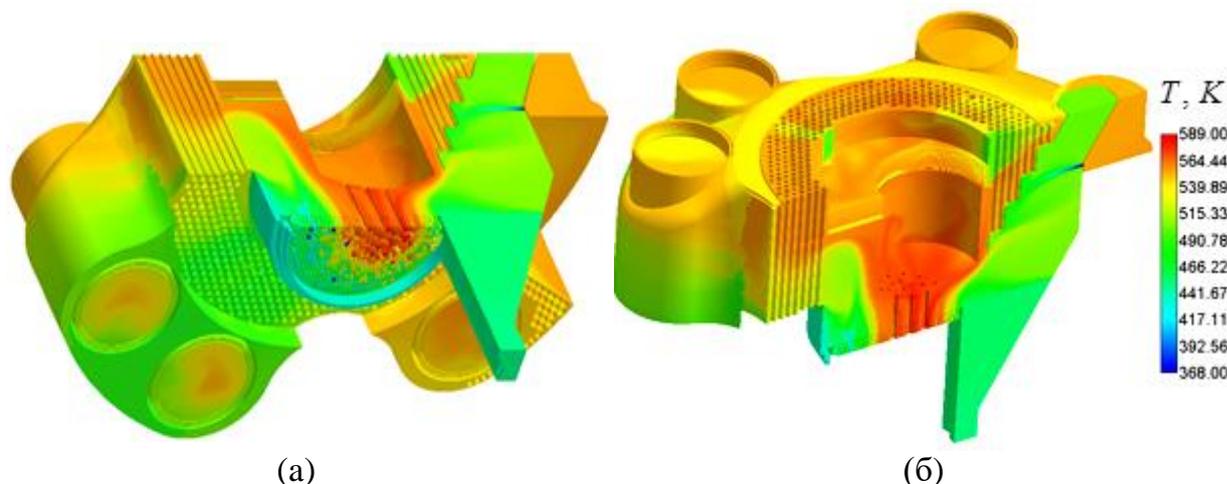


Рис. 9 - Поле температуры (а) - вид снизу, (б) – вид сверху.

Отклонение от эксперимента не превышает 9%. Отличие результатов от эксплуатационных данных по показаниям баковой термопары практически одинаковы и составляют 6,5-7,5%.

В параграфе 3.6 подводятся основные итоги третьей главы.

В заключении сформулированы основные результаты, изложенные в диссертации:

1. Разработана методика параллельной реализации классического и совмещенного алгоритма SIMPLE на неструктурированных сетках на основе алгебраического многосеточного метода AMG, учитывающая особенности распределенного хранения и решения СЛАУ на десятках тысяч процессоров [1, 10].
2. Проведена верификация и валидация реализованных алгоритмов на произвольных неструктурированных сетках на примере решения задач, отражающих возможность моделирования турбулентности, смешанной и естественной конвекции, теплообмена с учетом сил гравитации и нестационарных течений [2].
3. Исследована эффективность реализации алгоритмов при решении промышленных задач в высокопараллельном режиме на произвольных неструктурированных

- сетках. Определены оптимальные настройки решателя для эффективного использования при решении индустриальных задач [3, 7, 8, 10].
4. На базе совмещенного алгоритма SIMPLE разработана методика решения уравнений Бринкмана-Форхгеймера для моделирования течений в анизотропных пористых средах с возможностью полностью неявной аппроксимации линейного тензора сопротивления [13].
 5. Разработанные методы внедрены в общую структуру пакета программ ЛОГОС с возможностью счета многообластных сопряженных задач [1].
 6. Проведена адаптация разработанных методов для решения промышленно-ориентированных задач авиационной и атомной отраслей промышленности [6].

Публикации в журналах, включенных в список ВАК и/или входящих в мировые индексы цитирования (SCOPUS, Web of Science)

1. Козелков А.С., Дерюгин Ю.Н., Лашкин С.В., Силаев Д.П., Симонов П.Г., Тятюшкина Е.С. Реализация метода расчета вязкой несжимаемой жидкости с использованием многосеточного метода на основе алгоритма SIMPLE в пакете программ ЛОГОС, журнал ВАНТ, сер. Математическое моделирование физических процессов, 2013, вып.4, С. 44-56. **(ВАК)**
2. Козелков А.С., Курулин В.В., Тятюшкина Е.С., Пучкова О.Л., **Лашкин С.В.** Исследование схем дискретизации конвективного потока для моделирования турбулентных течений вязкой несжимаемой жидкости методом отсоединенных вихрей // *Фундаментальные исследования*, 2013, №10, С. 1051-1058. **(ВАК)**
3. Голубев А.А., Дерюгин Ю.Н., Зеленский Д.К., Козелков А.С., **Лашкин С.В.**, Силаев Д.П., Симонов П.Г. Пакет программ ЛОГОС. Алгебраический многосеточный метод решения СЛАУ для задач гидродинамики, *Современные проблемы науки и образования*, 2013, № 6. **(ВАК)**
4. Козелков А.С., Курулин В.В., Пучкова О.Л., **Лашкин С.В.** Моделирование турбулентных течений с использованием алгебраической модели рейнольдсовых напряжений с универсальными пристеночными функциями // *Вычислительная механика сплошных сред*, 2014, т. 7, № 1, С. 40-51. **(ВАК)**
5. Тарасова Н.В., Козелков А.С., Мелешкина Д.П., **Лашкин С.В.**, Денисова О.В., Сизова М.А. Особенности применения алгоритма SIMPLE для расчета сжимаемых течений // ВАНТ, сер. Математическое моделирование физических процессов, 2015, вып.3, С. 20-34. **(ВАК)**
6. Козелков А.С., Шагалиев Р.М., Курулин В.В., Ялозо А.В., **Лашкин С.В.** Исследование потенциала суперкомпьютеров для масштабируемого численного моделирования задач гидродинамики в индустриальных приложениях // *Вычислительная математика и математическая физика*, 2016, том 56, № 8, С. 154–165. **(ВАК, Scopus, Web of Science)**
7. **Лашкин С.В.**, Козелков А.С., Мелешкина Д.П., Ялозо А.В., Тарасова Н.В. Моделирование течений вязкой несжимаемой жидкости разделенным и совмещенным алгоритмом типа SIMPLE // *Математическое моделирование*, 2016, том 28, №6, стр. 64-76. **(ВАК, Scopus)**
8. Козелков А.С., Мелешкина Д.П., Куркин А.А., Тарасова Н.В., **Лашкин С.В.**, Курулин В.В. Полностью неявный метод решения уравнений Навье-Стокса для расчета многофазных течений со свободной поверхностью // *Вычислительные технологии*, 2016, Т. 21, №5, С. 54-76. **(ВАК)**
9. Козелков А.С., Куркин А.А., Курулин В.В., **Лашкин С.В.**, Тарасова Н.В., Тятюшкина Е.С. Численное моделирование свободного всплытия пузырька воздуха // *Известия РАН. Механика жидкости и газа*, 2016, № 6. с. 3-14. **(ВАК, Scopus)**

10. **Лашкин С.В.**, Козелков А.С., Ялозо А.В., Герасимов В.Ю., Зеленский Д.К. Исследование эффективности параллельной реализации алгоритма SIMPLE на многопроцессорных ЭВМ // Вычислительная механика сплошных сред, 2016, т. 9, № 3, С. 298-315. (**ВАК**)
11. **Лашкин С.В.**, Козелков А.С., Глазунова Е.В., Тарасова Н.В., Ялозо А.В. Применение ограничителей градиента при решении уравнений Навье-Стокса на произвольных неструктурированных сетках // Вопросы Атомной Науки и Техники, сер. Математическое моделирование физических процессов, 2017, вып.2, С. 3-17. (**ВАК**)
12. Козелков А.С., Крутякова О.Л., Курулин В.В., **Лашкин С.В.**, Тятюшкина Е.С., Применение численных схем с выделением пограничного слоя для расчета турбулентных течений с использованием вихреразрешающих подходов на неструктурированных расчетных сетках // Вычислительная математика и математическая физика, 2017, том 57, № 6, С. 1048–1060. (**ВАК, Scopus**)
13. Kozelkov A. S., **Lashkin S.V.**, Tsibereva Yu.A., Volkov K., Tarasova N.V. An implicit algorithm of solving Navier-Stokes equations to simulate flows in anisotropic porous media // Computers and Fluids, 2018, v. 160, p. 164–174. (**Scopus, Web of Science**)

Публикации в других рецензируемых журналах:

14. Козелков А.С., Дерюгин Ю.Н., Циберева Ю.А., Корнев А.В., Денисова О.В., Стрелец Д.Ю., Куркин А.А., Курулин В.В., Шарипова И.Л., Рубцова Д.П., Легчанов М.А., Тятюшкина Е.С., **Лашкин С.В.**, Ялозо А.В., Яцевич С.В., Тарасова Н.В., Гинниятуллин Р.Р., Сизова М.А., Крутякова О.Л. Минимальный базис задач для валидации методов численного моделирования турбулентных течений вязкой несжимаемой жидкости. // Труды Нижегородского государственного технического университета им. Р.Е. Алексеева, № 4 (104), С. 21-69, 2014.
15. Козелков А.С., Куркин А.А., Шарипова И.Л., Курулин В.В., Пелиновский Е.Н., Тятюшкина Е.С., Мелешкина Д.П., **Лашкин С.В.**, Тарасова Н.В. Минимальный базис задач валидации методов расчета течений со свободной поверхностью // Труды Нижегородского государственного технического университета им. Р.Е. Алексеева, 2015, № 2 (109), С. 49-69.

Публикации в трудах конференций:

16. Козелков А.С., Дерюгин Ю.Н., Зеленский Д.К., Глазунов В.А., Голубев А.А., Денисова О.В., **Лашкин С.В.**, Жучков Р.Н., Тарасова Н.В., Сизова М.А. Многофункциональный пакет программ ЛОГОС для расчета задач гидродинамики и тепломассопереноса на суперЭВМ: базовые технологии и алгоритмы // Супервычисления и математическое моделирование. Труды XII международного семинара / под ред. Р.М. Шагалиева. – Саров: ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2011, С. 215-229.
17. Голубев А.А., Дерюгин Ю.Н., Зеленский Д.К., Козелков А.С., **Лашкин С.В.**, Силаев Д.П., Симонов П.Г. Пакет программ ЛОГОС. Разработка и реализация алгебраического многосеточного метода // Супервычисления и математическое моделирование. Труды XIV Межд. Конф., Саров: ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2013, с. 175 – 181.
18. Козелков А.С., **Лашкин С.В.**, Курулин В.В., Сизова М.А., Рубцова Д.П., Тятюшкина Е.С. Современные подходы к моделированию турбулентных течений. Реализация и опыт использования моделей LES и DES в пакете программ ЛОГОС // Супервычисления и математическое моделирование. Труды XIV Межд. Конф., Саров: ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2013, С. 344 - 353.
19. Козелков А.С., Шагалиев Р.М., Курулин В.В., **Лашкин С.В.**, Ялозо А.В., Денисова О.В. Актуальные проблемы высокопроизводительных вычислений в

индустриальных приложениях // Сборник докладов конференции «Суперкомпьютерные технологии в промышленности», ФГУП «Крыловский Государственный Научный Центр», г. Санкт-Петербург, 2014, С. 16-24.

20. Козелков А.С., Шагалиев Р.М., Курулин В.В., Ялозо А.В., **Лашкин С.В.** Проблемы использования суперкомпьютеров для масштабируемого численного моделирования задач гидродинамики в индустриальных приложениях // Сборник трудов семинара «Вычислительные технологии в естественных науках. Методы суперкомпьютерного моделирования». Россия, Таруса, 2015, С. 133-150.

21. Аксенов С.В., Дьянов Д.Ю., Жучков Р.Н., Зеленский Д.К., Иванов К.В., Козелков А.С., Корчажкин Д.А., **Лашкин С.В.**, Потехин А.Л., Пузан А.Ю., Саразов А.В., Соловьев А.Н., Циберев К.В. Использование многофункционального пакета программ ЛОГОС применительно к расчетам задач ракетно-космической отрасли на супер-ЭВМ // Ракетно-космическая техника: сборник VII научно-технической конференции молодых специалистов. Серия XI. Системы управления ракетных комплексов, 2015, С. 65-74.

22. Козелков А.С., **Лашкин С.В.**, Ялозо А.В. Исследование потенциала суперкомпьютеров для масштабируемого численного моделирования задач гидродинамики в индустриальных приложениях // Сборник докладов XI Всероссийского съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, Казань 2015, С. 1853–1855.

Свидетельства о регистрации:

23. Дерюгин Ю.Н., Козелков А.С., **Лашкин С.В.** и др. Программа для ЭВМ «Пакет программ «ЛОГОС», версия 3.0» от 23.03.2012 №2012612880.

24. Дерюгин Ю.Н., Козелков А.С., **Лашкин С.В.** и др. Программа для ЭВМ «Пакет программ «ЛОГОС», версия 4.0» от 25.07.2012 №2012616677.

25. Дерюгин Ю.Н., Спиридонов В.Ф., Козелков А.С., **Лашкин С.В.** и др. Программа для ЭВМ «Пакет программ «ЛОГОС&ЛЭГАК-ДК», версия 4.0» от 21.11.2012.

26. Козелков А.С., Курулин В.В., **Лашкин С.В.** и др. Программа для ЭВМ «Программа для моделирования турбулентных течений с помощью модели турбулентного теплопереноса для низких значений чисел Рейнольдса. Версия 1» от 03.03.2015 № 2015613060.

27. Козелков А.С., Курулин В.В., **Лашкин С.В.** и др. Программа для ЭВМ «Программа для моделирования турбулентных течений с помощью модели турбулентного теплопереноса для высоких значений чисел Рейнольдса. Версия 1» от 03.03.2015 № 2015613071.

28. Козелков А.С., **Лашкин С.В.**, Ялозо А.В., «Программный модуль, позволяющий использовать внешнюю библиотеку теплофизических свойств материалов в коде ЛОГОС. Версия 1.0» от 16.12.2015 № 2015663389.

29. Дерюгин Ю.Н., Козелков А.С., **Лашкин С.В.** и др. Программа для ЭВМ «Пакет программ «ЛОГОС», версия 5.0» от 20.02.2017 №2017612306.