

УДК 004.9

ББК 32.97

Методика фильтрации периодических помех цифровых изображений

В.Ю. Гусев, А.В. Крапивенко

Аннотация

В статье рассмотрена проблема удаления помех, которые имеют некоторую периодичность, на изображениях, полученных в результате спутниковой съемки. Такие помехи могут возникать при спутниковой съемки поверхности Земли из-за особенностей съемочной аппаратуры (так называемый «дрейф темновых токов»). В статье на примере удаления таких помех рассмотрен метод частотной фильтрации изображений. Использование данного подхода дает значительные преимущества перед пространственными методами фильтрации, когда используются значения яркости пикселей и может быть заметная потеря полезной информации в виде снижения четкости и размытия границ. При использовании частотной фильтрации для удаления периодических помех удаляются преимущественно только помехи, так как устраняется только малая часть спектра соответствующая помехам. При этом методы частотной фильтрации могут быть достаточно эффективно реализованы благодаря алгоритму быстрого преобразования Фурье (БПФ).

Ключевые слова

частотная фильтрация изображений; быстрое преобразование Фурье; периодические помехи на изображениях.

Введение

Множество подходов к улучшению изображений распадается на две большие категории: методы обработки в пространственной области (пространственные методы) и методы обработки в частотной области (частотные методы). Термин пространственная

область относится к плоскости изображения как таковой, и данная категория объединяет подходы, основанные на прямом манипулировании пикселями изображениями. Методы обработки в частотной области основываются на модификации сигнала, формируемого путем применения к изображению преобразования Фурье. Минусом пространственной фильтрации часто является размытие контуров, снижение резкости. Частотная же фильтрация, в случае наличия помех имеющих периодическую составляющую, позволяет оказывать более сконцентрированное влияние, по минимуму затрагивая полезную информацию.

В статье предполагается сначала уделить базовое внимание преобразованию Фурье, затем рассмотреть созданные частотные фильтры и способы оптимизации действия идеального фильтров.

Преобразование Фурье

Ключевыми элементами частотной фильтрации являются: преобразование Фурье, результатом которого является представление изображения в частотной плоскости, и операции для улучшения изображения, выполняемые в частотной плоскости.

Дискретные периодические сигналы описываются двумерным рядом Фурье, имеющим следующий вид:

$$x_{i_1, i_2} = \frac{1}{I_1 I_2} \sum_{k_1=0}^{I_1-1} \sum_{k_2=0}^{I_2-1} X_{k_1, k_2} \exp\left(i \frac{2\pi}{I_1} i_1 k_1 + i \frac{2\pi}{I_2} i_2 k_2\right), \quad i = \sqrt{-1}, \quad (1)$$

где I_1 – число элементов по оси y , I_2 – число элементов по оси x . Базисные функции этого двумерного представления – двумерные комплексные экспоненты (иногда называемые комплексными синусоидами):

$$\begin{aligned} \varphi_{k_1, k_2}(i_1, i_2) &= \frac{1}{I_1 I_2} W_1^{-i_1 k_1} W_2^{-i_2 k_2}, \\ W_1 &= \exp\left(-i \frac{2\pi}{I_1}\right), \quad W_2 = \exp\left(-i \frac{2\pi}{I_2}\right), \end{aligned} \quad (2)$$

имеющие прямоугольную периодичность с периодом $I_1 \times I_2$. Здесь (k_1, k_2) – двумерный

номер базисной функции, а величины $\frac{2\pi k_{1(2)}}{I_{1(2)}}$ имеют смысл пространственных частот.

Выражение (1), восстанавливающее сигнал x_{i_1, i_2} по его спектру X_{k_1, k_2} является обратным

преобразованием Фурье. Коэффициенты Фурье X_{k_1, k_2} ряда (1) образуют двумерный частотный спектр сигнала x_{i_1, i_2} и определяются формулой прямого преобразования Фурье:

$$\text{идеального } X_{k_1, k_2} = \sum_{i_1=0}^{I_1-1} \sum_{i_2=0}^{I_2-1} x_{i_1, i_2} W_1^{i_1 k_1} W_2^{i_2 k_2}. \quad (3)$$

Поскольку данные двумерные преобразования симметричны и разделимы относительно переменных, то их можно представить в виде последовательных одномерных преобразований по строкам и столбцам матрицы изображения.

$$X_{k_1, k_2} = \sum_{i_1=0}^{I_1-1} \left(\sum_{i_2=0}^{I_2-1} x_{i_1, i_2} W_2^{i_2 k_2} \right) W_1^{i_1 k_1}. \quad (4)$$

Вычисление преобразования Фурье напрямую по формуле требует $O(N^2)$ операций в одномерном случае и $O(N^4)$ операций в двумерном случае, но разработаны эффективные алгоритмы основанные на прореживании по частоте и времени, требующие $O(N \log N)$ и $O(N^2 \log N)$ операций соответственно, что делает использование данного подхода к обработке изображений достаточно эффективным. Ознакомиться с данными алгоритмами можно в соответствующей литературе (например, Рабинер Л., Гоулд Б. «Теория и применение цифровой обработки сигналов», -М.: Мир, 1978; Сергиенко А.Б. «Цифровая обработка сигналов», -СПб:Питер, 2002).

Результатом применения преобразования Фурье является получение представления изображения в частотной плоскости с помощью коэффициентов Фурье. Работа с полученными коэффициентами дает широкие возможности для изменения и фильтрации изображения.

Применение частотной фильтрации для удаления горизонтальных полос

Продemonстрируем методику устранения полос на примере спутникового изображения размерами 1024×1024 на Рис. 3.

Ключевой идеей удаления периодических помех с помощью частотной фильтрации является выделение и подавление областей частот соответствующих помехам. Исходя из того, что координаты в частотной области влияют на частоту синусоидальных функций по осям x и y , горизонтальным линиям соответствуют частоты вблизи вертикальной оси координат, так как они имеют высокую частоту по вертикали и низкую по горизонтали. При этом, чем мельче ширина полос по горизонтали, тем более широкая зона частот по горизонтали им соответствует. Это может вызывать определенные проблемы, если не

удается точно выявить очаги частот, и тогда приходится захватывать значительную часть спектра исходного изображения.



Рис. 3. Исходное изображение.

Рассмотрим более детально частотный спектр исходного изображения, приведенный на Рис. 4. Видно, что он не содержит ярко выраженных локальных очагов кроме стандартного центрального, которые соответствуют повышенным значениям амплитуд, а именно по таким очагам выявляются периодические составляющие шумов, так как вся их энергия сконцентрирована в определенных частотах. Подавление частот соответствующих чуть заметным очагам на вертикали, к желаемому результату не привели, и такой метод не является достаточно универсальным, в случае если характер наложения полос измениться. В нашем случае частоты шумов оказались размазаны по спектру, и поэтому подходящим способом является массовое подавление частот вдоль центральной вертикали.

Такой способ подавления рассмотрен в источнике [2], и там предложено обнуление амплитуд частот вдоль вертикальной оси. Но такой способ убирает только горизонтальные

линии шириной во все изображение, и кроме того такой фильтр является идеальным и имеет недостатки описанные ниже. Предложенный в статье метод является более адаптированным для поставленной задачи.

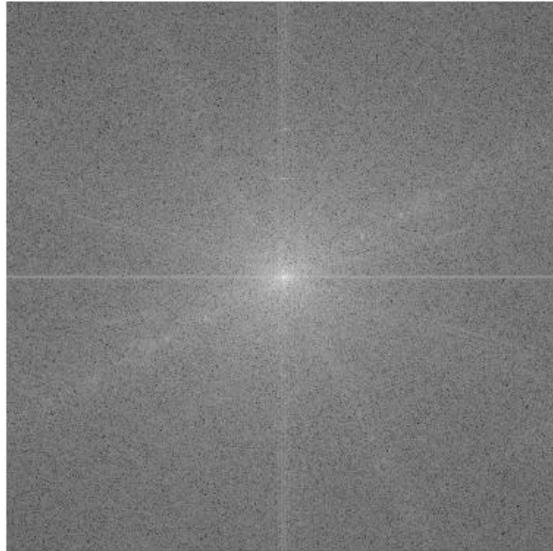


Рис. 4. Фурье-образ изображения.

Быстрым способом фильтрации, является подавление соответствующих частот в фурье-образе изображения и затем обратным преобразованием получение отфильтрованного изображения. Подавление осуществляется путем поэлементного умножения фурье-образа на функцию фильтра (маску). В данном случае, когда удаляется достаточно широкая полоса спектра, что влияет на качество получаемого изображения, можно дополнительно применять оптимизацию удаления шумовой составляющей. Оптимизация заключается в локальном вычислении весовых коэффициентов, которые умножаются на вычитаемое значение шума.

Известны круговые фильтры для подавления частот такие как: идеальный фильтр, фильтр Баттерворта, фильтр Гаусса. [2] Формулы, определяющие их кривизну, рассмотрены ниже. В процессе работы были использованы подобные зависимости для конструирования фильтров новой геометрии, и проанализировано влияние на конечный результат использования зависимостей из фильтров Баттерворта, Гаусса, идеального.

Идеальный фильтр, когда просто отсекаются ненужные частоты, вызывает появление “звона” на изображениях (небольших угасающих волн вокруг объектов), причина возникновения которого описана [2], и его использование для задачи оказалось непригодно.

Круговые фильтры Баттерворта порядка n и Гаусса задаются формулами:

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + \left[\frac{D(u, v)}{D_0} \right]^{2n}}, \quad (5)$$

$$H(u, v) = e^{-D^2(u, v)/2D_0^2}, \quad (6)$$

где D_0 – заданная неотрицательная величина, а $D(u, v)$ обозначает расстояние от точки (u, v) до начала координат. На Рис. 5. приведены изображения передаточных функций фильтров.

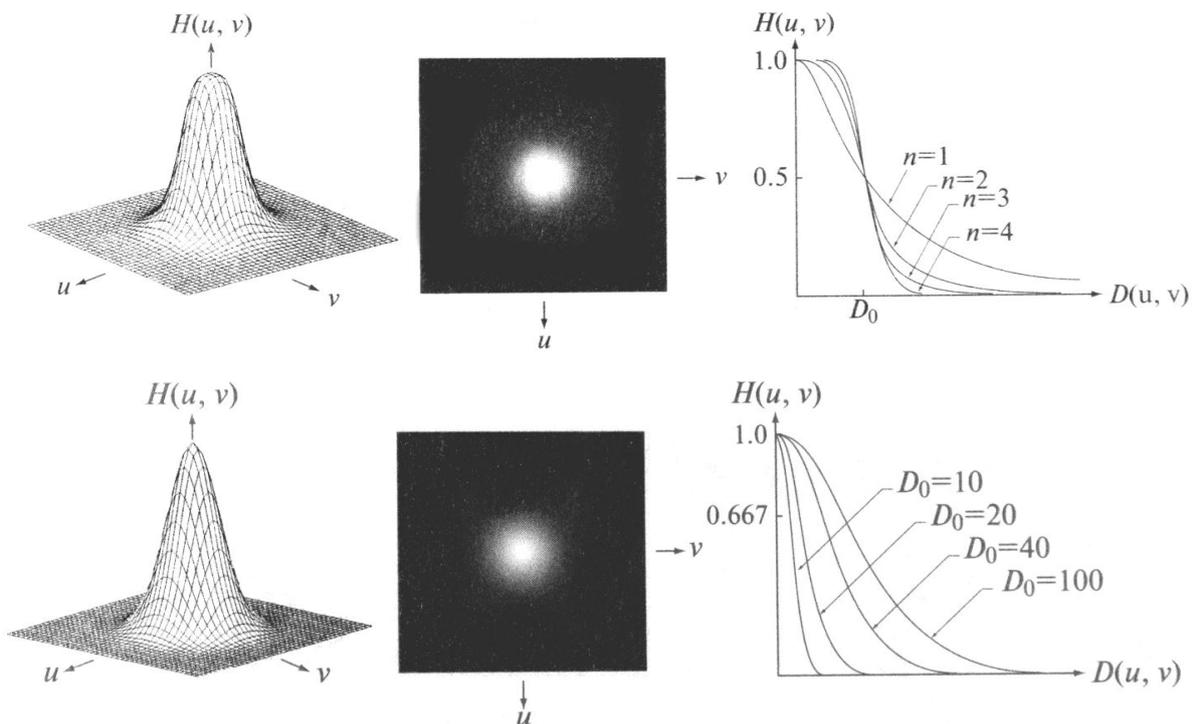


Рис. 5. Изображение передаточной функции фильтра в перспективе; представление фильтра в виде изображения; радиальный профиль фильтра. Для фильтра Баттерворта и Гаусса соответственно.[2]

Фильтр Баттерворта является условным промежуточным звеном между идеальным и Гауссовым, и при значениях n больше 2 на обработанных изображениях также появляется “звон”. Использование фильтра Баттерворта выгоднее по сравнению с фильтром Гаусса с точки зрения вычислительных затрат; плюс к тому функция оказывает более сконцентрированное влияние, поэтому для решения задачи было принято решение отдать предпочтение этому фильтру с $n=1$.

На основе функций для круговых фильтров Баттерворта и Гаусса созданы фильтры применительно к поставленной задаче удаления полос, то есть такие, чтобы покрывалась область вдоль вертикальной оси. Данные фильтры представляют из себя вертикальные

отрезки, вдоль которых в стороны отходят убывающие кривые, имеющие такие же профили как в фильтре Баттерворта и Гаусса. Их изображение представлено на Рис.5.

В качестве параметра D_0 бралось значение равное 0.06 от размера частотного изображения по высоте и отступ от центра в размере 0.1 от его высоты.

На Рис. 6. представлен результат действия фильтров на изображение. Как видно из рисунка, результаты действия фильтров практически одинаковы.

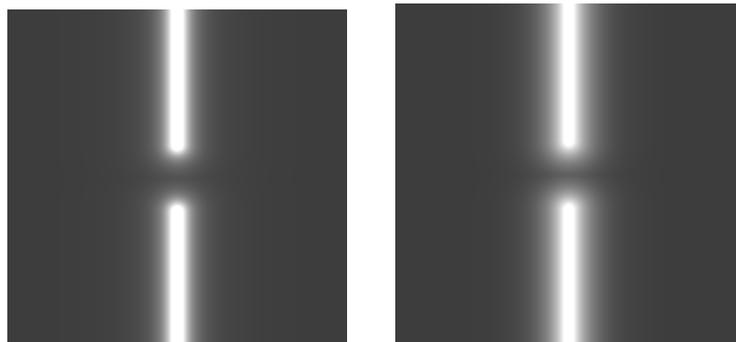


Рис. 5. Изображение функций фильтра Баттерворта с $n=1$ и фильтра Гаусса.

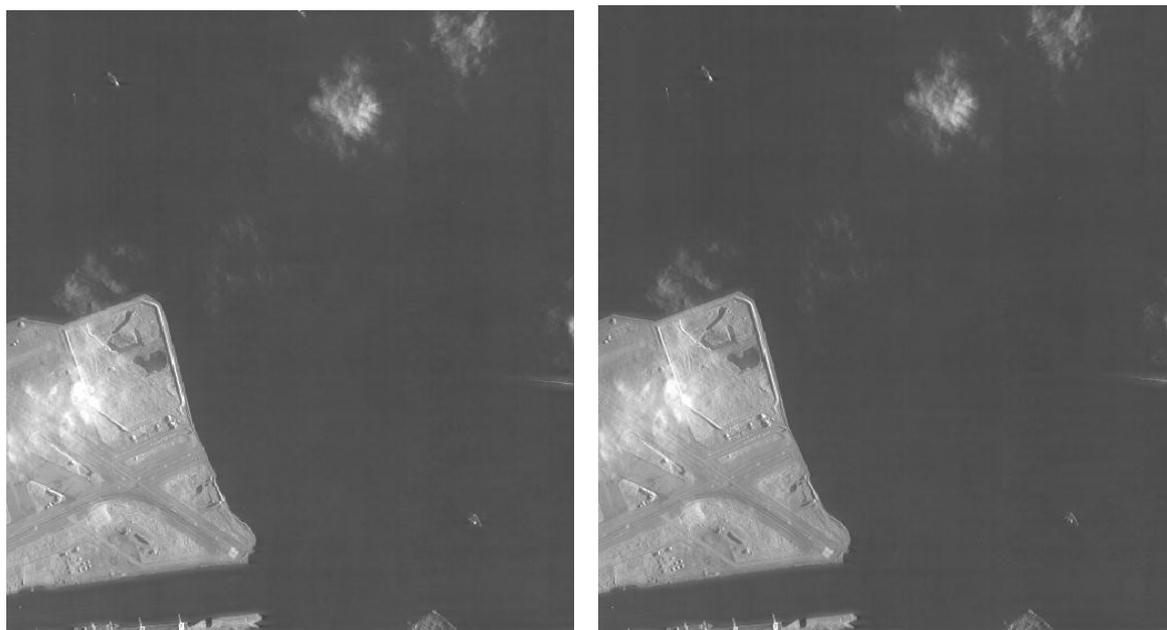


Рис. 6. Результат использования фильтра Баттерворта с $n=1$ (а) и фильтра Гаусса (б).

Из-за того, что частично захватывается центральная область, в которой сосредоточена основная энергия (большие значения коэффициентов, определяющие общий характер изменения яркостей на изображении), на изображении несколько ослабевает общая яркость и яркость крупных объектов. В случае использования фильтра Гаусса последствия еще сильнее, так как функция более плавная.

Для борьбы с этим получаемая функция фильтра $H(u, v)$ умножалась на центральный круговой фильтр Гаусса высоких частот с маленьким параметром D_0 равным 0.01 от высоты частотной маски. Гауссов фильтр высоких частот представляет из себя перевернутый фильтр по сравнению с тем, что изображен на Рис. 5, то есть выбирает все частоты за исключением центральных. Из этого ясно, что он подавит частичный захват центральных частот предыдущим фильтром. Такой подход себя оправдал и не повлиял на качество удаления полос.

Оптимизация фильтрации

Минусом удаления шумовой составляющей «как есть» при большой ширине фильтра является наличие в ней некоторой полезной информации. Кроме этого, вблизи горизонтальных границ появляются размытости, а вблизи точечных ярких объектов появляются заметные полосы и снижается общая яркость объектов. Это заметно на Рис. 7., который специально для этого сильно контрастирован.

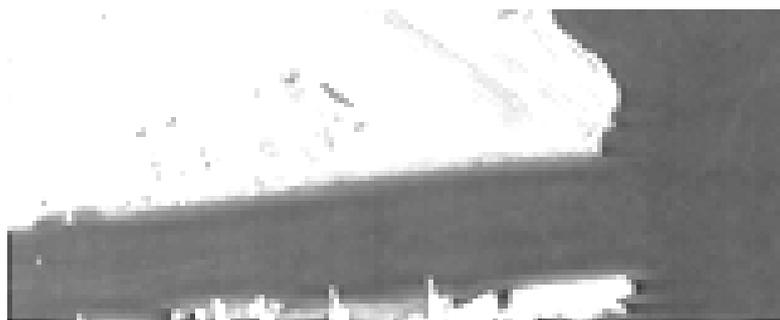


Рис. 7. Демонстрация дефектов вблизи границ объектов при фильтрации.

Сначала рассмотрим более простой метод оптимизации. Как видно из изображений шума и исходных снимков, шум заметен только на однородных по яркости участках, и при этом на таких участках он хорошо выделяется фильтром. Значит, одним из критериев оптимизации может быть абсолютное значение локальной дисперсии. Во-вторых, реальный шум имеет достаточно маленькие значения, а в шумовой составляющей встречаются достаточно большие значения, отвечающие некоторым реальным границам, поэтому еще одним критерием может быть абсолютное значение шумовой составляющей в точке.

Исходя из всего этого, было принято решение вычитать шумовую составляющую в зависимости от конкретного участка изображения, опираясь на локальную характеристику – дисперсию в окрестности точки, и также вычитать только те значения шумов, которые невелики по модулю. В ходе экспериментов были подобраны следующие условия.

Обозначим η – изображение шума, которое было получено на предыдущем этапе в результате применения фильтра (соответствует размерам изображения). Первым условием является $\eta [i,j] < 21$, при этом после $\eta [i,j] = 7$ и до 21, $\eta [i,j]$ умножается на весовой коэффициент, который падает линейно с 1 до 0, чтобы в результате на изображении не было заметно какой-либо резкой границы. Затем если локальное среднеквадратическое отклонение (СКО) d изображения больше 5 вычисляется еще один весовой коэффициент по формуле $5/d$. Для вычисления локального СКО используется окно размерами 5×5 .

Теперь рассмотрим более математически обоснованный метод, описанный в источнике [2]. Идеей этого метода также является использование весовых коэффициентов при вычитании картины шума, но в данном случае коэффициенты вычисляются по критерию оптимальности.

Обозначим через $g(x,y)$ исходное искаженное изображение, задачей является получить приближенное неискаженное изображение $\hat{f}(x,y)$, для этого вычтем из искаженного изображения $g(x,y)$ некоторую взвешенную долю вычисленного ранее шума $\eta(x,y)$:

$$\hat{f}(x,y) = g(x,y) - w(x,y)\eta(x,y). \quad (7)$$

Функция $w(x,y)$ называется весовой функцией или функцией модуляции, и задача метода состоит в таком выборе этой функции, чтобы результат оказался в некотором смысле оптимальным. Одним из критериев выбора функции $w(x,y)$ заключается в том, чтобы величина локальной дисперсии получаемого $\hat{f}(x,y)$ приближения по заданной окрестности принимала минимальное значение в каждой точке (x,y) [2].

Рассмотрим окрестность некоторой точки (x,y) , размерами $(2a+1) \times (2b+1)$. Локальная дисперсия функции $\hat{f}(x,y)$ в точке с координатами (x,y) может быть получена следующим образом:

$$\sigma^2(x,y) = \frac{1}{(2a+1)(2b+1)} \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b [\hat{f}(x+s,y+t) - \bar{\hat{f}}(x,y)]^2, \quad (8)$$

где $\bar{\hat{f}}(x,y)$ – среднее значение функции \hat{f} по окрестности, т.е.

$$\bar{\hat{f}}(x,y) = \frac{1}{(2a+1)(2b+1)} \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b \hat{f}(x+s,y+t). \quad (9)$$

Подставим (12) в (13), получаем:

$$\sigma^2(x,y) = \frac{1}{(2a+1)(2b+1)} \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b \{ [g(x+s,y+t) - w(x+s,y+t)\eta(x+s,y+t)] - [g(x,y) - w(x,y)\eta(x,y)] \}^2. \quad (10)$$

Предположим, что функция $w(x,y)$ практически постоянна в пределах окрестности, т.е. $w(x+s, y+t) = w(x, y)$ при $-a \leq s \leq a$ и $-b \leq t \leq b$. При этом в окрестности будет иметь место равенство $\overline{w(x, y)\eta(x, y)} = w(x, y)\overline{\eta(x, y)}$. С учетом двух последних формул (10) принимает вид:

$$\sigma^2(x, y) = \frac{1}{(2a+1)(2b+1)} \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b \{ [g(x+s, y+t) - w(x, y)\eta(x+s, y+t)] - [g(x, y) - w(x, y)\overline{\eta(x, y)}] \}^2. \quad (11)$$

Для того чтобы найти функцию $w(x,y)$, на которой реализуется минимум функционала $\sigma^2(x, y)$, заданного формулой (11), нужно решить уравнение:

$$\frac{\partial \sigma^2(x, y)}{\partial w(x, y)} = 0 \quad (12)$$

относительно $w(x,y)$.

Искомое решение имеет вид:

$$w(x, y) = \frac{\overline{g(x, y)\eta(x, y)} - g(x, y)\overline{\eta(x, y)}}{\overline{\eta^2(x, y)} - \overline{\eta}^2(x, y)}. \quad (13)$$

Для того чтобы получить восстановленное изображение $\hat{f}(x, y)$, нужно вычислить функцию $w(x,y)$ по (13), а затем использовать уравнение (7).

Поскольку мы предполагаем, что функция $w(x,y)$ является постоянной в пределах окрестности, то для ускорения вычислений можно вычислять по одному значению $w(x,y)$ в некоторой точке каждого из непересекающихся его фрагментов (предпочтительно в центральной точке фрагмента), а затем использовать это значение при обработке всех точек изображения, содержащихся в этом фрагменте.

Как показала практика, если применять для данной задачи фильтрации такую оптимизацию по минимизации дисперсии, то происходят существенные искажения на рельефных участках. Происходит это опять же потому, что картина шума содержит заметную часть полезной информации и при минимизации дисперсии результирующего изображения происходит ненужное сглаживание. Поэтому также, как и в предыдущем методе, используется ограничение по локальному СКО в размере 5 единиц яркости, в противном случае изменений не производится. Аналогично введено ограничение в размере 10 единиц яркости на модуль произведения шумовой составляющей и весового коэффициента. Сделано это потому, что шум, который надо отфильтровать из особенностей задачи имеет амплитуду меньшую 10 единиц.

По поводу сравнения предыдущего метода и данного, трудно однозначно сделать вывод, какой из них действует лучше. В целом на изображениях различия не заметны. При более детальном рассмотрении после действия предыдущего метода на изображении вблизи объектов появляется легкая светлая кайма, в данном же методе такого не происходит, но зато вблизи границ объектов могут оставаться остатки полос (Рис. 7). В плане вычислений более эффективным является предыдущий способ оптимизации.

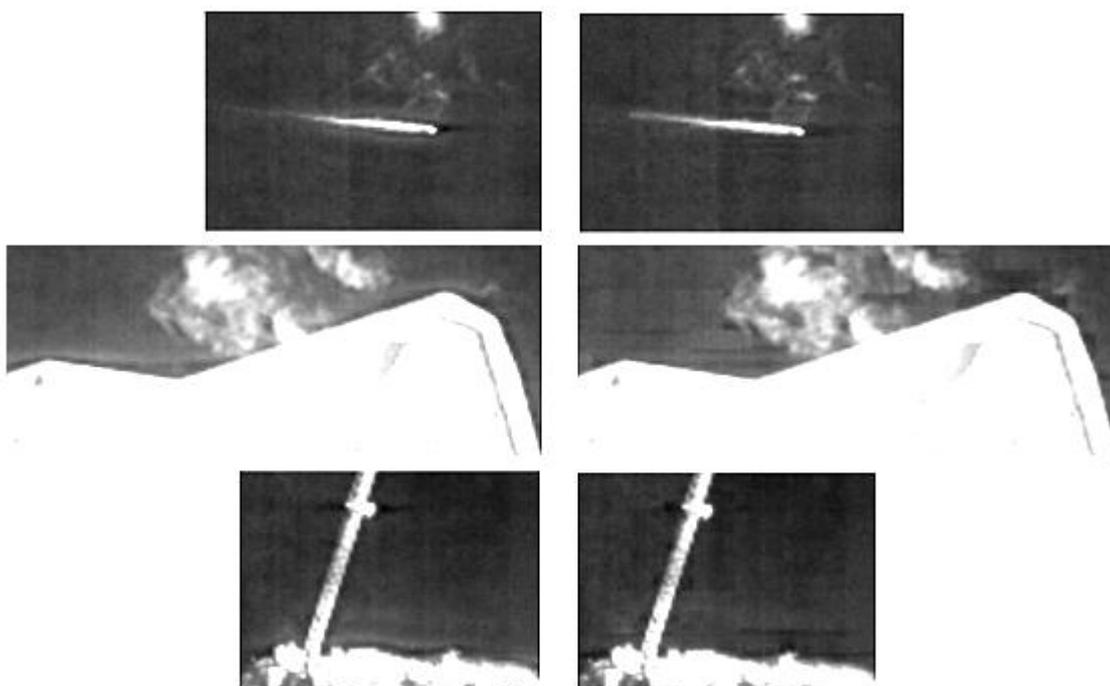


Рис. 7. Сравнение двух методов. Левый столбец (а) – 1ый метод. Правый столбец (б) – 2ой метод с оптимальным подбором весовых коэффициентов. Изображения контрастированы для наглядности.

Выводы и рекомендации

В статье была рассмотрена методика использования быстрого преобразования Фурье для фильтрации периодических шумов на примере фильтрации горизонтальных полос на спутниковых снимках, которые встречаются на них из-за особенностей аппаратуры (так называемый дрейф темновых токов).

При использовании пространственных методов фильтрации, когда используются абсолютные значения яркости пикселей, может быть заметная потеря полезной информации, размытие контуров. Использование же подхода на основе частотной фильтрации для удаления периодических помех позволяет удалить только помехи, практически не затрагивая полезной информации и не внося заметных посторонних визуальных изменений. При этом

методы частотной фильтрации могут быть достаточно эффективно реализованы благодаря алгоритму быстрого преобразования Фурье (БПФ).

Также на основе известных круговых фильтров были разработаны различные способы выделения шумовой составляющей и проанализированы их возможности. Разработаны и сопоставлены между собой различные способы оптимизации фильтрации на основе вычисления весового коэффициента при вычете значения шума. В одном случае весовой коэффициент зависел только от локального СКО и модуля значения шума, а в другом проводилось его вычисление на основе минимизации СКО результирующего изображения. При регулярной картине шума во втором случае никакие дополнительные действия не требуются, но для описанного случая пришлось добавить еще ограничения по СКО и по модулю. Данные действия были вызваны тем, что картина шума оказалась нерегулярной, и содержала некоторую часть полезной информации, которая при минимизации СКО результирующего изображения приводила к размытию изображения. Ограничение по СКО было введено из соображений того, что шум заметен только на относительно гладких фрагментах изображения.

Библиографический список

1. Злобин В.К., Еремеев В.В. Обработка аэрокосмических изображений. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 288 с.
2. Р. Гонсалес, Р. Вудс. Цифровая обработка изображений. – М.: Техносфера, 2005. – 1072 с.
3. Форсайт, Дэвид А., Понс, Жан. Компьютерное зрение. Современный подход.: пер. с англ. – М.: Издательский дом “Вильямс”, 2004. – 928 с.
4. И.С. Грузман, В.С. Киричук и др. Цифровая обработка изображений в информационных системах: Учеб. пособие – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2002. – 352 с.
5. Уильям Прэтт. Цифровая обработка изображений: Пер. с англ. – М.: Мир, 1982. – 312 с.
6. В.А. Сойфер, В.В. Сергеев, С.Б. Попов, В.В. Мясников. Теоретические основы цифровой обработки изображений. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева. Самара, 2000. – 256 с.
7. Генри Уоррен. Алгоритмические трюки для программистов, испр. изд.: Пер. с англ. – М. : Издательский дом “Вильямс”, 2004. – 288 с.

Сведения об авторах

Гусев Владимир Юрьевич, аспирант Московского авиационного института (национального исследовательского университета, e-mail: gusev3@mail.ru

Крапивенко Андрей Викторович, доцент Московского авиационного института
(национального исследовательского университета), к.ф.-м.н., e-mail: zanuda@list.ru