УДК 629.735.33.015

Методики оценок вращательных производных сил и моментов, действующих на модель самолета

Головкин М.А.*, Ефремов А.А.*, Махнев М.С.*

Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е. Жуковского,

ул. Жуковского, 1, Жуковский, Московская область, 140180, Россия

*spintest@tsagi.ru

Аннотация

Приведены методики оценок производных от коэффициентов аэродинамических сил и моментов по компонентам угловой скорости на основе экспериментов на установке, осуществляющей вращение модели самолета с постоянной угловой скоростью, коллинеарной вектору скорости набегающего потока аэродинамической трубы. Даны примеры определения вращательных производных для модели пассажирского самолёта в широком диапазоне углов атаки.

Ключевые слова: силы и моменты аэродинамические, компоненты угловой скорости, вращательные производные.

Введение

Для построения простейшей линейной математической модели аэродинамики, а также определения устойчивости движения самолёта и применения некоторых критериев устойчивости [1] необходимо знание первых производных коэффициентов аэродинамических сил и моментов по компонентам угловой скорости в связанной с самолётом прямоугольной декартовой системе координат. Результаты экспериментов с подвижными моделями, проводимых в аэродинамических трубах (АДТ), не позволяют определять такие производные непосредственно. Имеется ряд работ [2–9], посвященных определению вращательных производных на основе расчетных и экспериментальных исследований. Однако работ, позволяющих проводить оценку первых производных от коэффициентов сил и моментов по компонентам угловой скорости на основе экспериментов в аэродинамической трубе с моделью самолета на установке, осуществляющей ее вращение с постоянной угловой скоростью, коллинеарной скорости набегающего потока, неизвестно. Решению этой проблемы и посвящена данная статья.

Здесь не учитывается такой эффект, как «аэродинамическая несимметрия», которая может возникать из-за несимметричного развития отрывных явлений на симметричном крыле или фюзеляже [1, 10–14], поскольку на реальном летательном аппарате (ЛА) она может существенно отличаться.

Поэтому в представленных ниже выкладках и результатах предполагается, что аэродинамические характеристики модели симметричны относительно плоскости симметрии модели, а их производные не терпят разрыва. Для реализации этого исходные данные экспериментальных исследований предварительно выглаживаются и симметризуются, в том числе с использованием работы [15].

В данной методике учитываются наиболее значительные эффекты интерференции, в том числе на больших углах атаки, вертикального и горизонтального оперения с полной аэродинамической компоновкой, для чего проводятся испытания полной модели и модели без вертикального и горизонтального оперения.

В целом методика оценки вращательных производных построена таким образом, чтобы максимально использовать экспериментальные данные и лишь при необходимости привлекать упрощенные расчеты аэродинамических характеристик элементов модели самолета. Это позволяет, в рамках представленного подхода, максимально полно учитывать интерференцию элементов.

Представленные ниже результаты не претендуют на решение проблемы создания полной модели аэродинамики самолета на больших углах атаки. Уточнение оценок вращательных производных возможно с привлечением дополнительных видов испытаний в АДТ и с учетом аэродинамических характеристик ЛА, полученных в реальных условиях полета.

1. Постановка задачи и некоторые исходные соотношения

По результатам испытаний на вращающейся установке [1] определяются значения проекций главных векторов силы и момента на оси связанной с моделью системы координат *oxyz*, с началом, расположенным в точке, соответствующей центру масс самолёта: $F_i(\alpha,\beta,\omega)$, $M_i(\alpha,\beta,\omega)$, $i = x, y, z$, и находятся соответствующие коэффициенты:

$$c_i(\alpha,\beta,\overline{\omega}) = F_i/(qS), \quad m_i(\alpha,\beta,\overline{\omega}) = M_i/(qSL), \tag{1.1}$$

где α – угол атаки модели; β – её угол скольжения; S – площадь крыла; L – характерный размер, за который при $i = x, y$ принимается размах крыла l, при $i = z$ – средняя аэродинамическая хорда крыла b_a; $q = \rho V^2/2$ – скоростной напор, ρ – плотность воздуха; V – скорость потока; $\boldsymbol{\overline{\omega}} = \boldsymbol{\omega} \cdot l/(2V)$ – «приведенный» вектор угловой скорости вращения, $\overline{\omega} = \pm|\boldsymbol{\overline{\omega}}|$, $\overline{\omega} > 0$ – соответствует вращению по часовой стрелке при виде навстречу набегающему потоку.

В предположении малости и линейности приращений коэффициентов c_i, m_i $(i = x, y, z)$ при малом изменении $\overline{\omega}$ с точностью до малых более высокого порядка определяются вращательные производные от (1.1) по полной безразмерной угловой скорости по формуле:

$$\partial f_i/\partial\overline{\omega} = f_i^{\overline{\omega}}(\alpha,\beta) \approx [f_i(\alpha,\beta,+\overline{\omega}_0) - f_i(\alpha,\beta,-\overline{\omega}_0)]/(2\overline{\omega}_0), \tag{1.2}$$

где $f_i = c_i$ или $f_i = m_i$, $(i = x, y, z)$; $\overline{\omega}_0$ – некоторая величина $\overline{\omega}$ в эксперименте на вращающейся установке (как правило, $\overline{\omega}_0 \leq 0.2$).

Введем безразмерные проекции угловых скоростей следующим образом:

$$\overline{\omega}_x = \omega_x l/(2V), \quad \overline{\omega}_y = \omega_y l/(2V), \quad \overline{\omega}_z = \omega_z b_a/V. \tag{1.3}$$

Для производных (1.2) от функций (1.1) по полной безразмерной угловой скорости запишем в соответствии с правилами дифференцирования уравнения:

$$f_i^{\overline{\omega}_x} \cos\alpha\cos\beta - f_i^{\overline{\omega}_y} \sin\alpha\cos\beta + 2\overline{b}_a f_i^{\overline{\omega}_z} \sin\beta = f_i^{\overline{\omega}}, \quad i = x, y, z, \tag{1.4}$$

незамкнутые относительно искомых величин производных, где $\bar{b}_a = b_\alpha / l$.

Для нахождения этих производных вводятся и используются дополнительные соотношения, предположения и экспериментальные или расчетные материалы, специфические для каждого компонента.

Итак, задача состоит в том, чтобы, зная производные c_i^{ϖ}, m_i^{ϖ} ($i = x, y, z$), определить производные $c_i^{\varpi_j}$, $m_i^{\varpi_j}$ ($i, j = x, y, z$).

Так как в рассматриваемом нами случае β=0 и, ограничиваясь рассмотрением симметричного относительно плоскости *xoy* самолета, можно положить: $m_x^{\bar{\varpi}_z} = m_y^{\bar{\varpi}_z} = 0$. Как показывает опыт со многими моделями для $|\beta|$<10÷20° при любых углах атаки величины $m_z^{\bar{\varpi}_x}$ и $m_z^{\bar{\varpi}_y}$ также очень малы.

Производная $m_z^{\bar{\varpi}_z}$ оценивается на основе формулы (1.4), если имеются результаты испытаний при некоторых β≠0, в предположении, что $m_z^{\bar{\varpi}_x} \approx m_z^{\bar{\varpi}_y} \approx 0$:

$$m_z^{\bar{\varpi}_z} = m_z^{\bar{\varpi}}(\alpha, \beta)/(2\bar{b}_a \sin\beta), \text{ или } m_z^{\bar{\varpi}_z} = [m_z^{\bar{\varpi}}(\alpha, +\beta) - m_z^{\bar{\varpi}}(\alpha, -\beta)]/(4\bar{b}_a \sin\beta). \quad (1.5)$$

Производные от коэффициента продольной силы, как показывают элементарные оценки, являются малыми: $c_x^{\bar{\varpi}_x} \approx c_x^{\bar{\varpi}_y} \approx c_x^{\bar{\varpi}_z} \approx 0$, они для оценки устойчивости движения самолёта не используются и поэтому в дальнейшем не рассматриваются. Для симметричной модели, и на это указывают многочисленные экспериментальные данные, также можно считать, что при любых α в пределах $|\beta|$<15÷20°: $c_y^{\bar{\varpi}_x} \approx c_y^{\bar{\varpi}_y} \approx c_z^{\bar{\varpi}_z} = 0$.

Аналогично (1.5) оценивается производная $c_y^{\bar{\varpi}_z}$:

$$c_y^{\overline{\omega}_z} = c_y^{\overline{\omega}}(\alpha,\beta)/(2\overline{b}_a \sin\beta), \text{ или } c_y^{\overline{\omega}_z} = [c_y^{\overline{\omega}}(\alpha,+\beta) - c_y^{\omega}(\alpha,-\beta)]/(4\overline{b}_a \sin\beta). \quad (1.6)$$

Итак, осталось определить производные: $c_z^{\overline{\omega}_x}$, $c_z^{\overline{\omega}_y}$, $m_x^{\overline{\omega}_x}$, $m_x^{\overline{\omega}_y}$, $m_y^{\overline{\omega}_x}$, $m_y^{\overline{\omega}_y}$.

Заметим, что угловая скорость вращения на вращающейся установке совпадает с продольной компонентой угловой скорости в скоростной системе координат: $\omega \equiv \omega_{xa}$. При β=0 связь между компонентами угловой скорости и производными по этим компонентам в скоростной и связанной системах координат выражается соотношениями:

$$\begin{cases} \overline{\omega}_{xa} = \overline{\omega}_x \cos\alpha - \overline{\omega}_y \sin\alpha, \\ \overline{\omega}_{ya} = \overline{\omega}_x \sin\alpha + \overline{\omega}_y \cos\alpha, \end{cases} \qquad \begin{cases} f^{\overline{\omega}_{xa}} = f^{\overline{\omega}_x} \cos\alpha - f^{\overline{\omega}_y} \sin\alpha, \\ f^{\overline{\omega}_{ya}} = f^{\overline{\omega}_x} \sin\alpha + f^{\overline{\omega}_y} \cos\alpha, \end{cases}$$
$$\begin{cases} \overline{\omega}_x = \overline{\omega}_{xa} \cos\alpha + \overline{\omega}_{ya} \sin\alpha, \\ \overline{\omega}_y = -\overline{\omega}_{xa} \sin\alpha + \overline{\omega}_{ya} \cos\alpha, \end{cases} \qquad \begin{cases} f^{\overline{\omega}_x} = f^{\overline{\omega}_{xa}} \cos\alpha + f^{\overline{\omega}_{ya}} \sin\alpha, \\ f^{\overline{\omega}_y} = -f^{\overline{\omega}_{xa}} \sin\alpha + f^{\overline{\omega}_{ya}} \cos\alpha, \end{cases} \quad (1.7)$$

где f – любой из рассматриваемых параметров (например, m_x, m_y, c_z).

Последние два соотношения в (1.7) указывают на способ оценки искомых производных: $c_z^{\overline{\omega}_x}$, $c_z^{\overline{\omega}_y}$, $m_x^{\overline{\omega}_x}$, $m_x^{\overline{\omega}_y}$, $m_y^{\overline{\omega}_x}$, $m_y^{\overline{\omega}_y}$. Входящие в первые слагаемые в правой части этих соотношений производные $m_x^{\overline{\omega}_{xa}}, m_y^{\overline{\omega}_{xa}}, c_z^{\overline{\omega}_{xa}}$ определяется по результатам испытаний на вращающейся установке. Таким образом, задача сводится к оценке производных $m_x^{\overline{\omega}_{ya}}, m_y^{\overline{\omega}_{ya}}, c_z^{\overline{\omega}_{ya}}$, для чего необходимо привлечь дополнительные экспериментальные, теоретические или расчетные данные. Оценку этих производных будем проводить для отдельных элементов самолета, таких как: крыло, вертикальное оперение (ВО), горизонтальное оперение (ГО), фюзеляж, мотогондолы, с последующим их суммированием и, по-возможности, с учетом интерференции элементов.

2. Общие выражения для боковых аэродинамических коэффициентов демпфирования вращения ла или его элемента в отсутствии скольжения

Вращение самолета относительно центра масс с угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}=(\omega_x,\omega_y,\omega_z)$ приводит к появлению дополнительной скорости $\Delta\boldsymbol{V}=(\Delta V_x,\Delta V_y,\Delta V_z)$ движения его элемента, условный центр которого относительно центра масс самолета задан радиус-вектором $\boldsymbol{R}=(x,y,z):\Delta\boldsymbol{V}=[\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{R}]$, или в проекциях:

$$\Delta V_x=\omega_y z-\omega_z y,\quad \Delta V_y=\omega_z x-\omega_x z,\quad \Delta V_z=\omega_x y-\omega_y x. \tag{2.1}$$

Условный центр элемента – это точка, относительно которой определяются моментные аэродинамические характеристики элемента.

Будем считать, что выражения (2.1) записаны в связанной с самолетом системе координат с центром в точке расположения центра масс. Компоненты суммарной местной скорости в центре рассматриваемого элемента будут равны:

$$\begin{aligned} V_{1x}&=\ \ V\cos\alpha\cos\beta+\omega_y z-\omega_z y,\\ V_{1y}&=-V\sin\alpha\cos\beta+\omega_z x-\omega_x z,\\ V_{1z}&=\ \ V\sin\beta\qquad\quad +\omega_x y-\omega_y x. \end{aligned} \tag{2.2}$$

Местные значения углов атаки α_1 и скольжения β_1, модуля скорости V_1 и скоростного напора q_1 выражаются следующим образом:

$$\alpha_1=-arctg\frac{V_{1y}}{V_{1x}},\quad \beta_1=\arcsin\frac{V_{1z}}{V_1},\quad V_1=\sqrt{\frac{2q_1}{\rho}},\quad q_1=\frac{\rho}{2}\left(V_{1x}^2+V_{1y}^2+V_{1z}^2\right). \tag{2.3}$$

В интересах рассматриваемой задачи выполним линеаризацию полученных выражений по компонентам угловой скорости ω_x и ω_y при $\omega_x\to 0$, $\omega_y\to 0$, произвольных фиксированных значениях угла атаки α и скорости набегающего потока V и при нулевых значениях угла скольжения и продольной компоненты угловой скорости $\beta = \omega_z = 0$:

$$\alpha_1 = \alpha + \alpha^{\overline{\omega}_x}\overline{\omega}_x + \alpha^{\overline{\omega}_y}\overline{\omega}_y,\ \ \beta_1 = \beta^{\overline{\omega}_x}\overline{\omega}_x + \beta^{\overline{\omega}_y}\overline{\omega}_y,\ \ \overline{q}_1 = 1\ +\ \overline{q}^{\overline{\omega}_x}\overline{\omega}_x + \overline{q}^{\overline{\omega}_y}\overline{\omega}_y, \qquad (2.4)$$

$$\overline{\omega}_x = \frac{\omega_x \quad b_e}{V},\ \overline{\omega}_y = \frac{\omega_y \quad b_e}{V},\ \ \overline{q}_1 = \frac{q_1}{q},\ \overline{q}^{\overline{\omega}_x} = \frac{q_1^{\overline{\omega}_x}}{q},\ \overline{q}^{\overline{\omega}_y} = \frac{q_1^{\overline{\omega}_y}}{q},\ q = \frac{\rho}{2}\left(V_x^2 + V_y^2 + V_z^2\right),$$

где b_e – характерный линейный размер элемента самолета. Значения частных производных в (2.4) при заданных ограничениях определятся простыми выражениями, полученными дифференцированием (2.3) с учетом (2.2):

$$\alpha^{\overline{\omega}_x} = \overline{z}\cos\alpha,\ \ \alpha^{\overline{\omega}_y} = -\overline{z}\sin\alpha,\ \beta^{\overline{\omega}_x} = \overline{y},\ \ \beta^{\overline{\omega}_y} = -\overline{x},\ \ \overline{q}^{\overline{\omega}_x} = 2\overline{z}\sin\alpha,\ \ \overline{q}^{\overline{\omega}_y} = 2\overline{z}\cos\alpha, \qquad (2.5)$$

где $\overline{x} = x/b_e$, $\quad \overline{y} = y/b_e$, $\quad \overline{z} = z/b_e$.

Перепишем соотношения (2.4), (2.5) в скоростной системе координат, связь которой со связанной системой координат описывается соотношениями (1.7):

$$\alpha_1 = \alpha + \alpha^{\overline{\omega}_{xa}}\overline{\omega}_{xa} + \alpha^{\overline{\omega}_{ya}}\overline{\omega}_{ya},\ \beta_1 = \beta^{\overline{\omega}_{xa}}\overline{\omega}_{xa} + \beta^{\overline{\omega}_{ya}}\overline{\omega}_{ya},\ \overline{q}_1 = 1\ +\ \overline{q}^{\overline{\omega}_{xa}}\overline{\omega}_{xa} + \overline{q}^{\overline{\omega}_{ya}}\overline{\omega}_{ya}, \quad (2.6)$$

$$\begin{gathered}\alpha^{\overline{\omega}_{xa}} = \overline{z},\quad \alpha^{\overline{\omega}_{ya}} = 0,\ \beta^{\overline{\omega}_{xa}} = \overline{y}\cos\alpha + \overline{x}\sin\alpha,\ \ \beta^{\overline{\omega}_{ya}} = \overline{y}\sin\alpha - \overline{x}\cos\alpha,\\ \overline{q}^{\overline{\omega}_{xa}} = 0, \qquad\qquad \overline{q}^{\overline{\omega}_{ya}} = 2\overline{z}.\end{gathered} \qquad (2.7)$$

Отметим, что в (2.7) $\overline{x}, \overline{y}, \overline{z}$ – по-прежнему безразмерные координаты центра рассматриваемого элемента в связанной системе координат.

Запишем теперь в скоростной системе координат линеаризованные выражения для компонент аэродинамической силы, действующей на элемент самолета при произвольном фиксированном значении угла атаки:

$$\begin{aligned}F = F_0 + F_0^{\overline{\omega}_{xa}}\overline{\omega}_{xa} + F_0^{\overline{\omega}_{ya}}\overline{\omega}_{ya} + F^{\alpha}\left(\alpha^{\overline{\omega}_{xa}}\overline{\omega}_{xa} + \alpha^{\overline{\omega}_{ya}}\overline{\omega}_{ya}\right) + \\ + F^{\beta}\left(\beta^{\overline{\omega}_{xa}}\overline{\omega}_{xa} + \beta^{\overline{\omega}_{ya}}\overline{\omega}_{ya}\right) + F^{\overline{q}}\left(\overline{q}^{\overline{\omega}_{xa}}\overline{\omega}_{xa} + \overline{q}^{\overline{\omega}_{ya}}\overline{\omega}_{ya}\right).\end{aligned} \tag{2.8}$$

Здесь F_0 – значение компоненты силы при фиксированном значения угла атаки без вращения; $F_0^{\overline{\omega}_{xa}}, F_0^{\overline{\omega}_{ya}}$ – производные при вращении элемента вокруг его центра (при $|\boldsymbol{R}|=0$), F может принимать значения X, Y, Z.

Так как $F = q_1 S_e c_F$ (S_e – площадь элемента, c_F – безразмерный коэффициент), то $F^{\overline{q}_1} = F_0$, и выражение для силы (2.8) может быть переписано в виде:

$$\begin{aligned}F = F_0 + [F_0^{\overline{\omega}_{xa}} + F^{\alpha}\overline{z} + F^{\beta}\left(\overline{y}\cos\alpha + \overline{x}\sin\alpha\right)]\overline{\omega}_{xa} + \\ + [F_0^{\overline{\omega}_{ya}} + F^{\beta}\left(\overline{y}\sin\alpha - \overline{x}\cos\alpha\right) + 2F_0\overline{z}]\overline{\omega}_{ya}.\end{aligned} \tag{2.9}$$

Таким образом, из (2.9) следует, что частные производные компонент силы по компонентам угловой скорости в скоростной системе координат будут равны:

$$\begin{aligned}F^{\overline{\omega}_{xa}} = F_0^{\overline{\omega}_{xa}} + F^{\alpha}\overline{z} + F^{\beta}\left(\overline{y}\cos\alpha + \overline{x}\sin\alpha\right), \\ F^{\overline{\omega}_{ya}} = F_0^{\overline{\omega}_{ya}} + F^{\beta}\left(\overline{y}\sin\alpha - \overline{x}\cos\alpha\right) + 2F_0\overline{z}.\end{aligned} \tag{2.10}$$

Заметим, что эти выражения справедливы также и для коэффициентов компонент аэродинамической силы c_x, c_y, c_z.

Если считать ЛА симметричным, то можно положить $c_x^{\beta} = c_{x0}^{\overline{\omega}_{xa}} = c_{x0}^{\overline{\omega}_{ya}} = c_y^{\beta} = c_{y0}^{\overline{\omega}_{xa}} = c_{y0}^{\overline{\omega}_{ya}} = c_{z0} = c_z^{\alpha} = 0$, и тогда из (2.10) следует, что:

$$\begin{aligned}& c_x^{\overline{\omega}_{xa}} = c_x^{\alpha}\overline{z}, \quad c_x^{\overline{\omega}_{ya}} = 2c_{x0}\overline{z}, \quad c_y^{\overline{\omega}_{xa}} = c_y^{\alpha}\overline{z}, \quad c_y^{\overline{\omega}_{ya}} = 2c_{y0}\overline{z}, \\ & c_z^{\overline{\omega}_{xa}} = c_{z0}^{\overline{\omega}_{xa}} + c_z^{\beta}(\overline{y}\cos\alpha + \overline{x}\sin\alpha), \qquad c_z^{\overline{\omega}_{ya}} = c_{z0}^{\overline{\omega}_{ya}} + c_z^{\beta}(\overline{y}\sin\alpha - \overline{x}\cos\alpha),\end{aligned} \tag{2.11}$$

подстрочный индекс «0» у производных от коэффициентов здесь и далее означает, что они взяты при вращении элемента вокруг его центра.

Аналогичные соотношения для аэродинамического момента отличаются от приведенных выше слагаемым $\Delta\boldsymbol{M} = -[\boldsymbol{F} \times \boldsymbol{R}]$. Для симметричного ЛА $m_{x0} = m_x^{\alpha} = m_{y0} = m_y^{\alpha} = m_z^{\beta} = m_{z0}^{\overline{\omega}_{xa}} = 0$, и формулы для производных примут вид:

$$
\begin{aligned}
m_x^{\overline{\omega}_{xa}} &= m_{x0}^{\overline{\omega}_{xa}} + m_x^{\beta}(\bar{y}\cos\alpha + \bar{x}\sin\alpha) + c_z^{\overline{\omega}_{xa}}\bar{y} - c_y^{\overline{\omega}_{xa}}\bar{z},\\
m_x^{\overline{\omega}_{ya}} &= m_{x0}^{\overline{\omega}_{ya}} + m_x^{\beta}(\bar{y}\sin\alpha - \bar{x}\cos\alpha) + c_z^{\overline{\omega}_{ya}}\bar{y} - c_y^{\overline{\omega}_{ya}}\bar{z},\\
m_y^{\overline{\omega}_{xa}} &= m_{y0}^{\overline{\omega}_{xa}} + m_y^{\beta}(\bar{y}\cos\alpha + \bar{x}\sin\alpha) + c_x^{\overline{\omega}_{xa}}\bar{z} - c_z^{\overline{\omega}_{xa}}\bar{x},\\
m_y^{\overline{\omega}_{ya}} &= m_{y0}^{\overline{\omega}_{ya}} + m_y^{\beta}(\bar{y}\sin\alpha - \bar{x}\cos\alpha) + c_x^{\overline{\omega}_{ya}}\bar{z} - c_z^{\overline{\omega}_{ya}}\bar{x},\\
m_z^{\overline{\omega}_{xa}} &= m_z^{\alpha}\bar{z} + c_y^{\overline{\omega}_{xa}}\bar{x} - c_x^{\overline{\omega}_{xa}}\bar{y}, \quad m_z^{\overline{\omega}_{ya}} = 2m_{z0}\bar{z} + c_y^{\overline{\omega}_{ya}}\bar{x} - c_x^{\overline{\omega}_{ya}}\bar{y}.
\end{aligned}
\tag{2.12}
$$

Выражения для интересующих нас производных по $\overline{\omega}_{ya}$ после подстановки (2.11) в (2.12) примут вид:

$$
\begin{aligned}
c_z^{\overline{\omega}_{ya}} &= c_{z0}^{\overline{\omega}_{ya}} + c_z^{\beta}(\bar{y}\sin\alpha - \bar{x}\cos\alpha),\\
m_x^{\overline{\omega}_{ya}} &= m_{x0}^{\overline{\omega}_{ya}} + m_x^{\beta}(\bar{y}\sin\alpha - \bar{x}\cos\alpha) + c_{z0}^{\overline{\omega}_{ya}}\bar{y} - 2c_{y0}\bar{z}^2,\\
m_y^{\overline{\omega}_{ya}} &= m_{y0}^{\overline{\omega}_{ya}} + m_y^{\beta}(\bar{y}\sin\alpha - \bar{x}\cos\alpha) + 2c_{x0}\bar{z}^2 - c_z^{\overline{\omega}_{ya}}\bar{x}.
\end{aligned}
\tag{2.13}
$$

Из (2.13) следует, что для расчета $c_z^{\overline{\omega}_{ya}}, m_x^{\overline{\omega}_{ya}}, m_y^{\overline{\omega}_{ya}}$ для каждого элемента самолета необходимо определить следующие коэффициенты:

$$
\left.
\begin{array}{l}
-\, c_{x0}, c_{y0}, m_x^{\beta}, m_y^{\beta}, c_z^{\beta} \text{ при } |\boldsymbol{\omega}| = 0,\\
-\, m_{x0}^{\overline{\omega}_{ya}}, m_{y0}^{\overline{\omega}_{ya}}, c_{z0}^{\overline{\omega}_{ya}} \text{ при вращении относительно центра элемента.}
\end{array}
\right\}
\tag{2.14}
$$

Назовем эти восемь параметров базовыми аэродинамическими параметрами элемента. Методики оценки зависимостей базовых параметров от угла атаки для различных элементов самолета описаны в соответствующих разделах. Кроме этого, для каждого элемента должен быть задан радиус-вектор его условного центра в связанной с самолетом системе координат.

Можно отметить, что полученные результаты для элемента модели самолета применимы и к модели самолета в целом.

Формулы пересчета значений аэродинамических коэффициентов и их производных, обезразмеренных параметрами элемента, в величины, соответствующие параметрам самолета, с учетом (1.1) – (1.3) следующие: $c_i = c_{ei} K_S$, $m_i = m_{ei} K_S K_l$, $c_i^{\beta} = c_{ei}^{\beta} K_S$, $m_i^{\beta} = m_{ei}^{\beta} K_s K_l$, $c_i^{\overline{\omega}_{ya}} = c_{ei}^{\overline{\omega}_{ya}} K_S K_{\omega} / K_l$, $m_i^{\overline{\omega}_{ya}} = m_{ei}^{\overline{\omega}_{ya}} K_S K_{\omega}$, где $i = x, y, z$; $K_S = S_e / S$, $K_l = b_e / l$; $K_{\omega} = 1$, если b_e – хорда, K_{ω}=1/2, если b_e – полуразмах.

При оценках аэродинамических параметров некоторых элементов самолета они могут быть приближенно рассмотрены как несущие поверхности малого или умеренного удлинения λ, обтекаемые под малым углом атаки. В [3] приведены выражения для производных подъёмной силы и продольного момента крыла для двух предельных случаев $\lambda \to 0$ и $\lambda = \infty$. Эти выражения для $\overline{x} = 0.5$ представлены ниже в таблице, они могут быть использованы для оценок производных подъёмной силы и продольного момента элемента при фактических значениях удлинения.

$\lambda = \infty$	$\lambda \to 0$
$c_y^{\alpha} = 2\pi$	$c_y^{\alpha} = \pi\lambda/2$
$c_y^{\overline{\omega}_z} = \pi/2$	$c_y^{\overline{\omega}_z} = \pi\lambda/4$
$m_z^{\alpha} = \pi/2$	$m_z^{\alpha} = \pi\lambda/4$

$m_z^{\bar{\omega}_z}=0$	$m_z^{\bar{\omega}_z}=-\pi\lambda/8$

Итак, задача состоит в том, чтобы для каждого элемента модели самолета по соотношениям (2.13) оценить производные $c_z^{\bar{\omega}_{ya}}, m_x^{\bar{\omega}_{ya}}, m_y^{\bar{\omega}_{ya}}$, которые, в свою очередь, определяются базовыми параметрами (2.14). Эти базовые параметры (2.14), по-возможности, находятся из эксперимента, с учетом интерференции отдельного элемента с полной аэродинамической компоновкой модели, или, если экспериментальные данные отсутствуют, расчетным путем (без учета интерференции). Затем производные $c_z^{\bar{\omega}_{ya}}, m_x^{\bar{\omega}_{ya}}, m_y^{\bar{\omega}_{ya}}$ для каждого из элементов модели самолета (крыло, фюзеляж, ГО, ВО, мотогондолы) суммируются, и по последним двум соотношениям в (1.7) находятся производные для данной модели ЛА: $c_z^{\bar{\omega}_x}$, $c_z^{\bar{\omega}_y}$, $m_x^{\bar{\omega}_x}$, $m_x^{\bar{\omega}_y}$, $m_y^{\bar{\omega}_x}$, $m_y^{\bar{\omega}_y}$.

3. Аэродинамические параметры крыла

За центр крыла примем точку $x_{\text{КР}}=x_{\text{А}}, y_{\text{КР}}=y_{\text{А}}, z_{\text{КР}}=0$, где $x_{\text{А}}$ и $y_{\text{А}}$ – координаты точки, лежащей на ¼ средней аэродинамической хорды (САХ) крыла, в связанной с самолетом системе координат. В [5] для крыла достаточно большого удлинения в приближении гипотезы плоских сечений показано, что производные от моментов крена и рыскания, обусловленные соответственно нормальными и продольными распределенными силами, определяются выражениями

$$m_{x0\text{КР}}^{\bar{\omega}_{ya}}=-8\lambda\int_0^{1/2} c_y(\alpha_{*0},\bar{z})\,\bar{b}(\bar{z})\bar{z}^2 d\bar{z},\quad m_{y0\text{КР}}^{\bar{\omega}_{ya}}=-8\lambda\int_0^{1/2} c_x(\alpha_{*0},\bar{z})\,\bar{b}(\bar{z})\bar{z}^2 d\bar{z},\qquad(3.1)$$

где $\alpha_{*0} = \alpha + \alpha_{\psi} + \alpha_i$ – местный угол атаки, α – угол атаки крыла, α_{ψ} – угол геометрической крутки, α_i – угла индуктивного скоса.

Распределение коэффициента подъёмной силы по размаху при различных углах атаки может быть определено по результатам выполненных ранее в ЦАГИ измерений распределения давления на изолированных крыльях различной стреловидности. Результаты этих измерений сведены в базу данных, которая включает в себя данные для ряда изолированных крыльев.

Следует иметь ввиду, что распределение коэффициента подъёмной силы по размаху получены на крыльях конечного удлинения в зависимости от угла атаки крыла. Это означает, что наличие индуктивного скоса α_i автоматически учтено и не требуется его оценка и подстановка в представленную выше формулу для α_{*0}.

Удлинение крыла исследуемого ЛА может отличаться от удлинения изолированных крыльев, включенных в базы данных. Для учета этого выполняется нормировка определенной по базе данных зависимости $c_{y\text{БД}}(\alpha, \bar{z})$ таким образом, чтобы рассчитанная по ней нормальная сила крыла была равна нормальной силе крыла исследуемой модели, оцененной экспериментально $c_{y\text{КР}}(\alpha)$:

$$c_y(\alpha, \bar{z}) = c_{y\text{БД}}(\alpha - \alpha_{0\text{КР}}, \bar{z}) K_{Cy}(\alpha), \quad K_{Cy}(\alpha) = c_{y0KP}(\alpha) / (2\int_0^{0.5} c_{y\text{БД}}(\alpha - \alpha_{0\text{КР}}, \bar{z}) \bar{b}(\bar{z}) d\bar{z}).$$

Экспериментальная оценка коэффициента нормальной силы крыла может быть получена с использованием результатов весовых испытаний полной модели на установке без вращения по формуле:

$$c_{y0\text{КР}}(\alpha) = c_{y0\text{МОД}}(\alpha) - c_{y0\text{ФЮЗ}}(\alpha) - c_{y0\text{ГО}}(\alpha), \tag{3.2}$$

где $c_{y0\text{МОД}}(\alpha)$ – результат испытаний модели, $c_{y0\text{ФЮЗ}}(\alpha)$ – оценка коэффициента нормальной силы фюзеляжа, $c_{y0\text{ГО}}(\alpha)$ – коэффициент нормальной силы горизонтального оперения. Величину $c_{y0\text{ФЮЗ}}(\alpha)$ трудно вычленить из результатов испытаний модели, ее оценка производится расчетным путем (см. раздел 5). Значение $c_{y0\text{ГО}}(\alpha)$ может быть определено с учетом интерференции путем проведения испытаний полной модели и модели без ГО:

$$c_{y0\text{ГО}}(\alpha) = c_{y0\text{МОД}}(\alpha) - c_{y0\text{безГО}}(\alpha), \tag{3.3}$$

где $c_{y0\text{безГО}}(\alpha)$ – нормальная сила на модели без ГО.

Коэффициент продольной силы крыла определяется аналогично (3.2) с использованием результатов весовых испытаний полной модели:

$$c_{x0\text{КР}}(\alpha) = c_{x0\text{МОД}}(\alpha) - c_{x0\text{ФЮЗ}}(\alpha) - c_{x0\text{ГО}}(\alpha) - c_{x0\text{ВО}}(\alpha), \tag{3.4}$$

где $c_{x0\text{МОД}}(\alpha)$ – результат испытаний модели, $c_{x0\text{ФЮЗ}}(\alpha)$ – оценка коэффициента продольной силы фюзеляжа, $c_{x0\text{ГО}}(\alpha)$ и $c_{x0\text{ВО}}(\alpha)$ – коэффициенты продольных сил горизонтального и вертикального оперения. Величины $c_{x0\text{ГО}}(\alpha)$ и $c_{x0\text{ВО}}(\alpha)$ в (3.4) определяются с учетом интерференции путем проведения испытаний полной модели и модели без ГО и ВО, соответственно, по формулам:

$$c_{x0\text{ГО}}(\alpha) = c_{x0\text{МОД}}(\alpha) - c_{x0\text{безГО}}(\alpha), \quad c_{x0\text{ВО}}(\alpha) = c_{x0\text{МОД}}(\alpha) - c_{x0\text{безВО}}(\alpha), \tag{3.5}$$

где $c_{x0\text{безГО}}(\alpha)$, $c_{x0\text{безВО}}(\alpha)$ – коэффициенты продольной силы модели без ГО и ВО.

При вычислении $m_{y0\text{КР}}^{\overline{\omega}_{ya}}$ по формуле (3.1) можно пренебречь зависимостью коэффициента продольной силы от координаты сечения крыла: $c_x(\alpha, \bar{z}) = c_{x0\text{КР}}(\alpha)$.

Производная m_x^{β} полной модели определяется в основном крылом и вертикальным оперением. Вклад остальных элементов существенно меньше. Для нахождения $m_{x\text{КР}}^{\beta}$ можно воспользоваться результатами испытаний без вращения полной модели и модели без ВО и ГО:

$$m_{x\text{КР}}^{\beta}(\alpha) = m_{x\text{МОД}}^{\beta}(\alpha) - m_{x\text{ВО}}^{\beta}(\alpha) - m_{x\text{ГО}}^{\beta}(\alpha) - m_{x\text{ФЮЗ}}^{\beta}(\alpha),$$
$$m_{x\text{ВО}}^{\beta}(\alpha) = m_{x\text{МОД}}^{\beta}(\alpha) - m_{x\text{безВО}}^{\beta}(\alpha), \quad m_{x\text{ГО}}^{\beta}(\alpha) = m_{x\text{МОД}}^{\beta}(\alpha) - m_{x\text{безГО}}^{\beta}(\alpha),$$

где $m_{x\text{МОД}}^{\beta}$, $m_{x\text{безВО}}^{\beta}$, $m_{x\text{безГО}}^{\beta}$ – определены по результатам испытаний полной модели, модели без ВО, модели без ГО, а $m_{x\text{ФЮЗ}}^{\beta}$ – расчетная оценка для фюзеляжа, к которому отнесены и мотогондолы (см. ниже). Следует отметить, что вклад $m_{x\text{КР}}^{\beta}$ во вращательную производную $m_{x\text{КР}}^{\bar{\omega}_{ya}}$ в соответствии с (2.13), как правило, не велик, так как центр крыла расположен близко к центру масс самолета и $\bar{x}_{\text{КР}}, \bar{y}_{\text{КР}}$ малы.

Остальные базовые аэродинамические параметры, входящие в (2.13), для крыла с умеренным углом поперечного V малы: $m_{y\text{КР}}^{\beta} \approx 0,\ c_{z\text{КР}}^{\beta} \approx 0,\ c_{z0\text{КР}}^{\bar{\omega}_{ya}} \approx 0$.

4. Параметры горизонтального оперения

Оценка аэродинамических характеристик горизонтального оперения с учетом его взаимодействия с остальными элементами модели может быть проведена на основе испытаний полной модели и модели без ГО для $c_{x0\text{ГО}}(\alpha)$ и $c_{y0\text{ГО}}(\alpha)$ по формулам (3.3), (3.5), а для $m_{x\text{ГО}}^{\beta}$, $m_{y\text{ГО}}^{\beta}$, $c_{z\text{ГО}}^{\beta}(\alpha)$ по совершенно аналогичным соотношениям. При этом базовый параметр $c_{z0\text{ГО}}^{\bar{\omega}_{ya}}$, входящий в (2.13), как и для крыла с малым углом поперечного V, также мал: $c_{z0\text{ГО}}^{\bar{\omega}_{ya}} \approx 0$. Входящие в (2.13) величины $m_{x0\text{ГО}}^{\bar{\omega}_{ya}}, m_{y0\text{ГО}}^{\bar{\omega}_{ya}}$ определяются по формулам (3.1).

Далее расчетные оценки для ГО проводятся аналогично крылу.

5. Параметры вертикального оперения

Из соотношений (2.13) и того факта, что ВО, как правило, расположено на значительном удалении от центра масс самолета, следует вывод, что вклад ВО в характеристики демпфирования вращения определяется в первую очередь производными боковых силы и момента по углу скольжения $c^{\beta}_{z\text{ВО}}, m^{\beta}_{y\text{ВО}}$. Эти характеристики, а также $c_{x0\text{ВО}}, c_{y0\text{ВО}}, m^{\beta}_{x\text{ВО}}$ (две последние малы при любых α), могут быть непосредственно определены по результатам статических испытаний полной модели и модели без ВО. По результатам испытаний для ВО невозможно определить значения трех производных $m^{\bar{\omega}_{ya}}_{x0BO}, m^{\bar{\omega}_{ya}}_{y0BO}, m^{\bar{\omega}_{ya}}_{z0BO}$, входящих в число базовых параметров (2.14), для их оценки используется следующая расчетная методика.

Для расчетной оценки сил и моментов, действующих на ВО, заменим его прямоугольной поверхностью той же площади $S_{\text{ВО}}$ и того же удлинения $\lambda_{\text{ВО}}$. Центр прямоугольной поверхности поместим в центр средней аэродинамической хорды ВО. Для такой поверхности в таблице, представленной в разделе 2, определены производные аэродинамических коэффициентов. Чтобы пользоваться этой таблицей применительно к ВО в ней в коэффициентах необходимо заменить индексы α на β, а y поменять на z, z на y, при этом в соответствии с правилом знаков величинам в первых двух строках придать знак минус.

Тогда значения производных $c_{z0\text{ВО}}^{\bar{\omega}_{ya}}, m_{y0\text{ВО}}^{\bar{\omega}_{ya}}$ при малых углах атаки, когда ВО не затенено фюзеляжем, оцениваются с использованием упомянутой таблицы и формул приведения, указанных в разделе 2.

Следует отметить, что вертикальное оперение (или его часть), расположенное над фюзеляжем, с ростом угла атаки попадает в аэродинамическую тень фюзеляжа, и его демпфирующие свойства ослабевают. Для учета такого ослабления (интерференции) в расчетной методике предлагается воспользоваться коэффициентом $K_{\text{ВО}}(\alpha)$, построенным на основе экспериментальной зависимости эффективности руля направления от угла атаки $\Delta m_{ун}(\alpha)$: $K_{\text{во}}(\alpha) = \Delta m_{\text{ун}}(\alpha) / \Delta m_{\text{ун}}(0)$. Для частей вертикального оперения, находящихся под фюзеляжем, можно положить $K_{\text{ВО}}=1$ при α = 0÷90°. Значения параметров $c_{z0\text{ВО}}^{\bar{\omega}_{ya}}, m_{y0\text{ВО}}^{\bar{\omega}_{ya}}$ при любых углах атаки определяются формулами: $c_{z0\text{ВО}}^{\bar{\omega}_{ya}}(\alpha) = c_{z0\text{ВО}}^{\bar{\omega}_{ya}}(0) K_{\text{ВО}}(\alpha)$, $m_{y0\text{ВО}}^{\bar{\omega}_{ya}}(\alpha) = m_{y0\text{ВО}}^{\bar{\omega}_{ya}}(0) K_{\text{ВО}}(\alpha)$.

6. Аэродинамические параметры фюзеляжа

Для определения производных (2.13) как и в случае других элементов модели самолета, необходимо найти восемь базовых параметров (2.14). Поскольку боковая сила и путевой момент, действующие на самолет, создаются в основном фюзеляжем и ВО, то производные $c_{z\text{ФЮЗ}}^{\beta}, m_{y\text{ФЮЗ}}^{\beta}$ определяются на основе экспериментов с полной моделью и моделью без вертикального оперения. Как показывает опыт испытаний многих моделей гражданских самолетов классической компоновки, влияние крыла и ГО на эти производные пренебрежимо мало.

В качестве упрощенной геометрической модели фюзеляжа примем эллиптический цилиндр с закругленными торцами.

Коэффициент продольной силы фюзеляжа в связанной с моделью самолёта системе координат при любых углах атаки может быть представлен в соответствии с [16 –18], в следующем виде:

$$c_{x0\text{ФЮЗ}}(\alpha)=c_{x\phi 0}\cdot(S_x/S)\cos^2\alpha\,, \tag{6.1}$$

где $c_{x\phi 0}$ – коэффициент сопротивления фюзеляжа при продольном обтекании (α=0), отнесенный к площади миделевого сечения фюзеляжа S_x.

Оценки коэффициента нормальной силы фюзеляжа и её производной по углу атаки можно получить исходя из того, что при малых углах атаки фюзеляж может рассматриваться как крыло малого удлинения, а при $\alpha\approx 90°$ нормальная сила равна силе сопротивления $c_{x\phi 90}$ эллиптического цилиндра, установленного поперёк потока:

$$\left.\begin{array}{llll} c_{y\text{ф}}=0, & c^{\alpha}_{y\text{ф}}=\pi\lambda_y\cdot(S_y/S)/2, & \lambda_y=S_y/L^2_{\text{ф}} & \text{при } \alpha=0,\\ c_{y\text{ф}}=c_{x\text{ф}90}\cdot S_y/S, & c^{\alpha}_{y\text{ф}}=0 & & \text{при } \alpha=90°, \end{array}\right\} \tag{6.2}$$

где S_y – площадь проекции фюзеляжа на плоскость xoz, $L_{\text{ф}}$ – длина фюзеляжа, S – площадь крыла. Гладкая функция, удовлетворяющая условиям (6.2), может быть представлена в следующем виде:

$$\left.\begin{array}{c} c_{y0\text{ФЮЗ}}(\alpha)=A_1\sin\alpha+A_2\sin^2\alpha,\\ A_1=(\pi\lambda_y)(S_y/S)/2,\quad A_2=(c_{x\text{ф}90}-\pi\lambda_y/2)\cdot(S_y/S). \end{array}\right\} \tag{6.3}$$

Коэффициент сопротивления эллиптического цилиндра с закругленными торцами, установленного поперек потока, определяется в соответствии с [7]:

$$c_{x\text{ф}90}=c_{x\infty}(w/h)\cdot K_{\lambda y}(\lambda_y)\cdot K_R(\lambda_y), \tag{6.4}$$

где $c_{x\infty}(w/h)$ – коэффициент сопротивления бесконечного эллиптического цилиндра с отношением поперечного размера к продольному размеру, равным w/h; $K_{\lambda y}(\lambda_y)$ – коэффициент уменьшения сопротивления для цилиндра с удлинением λ_y с плоскими торцами; $K_R(\lambda_y)$ – коэффициент уменьшения сопротивления при закруглении торцов цилиндра с удлинением λ_y. Значения указанных коэффициентов брались при числах Рейнольдса $\mathrm{Re}\sim10^5$, соответствующих условиям поперечного обтекания фюзеляжей моделей в аэродинамической трубе при $V\approx25$ м/с. Соотношения (6.1), (6.4) могут быть использованы для оценки вклада фюзеляжа в коэффициенты продольной и нормальной сил модели самолёта в целом в широком диапазоне углов атаки.

Для оценки вклада фюзеляжа в характеристики демпфирования вращения рассмотрим сначала продольное (α=0) и поперечное (α=90°) обтекание фюзеляжа при нулевом скольжении внешнего набегающего потока при малых вращениях относительно связанных осей *ox* и *oy*.

При малых углах атаки фюзеляж может рассматриваться как крыло малого удлинения, и производные аэродинамических коэффициентов относительно центра фюзеляжа в первом приближении можно определить по правому столбцу таблицы представленной в разделе 2, если в ней поменять индексы: α на β, y на z, z на y, а величинам c_z^β и $c_z^{\overline{\omega}_y}$ придать знак минус, при этом нужно считать, что $\lambda=\lambda_z=S_z\big/L_\phi^2, S_z$ аналогично S_y в (6.2). Значения производных момента крена относительно центра фюзеляжа малы, поэтому принимается, что $m_{x\text{ФЮЗ}}^{\beta}=m_{x0\text{ФЮЗ}}^{\overline{\omega}_{ya}}=0$.

При углах атаки $\alpha\approx 90°$ фюзеляж может рассматриваться как эллиптический цилиндр, обтекаемый поперёк. Производная по углу скольжения коэффициента боковой силы $c^{\beta}_{z\text{ФЮЗ}}(w/h)$, действующей в сечении фюзеляжа, зависит от формы поперечного сечения, где w – размер эллипса по оси $0z$, h – по оси $0y$. Эта зависимость определялась в соответствии с экспериментальными результатами [18 – 20]. Остальные коэффициенты, входящие в (2.13), при этом малы: $m^{\beta}_{x\text{ФЮЗ}} = m^{\overline{\omega}_{ya}}_{x0\text{ФЮЗ}} = m^{\beta}_{y\text{ФЮЗ}} = m^{\overline{\omega}_{ya}}_{y0\text{ФЮЗ}} = c^{\overline{\omega}_{ya}}_{z0\text{ФЮЗ}} = 0$.

Для оценки шести (за исключением описанных выше $c_{x0\text{ФЮЗ}}$ и $c_{y0\text{ФЮЗ}}$) базовых параметров фюзеляжа (2.14) $c^{\beta}_{z\text{ФЮЗ}}, m^{\beta}_{x\text{ФЮЗ}}, m^{\beta}_{y\text{ФЮЗ}}, c^{\overline{\omega}_{ya}}_{z0\text{ФЮЗ}}, m^{\overline{\omega}_{ya}}_{x0\text{ФЮЗ}}, m^{\overline{\omega}_{ya}}_{y0\text{ФЮЗ}}$ при углах атаки 0<α<90° можно воспользоваться сращиванием решений для $\alpha = 0$ и $\alpha = 90°$ с помощью весовых функций, в качестве которых воспользуемся $cos^2\alpha$ и $sin^2\alpha$:

$c(\alpha) = \cos^2\alpha \cdot c\big|_{\alpha=0} + \sin^2\alpha \cdot c\big|_{\alpha=90°}$, где c – один из перечисленных выше шести базовых параметров.

Аналогичный подход может быть применен к крупным элементам самолета типа гондол двигателей.

7. Примеры оценок

По описанной методике были выполнены оценки вращательных производных модели пассажирского самолета с крылом умеренной стреловидности, при этом использовались результаты испытаний полной модели и модели без ВО и ГО. В приведенных ниже результатах максимально учитывались экспериментальные данные. Расчетные оценки использовались лишь для определения производных

$c_{z0}^{\overline{\omega}_{ya}}$, $m_{x0}^{\overline{\omega}_{ya}}$, $m_{y0}^{\overline{\omega}_{ya}}$ отдельных элементов при их вращении относительно собственного условного центра, а также для определения коэффициентов нормальной и продольной сил, действующих на фюзеляж и мотогондолы при малых α. Расчетные оценки опираются на эмпирические данные и результаты расчетных исследований более высокого уровня сложности, представленные в библиографии.

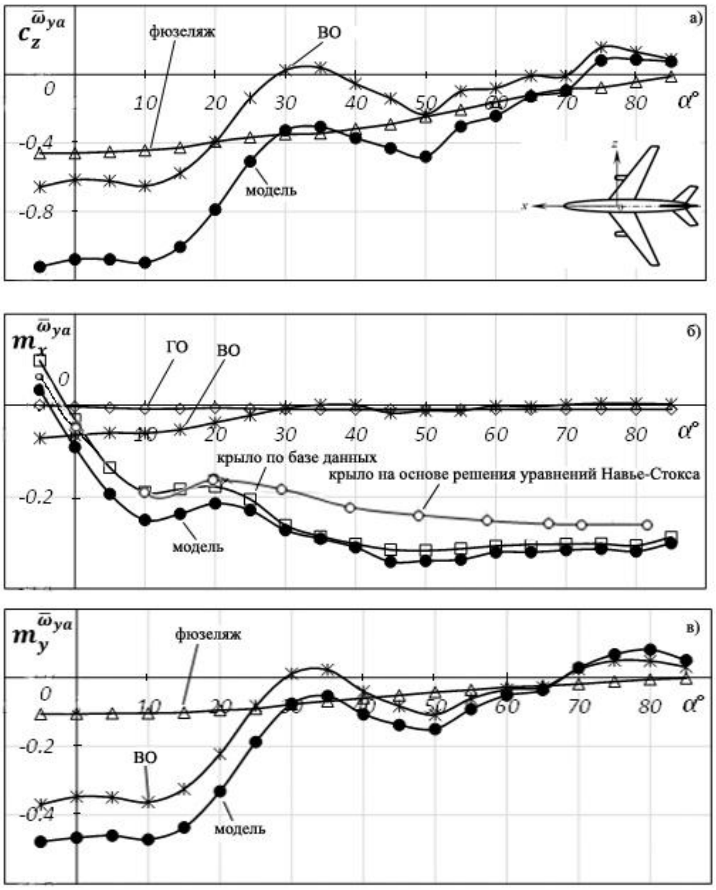

Рис. 1. Вращательные производные по компоненте $\overline{\omega}_{ya}$ безразмерной угловой скорости в скоростной системе координат для элементов модели

На рис. 1 приведены рассчитанные по формулам (2.13) производные по вертикальной компоненте угловой скорости в скоростной системе координат коэффициентов боковой силы (рис. 1,*а*), момента крена (рис. 1,*б*), и путевого момента (рис. 1,*в*), действующих на различные элементы модели и модель в целом. Производные для модели получены суммированием производных для элементов.

Следует отметить, что производная $m_x^{\omega_{ya}}$ крыла, представленная на рис. 1,б, определялась на основе имеющийся базы данных для крыльев различных конфигураций. Для сравнения этих результатов с точным решением (3.1), полученным в [5], были проведены расчеты модели этого самолета на основе решения осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса [21].

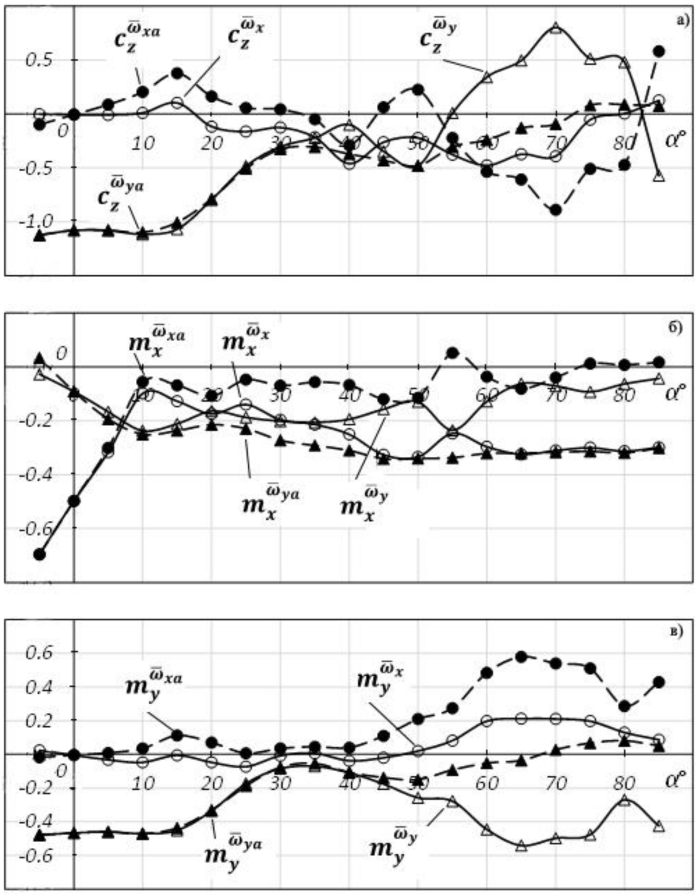

Рис. 2. Вращательные производные по компонентам безразмерной угловой скорости в скоростной и связанной системе координат для модели в целом

Из рис. 1,б можно видеть, что результаты, полученные по базе данных и на основе указанных расчетов, до углов атаки $\alpha \approx 20^{\circ}$ достаточно близки. На бо́льших углах атаки расчетные значения $m_x^{\omega_{ya}}$ по абсолютной величине заметно ниже полученных на основе базы данных, хотя для приближенных оценок эти результаты можно считать удовлетворительными.

На рис. 2 приведены производные коэффициентов боковой силы, момента крена и путевого момента полной модели по компонентам угловой скорости в скоростной и связанной системах координат. Производные по $\bar\omega_{xa}$ определены по результатам испытаний на вращающейся установке с использованием формулы (1.2), производные по $\bar\omega_{ya}$ – по формулам (2.13), а искомые производные по $\bar\omega_x$ и $\bar\omega_y$ рассчитаны по формулам (1.7).

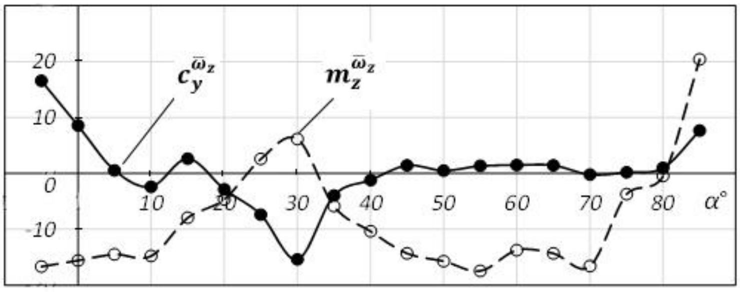

Рис. 3. Производные нормальной силы и продольного момента по компоненте $\overline{\omega}_z$ безразмерной угловой скорости в связанной системе координат

На рис. 3 приведены производные по $\overline{\omega}_z$ коэффициентов нормальной силы и продольного момента полной модели, рассчитанные по результатам испытаний при β=±20° с использованием формул (1.5) и (1.6).

Заключение

Разработанная методика может быть использована для приближенной оценки вращательных производных компонент сил и моментов, действующих на модель летательного аппарата, в широком диапазоне углов атаки.

Библиографический список

1. Микеладзе В.Г. Авиация общего назначения. Рекомендации для конструкторов. – М.: Изд-во ЦАГИ, 1996. - 299 с.

2. Долженко Н.Н. Оценка вращательных производных моделей самолётов на закритических углах атаки. Сер. Труды Центрального аэрогидродинамического института им. Н.Е. Жуковского. Вып. 8820. – М.: Издательский отдел ЦАГИ, 1968. С. 1-12.

3. Белоцерковский С.М., Скрипач Б.К., Табачников В.Г. Крыло в нестационарном потоке газа. - М.: Наука, 1971. - 768 с.

4. Захаров М.А. Исследование условий измерения вращательных и нестационарных производных бокового движения летательных аппаратов // Труды МАИ. 2004. № 15. URL: http://trudymai.ru/published.php?ID=34236

5. Головкин М.А. Соотношения для вращательных производных от коэффициентов моментов крена и рысканья крыла // Труды МАИ. 2012. № 55. URL: http://trudymai.ru/published.php?ID=30020

6. Жук А.Н., Колинько К.А., Храбров А.Н. Исследование нестационарных аэродинамических производных треугольного крыла на установке плоско параллельных колебаний // Ученые записки ЦАГИ. 2005. Т. XXXVI. № 1 - 2. С. 9 - 16.

7. Виноградов Ю.А., Жук А.Н., Колинько К.А., Миатов О.Л., Храбров А.Н. Установившееся вращение модели самолета в аэродинамической трубе относительно оси, наклоненной к вектору скорости набегающего потока // Ученые записки ЦАГИ. 2003. Т. XXXIV. № 1-2, С. 89 - 96.

8. Виноградов Ю.А., Жук А.Н., Колинько К.А., Миатов О.Л., Храбров А.Н. К вопросу о разделении нестационарных и вращательных аэродинамических производных по результатам динамических испытаний // Ученые записки ЦАГИ. 2003. Т. XXXIV. № 3-4. С. 84 - 90.

9. Храбров А.Н. Оценка вращательных производных крыла большого удлинения при начале отрыва потока для натурных чисел Рейнольдса // Ученые записки ЦАГИ. 2007. Т. XXXVIII. № 3–4. С. 128 – 134.

10. Головатюк Г.И., Тетерюков Я.И. Вихревая система моделим фюзеляжа на закритических углах атаки // Ученые записки ЦАГИ. 1971. Т. II. № 5. С. 112 – 115.

11. Головатюк Г.И., Тетерюков Я.И. Спектры обтекания модели комбинации фюзеляж-крыло на закритических углах атаки // Ученые записки ЦАГИ. 1973. Т. IV. № 1. С. 93 – 107.

12. Головкин М.А., Горбань В.П., Симусева Е.В., Стратонович А.Н. Обтекание прямого крыла при стационарных и квазистационарных внешних условиях // Ученые записки ЦАГИ. 1987. Т. XVIII. № 3. С. 1 – 12.

13. Захаров С.Б., Зубцов А.В. Экспериментальные исследования отрывного обтекания треугольного крыла малого удлинения // Ученые записки ЦАГИ. 1988. Т. XIX. № 1. С. 8 – 12.

14. Гоман М.Г., Задорожний А.И., Храбров А.Н. Несимметричное разрушение вихрей и аэродинамический гистерезис при обтекании крыла малого удлинения с фюзеляжем // Ученые записки ЦАГИ. 1988. Т. XIX, № 1. С. 1 – 7.

15. Долженко Н.Н. Устранение погрешностей в коэффициентах аэродинамических сил и моментов, полученных методом установившегося вращения // Ученые записки ЦАГИ. 1987. Т. XVIII. № 1. С. 1 – 8.

16. Краснов Н.Ф. Аэродинамика в вопросах и задачах. – М.: Высшая школа, 1985. - 759 с.

17. Петров К.П. Аэродинамика тел простейших форм. – М.: Факториал, 1998. - 432 с.

18. Девнин С.И. Аэрогидродинамический расчет плохообтекаемых судовых конструкций. – Л.: Судостроение, 1967. - 225 с.

19. Wiland E. Unsteady Aerodynamics of Stationary Elliptic Cylinders in Subcritical Flow, The University of Strathclyde, 1965, 72 p.

20. Hoerner S.F., Borst H.V. Fluid-Dynamic Lift, Hoerner Fluid Dynamics, Vancouver, WA 98665, 1975, 507 p.

21. Махнев М.С., Павленко О.В. Численное исследование обтекания пассажирского самолета на больших углах атаки // Материалы XVII международной школы-семинара «Модели и методы аэродинамики», Евпатория, 4–11 июня 2017. 112 с.