УДК 658.15

Формирование системы нечеткого вывода для нахождения уровня риска на предприятии авиационно-промышленного комплекса

А.Г. Бадалова, П.А. Пантелеев

Аннотация

Рассмотрена задача нахождения уровня риска на предприятии авиационно-промышленного комплекса (АПК). Для ее решения авторами предложен алгоритм формирования нечеткой системы, служащей для нахождения уровня риска по соответствующей шкале на основании лингвистических значений вероятности наступления рискового события, вероятности изменения финансовых результатов деятельности предприятия после наступления рискового события и показателя относительного изменения финансовых результатов. Приведены примеры, демонстрирующие эффективность сформированной системы.

Ключевые слова:

риск; уровень риска; нечеткие множества; нечеткая система; нечеткий вывод; лингвистические переменные; фаззификация; дефаззификация

Введение

Риски, возникающие в процессе создания на предприятиях АПК образцов новой техники, могут сильно отличаться от типичных для промышленности в целом как качественно, так и количественно. К ним относятся риски, связанные с проектированием (при этом особенно важным является стратегическое управление риском с учетом обеспечения безопасности страны); освоением современных технологий; производством, в рамках которого отдельные элементы процесса являются уникальными; риски, связанные с процессом управления созданием нового изделия (как правило, формируются нетрадиционные структуры управления), с применением новых информационных технологий, с проведением испытаний. Отсюда следует, что основной особенностью рисков на предприятии АПК является их существенная дифференциация. Реализация описанных рисков может привести к нарушению календарного плана производства, увеличению стоимости изделия, ухудшению основных характеристик (веса, аэродинамических параметров, свойств различных бортовых систем и оборудования, параметров двигателя и др.) и, как следствие, запаздыванию выхода на рынок (первой продажи самолета), проблемам с установлением конкурентоспособного уровня цен, дальнейшим продвижением на рынке вследствие наличия конкуренции в данной размерности самолетов. Учет всего многообразия возможных рисков требует создания механизма нахождения уровня каждого риска и выбора соответствующего метода управления рисками, реализуемого в системе. К ним относятся: уклонение, передача, распределение, резервирование средств, объединение, локализация, диверсификация, лимитирование, компенсация, предупреждение [1,2]. В [3] авторами предложена функциональная схема системы управления риском предприятия авиационно-промышленного комплекса (АПК), специализирующегося на разработке новых образцов авиационной техники, представляющая собой систему с четырьмя обратными связями, соответствующими четырем горизонтам управления. В предложенной схеме, разработанной в соответствии с основным принципам управления: непрерывности, целенаправленности, системности, комплексности, структурированы целевые показатели управления рисками по горизонтам управления в соответствии со стоимостным подходом к управлению. В каждом из контуров управления для выработки соответствующей стратегии и метода управления риском необходимо определять уровень риска на основе анализа финансовых результатов деятельности предприятия. Для решения этой задачи предлагается использовать аппарат нечетких систем [4]. Решение данной проблемы позволяет гарантировать надежность информационного обеспечения лиц, принимающих решение, во всех контурах системы стратегического управления рисками предприятия АПК.

Постановка задачи нахождения уровня риска

В соответствии с разработанной концепцией управления рисками [1,2] и методологическими основами оценки рисков определяются две вероятности: вероятность наступления рискового события (P_1); вероятность изменения финансовых результатов деятельности предприятия после наступления рискового события (P_2). Под финансовым результатом можно понимать изменение стоимости предприятия BV_{n+1}, экономической добавленной стоимости (EVA_t), рентабельности собственного капитала (ROE_t). Кроме вероятностных показателей в [1,2] предложено использовать показатель относительного изменения финансовых результатов: $\Delta = \frac{\Pi - \Pi_{тр}}{\Pi_{тр}} \cdot 100\%$, где Π - значение финансового показателя, $\Pi_{тр}$ - его требуемое (или ожидаемое) значение.

Итоговой оценкой риска будем считать *уровень риска* $У_R = f(P_1, P_2, \Delta)$, где f - некоторая функция, характеризующая зависимость уровня риска от трех переменных P_1, P_2, Δ;

$\Delta = \dfrac{\Delta ROE}{ROE_{mp}} \cdot 100 = \dfrac{ROE_t - ROE_{mp}}{ROE_{mp}} \cdot 100$ для оперативных рисков (в контуре оперативного управления), $\Delta = \dfrac{\Delta EVA}{EVA_{mp}} \cdot 100 = \dfrac{EVA_t - EVA_{mp}}{EVA_{mp}} \cdot 100$ для тактических рисков (в контуре тактического управления), $\Delta = \dfrac{\Delta BV}{BV_{mp}} \cdot 100 = \dfrac{BV_{n+1} - BV_{mp}}{BV_{mp}} \cdot 100$ для стратегических рисков (в контуре стратегического управления).

Поскольку эксперты при принятии решений, как правило, используют лингвистические переменные, т.е. оперируют качественными категориями более чем количественными, применим для решения задачи определения уровня риска теорию нечетких систем [4]. Структура такой системы приведена на рис.1.

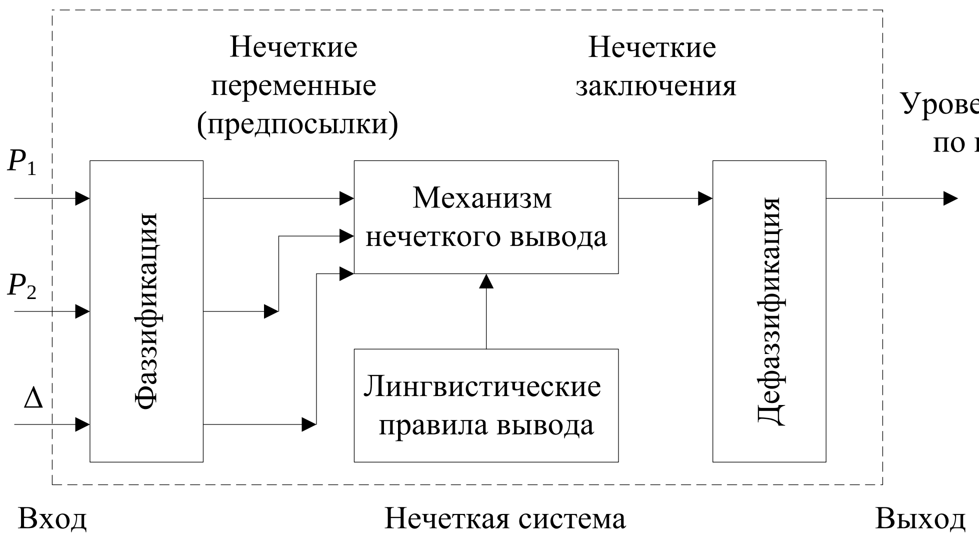


Рис. 1. Нечеткая система нахождения уровня риска

В процессе функционирования нечеткой системы производятся:

1. *Фаззификация.* Входные четкие переменные (в данном случае P_1, P_2, Δ) преобразуются в нечеткие.

2. *Применение механизма нечеткого вывода.* Из базы нечетких правил вывода, связывающих входные нечеткие переменные (предпосылки) с выходными нечеткими переменными (заключениями) выбираются так называемые активные правила, применимые к данной ситуации. Результатом работы механизма нечеткого вывода являются нечеткие заключения.

3. *Дефаззификация.* Нечеткие заключения преобразуются в четкие (в данном случае целью является нахождение уровня риска по некоторой заданной шкале).

Рассмотрим процедуру решения для типовой системы с n входами и одним выходом, схема которой изображена на рис. 2.

Рис.2. Типовая система

Предположим, что каждая входная переменная u_i принимает значения на своем *универсальном множестве* $U_i, i = 1,...,n$, а выходная переменная y - на универсальном множестве Y. Каждой переменной $u_1,...,u_n$ поставим в соответствие *лингвистическую переменную* $\tilde{u}_1,...,\tilde{u}_n$, а переменной y - лингвистическую переменную $\tilde{y}$.

В изучаемой задаче $n = 3$, а входные лингвистические переменные: $\tilde{u}_1$ - “вероятность P_1 наступления рискового события”; $\tilde{u}_2$ - “вероятность P_2 изменения финансовых результатов деятельности предприятия”; $\tilde{u}_3$ - “показатель Δ относительного изменения финансовых результатов деятельности предприятия”. Выходная лингвистическая переменная: $\tilde{y}$ - “уровень риска”.

Универсальными множествами являются: $U_1 = [0;1]$, $U_2 = [0;1]$, $U_3 = (-\infty;+\infty)$; $Y = [0;10]$, так как значения вероятностей P_1, P_2 лежат в промежутке $[0;1]$, а значения Δ в процентах могут быть как положительными, так и отрицательными (в практических задачах Δ принимает конечные значения). Для выходной переменной y принята *шкала риска*, включающая значения от нуля до 10.

Лингвистические переменные $\tilde{u}_1,...,\tilde{u}_3$; $\tilde{y}$ принимают *лингвистические значения*. Будем использовать обозначения: $\tilde{A}_i^j$ - j-е лингвистическое значение лингвистической переменной $\tilde{u}_i$; $\tilde{B}^j$ - j-е лингвистическое значение лингвистической переменной $\tilde{y}$. Таким образом, лингвистические переменные $\tilde{u}_i, \tilde{y}$ принимают значения из множеств $\tilde{A}_i = \{\tilde{A}_i^j, j = 1,...,N_i\}$; $\tilde{B} = \{\tilde{B}^j, j = 1,...,M\}$, где N_i, M - число лингвистических значений соответствующих лингвистических переменных. Они называются *терм-множествами*.

Каждая лингвистическая переменная характеризуется набором $< \tilde{u}_i, \tilde{A}_i, U_i >, i = 1,...,n$; $< \tilde{y}, \tilde{B}, Y >$, содержащим обозначение лингвистической переменной, множество ее лингвистических значений и универсальное множество, на котором переменная принимает свои значения.

Для исследуемой задачи используются следующие лингвистические значения.

Для переменных $\tilde{u}_1, \tilde{u}_2$: $\tilde{A}_1^1 = \tilde{A}_2^1 =$ “малая”; $\tilde{A}_1^2 = \tilde{A}_2^2 =$ “ниже средней”; $\tilde{A}_1^3 = \tilde{A}_2^3 =$ “средняя”; $\tilde{A}_1^4 = \tilde{A}_2^4 =$ “выше средней”; $\tilde{A}_1^5 = \tilde{A}_2^5 =$ “высокая”.

Для переменной $\tilde{u}_3$: $\tilde{A}_3^1 =$ “очень большой отрицательный”; $\tilde{A}_3^2 =$ “большой отрицательный”; $\tilde{A}_3^3 =$ “малый отрицательный”; $\tilde{A}_3^4 =$ “около нуля”; $\tilde{A}_3^5 =$ “малый положительный”; $\tilde{A}_3^6 =$ “большой положительный”; $\tilde{A}_3^7 =$ “очень большой положительный”.

Для переменной $\tilde{y}$: $\tilde{B}^1 =$ “низкий”; $\tilde{B}^2 =$ “ниже среднего”; $\tilde{B}^3 =$ “средний”; $\tilde{B}^4 =$ “выше среднего”; $\tilde{B}^5 =$ “высокий, близкий к критическому”.

Таким образом, $N_1 = N_2 = 5, N_3 = 7, M = 5$.

В дальнейшем вместо лингвистических значений для сокращения записи в некоторых случаях будем использовать просто номера переменных, т.е. в качестве терм-множеств переменных $\tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \tilde{u}_3$ будем использовать $T_1 = \{1, 2, ..., 5\}, T_2 = \{1, 2, ..., 5\}, T_3 = \{1, 2, ..., 7\}$, а в качестве терм-множества переменной $\tilde{y}$ множество $D = \{1, 2, ..., 5\}$.

Для определения лингвистических переменных используются нечеткие множества и нечеткая логика. Понятие нечеткого множества вводится через определение функции принадлежности. С каждым лингвистическим значением $\tilde{A}_i^j$ переменной $\tilde{u}_i$ связывается функция принадлежности $\mu_i^j(u_i): U_i \to [0;1]$. Ее величина описывает определенность, с которой элемент u_i множества U_i может быть ассоциирован с лингвистическим значением $\tilde{A}_i^j$. Обычно применяются треугольные, трапециевидные, гауссовые, косинусоидальные функции принадлежности [3,4]. В данной работе применяются треугольные функции принадлежности:

$$\mu_i^j(u_i) = \begin{cases} 1, \quad \text{если } u_i \le c_i^1 \text{ или } u_i \ge c_i^{N_i}, \\ \max\left\{0, 1 + \dfrac{u_i - c_i^j}{0,5 w_i^j}, \text{ если } u_i \le c_i^j \text{ и } (u_i > c_i^1 \text{ и } u_i < c_i^{N_i})\right\}, \\ \max\left\{0, 1 + \dfrac{c_i^j - u_i}{0,5 w_i^j}, \text{ если } u_i > c_i^j \text{ и } (u_i > c_i^1 \text{ и } u_i < c_i^{N_i})\right\}, \end{cases}$$

где $j=1,...,N_i$, т.е. функции принадлежности пронумерованы слева направо, w_i^j - ширина (длина основания треугольника), c_i^j - характерные точки разбиения универсального множества, задаваемые экспертами (координата “вершины треугольника”).

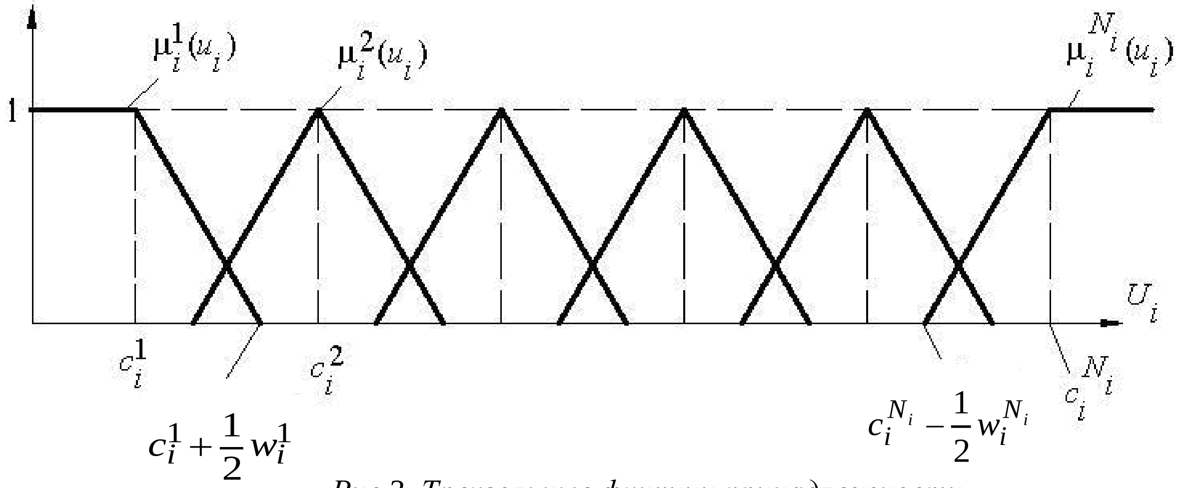
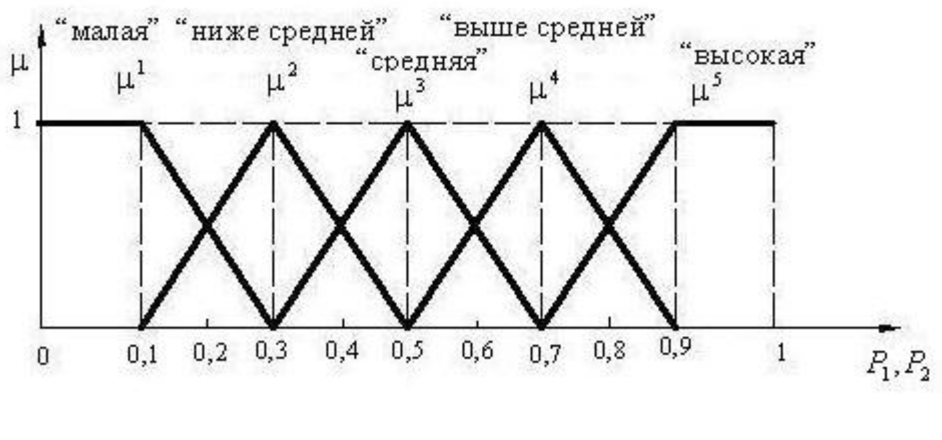


Рис.3. Треугольные функции принадлежности

Заданная лингвистическая переменная $\tilde{u}_i$ с лингвистическими значениями $\tilde{A}_i^j$, определенными функциями принадлежности $\mu_i^j(u_i)$, определяют *нечеткое множество* A_i^j:

$A_i^j = (u_i, \mu_i^j(u_i))$, где $u_i \in U_i$, $j=1,...,N_i$. Это обычное множество пар, составленных из значений u_i и соответствующих значений функции принадлежности. При этом любому значению $u_i \in U_i$ ставится в соответствие степень определенности (уверенности), что численное значение u_i соответствует свойству, характеризуемому лингвистическим значением $\tilde{A}_i^j$. *Носителем* нечеткого множества называется подмножество универсального множества, на котором значение функции принадлежности больше нуля.

Для решаемой задачи функции принадлежности приведены на рис 4.



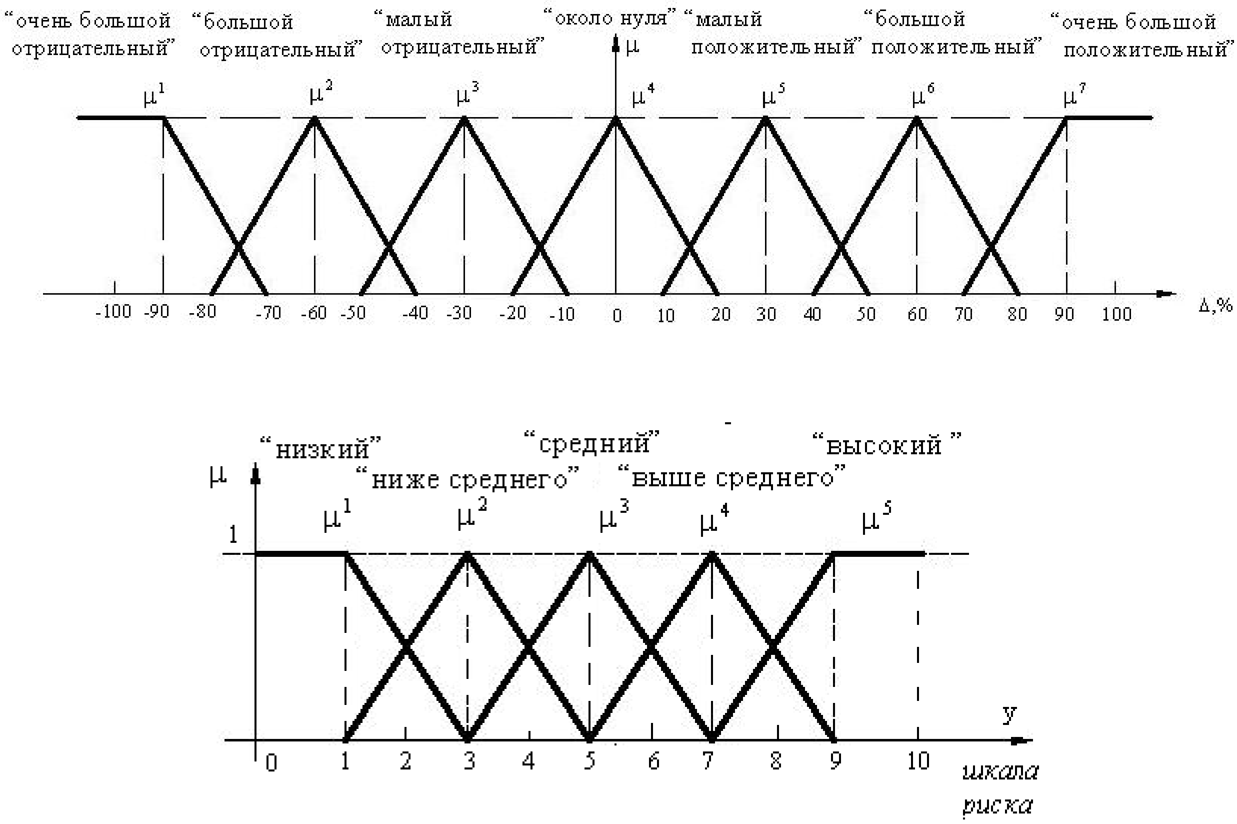


Рис.4. Функции принадлежности в задаче нахождения уровня риска

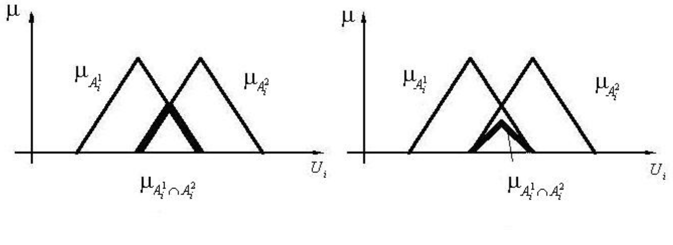
Приведем основные понятия и операции с нечеткими множествами [4,5]. Пусть заданы нечеткие множества A_i^1 и $A_i^2\,(N_i = 2)$, заданные функциями принадлежности $\mu_{A_i^1}(u_i), \mu_{A_i^2}(u_i)$. Для определения пересечения и объединения двух нечетких множеств будем применять два различных способа.

Пересечением $A_i^1 \cap A_i^2$ множеств A_i^1, A_i^2 называется нечеткое множество с функцией принадлежности, определяемой одним из правил:

- правило “минимума” (рис. 5,а): $\mu_{A_i^1 \cap A_i^2} = \min\ \mu_{A_i^1}, \mu_{A_i^2}$, где $u_i \in U_i$;

- правило “алгебраического произведения”(рис.5,б): $\mu_{A_i^1 \cap A_i^2} = \mu_{A_i^1} \cdot \mu_{A_i^2}$, где $u_i \in U_i$.

Заметим, что существуют и другие правила, но будем использовать наиболее часто применяемые, применяя обозначение *: $x * y = \min\ x, y$ или $x * y = x \cdot y$.



а *б*

Рис.5. Пересечение

Объединением $A_i^1 \cup A_i^2$ множеств A_i^1, A_i^2 называется нечеткое множество с функцией принадлежности, определяемой одним из правил:

- правило “максимума” (рис. 6): $\mu_{A_i^1\cup A_i^2} = \max\ \mu_{A_i^1}, \mu_{A_i^2}$, где $u_i \in U_i$;

- правило “алгебраической суммы”: $\mu_{A_i^1\cup A_i^2} = \mu_{A_i^1} + \mu_{A_i^2} - \mu_{A_i^1} \cdot \mu_{A_i^2}$, где $u_i \in U_i$.

Заметим, что существуют и другие правила, но будем использовать наиболее часто применяемые, применяя обозначение $\oplus$: $x \oplus y = \max\ x, y$ или $x \oplus y = x + y - x \cdot y$.

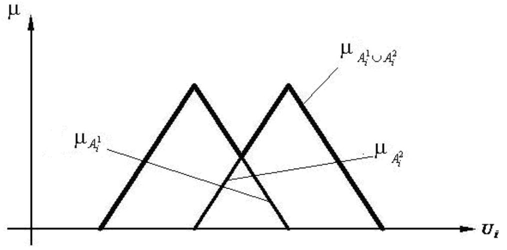


Рис. 6. Объединение

Операция пересечения используется для представления логической операции “и”, а операция объединения – для представления логической операции “или”.

Приведем понятие прямого произведения нечетких множеств. Пусть $A_1^j, A_2^k, ..., A_n^l$ - нечеткие множества, определенные на универсальных множествах $U_1, U_2, ..., U_n$ соответственно. *Прямым произведением множеств* $A_1^j, A_2^k, ..., A_n^l$, называемым также *нечетким отношением*, называется нечеткое множество $A_1^j \times A_2^k \times ... \times A_n^l$ с функцией принадлежности $\mu_{A_1^j \times A_2^k \times ... \times A_n^l}(u_1, u_2, ..., u_n) = \mu_{A_1^j}(u_1) * \mu_{A_2^k}(u_2) * ... * \mu_{A_n^l}(u_n)$. Такое определение аналогично классическому, где прямому произведению принадлежат все элементы, в которых первый член принадлежит первому множеству “и” второй член принадлежит второму множеству “и” n – й член - n – му множеству. Поэтому применяется обозначение, соответствующее пересечению (операции”и”).

Функционирование нечетких систем опирается на лингвистические правила вывода, описывающие отображение входных переменных в выходные (см. рис. 2). *Лингвистическое правило вывода* обычно имеет следующую структуру (если предпосылки, то заключение):

$$\text{Если } \tilde{u}_1 \text{ есть } \tilde{A}_1^j \text{ и } \tilde{u}_2 \text{ есть } \tilde{A}_2^k \text{ и} \ldots \tilde{u}_n \text{ есть } \tilde{A}_n^l \text{, то } \tilde{y} \text{ есть } \tilde{B}^p .$$

В решаемой задаче правила имеют вид:

$$\text{Если } \tilde{u}_1 \text{ есть } \tilde{A}_1^j \text{ и } \tilde{u}_2 \text{ есть } \tilde{A}_2^k \text{ и } \tilde{u}_3 \text{ есть } \tilde{A}_3^l \text{, то } \tilde{y} \text{ есть } \tilde{B}^p ,$$

где $j = 1,\ldots,N_1; k = 1,\ldots,N_2; l = 1,\ldots,N_3; p = 1,\ldots,M$.

Например, если вероятность P_1 “ниже средней”, вероятность P_2 “малая”, показатель Δ “малый положительный”, то уровень риска y “низкий”.

Будем предполагать, что формируется R различных правил, представляемых в форме $(j,k,l;p)_i, i = 1,\ldots,R$, где $j = 1,\ldots,N_1; k = 1,\ldots,N_2; l = 1,\ldots,N_3; p = 1,\ldots,M$. Если все правила имеют описанную структуру, то их общее число $R = N_1 \cdot N_2 \cdot N_3$.

Для решаемой задачи удобно формализовать составление лингвистических правил в форме таблиц, описывающих “сечения”:

$k = 1 \equiv$ вероятность P_2 – ”малая” Таблица 1

$\tilde{y}$	“показатель Δ” = $\tilde{u}_3$							
“вероятность P_1” = $\tilde{u}_1$		1	2	3	4	5	6	7
	1	2	2	1	1	1	1	1
	2	3	2	1	1	1	1	2
	3	3	3	2	1	1	1	2
	4	4	3	3	2	2	2	2
	5	4	4	3	2	2	3	3

$k = 2 \equiv$ вероятность P_2 – ”ниже средней” Таблица 2

$\tilde{y}$	“показатель Δ” = $\tilde{u}_3$							
“вероятность P_1” = $\tilde{u}_1$		1	2	3	4	5	6	7
	1	3	2	2	1	1	1	2
	2	3	3	2	1	2	2	2
	3	4	3	2	1	2	2	4
	4	4	3	3	2	2	4	3
	5	4	4	3	2	2	3	3

$k = 3 \equiv$ вероятность P_2 – "средняя" Таблица 3

$\tilde{y}$	"показатель Δ" = $\tilde{u}_3$							
"вероятность P_1" = $\tilde{u}_1$		1	2	3	4	5	6	7
	1	3	3	2	1	2	2	2
	2	3	3	2	1	2	2	3
	3	4	4	3	2	2	3	3
	4	4	4	3	3	3	3	3
	5	5	4	3	3	3	4	4

$k = 4 \equiv$ вероятность P_2 – "выше средней" Таблица 4

$\tilde{y}$	"показатель Δ" = $\tilde{u}_3$							
"вероятность P_1" = $\tilde{u}_1$		1	2	3	4	5	6	7
	1	4	3	3	2	2	2	3
	2	4	3	3	2	3	3	3
	3	4	4	2	2	3	3	4
	4	5	4	3	3	3	3	4
	5	5	5	4	3	4	4	4

$k = 5 \equiv$ вероятность P_2 – "высокая" Таблица 5

$\tilde{y}$	"показатель Δ" = $\tilde{u}_3$							
"вероятность P_1" = $\tilde{u}_1$		1	2	3	4	5	6	7
	1	4	3	3	3	3	3	3
	2	4	4	3	3	3	4	4
	3	4	4	4	3	3	4	4
	4	5	5	4	4	4	4	4
	5	5	5	4	4	4	4	5

Настройка нечеткой системы выполняется экспертом, который изменяет: число лингвистических значений входных и выходных переменных; задание универсальных множеств; вид функций принадлежности и их параметры; лингвистические правила вывода; метод обработки информации о входных переменных; метод дефаззификации.

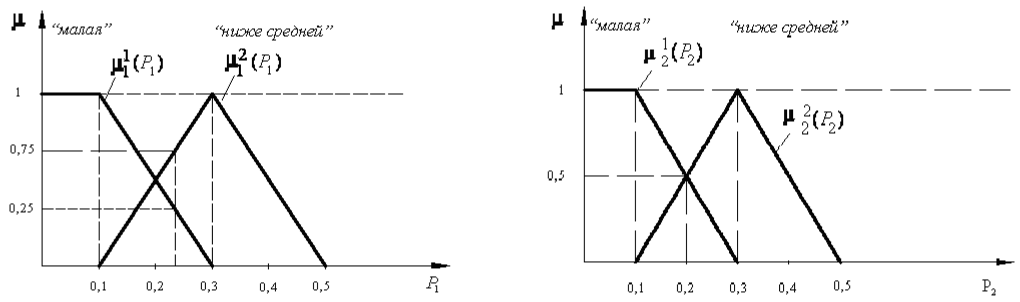
Так как значения входных переменных u_1, u_2, u_3 меняются с течением времени, то результат оценки уровня риска также изменяется. Это является одним из факторов, гарантирующих реализацию принципа непрерывности управления риском.

Процедура функционирования нечеткой системы оценки риска

1. Фаззификация. На вход системы поступают значения $u_1 = P_1, u_2 = P_2, u_3 = \Delta$. Нечеткая система преобразует эти значения в нечеткие множества. Для этого находятся значения всех функций принадлежности по каждой переменной.

Пусть, например, $P_1 = 0,25; P_2 = 0,2; \Delta = 30$.

Найдем значения всех функций принадлежности для первой входной переменной: $\mu_1^1(P_1) = 0,25; \mu_1^2(P_1) = 0,75;$ $\mu_1^3(P_1) = \mu_1^4(P_1) = \mu_1^5(P_1) = 0$ при $P_1 = 0,25$ (рис.7,а).



а *б*

Рис. 7. Значения функций принадлежности для первой и второй входной переменной

Найдем значения всех функций принадлежности для второй входной переменной: $\mu_2^1(P_2) = 0,5;$ $\mu_2^2(P_2) = 0,5;$ $\mu_2^3(P_2) = \mu_2^4(P_2) = \mu_2^5(P_2) = 0$ при $P_2 = 0,2$ (рис.7,б).

Найдем значения всех функций принадлежности для третьей входной переменной: $\mu_3^1(\Delta) = \mu_3^2(\Delta) =$ $\mu_3^3(\Delta) = \mu_3^4(\Delta) = \mu_3^6(\Delta) = \mu_3^7(\Delta) = 0$, $\mu_3^5(\Delta) = 1$ при $\Delta = 30$ (рис. 8).

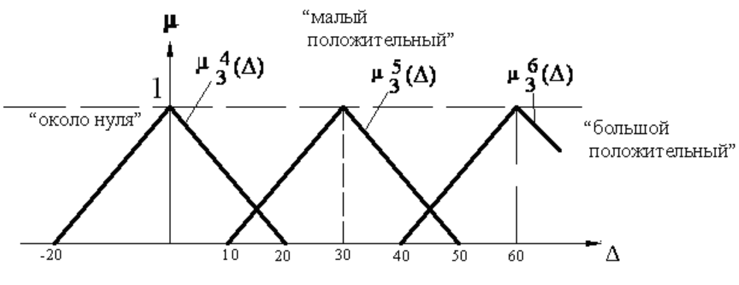


Рис.8. Значения функций принадлежности для третьей входной переменной

2. Установление соответствий: определение правил, которые применяются в текущей ситуации, характеризуемой значениями входных переменных. При этом находится степень уверенности в применении правил вывода из имеющегося набора лингвистических правил. С этой целью находится значение функции принадлежности для предпосылки, входящей в правило вывода:

$$\mu_{предп(i)} = \mu_i(u_1, u_2, ..., u_n) = \mu_{A_1^j}(u_1) * \mu_{A_2^k}(u_2) * ... * \mu_{A_n^l}(u_n).$$

Считается, что i-е правило *активно* в данный момент, если выполняется условие $\mu_i(u_1, u_2, ..., u_n) > 0$. Это условие выполняется только в том случае, когда значения функций принадлежности для всех входящих в предпосылку переменных больше нуля. Правила, для которых $\mu_i(u_1, u_2, ..., u_n) = 0$, называются *пассивными*. Заметим, что если графики соседних функций принадлежности пересекаются, то в системе с тремя входными переменными максимальное число активных в данный момент правил вывода равно 8.

Разберем процедуру определения степени уверенности на примере четырех лингвистических правил.

Правило 1. Если вероятность P_1 - “ниже средней”, вероятность P_2 - “малая”, показатель Δ - “малый положительный”, то уровень риска y - “низкий”. В формализованном виде правило можно записать в форме $(2,1,5;1)_{(1)}$.

Правило 2. Если вероятность P_1 - “малая”, вероятность P_2 - “малая”, показатель Δ - “малый положительный”, то уровень риска y - “низкий”. В формализованном виде правило можно записать в форме $(1,1,5;1)_{(2)}$.

Правило 3. Если вероятность P_1 - “ниже средней”, вероятность P_2 - “ниже средней”, показатель Δ - “малый положительный”, то уровень риска y - “ниже среднего”. В формализованном виде правило можно записать в форме $(2,2,5;2)_{(3)}$.

Правило 4. Если вероятность P_1 - “малая”, вероятность P_2 - “ниже средней”, показатель Δ - “малый положительный”, то уровень риска y - “низкий”. В формализованном виде правило можно записать в форме $(1,2,5;1)_{(4)}$.

Для определения степени уверенности в применении i-го правила будем применять два способа [4].

Первый способ. В качестве операции * применяется операция $\min$:

$$\mu_{предн(1)} = \mu_1(u_1, u_2, u_3) = \min\{\ \mu_1^2(P_1),\ \mu_2^1(P_2),\ \mu_3^5(\Delta)\} = \min\{0,75;\ 0,5;\ 1\} = 0,5\ ;$$

$$\mu_{предн(2)} = \mu_2(u_1, u_2, u_3) = \min\{\ \mu_1^1(P_1),\ \mu_2^1(P_2),\ \mu_3^5(\Delta)\} = \min\{0,25;\ 0,5;\ 1\} = 0,25\ ;$$

$$\mu_{предн(3)} = \mu_3(u_1, u_2, u_3) = \min\{\ \mu_1^2(P_1),\ \mu_2^2(P_2),\ \mu_3^5(\Delta)\} = \min\{0,75;\ 0,5;\ 1\} = 0,5\ ;$$

$$\mu_{предн(4)} = \mu_4(u_1, u_2, u_3) = \min\{\ \mu_1^1(P_1),\ \mu_2^2(P_2),\ \mu_3^5(\Delta)\} = \min\{0,25;\ 0,5;\ 1\} = 0,25\ .$$

Все рассмотренные правила являются активными. Других активных правил в этом случае не может быть, так как при данных значениях входных переменных значение хотя бы одной функции принадлежности равно нулю (см. операцию фаззификации).

Второй способ. В качестве операции * применяется операция “алгебраического произведения”:

$$\mu_{предн(1)} = \mu_1(u_1, u_2, u_3) = \mu_1^2(P_1)\cdot\mu_2^1(P_2)\cdot\mu_3^5(\Delta) = 0,75\cdot 0,5\cdot 1 = 0,375\ ;$$

$$\mu_{предн(2)} = \mu_2(u_1, u_2, u_3) = \mu_1^1(P_1)\cdot\mu_2^1(P_2)\cdot\mu_3^5(\Delta) = 0,25\cdot 0,5\cdot 1 = 0,125\ ;$$

$$\mu_{предн(3)} = \mu_3(u_1, u_2, u_3) = \mu_1^2(P_1)\cdot\mu_2^2(P_2)\cdot\mu_3^5(\Delta) = 0,75\cdot 0,5\cdot 1 = 0,375\ ;$$

$$\mu_{предн(4)} = \mu_4(u_1, u_2, u_3) = \mu_1^1(P_1)\cdot\mu_2^2(P_2)\cdot\mu_3^5(\Delta) = 0,25\cdot 0,5\cdot 1 = 0,125\ .$$

3. Нахождение выводимого нечеткого множества. Для каждого активного в данный момент правила найти *выводимое нечеткое множество* с функцией принадлежности $\mu_{B(i)}(y) = \mu_i(u_1, ..., u_n) * \mu_{B^p}(y) = \mu_{предн(i)} * \mu_{B^p}(y)$, где для получения результата используется i-е правило вида $(j, k, l; p)_i, i \in \{1, ..., R\}$.

Будем использовать два способа.

Первый способ. В качестве операции * применим операцию $\min$. Тогда процедура сводится к “отсечению” от графика функции принадлежности $\mu_{B^p}(y)$ верхней части выше уровня, определяемого значением $\mu_{предн(i)}$.

Правило 1. Если вероятность P_1 - “ниже средней”, вероятность P_2 - “малая”, показатель Δ - “малый положительный”, то уровень риска y - “низкий” (или короче $(2,1,5;1)_{(1)}$). Выводимое нечеткое множество, полученное с помощью применения правила 1, описывается функцией принадлежности $\mu_{(1)}(y) = \min\{\mu_{предн(1)}, \mu^1(y)\} = \min\{0,5;\ \mu^1(y)\}$. На рис. 9 отражена процедура функционирования правила 1.

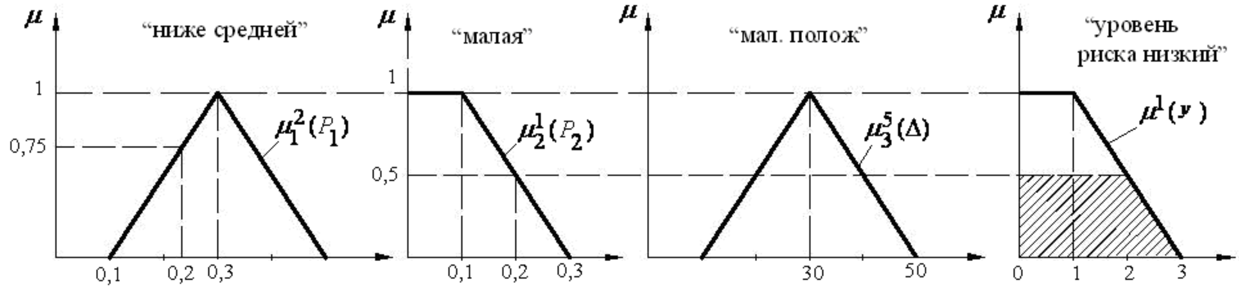


Рис.9. Процедура функционирования правила 1

Правило 2. Если вероятность P_1 - “малая”, вероятность P_2 - “малая”, показатель Δ - “малый положительный”, то уровень риска y - “низкий” (или короче $(1,1,5;1)_{(2)}$). Выводимое нечеткое множество, полученное с помощью применения правила 2, описывается функцией принадлежности $\mu_{(2)}(y) = \min\{\mu_{предп(2)}, \mu^1(y)\} = \min\{0,25;\ \mu^1(y)\}$. На рис.10 отражена процедура функционирования правила 2.

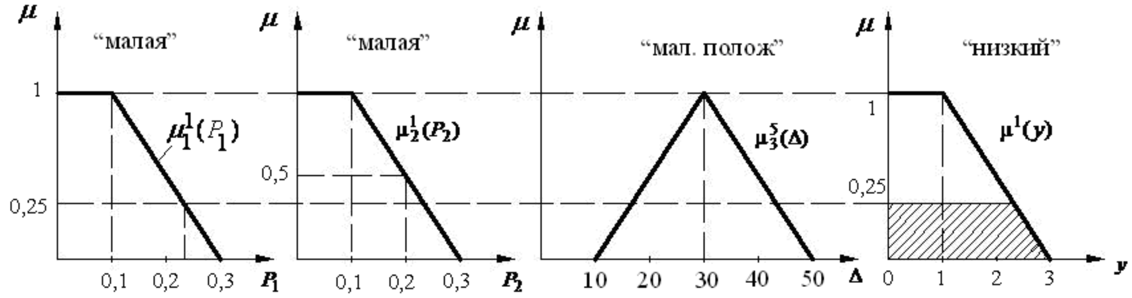


Рис.10. Процедура функционирования правила 2

Правило 3. Если вероятность P_1 - “ниже средней”, вероятность P_2 - “ниже средней”, показатель Δ - “малый положительный”, то уровень риска y - “ниже среднего” (или короче $(2,2,5;2)_{(3)}$). Выводимое нечеткое множество, полученное с помощью применения правила 3, описывается функцией принадлежности $\mu_{(3)}(y) = \min\{\mu_{предп(3)}, \mu^2(y)\} = \min\{0,5;\ \mu^2(y)\}$. На рис.11 отражена процедура функционирования правила 3.

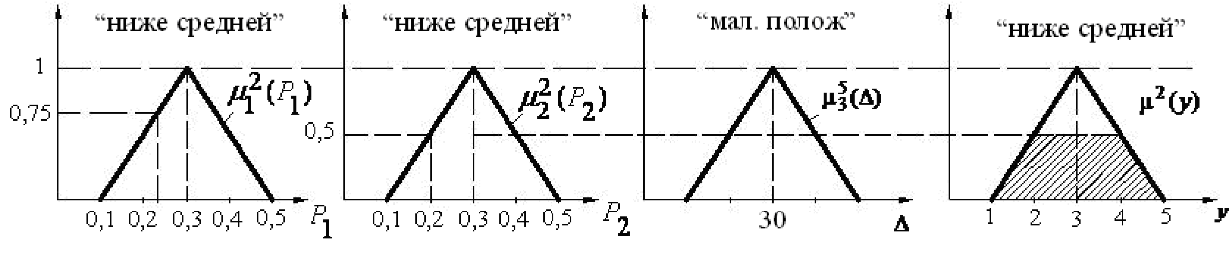


Рис.11. Процедура функционирования правила 3

Правило 4. Если вероятность P_1 - “малая”, вероятность P_2 - “ниже средней”, показатель Δ - “малый положительный”, то уровень риска y - “низкий” (или короче $(1,2,5;1)_{(4)}$).

Выводимое нечеткое множество, полученное с помощью применения правила 4, описывается функцией принадлежности $\mu_{(4)}(y) = \min\{\mu_{предп(4)}, \mu^1(y)\} = \min\{0,25;\ \mu^1(y)\}$. На рис. 12 отражена процедура функционирования правила 4.

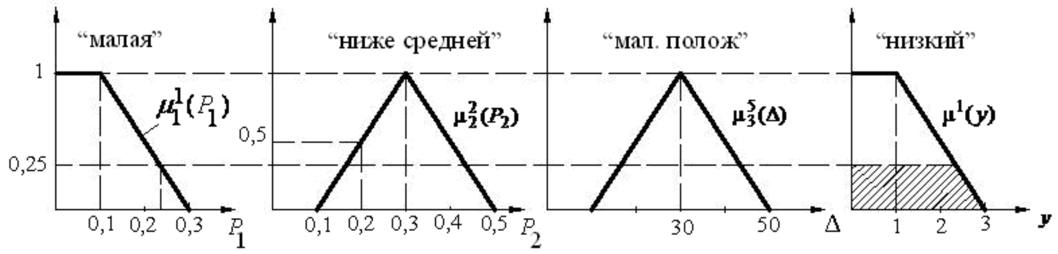


Рис.12. Процедура функционирования правила 4

Заметим, что величина $\mu_{предп(i)}$ характеризует степень уверенности в применении i-го правила. Например, первое и третье правила сравнительно более надежные (степень уверенности в их применении одинаковая), второе и четвертое правила менее надежные.

Процедура нахождения выводимого множества вытекает из следующего рассуждения: нельзя быть более уверенным в заключении, чем в предпосылках.

Второй способ. В качестве операции * применим операцию “алгебраического произведения”. Тогда выводимые множества имеют следующие функции принадлежности (рис. 13): $\mu_{(1)}(y) = \mu_{предп(1)} \cdot \mu^1(y) = 0,5 \cdot \mu^1(y)$; $\mu_{(2)}(y) = \mu_{предп(2)} \cdot \mu^1(y) = 0,25 \cdot \mu^1(y)$; $\mu_{(3)}(y) = \mu_{предп(3)} \cdot \mu^2(y) = 0,5 \cdot \mu^2(y)$; $\mu_{(4)}(y) = \mu_{предп(4)} \cdot \mu^1(y) = 0,25 \cdot \mu^1(y)$.

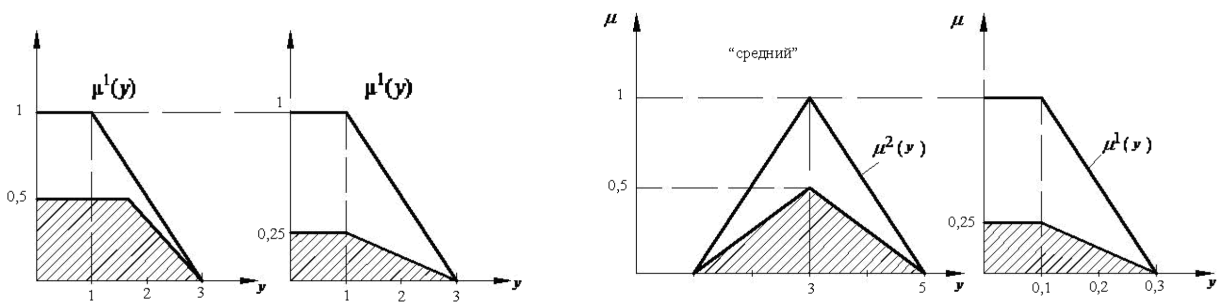


Рис.13. Функции принадлежности выводимых множеств

4. Агрегирование. Предлагается применять два способа, отражающие два различных подхода к нахождению результата нечеткого вывода.

Первый способ. Рассматривается *совокупность всех выводимых нечетких множеств* с функциями принадлежности $\mu_{(1)}(y), \mu_{(2)}(y), ..., \mu_{(R)}(y)$, полученными в результате применения каждого i-го правила. Далее эта совокупность обрабатывается с помощью процедуры дефаззификации.

Второй способ. Получить *обобщенное выводимое нечеткое множество* $\tilde{B}$ с функцией принадлежности $\mu_B(y) = \mu_{(1)}(y) \oplus \mu_{(2)}(y) \oplus ... \oplus \mu_{(R)}(y)$, где R - общее число лингвистических правил вывода. Это множество отражает результат применения всех правил вывода, имеющихся в базе. В качестве операции $\oplus$ будем применять операцию $\max$. Такой выбор соответствует так называемой *максиминной композиции*, предложенной Заде в [5], если в качестве операции * применяется $\min$.

Применим первый способ агрегирования в решаемой задаче:

а) в качестве операции * применим операцию $\min$. Тогда используем совокупность всех выводимых нечетких множеств с функциями принадлежности $\mu_{(1)}(y), \mu_{(2)}(y), \mu_{(3)}(y), \mu_{(4)}(y)$, полученными в результате применения каждого из четырех лингвистических правил вывода (см. первый способ в п.3), изображенную на рис. 14.

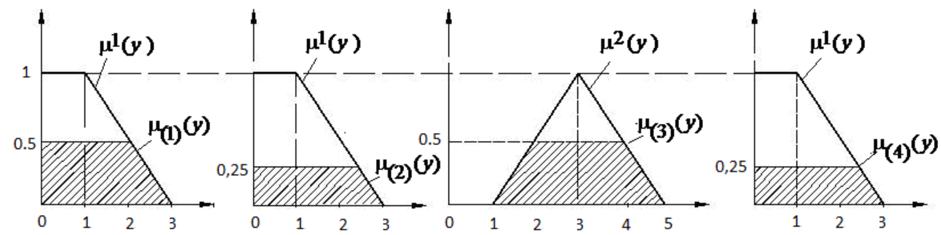


Рис. 14. Функции принадлежности всех выводимых множеств (* ↔ $\min$)

б) в качестве операции * применим операцию “алгебраического произведения”. Тогда получаем совокупность всех выводимых нечетких множеств с функциями принадлежности $\mu_{(1)}(y), \mu_{(2)}(y), \mu_{(3)}(y), \mu_{(4)}(y)$, полученными в результате применения каждого из четырех лингвистических правил вывода (см. второй способ в п.3), изображенную на рис. 15.

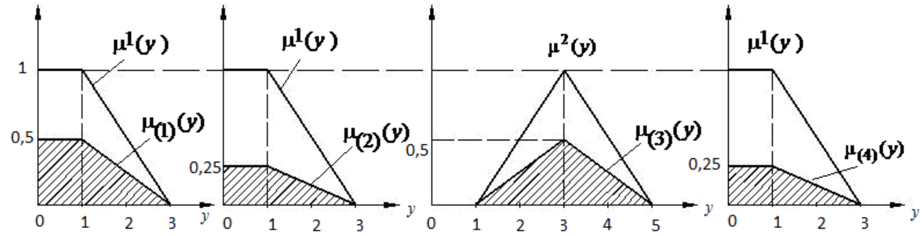


Рис.15. Функции принадлежности всех выводимых множеств (* ↔ “алгебраическое произведение”)

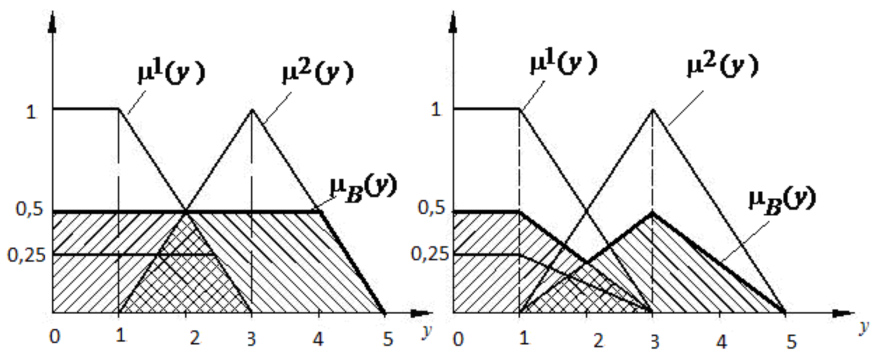
Применим второй способ агрегирования в решаемой задаче.

Будем использовать совокупность всех выводимых нечетких множеств с функциями принадлежности $\mu_{(1)}(y), \mu_{(2)}(y), \mu_{(3)}(y), \mu_{(4)}(y)$, полученными в результате применения каждого из четырех лингвистических правил вывода, и находить обобщенное выводимое нечеткое множество $\tilde{B}$ с функцией принадлежности $\mu_B(y) = \mu_{(1)}(y) \oplus \mu_{(2)}(y) \oplus \mu_{(3)}(y) \oplus \mu_{(4)}(y)$, где в качестве операции $\oplus$ будем применять операцию $\max$, т.е.

$$\mu_B(y) = \max\{\mu_{(1)}(y), \mu_{(2)}(y), \mu_{(3)}(y), \mu_{(4)}(y)\}.$$

а) в качестве операции * применим операцию $\min$ (см. первый способ в п.3). Полученное обобщенное выводимое нечеткое множество $\tilde{B}$ с функцией принадлежности $\mu_B(y) = \max\{\mu_{(1)}(y), \mu_{(2)}(y), \mu_{(3)}(y), \mu_{(4)}(y)\}$ изображено на рис. 16, а.

б) в качестве операции * применим операцию “алгебраического произведения”. Полученное обобщенное выводимое нечеткое множество $\tilde{B}$ с функцией принадлежности $\mu_B(y) = \max\{\mu_{(1)}(y), \mu_{(2)}(y), \mu_{(3)}(y), \mu_{(4)}(y)\}$ изображено на рис. 16, б.



а *б*

Рис. 16. Функции принадлежности обобщенных выводимых множеств

5. Дефаззификация. Целью данной операции является выработка четкого значения выходной переменной y. Методы дефаззификации соответствуют применяемому способу агрегирования.

Если применяется *первый способ агрегирования*, т.е. рассматривается совокупность функций принадлежности $\mu_{(1)}(y), \mu_{(2)}(y), ..., \mu_{(R)}(y)$, полученных после применения всех правил вывода (на практике чаще не всех, а только активных), то используются:

- *метод центра тяжести*, согласно которому значение выходной переменной находится по формуле $y = \dfrac{\sum_{i=1}^{R} b_i \cdot \int_Y \mu_{(i)}(y)dy}{\sum_{i=1}^{R} \int_Y \mu_{(i)}(y)dy}$, где b_i - "центр площади" функции принадлежности лингвистического значения $\tilde{B}^p$, соответствующего выводимому множеству i-го правила вывода $(j,k,l;p)_i, i \in \{1,...,R\}$, $\int_Y \mu_{(i)}(y)dy$ - площадь, ограниченная графиком функции принадлежности $\mu_{(i)}(y)$ и осью абсцисс. Функции принадлежности для выходной переменной должны быть такими, чтобы площадь, ограниченная ими, была конечной. Знаменатель в формуле не должен обращаться в нуль. Это справедливо, если для всех возможных комбинаций входных переменных существует некоторое правило вывода.
- *метод усредненного центра*, согласно которому значение выходной переменной находится по формуле $y = \dfrac{\sum_{i=1}^{R} b_i \cdot \sup_Y \mu_{(i)}(y)}{\sum_{i=1}^{R} \sup_Y \mu_{(i)}(y)}$, где $\sup_Y \mu_{(i)}(y)$ - наибольшее значение функции принадлежности.

Если применяется *второй способ агрегирования*, т.е. обработке подлежит функция принадлежности $\mu_B(y) = \mu_{(1)}(y) \oplus \mu_{(2)}(y) \oplus ... \oplus \mu_{(R)}(y)$, соответствующая обобщенному выводимому нечеткому множеству, то используются:

- *метод максимума функции принадлежности*, соответствующей обобщенному выводимому множеству: $y \in \arg\sup_Y \mu_B(y)$, т.е. в качестве выхода y выбирается значение, при котором функция принадлежности достигает своей наибольшей величины. Если имеется несколько таких значений y, то требуется добавить дополнительную процедуру выбора (например, среди найденных значений определяется наименьшее по модулю и т.п.).
- *метод среднего максимума*, где в качестве y выбирается среднее значение всех элементов, на которых достигается максимальное значение функции принадлежности, соответствующей обобщенному выводимому множеству (рис.16).

- *метод центра площади*, где в качестве y выбирается $y = \dfrac{\int\limits_Y y \cdot \mu_B(y)dy}{\int\limits_Y \mu_B(y)dy}$.

Если сравнивать вычислительные затраты, то три последних метода связаны со сравнительно большими трудностями. Кроме того, само нахождение функции принадлежности, соответствующей обобщенному выводимому множеству, также связано с дополнительными вычислительными затратами.

Выполним операцию дефаззификации для решаемой задачи, применяя некоторые из рассмотренных методов.

Для результатов применения первого способа агрегирования в п.4 применим метод центра тяжести и метод усредненного центра.

1. Метод центра тяжести.

а) в качестве операции * применим операцию $\min$. Тогда используем совокупность всех выводимых нечетких множеств с функциями принадлежности $\mu_{(1)}(y), \mu_{(2)}(y), \mu_{(3)}(y), \mu_{(4)}(y)$, полученными в результате применения каждого из четырех лингвистических правил вывода (см. первый способ в п.4). Поскольку $\nu = 1; \dfrac{w}{2} = 2$ (тогда $y = \dfrac{3}{4}$), $R = 4$; $\int\limits_0^{10} \mu_{(1)}(y)dy = \dfrac{5}{4}$, $\int\limits_0^{10} \mu_{(2)}(y)dy = \dfrac{11}{16}$, $\int\limits_0^{10} \mu_{(3)}(y)dy = \dfrac{3}{2}$, $\int\limits_0^{10} \mu_{(4)}(y)dy = \dfrac{11}{16}$;

$b_1 = 1, b_2 = 1, b_3 = 3, b_4 = 1$, то $y = \dfrac{\sum\limits_{i=1}^{R} b_i \cdot \int\limits_Y \mu_{(i)}(y)dy}{\sum\limits_{i=1}^{R} \int\limits_Y \mu_{(i)}(y)dy} = \dfrac{1 \cdot \frac{5}{4} + 1 \cdot \frac{11}{16} + 3 \cdot \frac{3}{2} + 1 \cdot \frac{11}{16}}{\frac{5}{4} + \frac{11}{16} + \frac{3}{2} + \frac{11}{16}} = \dfrac{57}{33} \cong 1,727$.

б) в качестве операции * применим операцию “алгебраического произведения”. Тогда получаем совокупность всех выводимых нечетких множеств с функциями принадлежности $\mu_{(1)}(y), \mu_{(2)}(y), \mu_{(3)}(y), \mu_{(4)}(y)$, полученными в результате применения каждого из четырех лингвистических правил вывода (см. второй способ в п.4). Поскольку $\int\limits_0^{10} \mu_{(1)}(y)dy = 1$,

$\int\limits_0^{10} \mu_{(2)}(y)dy = \dfrac{1}{2}$, $\int\limits_0^{10} \mu_{(3)}(y)dy = 1$, $\int\limits_0^{10} \mu_{(4)}(y)dy = \dfrac{1}{2}$; $b_1 = 1, b_2 = 1, b_3 = 3, b_4 = 1$, то

$$y=\frac{\sum_{i=1}^{R} b_i\cdot\int_Y \mu_{(i)}(y)dy}{\sum_{i=1}^{R}\int_Y \mu_{(i)}(y)dy}=\frac{1\cdot 1+1\cdot\frac{1}{2}+3\cdot 1+1\cdot\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}+1+\frac{1}{2}}=\frac{5}{3}\cong 1,66(6).$$

2. Метод усредненного центра.

а) в качестве операции * применим операцию $\min$. Поскольку

$\sup\limits_{[0;10]}\mu_{(1)}(y)=0,5$; $\sup\limits_{[0;10]}\mu_{(2)}(y)=0,25$; $\sup\limits_{[0;10]}\mu_{(3)}(y)=0,5$; $\sup\limits_{[0;10]}\mu_{(4)}(y)=0,25$;

$b_1=1, b_2=1, b_3=3, b_4=1$, то $y=\dfrac{\sum_{i=1}^{R} b_i\cdot\sup\limits_Y \mu_{(i)}(y)}{\sum_{i=1}^{R}\sup\limits_Y \mu_{(i)}(y)}=\dfrac{1\cdot 0,5+1\cdot 0,25+3\cdot 0,5+1\cdot 0,25}{0,5+0,25+0,5+0,25}=1,66(6)$;

б) в качестве операции * применим операцию “алгебраического произведения”. Поскольку $\sup\limits_{[0;10]}\mu_{(1)}(y)=0,5$; $\sup\limits_{[0;10]}\mu_{(2)}(y)=0,25$; $\sup\limits_{[0;10]}\mu_{(3)}(y)=0,5$; $\sup\limits_{[0;10]}\mu_{(4)}(y)=0,25$;

$b_1=1, b_2=1, b_3=3, b_4=1$, то $y=\dfrac{\sum_{i=1}^{R} b_i\cdot\sup\limits_Y \mu_{(i)}(y)}{\sum_{i=1}^{R}\sup\limits_Y \mu_{(i)}(y)}=\dfrac{1\cdot 0,5+1\cdot 0,25+3\cdot 0,5+1\cdot 0,25}{0,5+0,25+0,5+0,25}=1,66(6)$.

Для результатов применения второго способа агрегирования в п.4 применим метод максимума функции принадлежности и метод среднего максимума.

1. Метод максимума функции принадлежности.

а) в качестве операции * применим операцию $\min$ (см. первый способ в п.3). Полученное в п. 4 обобщенное выводимое нечеткое множество $\tilde{B}$ с функцией принадлежности $\mu_B(y)=\max\{\mu_{(1)}(y),\mu_{(2)}(y),\mu_{(3)}(y),\mu_{(4)}(y)\}$ изображено на рис. 16,а. Тогда $y\in\arg\sup\limits_Y \mu_B(y)=[0;4]$. Если использовать дополнительное условие (среди найденных значений найти наименьшее по модулю), то получим $y=0$;

б) в качестве операции * применим операцию “алгебраического произведения”. Полученное в п.4 обобщенное выводимое нечеткое множество $\tilde{B}$ с функцией принадлежности $\mu_B(y)=\max\{\mu_{(1)}(y),\mu_{(2)}(y),\mu_{(3)}(y),\mu_{(4)}(y)\}$ изображено на рис. 16,б. Тогда $y\in\arg\sup\limits_Y \mu_B(y)=[0;1]\cup\{3\}$. Если использовать дополнительное условие (среди найденных значений найти наименьшее по модулю), то получим $y=0$.

2. Метод среднего максимума.

В качестве y выбирается среднее значение всех элементов, на которых достигается максимальное значение функции принадлежности, соответствующей обобщенному выводимому множеству (рис. 16):

а) в качестве операции * применим операцию $\min$ (рис. 16, а). Тогда $y=\dfrac{0+4}{2}=2$;

б) в качестве операции * применим операцию “алгебраического произведения” (рис. 16, б). Тогда $y=\dfrac{0+1}{2}=0,5$.

В результате уровень риска по шкале риска в зависимости от применяемых методов равен: $\dfrac{57}{33},\dfrac{5}{3},\dfrac{5}{3},\dfrac{5}{3};[0;4],[0;1]\cup\{3\},2,\dfrac{1}{2}$. Заметим, что первые четыре результата достаточно близкие (они соответствуют терму “уровень риска низкий”, что хорошо согласуется с применяемыми лингвистическими правилами), а последние четыре хотя и отличаются друг от друга, но также больше соответствуют терму “уровень риска низкий”.

Эксперт, решающий задачу определения уровня риска, в ходе эксплуатации системы должен определить наиболее приемлемый набор используемых методов в рамках единого алгоритма. Широкий выбор методов и параметров позволит эффективно настроить сформированный инструментарий на решаемый класс задач.

Заключение

Рассмотрена задача нахождения уровня риска в четырех контурах функциональной системы управления рисками (оперативном, тактическом, стратегическом, нормативно-стратегическом) на предприятии авиационно-промышленного комплекса (АПК). Для ее решения авторами предложен алгоритм формирования нечеткой системы, служащей для нахождения уровня риска по соответствующей шкале на основании лингвистических значений вероятности наступления рискового события, вероятности изменения финансовых результатов деятельности предприятия после наступления рискового события и показателя относительного изменения финансовых результатов в конкретном контуре управления. Приведены примеры, демонстрирующие применение сформированной системы.

Полученные результаты позволяют сформировать эффективный математический аппарат для реализации методологических основ стратегического управления рисками.

Библиографический список

1. Бадалова А.Г. Управление рисками производственных систем: теория, методология, механизмы реализации. – М.: ИЦ МГТУ “Станкин”, “Янус-К”, 2006. –328 с.

2. Бадалова А.Г. Система управления рисками: методология, организационно-информационное обеспечение, эффективность внедрения. – М.: ИЦ МГТУ “Станкин”, “Янус-К”, 2007. – 120 с.

3. Бадалова А.Г., Пантелеев П.А. Функциональная схема системы стратегического управления риском предприятия авиационно-промышленного комплекса на основе стоимостного подхода // Электронный журнал “Труды МАИ”, № 42, 2011.

4. Passino K.M., Yurkovich S. Fuzzy control, Addison Wesley, 1998. – 358 p.

5. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений.- М.: Мир, 1976. – 165с.

Сведения об авторах

Бадалова Анна Георгиевна, профессор Московского авиационного института (государственного технического университета), д.э.н.

e–mal: abadalova@mail.ru

Пантелеев Петр Андреевич, аспирант Московского авиационного института (государственного технического университета);

e–mal: avpanteleev@inbox.ru