

В диссертационный совет Д212.125.05
Московского авиационного института
(государственного технического университета)
125993, г. Москва, А-80, ГСП-3,
Волоколамское шоссе, д. 4.

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА
о диссертационной работе Никабадзе Михаила Ушангиевича
«Метод ортогональных полиномов в механике микрополярных и
классических упругих тонких тел», представленной на соискание
ученой степени доктора физико-математических наук по
специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела»

Имеющиеся к настоящему времени теории тонкостенных конструкций (стержней, пластин, оболочек, многослойных конструкций) характеризуются большим разнообразием построенных вариантов математических моделей. При этом в последнее время в связи с развитием производством новых, в том числе, так называемых интеллектуальных материалов, **актуальность** получает разработка более универсальных математических моделей тонкостенных и разработка методов расчета напряженно-деформированного состояния конструкций из них. Тема диссертации **актуальна** и потому, что появилась необходимость описания аномального поведения новых материалов с внутренними структурами таких, как наноматериалы, нанокомпозиты, пленки и т.д.

Диссертационная работа посвящена развитию метода ортогональных полиномов в термомеханике упругих тонких тел и его применению при построении различных вариантов моделей таких тел. Диссертация в основном носит теоретический характер. Она состоит из введения, 6 глав, заключения и списка литературы, который включает 530 наименований и изложена на 384 страницах.

Во введении приведены ссылки на обзоры отечественной и зарубежной литературы, а также на обзоры литературы по теориям пластин и оболочек самого автора. Описаны различные методы построения теорий многослойных пластин и оболочек, а также изложены недостатки классической теории упругости по сравнению с неклассическими теориями. Рассмотрены три основных подхода к построению математических моделей сред, отражающих внутреннее взаимодействие элементов структуры, а также приведены ссылки на эксперименты, утверждающие необходимость учета микроструктуры материала. Даны ссылки и на работы, которые посвящены моделированию свойств материалов сложной структуры и теоретическому и экспериментальному исследованиям процессов распространения и взаимодействия акустических волн в средах сложной структуры. Сформулированы проблемы, требующие дальнейшего развития и остающиеся по настоящий день актуальными. Сформулирована актуальность темы диссертации. Определены цели и задачи исследования, а также описаны содержания каждой главы диссертации в отдельности.

В первой главе развит новый подход к решению задачи параметризации области тонкого тела, при которой в отличие от классических подходов используются две базовые поверхности. Введены геометрические характеристики, свойственные рассмотренным семействам параметризаций. Компоненты ЕТВР, зависящие от поперечной координаты x^3 , представлены в виде рядов относительно этой координаты. Даны выражения ковариантных производных компонент тензора при рассмотренных семействах параметризаций. Получены выражения для символов Кристоффеля при различных параметризациях, компонент вторых тензоров и гауссовых кривизн поверхностей. Сформулирована фундаментальная теорема для области тонкого тела при ее новой параметризации.

Во второй главе приведена теорема о линейном преобразовании многочленов, ортогональных на некотором сегменте. Выписаны основные рекуррентные формулы для полиномов Лежандра и Чебышева первого и второго родов, в силу которых выведены несколько дополнительных соотношений, играющих важную роль при построении различных вариантов теорий тонких тел.

Определены моменты тензорных полей, их компонент и некоторых дифференциальных операторов от них в криволинейных координатах. В частности, определены моменты тензорных функций, а также их производных и повторных производных. Выведены представления и найдены моменты относительно полиномов Чебышева лапласиана, градиента, ротора, повторного градиента, дивергенции, повторной дивергенции тензора второго ранга, градиента дивергенции. Получены выражения для моментов k -го порядка произведения двух функций на произвольную степень поперечной координаты.

В третьей главе получены уравнения и определяющие соотношения (ОС) классической и микрополярной теорий упругих тонких тел при новой параметризации области тонкого тела, а также уравнения притока тепла и закона теплопроводности Фурье. Кроме того, выписаны трехмерные постановки задач при новой параметризации области тонкого тела.

Получены представления уравнений в перемещениях классической теории упругости, а в перемещениях и вращениях – микрополярной теории, как при изотермических, так и при неізотермических процессах в случае новой параметризации области тонкого тела. Даны представления законов термодинамики и теплопроводности Фурье, а также уравнения притока тепла, граничных и начальных условий. Далее из этих уравнений и ОС с помощью рекуррентных соотношений для полиномов Лежандра и Чебышева второго рода даны представления этих уравнений и ОС в моментах для теории тонких тел. Выведены граничные и начальные условия в моментах. Кроме того, получены системы уравнений движения нулевого и первого приближений в моментах, как для классической, так и для микрополярной механики тонкого тела, как при изотермических, так и при неізотермических процессах.

Получены ОС классической и микрополярной теорий и закон теплопроводности Фурье нулевого приближения и приближения порядка r в моментах, как для однородного, так и неоднородного относительно x^3 материала. Получены выражения граничных условий на лицевых поверхностях. Даны определения систем уравнений в моментах, а также законов Гука и теплопроводности Фурье в нормированных моментах. Получены граничные условия на граничном контуре в моментах. Выписаны кинематические и тепловые (первого рода) граничные условия на контуре и начальные условия в моментах.

Далее даны постановки связанной и несвязанной динамических задач, а также нестационарной температурной задачи в моментах микрополярной термоупругости тонких тел с одним малым размером. Получена бесконечная система уравнений, которая содержит величины, зависящие от двух переменных – гауссовых координат x^1 и x^2 базовой поверхности. После редукции к конечной системе рассматриваемую задачу можно решить приближенно с соответствующими граничными условиями на граничном контуре базовой поверхности. В случае упрощенной схемы приведения бесконечной системы к конечной системе уравнений для любого приближенного решения построено корректирующее слагаемое, которое обеспечивает выполнение граничных условий на лицевых поверхностях тонкого тела.

Рассмотрен и другой способ (его в частном случае применял В.В. Понятовский) удовлетворения граничных условий на лицевых поверхностях тонкого тела. В этом случае компоненты тензоров напряжений и моментных напряжений, которые не участвуют в граничных условиях на лицевых поверхностях, разлагаются в ряды по рассматриваемой системе ортогональных полиномов, а остальные компоненты определяются из уравнений равновесия через них таким образом, чтобы они удовлетворяли указанным выше

граничным условиям. Получены различные выражения для тех компонент тензора напряжений, которые применяются при выполнении граничных условий на лицевых поверхностях. Доказано, что указанный выше способ представления компонент тензора напряжений эквивалентен методу разложения всех компонент тензора напряжений в ряды по рассматриваемой системе ортогональных полиномов.

В четвертой главе «Применение метода ортогональных полиномов в теории многослойных тонких конструкций» рассмотрена параметризация многослойной трехмерной тонкой области. В отличие от классических подходов в этом случае применяется несколько базовых поверхностей. Введены в рассмотрение геометрические характеристики параметризации. В частности, выписаны выражения для компонент переноса ЕТВР, а также соотношения, связывающие различные семейства базисов и символов Кристоффеля. Получены различные варианты системы уравнений движения в моментах относительно систем полиномов Лежандра и Чебышева. Выписаны межслойные контактные условия при различных связях соседних слоев многослойного тела. Даны постановки задач.

В пятой главе рассмотрены вариационные принципы микрополярной теории тонких тел при применении метода ортогональных полиномов (вариационные принципы Лагранжа и Кастильяно, вариационные принципы типа Рейсснера в рамках трехмерной микрополярной теории). Из них получены вариационные принципы для теории тонких тел. Кроме того, для микрополярной теории многослойных тонких тел получены обобщенные вариационные принципы типа Рейсснера, как при полном контакте, так и при наличии зон ослабленной адгезии.

В шестой главе рассмотрены варианты уравнений микрополярных теорий оболочек и пластин, аналитические решения, примеры решения задач, некоторые вопросы параметризации, когда в качестве базы выбрана поверхность, относительно которой область оболочки расположена несимметрично, даны постановки задач. Кроме того, приведены уравнения классической моментной теории оболочек и уравнения тонких тел, получаемые с помощью метода классических ортогональных полиномов. Даны сравнения уравнений некоторых теорий. Сформулирована кинематическая гипотеза для теории тонких тел.

Найдены обратные тензоры-операторы к тензору-оператору уравнений движения теории упругости в перемещениях изотропного однородного материала и оператору напряжения в случае кусочно-плоской границы, которые позволяют разделять уравнения и граничные условия. Для этих случаев получены уравнения для векторов перемещений и вращений по отдельности. Эти уравнения можно использовать для идентификации материальных констант среды. Построен также обратный матричный дифференциальный тензор-оператор к тензору-оператору напряжения и моментного напряжения в случае редуцированной среды. Кроме того, выявлены случаи, при которых легко обратить оператор напряжения и моментного напряжения.

Из разделенных уравнений классической и микрополярной теорий упругости получены соответствующие разделенные уравнения квазистатической задачи. Из них в свою очередь выведены уравнения в моментах неизвестных векторов-функций относительно любых систем ортогональных полиномов. Получены системы уравнений различных приближений (с нулевого до восьмого порядка) в моментах относительно систем полиномов Лежандра и Чебышева второго рода. Для каждого момента неизвестной функции получено уравнение эллиптического типа высокого порядка (порядок системы зависит от порядка приближения), характеристические корни которого легко находятся.

Далее выведены разделенные системы уравнений квазистатической задачи микрополярной теории восьмого приближения многослойных призматических тел постоянной толщины в перемещениях и вращениях и в моментах векторов перемещений и вращений.

Приведены решения задач различных приближений о тонком теле с двумя малыми размерами и прямоугольной тонкой плоской области с защемленными краями при различных нагрузках, а также о двухслойной двумерной области с защемленными краями.

В заключении сформулированы основные результаты диссертационной работы.

В целом диссертационная работа представляет собой завершенное исследование, посвященное решениям актуальных проблем. Она содержит важные результаты, среди которых, наиболее существенными являются следующие.

1. Это новый подход к решению задачи параметризации области тонкого тела, при которой в отличие от классических подходов используются две или более базовые поверхности. Он может иметь преимущество в некоторых случаях, например, в случаях существенной переменности толщины оболочек, не ортогональности контурных поверхностей оболочек (толстых и средней толщины) ее лицевым поверхностям, т.е. наличии косых срезов.

2. Это развитие метода ортогональных полиномов, заложенного И.Н. Векуа, и его обобщение на моделирование микрополярных термоупругих анизотропных тонких тел при выполнении граничных условий на всех поверхностях тела. Разработка разрешающей системы уравнений теорий тонких тел относительно моментов искомого тензоров напряжений и моментных напряжений, векторов перемещений и вращений.

3. Это формулировка вариационных принципов для теорий тонких тел в моментах искомого параметров относительно систем ортогональных полиномов, вывод систем уравнений движения для многослойных тонких тел с одним малым размером в моментах, полученные впервые почти все разделенные уравнения шестой главы.

Достоверность результатов подтверждается применением строгих математических выкладок, а также тем, что из полученных автором соотношений в частных случаях вытекают известные результаты классических теорий, а результаты решения ряда задач хорошо согласуются с результатами их решения методом конечных элементов.

Замечания по диссертационной работе.

1. Построены сложные общие теории тонких тел, а их апробирование производится на примере простых задач, не требующих новой параметризации.
2. Предложенные теории тонких тел построены на основании геометрически линейной микрополярной теории упругости, когда граничные условия ставятся на недеформированных поверхностях. Как поступить при решении нелинейных задач и тогда, когда формы поверхностей и поперечных сечений тонких тел меняются?
3. В случае квазистатических задач теорий призматических тел постоянной толщины автор пишет, ссылаясь на Векуа, что для этого случая можно выписать аналитические решения, однако они не выписаны.
4. В обзоре не охвачены те работы В.Н. Паймушина, которые посвящены именно методам параметризации геометрии пластин и оболочек сложной формы и методам их расчета.

Сделанные замечания не умаляют достоинств диссертации и в основном носят характер рекомендаций.

Полученные в диссертации результаты свидетельствуют о ее высоком научном уровне и имеют большое значение для дальнейших научных исследований и разработки методов решения практически важных задач.

Следует продолжить развитие результатов диссертации во всех организациях академического профиля в области механики, а также в таких организациях как ЦАГИ, ЦИАМ, МГУ им. М.В. Ломоносова, ИПМ РАН, МАИ, ИТПМ СО РАН, КНИТУ-КАИ,

КГАСУ и в других организациях, занимающихся разработкой и совершенствованием образцов автомобильной, ракетной и авиационной техники.

Автореферат отражает содержание диссертации, основные научные результаты работы **доложены** на научных конференциях и симпозиумах различного уровня и **опубликованы** во многих работах автора, в том числе в реферируемых иностранных журналах и отечественных журналах из списка ВАК.

Полученные в диссертационной работе результаты дают основание считать, что она удовлетворяет всем требованиям «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации №842 от 24 сентября 2013 года, а ее автор Никабадзе Михаил Ушангиевич, безусловно, заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела».

Официальный оппонент, д.ф.-м.н.,
профессор кафедры механики института
строительства КазГАСУ

 **Каюмов Рашит Абдулхакович**

420043, г. Казань, ул. Зеленая, 1.
Телефон: (843) 510-47-23
E-mail: kayumov@rambler.ru

СОБСТВЕННОРУЧНУЮ ПОДПИСЬ
ТОВ.

удостоверяю
нач. отдела делопроизводства
Казанского государственного
архитектурно-строительного
университета



