

УДК 533.6.011; 519.63

Расчет методом конечного элемента высокой точности невязкого обтекания модельного крыла в условиях образования тонкого льда

Зыонг Де Тай

Московский физико-технический институт,

Институтский переулок, 9, Долгопрудный, Московская область, 141700, Россия

e-mail: duongdetai@gmail.com

Аннотация

В работе представлено решение двух модельных задач обтекания водной взвесью невязкого газа профиля MS(1)-317 и крыла NACA 64A008. Выписана система уравнений водности, сформулирована краевая задача и ее граничные условия. Обсуждены методы регуляризации и численного решения указанной системы. Даны основные соотношения метода Галеркина с разрывными базисными функциями (РМГ) и показано, каким образом он применяется к решению уравнений водности. Полученные результаты сопоставлены с экспериментальными данными.

Ключевые слова: тонкий лед, уравнения водности, метод Галеркина, высокий порядок точности, коэффициент захвата.

Принятые обозначения

K – максимальная степень базисного полинома в методе РМГ

$\rho_a(t, x, y, z)$ – статическая плотность газа,

$\rho(t, x, y, z)$ – водность (плотность водяной взвеси),

$\mathbf{u}_a(t, x, y, z)$ – вектор скорости потока газа,

$\mathbf{u}(t, x, y, z)$ – вектор скорости частиц водяной взвеси,

$\mathbf{u}_r = \mathbf{u} - \mathbf{u}_a$ – относительная скорость капли водяной взвеси

$p_a(t, x, y, z)$ – статическое давление газа,

u_∞ – скорость набегающего потока,

p_∞ – статическое давление газа на бесконечности,

T_∞ – статическая температура газа на бесконечности,

μ – динамическая вязкость газа,

d – диаметр капли водяной взвеси,

ρ_w – плотность воды,

α – угол атаки

Контрольная точка – это точка, которая находится на передней кромке профиля. Ее продольная координата равна $x/c = 0$, где x, y – координаты профиля, c – длина хорда профиля.

Введение

Самолет, летящий на дозвуковых скоростях сквозь облако на высоте ниже 8000 метров, может быть, подвержен обледенению, которое влияет на безопасность полета. Ухудшаются аэродинамические характеристики, увеличивается вес самолета и расход топлива [1, 2]. Наиболее опасные режимы полета, при которых происходит нарастание льда характеризуются относительно небольшими скоростями. Они реализуются в зонах с большим содержанием переохлажденных капель воды. При

этом форма, величина и плотность образованного на поверхности самолета льда зависит от метеорологических условий. Основными метеорологическими параметрами, оказывающими влияние на обледенение, являются количество водяных капель в единице объема воздуха (водность), размер этих капель, протяженность облака и температура замерзания [3]. Обледенение в полёте происходит при столкновении самолета с небольшими переохлажденными каплями воды диаметром от 5 до 50 мкм. Количество льда, образующегося на поверхностях, зависит, в основном, от их концентрации. Данные об этом процессе в приближении очень тонкого льда (0.5 мм) были получены свыше 30 лет тому назад. Казалось невероятным, но тонкий лед способен уменьшить подъемную силу современного самолета почти на 25%. Это подтверждено после подробных исследований, проведенных фирмой «Боинг» в 80-х годах. В настоящее время тема защиты самолета от тонкого льда является актуальной, так как обледенение в воздухе и на земле продолжает оставаться фактором, серьезно снижающим уровень безопасности воздушных сообщений. Таким образом, в последние годы тема по изучению процессов обледенения элементов конструкции самолета получила «второе дыхание». Над решением поставленной проблемы работают ученые во многих странах мира. Привлечены значительные расчетные и экспериментальные ресурсы. Для защиты от обледенения используются различные противообледенительные системы. Они требуют детальной информации об уровнях энергии теплообмена на единицу площади, которая зависит от знания местной аэродинамики и интенсивности происходящих процессов. Кроме того, при различных режимах полета важно знать границы захвата поверхностей крыла каплями взвешенной воды.

Эту информацию лучше всего получать из расчета, что и послужило мотивацией для начала данной работы.

Первые эксперименты по изучению тонкого льда на несущих поверхностях самолета были проведены в 1950-х годах в НАСА [4]. Тогда же был разработан трейсер-метод (dye-tracer technique) с использованием красок для измерения локальных и полных коэффициентов захвата капель воды. В 1985, 1997, 1999 годах была проведена серия экспериментальных работ по изучению обледенения на моделях крыла с профилями MS(1)-0317, NACA65-015, NLF(1)-0414 и крыле самолета Боинг 737 с профилем NACA64A008. Экспериментальные данные были сопоставлены с результатами численных исследований, полученных с помощью программы LEWICE [5], которая основаны на подходе Лагранжа к моделированию процесса движения взвешенных капель воды. Интересно отметить, что на основе подхода Лагранжа были созданы также программы ONERA [6], TRAJICE 2D [7], CANICE [8], 2DFOIL-ICE [9].

Наряду с этим в последнее время получил распространение подход Эйлера. Он описывает движение взвешенных капель используя уравнения сплошной среды и является упрощенным подходом к моделированию двухфазных течений. Поле водной взвеси воды получается при решении специальной системы уравнений, которая называется «системой уравнений водности». Очевидно, что при решении задачи в рамках подхода Эйлера дискретные траектории движения капель воды не моделируются. Это приводит к значительному уменьшению времени расчета. На основе подхода Эйлера уже создано несколько программных продуктов, таких, как ZEUS [10], FENSAP-ICE [11], DROP3D [12].

Основная особенность данной работы заключается в том, что задача решается в рамках метода Галеркина с разрывными функциями (РМГ), что позволяет получить решение повышенной точности. Привлекательность указанного метода обусловлена также его общностью, гибкостью и надежным теоретическим базисом [13]. Это подтверждается как теоретически, так и путем сопоставления результатов расчета с экспериментальными данными из работы [4].

1. Система уравнений водности и численная схема РМГ

При решении задачи в которой в потоке воздуха присутствуют взвешенные капли воды можно исходить из того, что в некотором объеме взаимодействуют две жидкости. В типичном случае, который характерен для условий обледенения плоскостей самолета, плотность капель водяной взвеси («водность») оценивается величиной порядка 10^{-4} [4], что существенно меньше плотности чистого воздуха. Предыдущие исследования (см. работы [4, 5, 11]) показали, что воздушная среда и капли воды могут рассчитываться отдельно при выполнении следующих условий:

- а) капли должны иметь сферическую форму с фиксированным диаметром;
- б) деформация и разрушение капель не допускаются;
- в) капли не оказывают влияния на поток воздуха (диаметр капель мал);
- г) процессы испарения, тепловой и массовый обмена между каплями и окружающим воздухом отсутствуют;
- в) среди сил, действующих на капли, учитываются только силы сопротивления.

Рассмотрим основную систему уравнений водности, которая хорошо описана в литературе, например, [5, 10]. Выделим трехмерную постановку и выпишем основные соотношения в виде:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \mathbf{F} = \mathbf{S} \quad (1)$$

где $\mathbf{U} = [\rho, \rho u, \rho v, \rho w]^T$ - вектор консервативных переменных задачи; $\mathbf{F} = [\mathbf{F}_x, \mathbf{F}_y, \mathbf{F}_z]^T$ - вектор потоков; где $\mathbf{F}_x, \mathbf{F}_y, \mathbf{F}_z$ векторы потоков водности вдоль осей x, y, z :

$$\mathbf{F}_x = [\rho u, \rho u^2, \rho uv, \rho uw]^T, \quad \mathbf{F}_y = [\rho v, \rho v^2, \rho vw]^T, \quad \mathbf{F}_z = [\rho w, \rho w^2, \rho wz]^T;$$

$\mathbf{S} = [0, c_f \rho (u_a - u), c_f \rho (w_a - v), c_f \rho (w_a - w)]^T$ - вектор источников членов, где

$$c_f = \frac{3 \mu c_D \text{Re}_d}{4 \rho_w d^2} - \text{это комбинированный коэффициент, учитывающий как трение,}$$

так и волновое сопротивление капли. Для расчета коэффициента волнового сопротивления воспользуемся следующим эмпирическим соотношением [14]

$$c_D = \begin{cases} \frac{24}{\text{Re}_d} (1 + 0.197 \text{Re}_d^{0.63} + 2.6 \times 10^{-4} \text{Re}_d^{1.38}) & \text{для } \text{Re}_d < 10^3 \\ \frac{0.4}{\text{Re}_d} & \text{для } \text{Re}_d > 10^3 \end{cases}$$

где $\text{Re}_d = \frac{\rho_a d |\mathbf{u}_r|}{\mu}$ - число Рейнольдса, рассчитанное по параметрам локального потока в окрестности капли.

Видно, что система уравнений водности (1) не является гиперболической, у системы не удастся найти четыре линейно независимых собственных вектора. Кроме того, при решении задачи обтекания тел воздушным потоком с водяной взвесью всегда существуют зоны, куда капли взвеси не попадают. Там должно выполняться физически понятное условие $\rho = 0$. Тем не менее появляются решения с условием $\rho < 0$. Для того, чтобы преодолеть указанную проблему, проведем

регуляризацию системы уравнений и введём новую первичную переменную $r = \lg \rho$.

После очевидных преобразований [15] получим:

$$\begin{aligned}\frac{du}{dt} &= \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z}, \\ \frac{dv}{dt} &= \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z}, \\ \frac{dw}{dt} &= \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z};\end{aligned}\quad (2)$$

$$\begin{aligned}u \frac{\partial u}{\partial x} &= \frac{\partial(u^2)}{\partial x} - u \frac{\partial u}{\partial x}; & v \frac{\partial u}{\partial y} &= \frac{\partial(uv)}{\partial y} - u \frac{\partial v}{\partial y}; & w \frac{\partial u}{\partial z} &= \frac{\partial(uw)}{\partial z} - u \frac{\partial w}{\partial z}, \\ v \frac{\partial v}{\partial y} &= \frac{\partial(v^2)}{\partial y} - v \frac{\partial v}{\partial y}; & u \frac{\partial v}{\partial x} &= \frac{\partial(uv)}{\partial x} - v \frac{\partial u}{\partial x}; & w \frac{\partial v}{\partial z} &= \frac{\partial(vw)}{\partial z} - v \frac{\partial w}{\partial z}, \\ w \frac{\partial w}{\partial z} &= \frac{\partial(w^2)}{\partial z} - w \frac{\partial w}{\partial z}; & u \frac{\partial w}{\partial x} &= \frac{\partial(uw)}{\partial x} - w \frac{\partial u}{\partial x}; & v \frac{\partial w}{\partial y} &= \frac{\partial(vw)}{\partial y} - w \frac{\partial v}{\partial y}.\end{aligned}\quad (3)$$

Подставляем уравнения (2) и (3) в систему (1), а также учитывая новую первичную переменную $r = \lg \rho$, получим систему уравнений водности:

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \nabla \mathbf{F}(\mathbf{Q}) = \mathbf{S}(\mathbf{Q}, \mathbf{G}) \quad (4)$$

где $\mathbf{Q} = [r, u, v, w]^T$ - вектор первичных примитивных переменных водяной взвеси;

$\mathbf{G} \equiv \nabla \mathbf{Q} = [\mathbf{G}_x, \mathbf{G}_y, \mathbf{G}_z]^T$ - набор векторов частных производных по пространственным переменным:

$$\mathbf{G}_x = \left[\frac{\partial r}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial w}{\partial x} \right]^T, \quad \mathbf{G}_y = \left[\frac{\partial r}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial w}{\partial y} \right]^T, \quad \mathbf{G}_z = \left[\frac{\partial r}{\partial z}, \frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial z}, \frac{\partial w}{\partial z} \right]^T;$$

$\mathbf{F} = [\mathbf{F}_x, \mathbf{F}_y, \mathbf{F}_z]^T$ - набор векторов потоков водности; \mathbf{F}_x , \mathbf{F}_y и \mathbf{F}_z - вектора потоков

вдоль осей x , y и z : $\mathbf{F}_x = [ru, u^2, uv, uw]^T$; $\mathbf{F}_y = [rv, vu, v^2, vw]^T$; $\mathbf{F}_z = [rw, wu, wv, w^2]^T$;

$$\mathbf{S}(\mathbf{Q}, \mathbf{G}) = \begin{bmatrix} (r - 1/\ln(10)) \operatorname{div} \mathbf{u} \\ c_f (u_a - u) + u \operatorname{div} \mathbf{u} \\ c_f (v_a - v) + v \operatorname{div} \mathbf{u} \\ c_f (w_a - w) + w \operatorname{div} \mathbf{u} \end{bmatrix} - \text{вектор источниковых членов}$$

Модифицированная система уравнений водности является гиперболической.

Для примера проведём характеристический анализ в одномерном приближении (4).

Рассмотрим уравнение $\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}_x}{\partial x} = 0$ и убедимся, что у него есть трёхкратное

собственное число $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = u$, и в дополнении к этому, еще одно собственное число $\lambda_4 = 2u$. Указанным числам соответствуют четыре линейно независимых собственных вектора. Кроме того, вид уравнений импульса (отсутствует ρ) позволяет искать решение для каждого уравнения независимо.

Налипание капель водяной взвеси на поверхность обтекаемого тела характеризуется величиной коэффициента захвата β , который определяется отношением массового потока капель взвеси, попадающих на поверхность тела к потоку капель в невозмущенном поле течения [4]:

$$\beta = \frac{\rho u_n}{\rho_\infty u_\infty}$$

где u_n , u_∞ – нормальная к поверхности тела скорость и набегающая скорость капель взвеси, соответственно.

Для решения задачи формулируются начальные и граничные условия [15]. В начальный момент времени предполагается, что известно поле обтекания крыла или

его элемента потоком невязкого (или вязкого) сухого газа. Поле сухого газа получено путём решения системы уравнений Эйлера методом Галеркина с разрывными базисными функциями. Водная дисперсионная смесь в начальный момент времени считается движущейся вместе с газом. На всех твердых поверхностях выполняется особое условие. Считается, что при движении капель к поверхности тела они не отражаются, а проходят сквозь (условие полной проницаемости). При движении от поверхности тела в поток предполагается, что капли на поверхности имеют нулевую нормальную скорость. Рассмотрим элементарную ячейку, прилегающую к твёрдой поверхности. Пусть $\mathbf{Q}_{in} = [\rho_{in}, u_{in}, v_{in}, w_{in}]^T$ – параметры течения водяной взвеси в приграничной ячейке (рисунок 1).

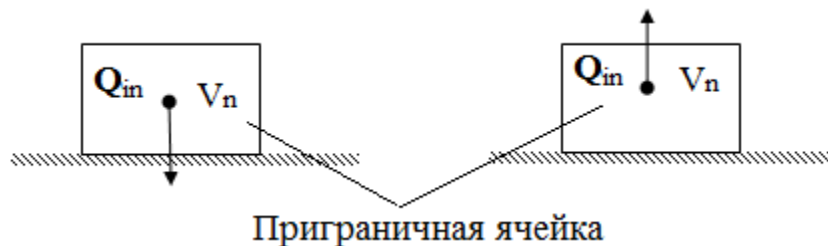


Рис. 1: Граничное условие на твёрдой поверхности

Тогда переменные \mathbf{Q}_s на твёрдой поверхности вычисляется следующим образом:

$$\begin{cases} \mathbf{Q}_s = k \mathbf{Q}_{in}, & \text{если } V_n > 0, \\ \mathbf{Q}_s = 0, & \text{если } V_n \leq 0. \end{cases}$$

где $V_n = un_x + vn_y + wn_z$ - вектор скорости вдоль нормали к стенке, (n_x, n_y, n_z) - внешний единичный вектор нормали к стенке, k - коэффициент реконструкции

переменных в центре ячейки. Внешние границы расчетной области считаются достаточно удаленными.

Численное решение задачи осуществляется в рамках метода конечного элемента, построенного на базе схемы Галеркина с разрывными базисными функциями (РМГ). В данном методе первичные примитивные переменные (r, u, v, w) в каждом элементе расчетной области представляются в виде линейной комбинации локальных полиномиальных базисных функций $\varphi_j(\mathbf{x})$:

$$\mathbf{Q} = \sum_{j=1}^{K_f} \mathbf{q}_j \varphi_j(\mathbf{x})$$

Базисные функции образуют полный набор, т.е. любой полином степени не выше K однозначно выражается в виде линейной комбинации базисных функций. Число базисных функций равно K_f .

$$K_f = \frac{(K+1)(K+2)(K+3)}{6}.$$

В качестве базисных функций в данной работе используются ортогональные полиномы, другими словами выполняются условия $\int_{\Omega} \varphi_i \varphi_j d\Omega = \delta_{ij}$, $i, j \in [1, K_f]$, где δ_{ij} - дельта Кронекера. Это приводит к тому, что массовая матрица $M_{ij} = \int_{\Omega} \varphi_i(\mathbf{x}) \varphi_j(\mathbf{x}) d\Omega = \delta_{ij}$ становится единичной.

Для нахождения зависимости коэффициентов \mathbf{q}_j от времени каждое из уравнений системы уравнений умножается на базисные функции и интегрируется по объему ячейки Ω :

$$\int_{\Omega} \left(\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{F}(\mathbf{Q}, \mathbf{G}) \right) \varphi_i(\mathbf{x}) d\Omega = \int_{\Omega} \mathbf{S}(\mathbf{Q}, \mathbf{G}) \varphi_i(\mathbf{x}) d\Omega, \quad i = 1, \dots, K_f \quad (5)$$

Уравнение (5) содержит объемные интегралы конвективных потоков и источников, а также поверхностные интегралы по границе ячейки. Параметры поля водности терпят разрыв на границах ячеек сетки. Разрыв преодолевается путем решения задачи Римана в постановке Roe [16]. Компьютерная реализация метода подробно описана в работе [17, 18]. Градиенты $\mathbf{G} = \nabla \mathbf{Q} = \left(\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial x}, \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial y}, \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial z} \right)$ вычисляются методом BR2 [19, 20].

2. Пример расчета обтекания профиля MS(1)-317 водяной взвесью

Для оценки качества расчетной схемы выполнена серия расчетов на последовательности вложенных сеток, параметры которых приведены в таблице 1. Эти сетки имеют только одну ячейку в направлении z - ($\Delta z = 0.1$ м). Наряду с числом узлов приведен параметр NDOF, называемый числом степеней свободы, который вычисляется путем умножения числа узлов на количество базисных полиномов и числа переменных в системе (для системы уравнений водности число переменных равно 4, а для системы уравнений Эйлера число переменных равно 5). Одна из представленных сеток (№3) показана на рисунке 2. При ее построении специальное внимание уделено моделированию кривизны поверхности в окрестности носика.

Характеристики расчетных сеток

Сетка	Количество узлов	NDOF		
		K=1	K=2	K=3
1	256	5120	12800	25600
2	1024	20480	51200	102400
3	4096	81920	204800	409600
4	16384	327680	819200	1638400
5	65536	1310720	3276800	6553600

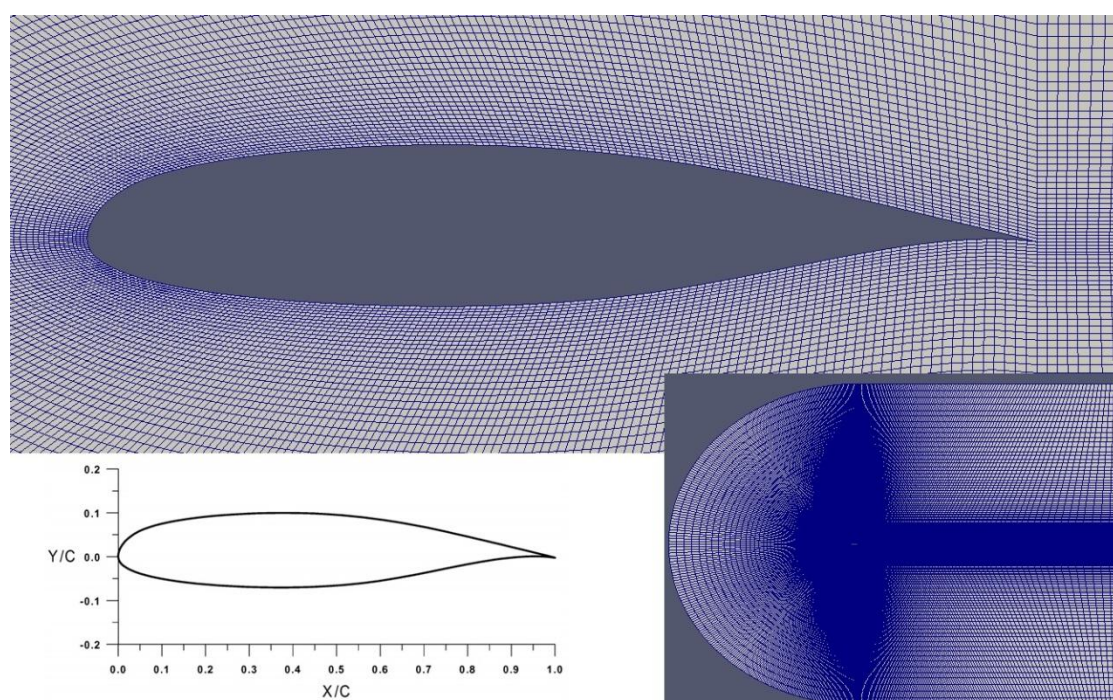


Рис. 2. Профиль MS(1)–317 и расчетная сетка 3

Начальное поле рассчитано в предположении обтекания профиля невязким газом. Расчеты проведены для скорости набегающего потока (для газа и водных частиц) $u_\infty = 78.68$ м/с, аэродинамического статического давления $p_\infty = 89867$ Па,

набегающей температуры воздуха $T_{\infty} = 279.26^{\circ}$ К. Взвешенная водяная смесь характеризуется набором следующих параметров: диаметр капель воды $d = 11.5$ $\mu\text{м}$, водность набегающего потока $\rho_{\infty} = 0.04$ г/м³.

На рисунке 3 показана зависимость величины коэффициента сопротивления профиля, от порядка точности выбранной схемы. Используются схемы второго, третьего и четвертого порядка точности. Известно, что в невязком течении при отсутствии скачков уплотнения коэффициент сопротивления профиля $c_{\text{ха}} = 0$. Наличие дисперсной водной смеси при выбранных условиях не нарушает данного положения. Таким образом, отличие расчетного коэффициента сопротивления от нуля косвенно характеризует качество расчетной схемы. Сопоставления показывают, что схема четвертого порядка точности ($K = 3$) обеспечивает наилучший результат $c_{\text{ха}} = 8.4e - 6$, что на порядок лучше результата, полученного по схеме второго порядка точности ($K = 1$).

Аналогичный эффект наблюдается при исследовании поля водности потока, см. рисунок 4 (сетка 3). Видно, что капли водяной взвеси при попадании на переднюю кромку профиля обтекают ее с отрывом от поверхности. Этот эффект обусловлен наличием сил инерции. При этом, следует обратить внимание на сильную концентрацию влаги в окрестности передней кромки. Это хорошо видно на рисунке 4 (снизу), где поле водности изображено с использованием эффекта изометрии.

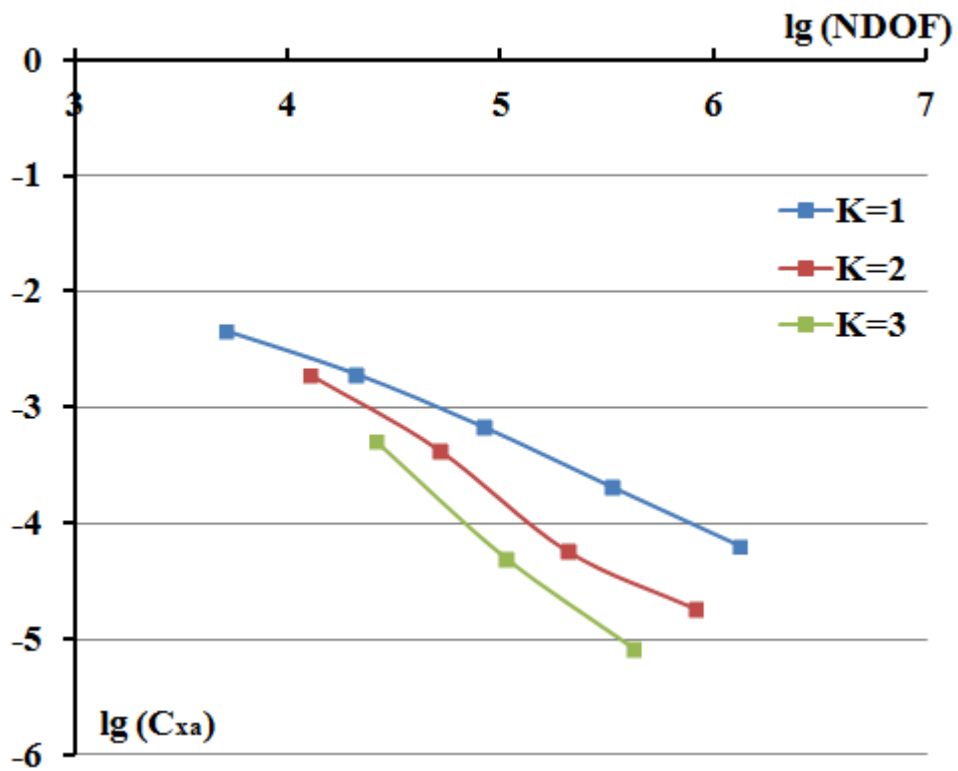


Рис. 3. Зависимости величины коэффициента сопротивления от параметра NDOF

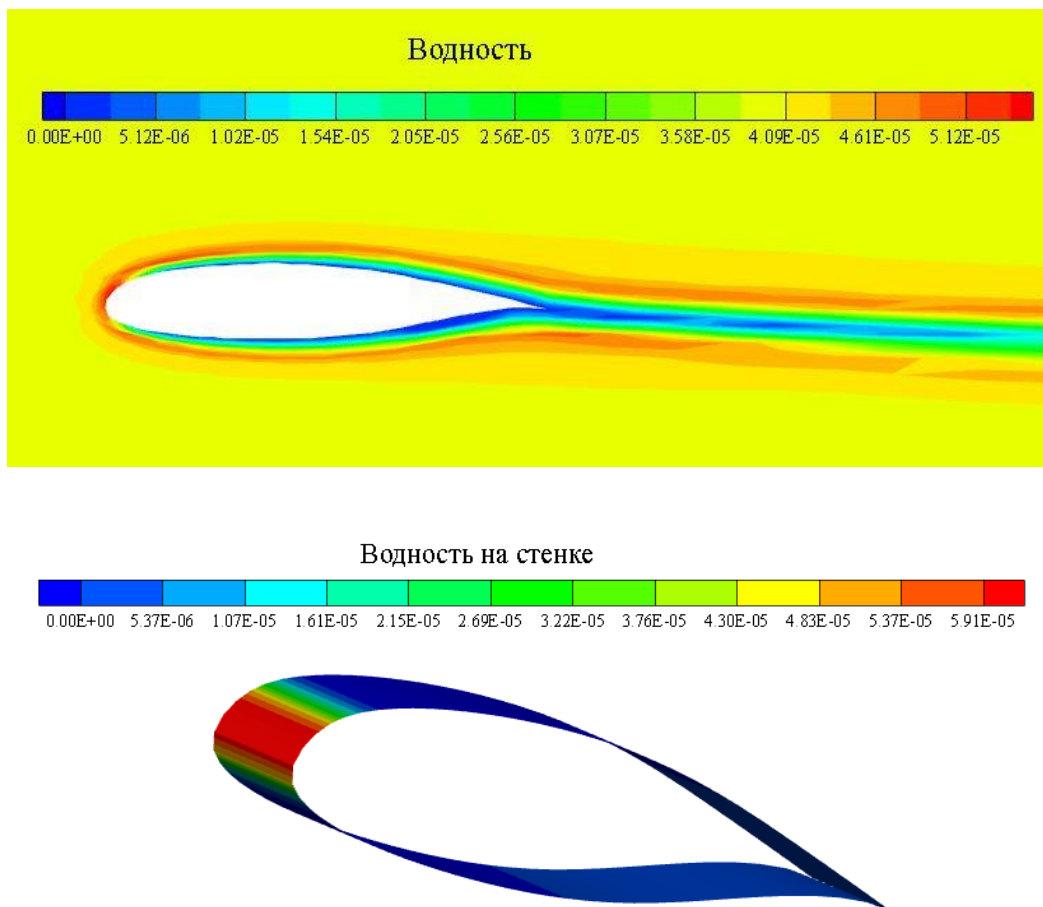


Рис. 4: Поле водности на угле атаки $\alpha = 0$ при $K = 2$

На рисунке 5 представлен график зависимости коэффициента захвата β капель воды от положения контрольной точки на поверхности профиля. Расчет проведен по схемам различного порядка точности (разные значения K) и сопоставлен с экспериментальными данными. Анализ показывает, что наилучшее совпадение расчета с экспериментом наблюдается для $K = 2$. Следует учесть, что в эксперименте максимальный коэффициент захвата равен $\beta_{\text{эк}} = 0,306$. Исходя из этого, можно оценить величину ошибки расчета, которая представлена в таблице 2.

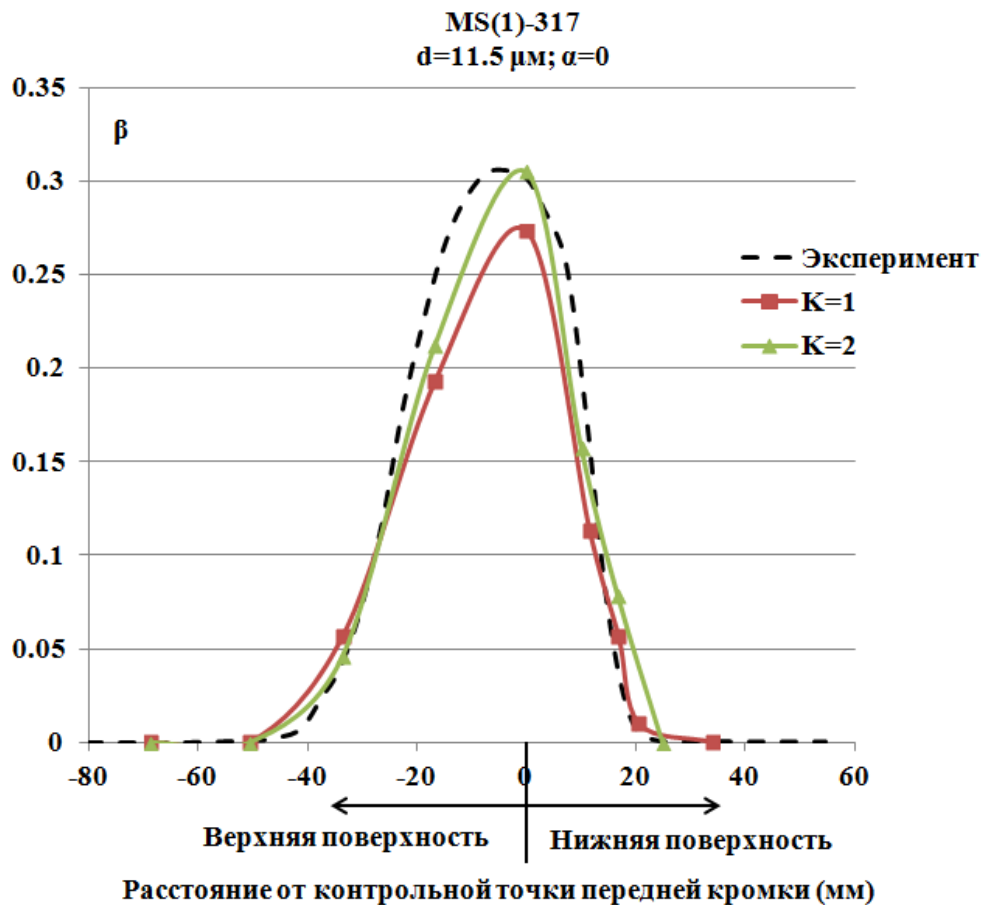


Рис. 5: Сопоставление значений коэффициента захвата β (расчет и эксперимент)

Ошибки в расчете коэффициентов захвата β

К	Расчетное значение β	Ошибка
К=1	0.274	10.46%
К=2	0.305	0.327%

Видно, что при $K = 2$ достигается достаточно высокая точность расчета $\delta = 0.327\%$. С увеличением угла атаки картина изменяется. Так, при $\alpha = 8^\circ$ (сетка 3, $K = 2$) капли воды попадают только на нижнюю поверхность, см. рисунок 5. При этом точность расчета равна $\delta = 2.73\%$ при $K = 2$.

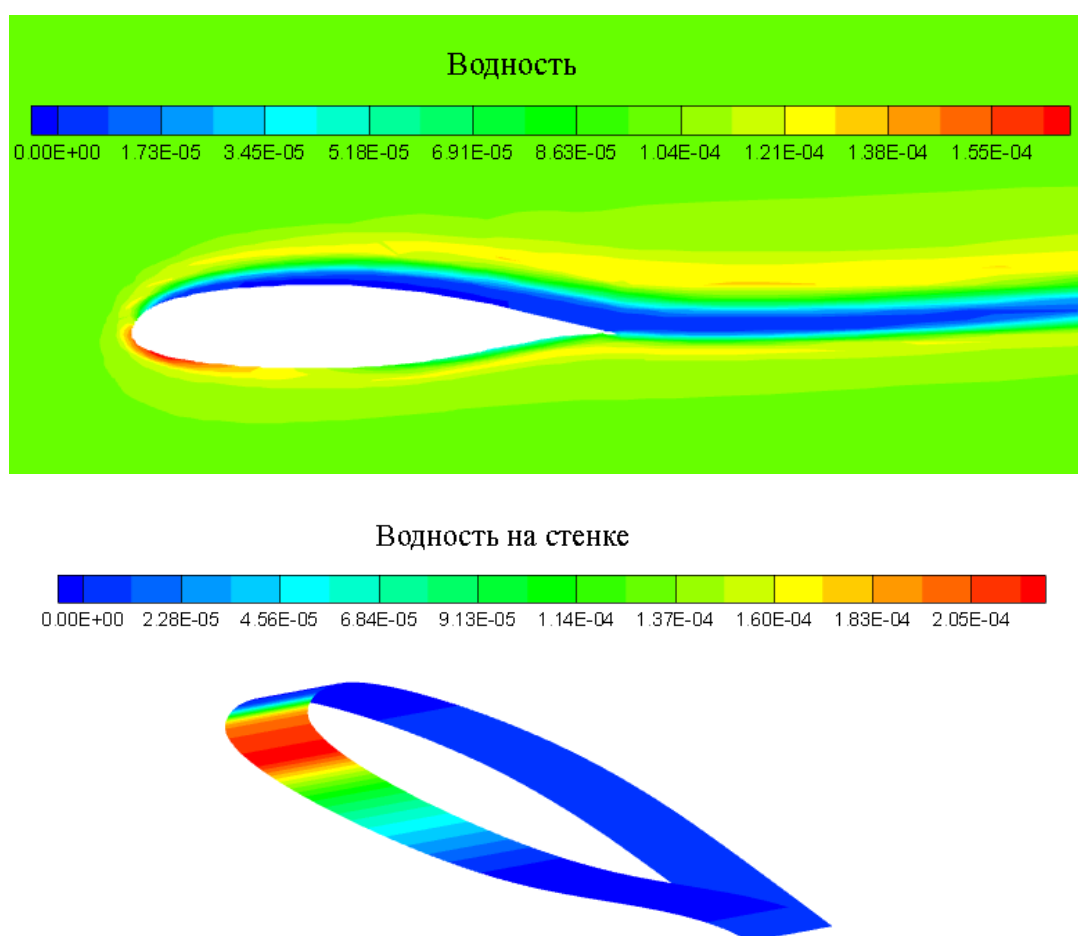


Рис. 6: Поле водности на угле атаки $\alpha = 8^\circ$ при $K = 2$

Полученный результат нашел свое подтверждение в трехмерном случае обтекания крыла с профилем NASA 64A008. Схематически геометрия крыла представлена на рисунке 7. Расчетная сетка построена с тщательным выделением носовой части и содержит 53856 ячеек, см. рисунок 8. Расчеты проведены при скорости набегающего потока $u_\infty = 78.68 \text{ м/с}$, статическом давлении $p_\infty = 95147.65 \text{ Па}$, набегающей температуре воздуха $T_\infty = 279.26^\circ \text{ К}$. Диаметр капель воды $d = 11.5 \text{ мкм}$, набегающая водность $\rho_\infty = 0.04 \text{ г/м}^3$.

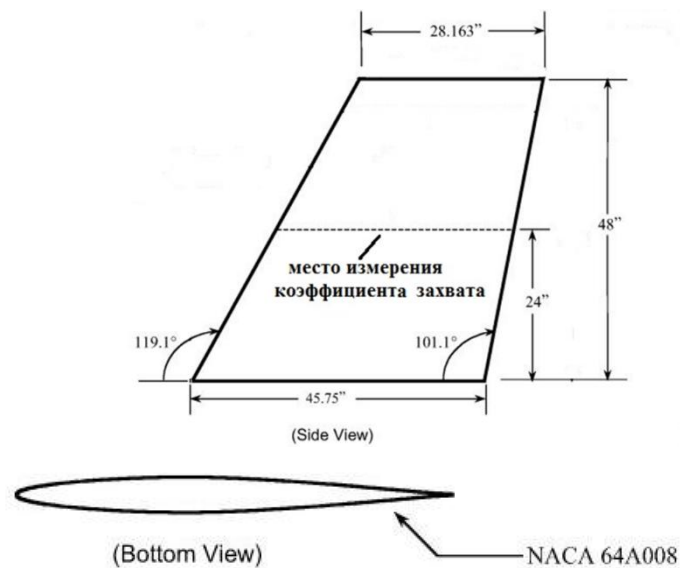


Рис. 7: Геометрические данные крыла и профиля NASA 64A008

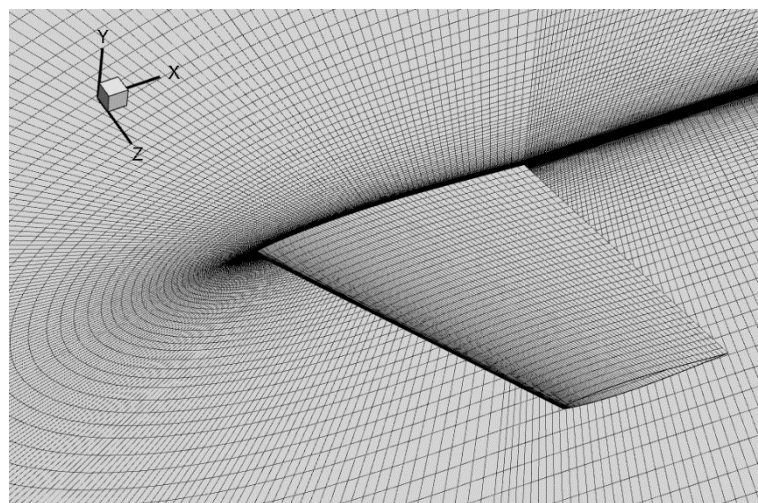


Рис. 8: Сетка на крыле и вокруг профиля NASA 64A008

На рисунке 9 представлен график зависимости коэффициента захвата на поверхности крыла в сечении $z = 0.61$ м при угле атаки $\alpha = 0^\circ$. Видно, что для случая $K = 2$ ошибка расчета невелика. Она оценивается величиной порядка $\delta = 4.02\%$. Этот результат подтверждён при увеличении угла атаки см. рисунок 10.

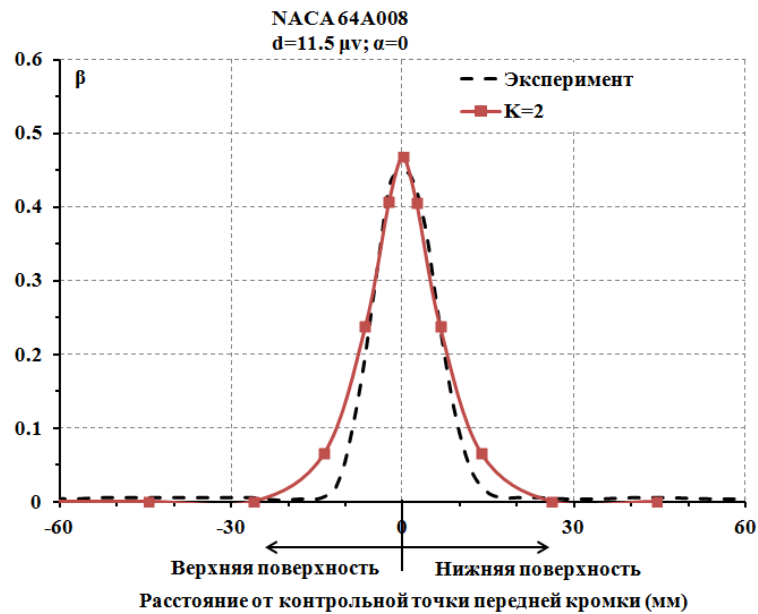


Рис. 9: Сопоставление значений коэффициента захвата β при угле атаки $\alpha = 0^\circ$

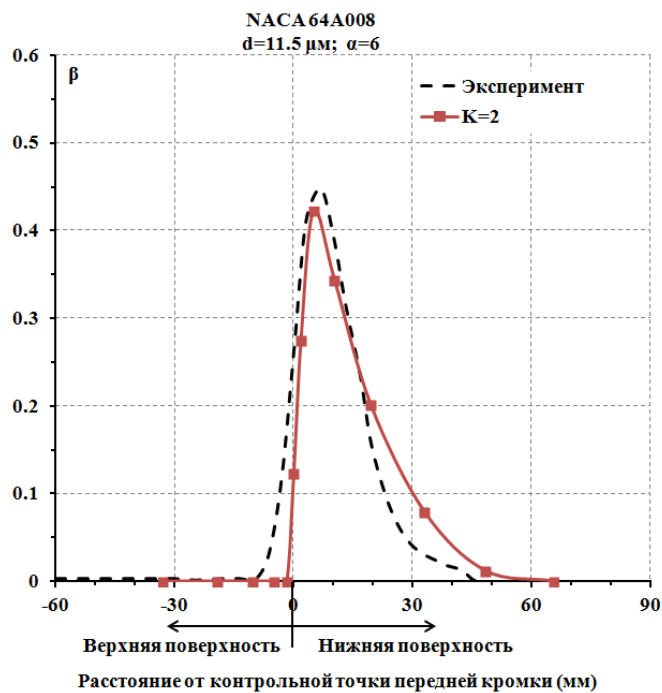


Рис. 10: Сопоставление значений коэффициента захвата β на угле атаки $\alpha = 6^\circ$

3. Заключение

В работе впервые проведен расчет обтекания крыла путем решения уравнений водности методом РМГ высокого порядка точности. Показано, что при умеренных углах атаки применение схемы РМГ третьего порядка точности обеспечивает точность расчет коэффициента захвата капель воды на крыле порядка 5%, что приемлемо для практики.

Библиографический список

1. Павленко О.В. Параметрические исследования влияния обледенения на аэродинамические характеристики профиля крыла // Ученые записки ЦАГИ. 2009. Т. XXXX. № 2. С. 61 - 67.
2. Павленко О.В. Численное исследование влияния обледенения на аэродинамические характеристики пассажирского самолета в случае отказа противообледенительной системы // Техника Воздушного Флота. 2012. Т. LXXXVI. № 1(706). С. 8 - 13.
3. Большунов К.Ю., Бабулин А.А. Применение численных методов при определении АХ самолета с учетом обледенения // Труды МАИ. 2012. № 51. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=29088>
4. Giau T.V., Hsiung W.Y., Colin S.B., Marlin D.B., Timothy J.B. Experimental Investigation of Water Droplet Impingement on Airfoils, Finite Wings, and an S-Duct Engine Inlet, NASA/TM, 2002, 430 p. URL: <https://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=20020090796>

5. Wright W.B. Users manual for the Improved NASA Lewis ice accretion code LEWICE 1.6 // National Aeronautical and Space Administration (NASA), Contractor Report, May, 1995, p. 97.
6. Guffond D., Cassaing J., Brunet S. Overview of icing research at ONERA // AIAA 23rd Aerospace Sciences Meeting, Reno, NV, USA, January, 1985, p. 8.
7. Guilherme S., Otavio S., Euryale Z. Numerical Simulation of Airfoil Thermal Anti-Ice Operation. Part 1: Mathematical Modeling // Journal of Aircraft, 2007, vol. 44, no. 2, pp. 627 - 633.
8. Tran P., Brahim M. T., Paraschivoiu I. P. A., Tezok F. Ice accretion on aircraft wings with thermodynamic effects. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 32nd Aerospace Sciences Meeting & Exhibit. Reno, Nevada // AIAA Paper 1994-0605, p. 9.
9. Hospers M.J., Hoeijmakers H.W.M. Eulerian Method for Ice Accretion on Multiple-Element Airfoil Sections // 48th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, January 2010, Orlando, Florida, p. 13.
10. Михайлов С.В. Программа, реализующая зонный подход, для расчета нестационарного обтекания вязким потоком турбулентного газа ложных аэродинамических форм, включая крыло с механизацией (ZEUS) // Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2013610172, Окт. 2012.
11. Bourgault, Y., Boutanos Z., Habashi W. G. Three – dimensional Eulerian Approach to Droplet Impingement Simulation Using FENSAP – ICE, Part 1: Model, Algorithm, and Validation // Journal of Aircraft, 2000, pp. 95 - 103.

12. Honsek R. Development of a Three – dimensional Eulerian Model of Droplet – Wall Interaction Mechanisms, Department of Mechanical Engineering McGill University, Montreal, June 2005, 110 p.
13. Волков А.В. Методы решения сеточных уравнений конечно - элементной аппроксимации пространственных течений // Ученые записки ЦАГИ. 2010. Т. XLI. № 3. С. 52 - 68.
14. Cao Y., Zhang Q., Sheridan J. Numerical simulation of rime ice accretions on an aerofoil using an Eulerian method // The aeronautical journal, May 2008, vol. 112(1131), pp. 243 - 249.
15. Волков А. В., Зыонг Т. Д. Применение метода Галеркина с разрывными функциями к решению системы уравнений динамики водяной взвеси в воздушном потоке // Ученые записки ЦАГИ. 2017. Т. XLVIII. № 5. С. 3 - 18.
16. Eleuterio F. Toro. Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2009, 738 p.
17. Подаруев В. Ю. Опыт создания программного кода на основе метода Галеркина с разрывными базисными функциями высокого порядка точности // Труды МАИ. 2017. № 95. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=84610>
18. Губский В.В. Применение адаптивной механизации крыла на легком транспортном самолете // Труды МАИ. 2013. № 68. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=41737>
19. Bassi F., Rebay S. Numerical evaluation of two discontinuous Galerkin methods for the compressible Navier-Stokes equations // International Journal for Numerical Methods in Fluids, September 2002, vol. 40, pp. 197 – 207.

20. Wolkov A.V. Application of the Multigrid Approach for Solving 3D Navier -Stokes Equations on Hexahedral Grids Using the Discontinuous Galerkin Method // Computational Mathematics and Mathematical Physics, 2010, vol. 50, pp. 495 - 508.