

## О параметризации контура аэродинамического профиля сплайном

Никольский А. А.

*Центральный аэрогидродинамический институт, ЦАГИ,  
ул. Жуковского, 1, Жуковский, Московская область, 140180, Россия  
e-mail: anikolskii@mail.ru*

### Аннотация

Введено понятие базового сплайна профиля, который позволяет аппроксимировать контур аэродинамического профиля с необходимой и достаточной геометрической точностью. Введено понятие аэродинамического сплайна профиля, который позволяет аппроксимировать контур аэродинамического профиля с точностью достаточной для задач аэродинамического проектирования.

**Ключевые слова:** профиль, сплайн, оптимизация, проектирование

Решение задач оптимизации аэродинамических характеристик профилей предполагает создание пространства переменных проектирования через параметризацию геометрии контура профиля [1- 10]. Общей чертой и одновременно недостатком известных методов параметризации является использование некоторого ограниченного класса функций, определяющих контуры профилей или локальные вариации контуров. В частности используются аналитические функции, сплайны Безье, полиномы Бернштейна.

В общем случае контур профиля задается таблицей координат верхнего контура  $(x_i, y_{Ui})$  и нижнего контура  $(x_i, y_{Li})$ ,  $i = 1, \dots, N$ , где  $N$ - количество точек по контуру профиля. Последовательность из  $m$  точек  $x_i$  далее для краткости будем называть разбиением и обозначать  $P_m$ . Задача аппроксимации формы контура состоит в построении интерполяционной кривой класса  $C^2$ , проходящей через заданные точки. Для этой цели не удастся применить обычный кубический сплайн из-за бесконечной производной функции описывающей контур в носке профиля. По этой причине будем использовать альтернативный сплайн, который назовем сплайном контура профиля, сокращенно  $S^{(a)}$

(airfoil spline). В работе [11] дано первое применение такого сплайна в оптимизационной задаче. Такой сплайн будем использовать для параметризации произвольного контура профиля.

### Сплайн профиля

Для определенности рассмотрим верхний контур профиля. Далее подразумевается, что величины имеющие размерность длины отнесены к хорде профиля. Сделаем преобразование координат  $\xi = \sqrt{x}$ . Пусть  $r_c$  - радиус кривизны в носке верхнего контура, тогда  $\frac{dy}{d\xi}(0) = \sqrt{2r_c}$ . Теперь во вспомогательной плоскости  $\xi y$  контур профиля можно

аппроксимировать обычным интерполяционным кубическим сплайном:

$$S_i(\xi) = a_i + b_i(\xi - \xi_i) + c_i(\xi - \xi_i)^2 + d_i(\xi - \xi_i)^3.$$

В физической плоскости получим альтернативный сплайн:

$$S_i^{(a)}(x) = a_i + b_i(\sqrt{x} - \sqrt{x_i}) + c_i((\sqrt{x} - \sqrt{x_i})_i)^2 + d_i(\sqrt{x} - \sqrt{x_i})^3, \text{ который также принадлежит}$$

пространству  $C^2$ . Зная сплайн  $S^{(a)}$  можно определить кривизну контура в опорных точках:

$$K_i(x_i) = \frac{2(c_i\sqrt{x_i} - b_i/2)}{(4x_i + c_i^2)^{3/2}} \text{ и при необходимости сгладить контур профиля, построив в}$$

плоскости  $\xi y$  вместо интерполяционного сплайна сглаживающий кубический сплайн.

Найдем теперь базовое разбиение единое для всех профилей, которое позволяет аппроксимировать исходный контур профиля, используя сплайн  $S^{(a)}$ , с необходимой точностью. Под необходимой точностью для определенности будем понимать точность, соответствующую  $\delta_{wt}$  - точности изготовления модели крыла для испытаний в АДТ. Пусть

$$\delta_s = S^{(a)}(x) - y_U(x) \text{ - отклонения ординат интерполированного контура профиля вдоль хорды}$$

профиля от ординат исходного контура. Тогда необходимым условием будет  $\delta_s \leq \delta_{wt}$ .

Точность можно считать достаточной, если распределения давлений по исходному и интерполированному контурам на характерных режимах обтекания профиля так же близки.

Задача определения количества точек базового разбиения решалась на основе численного эксперимента. Исследовался массив контуров профилей (более 10) и различные разбиения (по числу точек и их расположению по хорде) со сгущением точек в носке и хвосте профиля.

В итоге было выбрано три универсальных разбиения с одинаковым числом одинаково

расположенных по хорде точек по верхнему и нижнему контурам:  $P_{29}$ ,  $P_{15}$  и  $P_{10}$ . При этом точки более крупного разбиения включались в более мелкое разбиение. Дальнейший анализ проводится на примере данных, полученных для вертолетного профиля VR12..

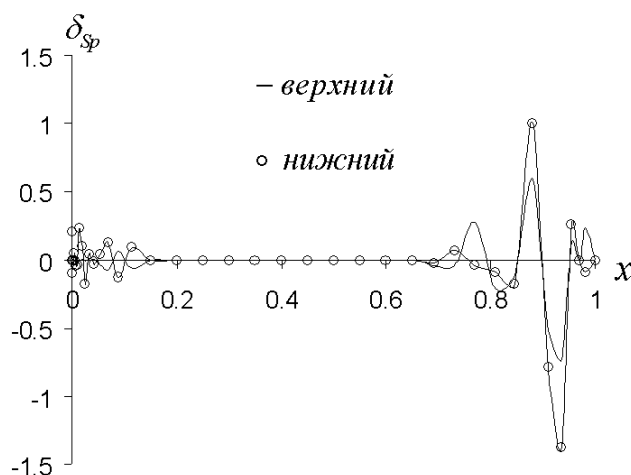


Рис 1. Приведенное отклонение ординат верхнего и нижнего контуров профиля VR (разбиение  $P_{29}$ ) от ординат исходных контуров (разбиение  $P_{41}$ ).

На рис.1 показано  $\delta_{sp} = \delta_s \cdot 10^4$  - приведенное отклонение ординат верхнего и нижнего контуров профилей вдоль хорды профиля для разбиения  $P_{29}$  от исходных ординат контуров профиля VR12 (разбиение  $P_{41}$ ). Поскольку для трубных моделей  $\delta_{wr} = 3 \div 7 \cdot 10^4$  видно, что на большей части контура  $\delta_s \ll \delta_{wr}$ . Наибольшее отклонение наблюдается в хвостовой части, что объясняется сглаживающим эффектом при уменьшении числа точек, определяющих контур. Этот факт иллюстрирует рис.2, где приведены кривизны  $\kappa$  верхнего и нижнего исходного и интерполированных контуров.

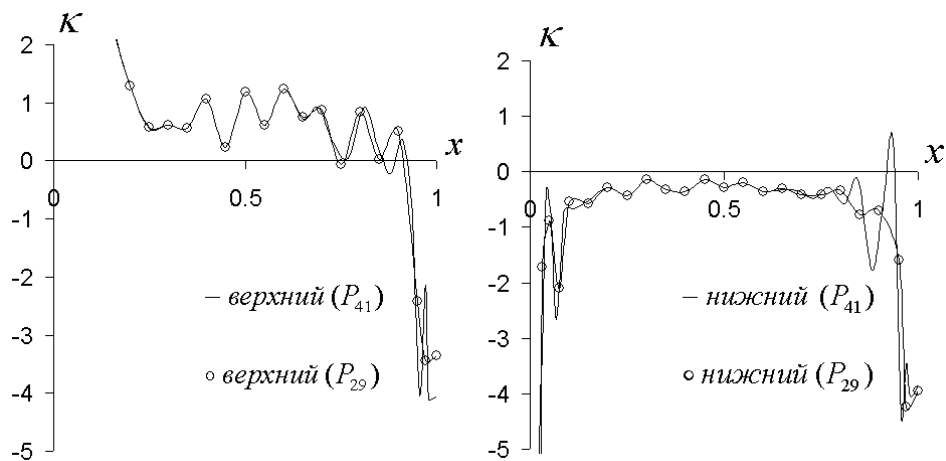


Рис 2. Кривизны верхнего и нижнего исходного и интерполированного контуров

Для проверки выполнения достаточного условия были проведены расчеты распределений давлений по исходному и интерполируемому контурам профиля VR12. Здесь и далее для расчетов использовалась FPE модель обтекания [1].

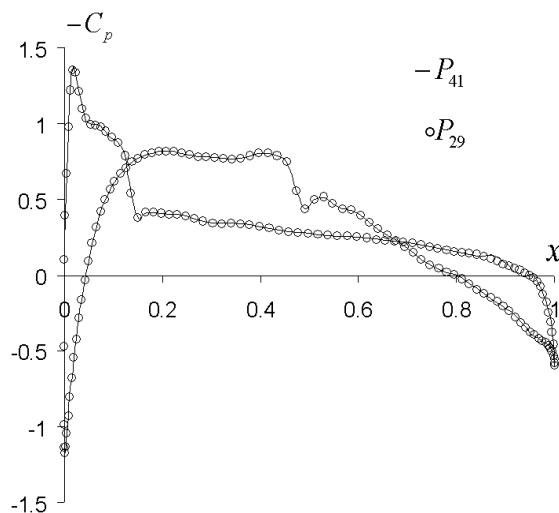


Рис 3. Распределения давлений по исходному и интерполированному контурам.  $M_\infty = 0.8$ ,  $C_y = 0$ .

На рис. 3 показаны распределения давлений на характерном для вертолетных профилей режиме  $M_\infty = 0.8$ ,  $C_y = 0$ . Здесь  $M_\infty$  - число Маха набегающего потока,  $C_y$  - коэффициент подъемной силы профиля. Видно идеальное совпадение эпюр давлений за исключением малой области в районе задней кромки, где сглаженность интерполированного профиля приводит к более гладкой эпюре. Такое практически глобальное совпадение наблюдается и на других режимах и на всем массиве рассмотренных профилей. Поэтому с

достаточным основанием можно считать, что сплайн профиля  $S^{(a)}$  с универсальным разбиением  $P_{29}$  с необходимой и достаточной точностью аппроксимирует, вообще говоря, произвольный контур профиля. Для краткости будем называть далее такой сплайн базовым, и обозначать как  $S_B^{(a)}$  (basic airfoil spline). Этот сплайн можно, например, использовать для построения базы данных профилей. При этом любые геометрические характеристики профилей могут быть определены аналитически.

Для сглаживания контура профиля вместо базового сплайна  $S_B^{(a)}$  можно использовать сглаживающий базовый сплайн  $S_{Bsm}^{(a)}$ . Напомним, что все сплайны строятся в плоскости  $\xi y$ , где производная  $\frac{dy}{d\xi}(0)$  в носке профиля конечна. Выберем параметры сглаживания таким образом, чтобы приведенное отклонение находилось в диапазоне  $|\delta_{sp}| < 1$ , как это видно на рис. 4. При этом с запасом удовлетворим принятому ранее условию необходимой точности.

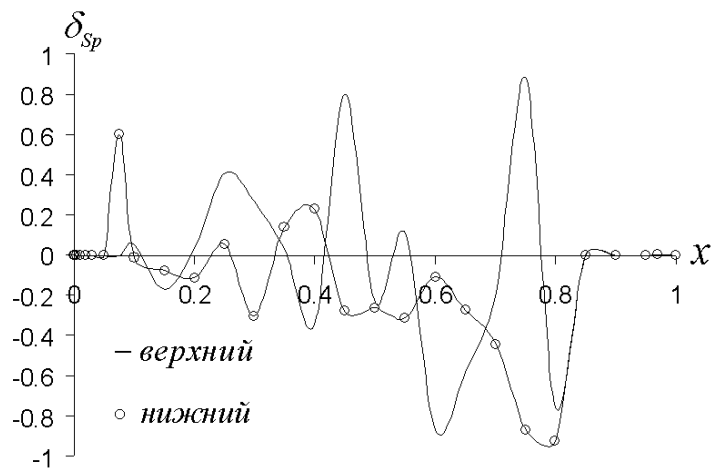


Рис. 4. Приведенное отклонение ординат верхнего и нижнего контуров сглаженного профиля от базового.

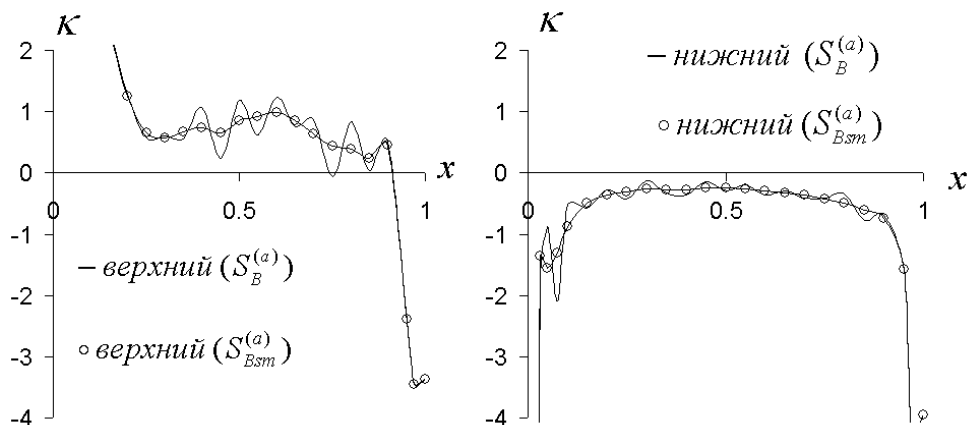


Рис. 5. Кривизны верхнего и нижнего базового и сглаженного базового контуров.

На рис. 5 приведено сравнение кривизны базового ( $S_B^{(a)}$ ) и сглаженного базового ( $S_{Bsm}^{(a)}$ ) контуров.

Для проверки условия достаточной точности были проведены расчеты распределений давлений на трех характерных для вертолетных профилей режимах:  $M_\infty=0.4$ ,  $C_y=1.5$  (режим  $C_{y_{max}}$ );  $M_\infty=0.6$ ,  $C_y=0.6$  (режим  $K_{max}$ );  $M_\infty=0.8$ ,  $C_y=0$  (режим  $M_{кр}$ ). Здесь  $M_{кр}$  - критическое число Маха набегающего потока,  $C_{y_{max}}$  - коэффициент максимальной подъемной силы профиля,  $K_{max}$  - максимальное аэродинамическое качество. На всех режимах получено идеальное совпадение расчетных эпюр давлений. Поскольку течение в пограничном слое около сглаженного профиля имеет предпочтительный характер, можно считать оправданным применение сплайна  $S_{Bsm}^{(a)}$  вместо сплайна  $S_B^{(a)}$ .

### Аэродинамический сплайн профиля

Для целей аэродинамического проектирования количество переменных проектирования необходимо свести к минимуму, при котором еще возможно получить характеристики профиля с достаточной точностью. Наилучшим способом проверки точности является решение обратной задачи. Именно на основе анализа решений обратных задач для массивов профилей и разбиений было получено итоговое минимальное разбиение  $P_{10}$  и разбиение  $P_{15}$ , практически идентичное базовому  $P_{29}$ , по распределениям давлений. В качестве целевого принималось распределение давлений по базовому контуру  $P_{29}$  на режиме  $M_\infty=0.8$ ,  $C_y=0$ . Минимизировался функционал среднеквадратичного отклонения

распределения давлений от целевого:  $I = \sqrt{\sum_{i=1}^n \Delta(C_{pi} - C_{pTi})^2 / n}$ . Здесь  $C_{pT}$  - целевое распределение давлений.  $n$ - число расчетных точек на контуре профиля. В качестве переменных проектирования используем ординаты точек, определяющих сплайн:  $y_i$ ,  $i = 1, \dots, m$ . Поскольку носик и задняя кромка профиля фиксированы число переменных проектирования  $m_{DV} = 2(m-2) + 2$  (две дополнительные переменные регулируют относительную толщину контуров). Дополнительно эффективность оптимизационной процедуры увеличивается, если попеременно использовать два пространства переменных проектирования; одно для верхнего контура другое для нижнего контура, при этом  $m_{DV} = m$ . В нашем случае  $m_{DV} = 10$  и  $15$ . Вторым существенным фактором ускорения процедуры является поиск решения на более частом разбиении ( $P_{15}$ ) используя в качестве начального приближения решение на редком разбиении ( $P_{10}$ ). Для разбиения  $P_{10}$  в качестве начального приближения принимался профиль NASA23012.

Дальнейший сравнительный анализ проведен на трех характерных для вертолетных профилей режимах. Далее приведены расчетные данные для профилей, построенных на основе сглаженного сплайна  $S_{Bsm}^{(a)}$  (разбиений  $P_{10}$ ,  $P_{15}$  и базового  $P_{29}$ ), и профиля разбиения  $P_{10}$ , полученного из решения обратной задачи, обозначенного на рисунках, как  $P_{10} (inv)$ .

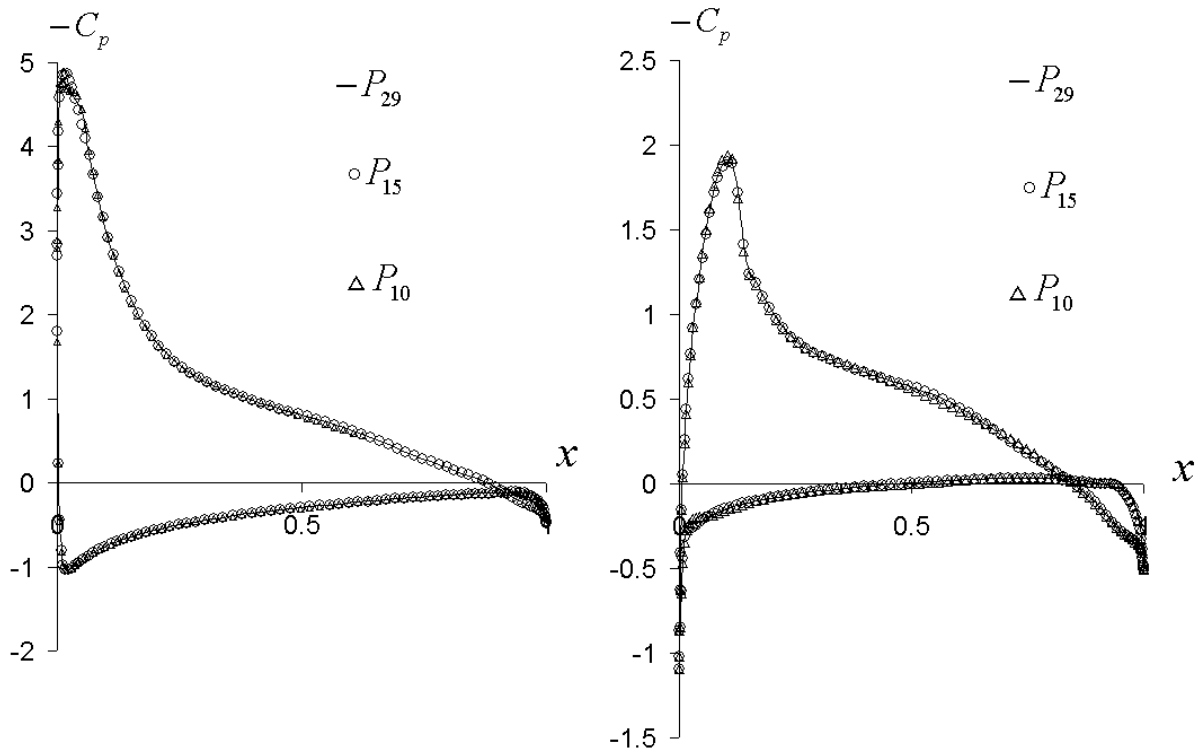


Рис. 6. Распределения давлений по базовому и интерполированному контурам.  $M_\infty = 0.4$ ,  $C_y = 1.5$  (слева) и  $M_\infty = 0.6$ ,  $C_y = 0.6$  (справа).

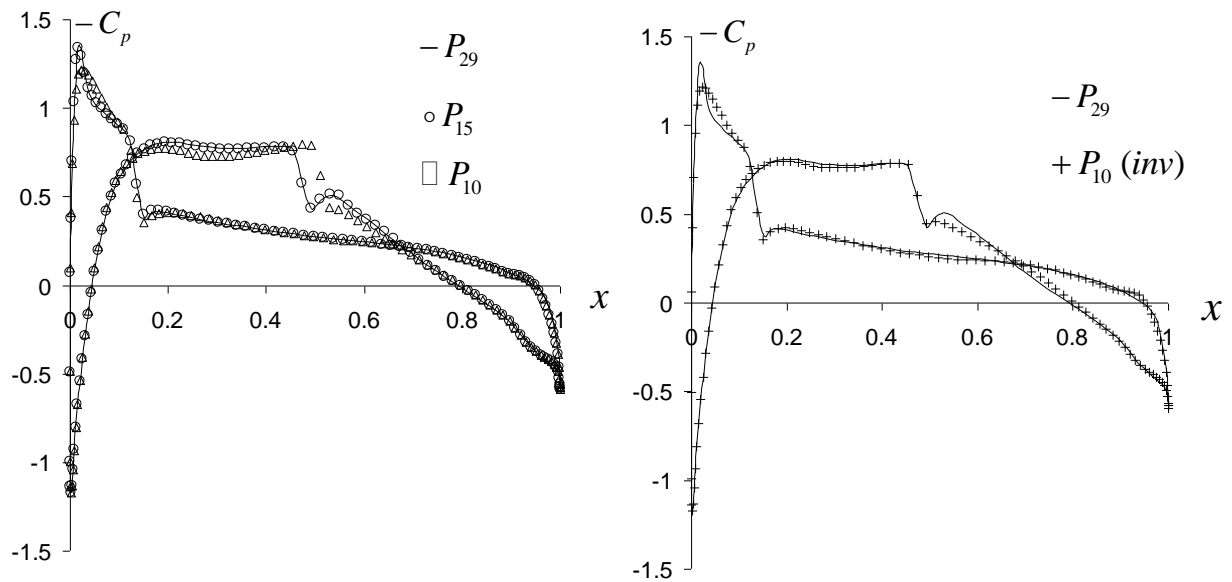


Рис.7. Распределения давлений по базовому, интерполированному и полученному из решения обратной задачи контурам.  $M_\infty = 0.8$ ,  $C_y = 0$ .



На рис. 6-7 видно, что распределения давлений по контуру профиля разбиения  $P_{15}$  на всех режимах практически совпадают с распределения давлений базового профиля. Распределения давлений по контуру профиля разбиения  $P_{10}$  на режимах  $C_{y\max}$  и  $K_{\max}$  так же близки к распределениям давлений базового профиля. Однако на околозвуковом режиме, рис.7, распределение давлений по контуру профиля  $P_{10} (inv)$ , полученному из решения обратной задачи лучше согласуется с базовым, чем распределение давлений интерполированного профиля  $P_{10}$ . Распределения давлений по контуру  $P_{15} (inv)$  не приводятся, поскольку они практически идентичны распределениям давлений по контуру  $P_{15}$ .

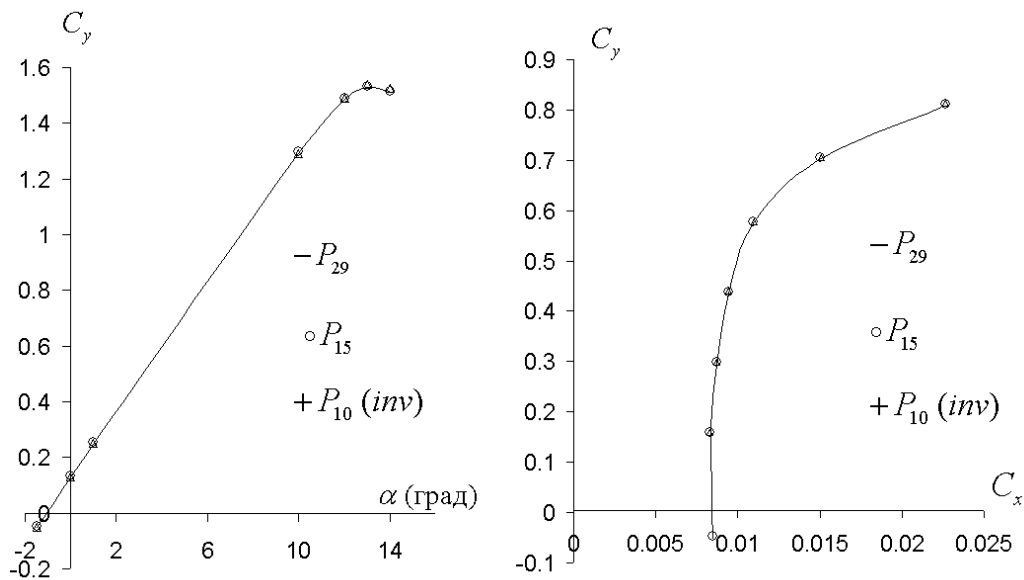


Рис. 8. Зависимости  $C_y(\alpha)$ ,  $M_\infty=0.4$  (слева) и  $C_y(C_x)$ ,  $M_\infty=0.6$  (справа).

Расчет CFD RANS.

Для того, чтобы оценить аэродинамические характеристики исследуемых профилей были проведены расчеты методом CFD RANS [12]. На рис.8 видно, что на характерных режимах не только величины  $C_{y\max}$  и  $K_{\max}$ , но и зависимости  $C_y(\alpha)$  и  $C_y(C_x)$  практически совпали. На околозвуковых режимах, рис.9, наблюдается лишь незначительное отличие зависимостей  $C_{m0}(M_\infty)$  и  $C_x(M_\infty)$ , а величины  $M_{кр}$  так же практически совпали. Подобные результаты получены на всем рассмотренном массиве профилей. В частности на рис. 10. представлена зависимость  $C_y(C_x)$  для трансзвукового профиля RAE2822 при  $M_\infty=0,76$ .

Таким образом, важным представляется тот факт, что верхний и нижний контуры аэродинамического профиля с достаточной для аэродинамического проектирования точностью можно аппроксимировать сплайном  $S^{(a)}$ , построенным по 10 точкам, а аэродинамические характеристики многорежимных вертолетных профилей можно оптимизировать, используя всего 10 переменных проектирования. Такой сплайн предлагается называть аэродинамическим сплайном профиля и обозначать  $S_A^{(a)}$  (aerodynamic airfoil spline).

Следует напомнить, что заявленные результаты подтверждены на некотором ограниченном массиве профилей. При необходимости оптимизационный процесс может состоять из дополнительного этапа. На этом этапе используется сплайн  $S_A^{(a)}$  с 15 точками, а в качестве начального приближения используется контур, полученный на предыдущем этапе.

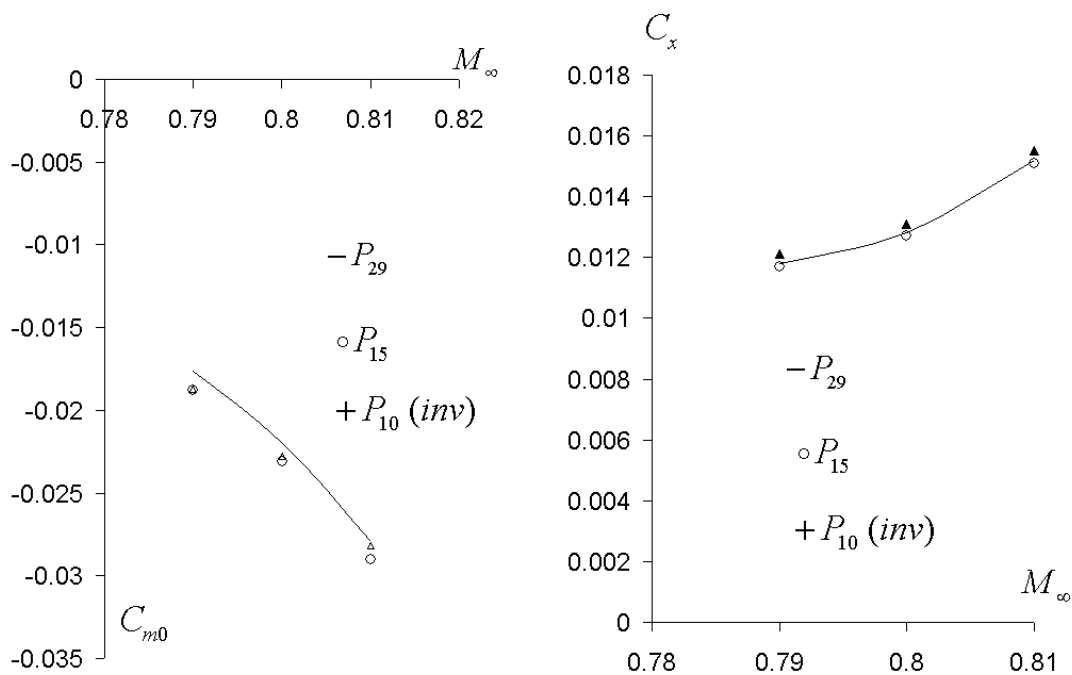


Рис. 9. Зависимости  $C_{m0}(M_\infty)$  (слева) и  $C_x(M_\infty)$  (справа),  $C_y=0$ .

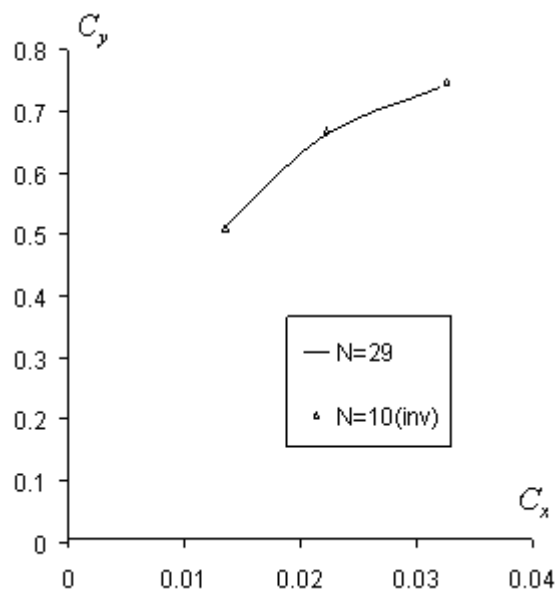


Рис. 10. Зависимость  $C_y(C_x)$ ,  $M_\infty=0.76$ , профиль RAE2822. Расчет CFD RANS.

### Выводы

1. Введено понятие базового сплайна профиля, который позволяет аппроксимировать произвольный аэродинамический профиль с необходимой и достаточной геометрической точностью. Сплайн может быть использован для построения универсальной геометрической базы данных профилей.

2. Введено понятие аэродинамического сплайна профиля, который позволяет аппроксимировать произвольный аэродинамический профиль с точностью достаточной для задач аэродинамического проектирования. Сплайн может быть использован для построения универсальной геометрической базы данных профилей.

3. На примере решения обратной задачи показаны достоинства параметризации контура профиля аэродинамическим сплайном.

4. На следующем этапе работы предполагается исследовать возможности нового подхода к решению ряда оптимизационных задач.

### Библиографический список

1. Sobieczky, H., Parametric Airfoils and Wings, "Notes on Numerical Fluid Mechanics // Vieweg Verlag, 1998, Vol. 68, pp.71-88.
2. Samareh, J.A., Survey of Shape Parameterization Techniques for High-Fidelity Multidisciplinary Shape Optimization // AIAA JOURNAL, 2001, Vol. 39, № 5

3. Robinson, G. M., and Keane, A. J., Concise Orthogonal Representation of Supercritical Airfoils // *Journal of Aircraft*, 2001, Vol. 38, № 3
4. Song, W., and Keane, A.J., A Study of Shape Parameterisation Airfoil Optimisation // AIAA-2004-4482, 10th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference, 2004.
5. Padula, S., and Li, W., Options for Robust Airfoil Optimization Under Uncertainty // 9th AIAA Multidisciplinary Analysis and Optimization Symposium, 2002
6. Hicks, R. M. and Henne, P. A., Wing design by numerical optimization // *Journal of Aircraft*, 1978, Vol. 15, pp. 407-412
7. Kulfan, B. M., Universal Parametric Geometry Representation Method , CST, *Proceedings of the 45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit* , American Institute of Aeronautics and Astronautics N.Y., 2007, AIAA 2007-0062.
8. Samareh, J. A., “Aerodynamic Shape Optimization Based on Free-Form Deformation,” AIAA 2004-4630,. 2004.
9. Brenda M. Kulfan and John E. Bussoletti, "Fundamental" Parametric Geometry Representations for Aircraft Component Shapes, AIAA--2006-6948, 11th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference, 2006
10. Никольский А.А.. Оптимизация передних кромок вертолетных профилей. Ученые записки ЦАГИ, т. XXXIX, № 4, 2008.- с.5-8.
11. Nikolsky A.A. Some aspects of helicopter airfoil design, *Proceedings of the Twenty first European Rotorcraft Forum*, Saint- Peterburg,1995, Paper, no.17,(II), pp. 1-8.
12. Morrison J. H. A Compressible Navier-Stokes Solver with Two-Equation and Reynolds Stress Turbulence Closure Models // NASA CR-4440, 1992.