

На правах рукописи



Борщев Никита Олегович

**Методы исследования тепловой модели многоразового элемента
конструкции спускаемого космического аппарата на примере
анизотропного шпангоута**

Специальность

05.07.03 – Прочность и тепловые режимы летальных аппаратов

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Москва - 2020

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)».

Научный руководитель: Кандидат технических наук, доцент
Антонов Виктор Алексеевич

Официальные оппоненты: **Резник Сергей Васильевич**
доктор технических наук,
Федеральное государственное бюджетное
Образовательное учреждение высшего
образования «Московский государственный
технический университет
имени Н.Э. Баумана», зав. кафедрой
«Ракетно-космические композитные
конструкции»

Савченкова Наталья Михайловна,
кандидат технических наук,
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего
образования «Московский энергетический
институт», доцент кафедры
«Тепломассообменных процессов и установок»

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего
образования «Саратовский государственный
технический университет им. Гагарина Ю.А.»

Защита состоится «22» декабря 2020г. в 14:00 часов на заседании диссертационного совета Д 212.125.10, созданного на базе федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», по адресу: 125993 Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д.4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский авиационный институт(национальный исследовательский университет)»
<http://www.mai.ru/events/defence>.

Автореферат разослан «__» _____ 20__ г.

Ученый секретарь

диссертационного совета Д 212.125.10
кандидат технических наук, доцент

Денискина
Антонина Робертовна

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА

Актуальность темы исследования. При создании новых образцов ракетно-космической техники, функционирование которых сопровождается интенсивными процессами тепло-массопереноса, особое внимание уделяется исследованию их теплофизическим характеристик, тепловому проектированию и экспериментальной отработке тепловых режимов.

Повышенное внимание к указанным исследованиям связано прежде всего с ужесточением условий теплового нагружения конструкции во время эксплуатации, уменьшением температурных допусков на целевую аппаратуру, повышенными требованиями к надежности, прочности, экономии топливно-энергетических ресурсов.

Создание современной космической техники требует большого объема экспериментальных исследований, включающих тепло-вакуумные испытания. Важным моментом является создание эффективных методов диагностики и идентификации теплообменных процессов на основе экспериментальных данных и результатов испытаний.

Важное место в исследовании теплообменных процессов заняла методология решения обратных задач теплопроводности (ОЗТ). Решение обратной задачи заключается в определении краевых условий или коэффициентов уравнения (физических свойств вещества) для заданного распределения температур в пространстве и во времени.

Методы обратных задач теплопроводности дают возможность исследовать сложные нестационарные процессы теплопереноса в элементах конструкции, обладают высокой информативностью и позволяют принимать обоснованные решения для проектирования ракетно-космической техники. В настоящее время методы исследований, основывающиеся на принципах решения обратных задач теплопроводности, находят всё более широкое применение. Большой вклад в разработку методов и алгоритмов решения обратных задач теплообмена внесли академик А.Н.Тихонов, Сенкевич Е.А., О.М. Алифанов, В.Ф. Формалев, А.К. Алексеев, Е.А. Артюхин, В.Н. Елисеев, И.С.Кабанихин, Л.А. Коздоба, Ю.М. Мацевитый, Ю.В. Полежаев, С.В. Резник, В.М. Юдин, А.Г.Яголой, J.V. Beck, G. Chaven, Y. Jaryu.

Подходы к параметрической идентификации коэффициентов математических моделей, базирующиеся на методах решения некорректных задач широко анализировались в нашей стране, а также в других странах и показали свою эффективность при разработках и исследованиях в космической, авиационной, автомобильной отраслях техники, металлургии, энергетике и т.д.

В настоящей работе рассматривается комплексный подход к определению теплофизических характеристик твердых материалов в целях обеспечения уточнения физико-математических моделей расчета теплонагруженных конструкций ракетно-космической техники на всех ее этапах эксплуатации. Элементами комплексного подхода являются:

1. На первом этапе решается обратная граничная задача идентификации радиационного теплообмена по воспроизведению теплового аэродинамического падающего потока на конструкцию активного стыковочного агрегата (АСА). Решение данной задачи позволяет получить данные для разработки и создания экспериментального стенда, позволяющего имитировать условия спуска возвращаемого аппарата. Результатом тепловой обработки АСА на созданном стенде является температурное поле стыковочного агрегата.

2. На втором этапе по полученному температурному полю решается обратная задача по поиску компонентов тензора теплопроводности.

Степень разработанности темы исследования. Существует ряд работ и исследований в области теплового проектирования конструкций ракетно-космической техники, выполненных из композиционных материалов. Данные материалы обладают явно выраженной анизотропией. В настоящее время огромный вклад в исследование теплового состояния анизотропных твердых тел внесли Формалев В.Ф. и Колесник С.А. В указанных работах расчеты проводились в декартовой системе координат при заданных граничных условиях первого рода (заданных температур).

В представленной работе рассмотрена реальная конструкция активного стыковочного агрегата (АСА), исследуемая в граничных условиях второго рода (падающий тепловой поток). Задача решена в цилиндрической системе координат в связи с осесимметричностью объекта исследования – АСА.

Одной из задач диссертационной работы, является составление методики по определению компонентов тензора теплопроводности композиционных материалов с учетом данных теплофизических экспериментов.

Целью данной работы является составление методики по определению компонентов тензора теплопроводности анизотропного материала шпангоута стыковочного агрегата спускаемого аппарата по данным теплофизического эксперимента

Для достижения цели поставлены и решены следующие **основные задачи**:

1. Проанализировать существующие математические модели распространения тепловых потоков в сплошной однородной анизотропной среде с целью создания обобщенной математической модели для идентификации компонентов тензора теплопроводности, удовлетворяющей инженерным требованиям.

2. Разработать алгоритм решения обратной задачи параметрической идентификации математической модели распространения тепловых потоков в сплошной однородной анизотропной среде.

3. Модернизировать численный метод для реализации параметрической идентификации математической модели теплопереноса тепловых потоков в анизотропных твердых телах, позволяющего вычислить компоненты тензора теплопроводности.

4. Решить обратную задачу радиационного теплопереноса по воспроизведению теплового аэродинамического падающего потока на конструкцию АСА для создания специального экспериментального стенда, позволившего имитировать тепловую аэродинамическую нагрузку лучистым тепловым диффузным потоком.

5. Выбрать проектные параметров ИК – имитаторов стенда для моделирования аэродинамического теплового нагрева шпангоута лучистым тепловым диффузным потоком.

Объектом исследования является тепловое состояние шпангоута АСА по данным датчиков температур

Предмет исследования: распределение тепловых потоков в элементе шпангоута АСА

Научную новизну работы определяют:

1. Разработана обобщенная математическая модель шпангоута стыковочного агрегата, позволяющая провести идентификацию компонентов симметричного тензора теплопроводности.

2. Разработан алгоритм для решения задачи параметрического определения компонентов вектора теплопроводности элемента шпангоута АСА, позволяющий определить ориентацию вектора теплопроводности в обеспечении уточненного теплового состояния конструкции.

3. Получены проектные параметры ИК – имитаторов стенда (задаваемые на них тепловые потоки, их геометрические характеристики и расположение в пространстве) для воспроизведения условий эксплуатации АСА на основе решения обратной задачи радиационного теплопереноса стохастическим методом моделирования Монте-Карло.

Методология и методы исследования

При решении поставленных задач использовались метод итерационной регуляризации, а также метод регуляризации А.Н. Тихонова, градиентный метод сопряженных направлений, метод переменных направлений с экстраполяцией В.Ф. Формалева, программная среда Fortran для решения поставленной задачи, стохастический метод Монте-Карло для моделирования тепловой лучистой нагрузки, программная среда «Therm» для оценки теплового состояния ОИ.

Теоретическая и практическая значимость работы составляет:

Теоретическая значимость заключается в том, что полученные выводы дополняют теорию теплового проектирования изделий ракетно-космической техники с явно выраженной анизотропией теплопроводности. Основные теоретические результаты могут стать основой для дальнейшего изучения теплового состояния конструкций спускаемых космических аппаратов при сверхкритическом тепловом нагружении.

Практическая значимость:

1. Методика по определению компонент симметричного тензора теплопроводности элемента шпангоута АСА

2. Разработка прикладного программного обеспечения по определению ориентации главных осей тензора теплопроводности для материалов с явно-выраженной анизотропией

3. Выбор тепловой мощности ИК – имитаторов и их пространственного расположения для экспериментального стенда по моделированию внешнего теплосилового нагружения шпангоута АСА.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Обобщенная математическая модель шпангоута стыковочного агрегата;
2. Алгоритм идентификации симметричного тензора теплопроводности шпангоута АСА по данным замеров температур;
3. Обобщенная методика идентификации симметричного тензора теплопроводности шпангоута АСА по данным замеров температур;
4. Проектные параметры ИК – имитаторов стенда для моделирования аэродинамического теплового нагрева шпангоута АСА многоразовых спускаемых космических аппаратов лучистым тепловым диффузным потоком.

Достоверность и обоснованность полученных результатов подтверждается строгой постановкой задачи исследования с принятыми допущениями, четкой формулировкой применяемых формализованных описаний, результатами программной реализации и хорошей сходимостью результатов теоретического исследования симметричного тензора теплопроводности шпангоута АСА с их реальными значениями.

Личный вклад автора.

1. Формулировка цели и задач исследования
2. Обобщенная методика идентификации симметричного тензора теплопроводности
3. Модернизация численного метода для реализации параметрической идентификации математической модели теплопереноса тепловых потоков в анизотропных твердых телах
4. Выбор проектных параметров стенда для моделирования аэродинамического теплового нагрева шпангоута АСА многоразовых спускаемых космических аппаратов лучистым тепловым диффузным потоком.

Внедрение результатов работы.

Результаты работы внедрены в АО НПО «Энергомаш» в части создания алгоритма и методики по определению ориентации вектора теплопроводности. Отдельные разделы работы используются в учебном процессе при чтении лекций по дисциплине «Конструирование и расчет аппаратов систем обеспечения жизнедеятельности», а также при проведении курсового и дипломного проектирования.

Апробация работы.

Промежуточные результаты работы многократно апробированы, путем обсуждения с ведущими специалистами в данной отрасли на различных конференциях.

Результаты обсуждались на следующих конференциях и заседаниях: 16-я Международная конференция «Авиация и космонавтика» – г. Москва 2017; 17-я Международная конференция «Авиация и космонавтика» – г. Москва 2018; 15-ая Российская конференция по теплофизическим свойствам веществ – г. Москва 2018; 7-ая Российская национальная конференция по теплообмену – г. Москва 2018; 18-я Международная конференция «Авиация и космонавтика» – г. Москва 2019; 44-ые академические чтения по космонавтике – г. Москва 2020 г.

Публикации. По материалам диссертации опубликованы 8 работ, отражающие основные положения исследования, в том числе 3 статьи в ведущих научных изданиях, включенных в перечень ВАК и международные системы цитирования Web of Science и Scopus, тезисы трудов конференций,

Структура и объем работы. Диссертация включает в себя введение, пять глав, заключение, список литературы, приложения. Общий объем работы составляет 141 страницу, включая 55 рисунков, 2 таблицы и список литературы из 98 наименований.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении отражена актуальность темы исследования, сформулированы цели и задачи работы. Показаны новизна, а также достоверность и обоснованность результатов диссертационной работы. Кратко охарактеризованы методы исследования. Представлены теоретическая и практическая значимость работы.

В первой главе диссертационной работы проведен анализ построения тепловых физико-математических моделей твердых тел с явно выраженной анизотропией. Приведены основные виды кристаллографических систем, для которых характерен тот или иной вид анизотропии. Даны основные определения «прямой» и «обратной» задач теплопроводности, а также приведены основные численные методы решения «прямых» задач теплопроводности, такие как метод тепловых балансов или изотермических узлов, а также метод конечных элементов. Описаны основные виды обратных задач теплообмена и их отличие от прямых.

Описан выбранный объект исследования, являющейся шпангоута активного стыковочного агрегата (АСА), представленного на рисунке 1.

Стыковочный агрегат выбран с целью апробацию разрабатываемого алгоритма по определению коэффициентов симметричного тензора теплопроводности его металлической части. Он предназначен для стыковки транспортного корабля со станцией.

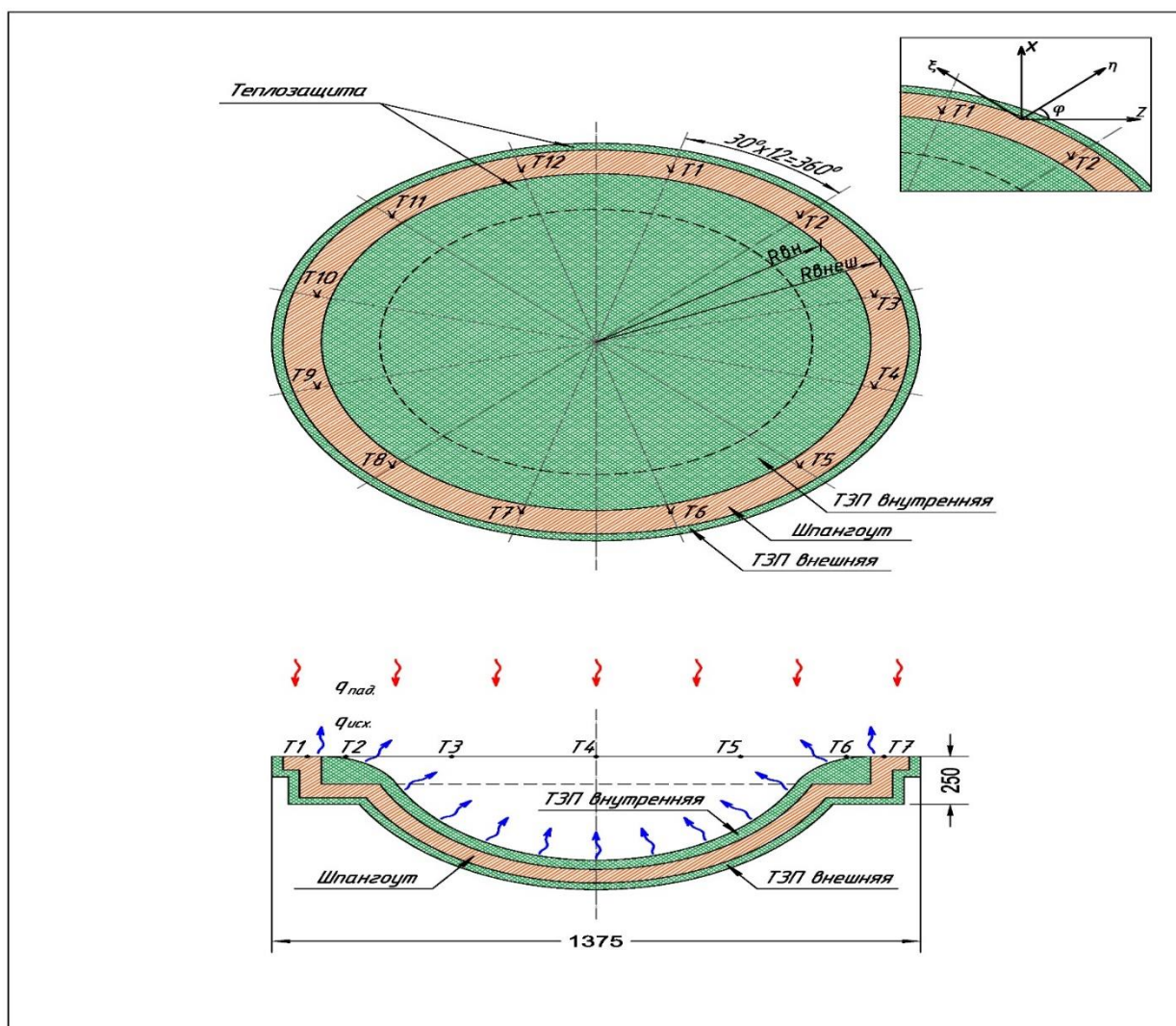


Рисунок 1- Расчетная схема АСА

При спуске в плотных слоях атмосферы Земли на АСА воздействует аэродинамический тепловой поток (приходящие стрелки). Одновременно происходит излучение тепловой энергии (уходящие стрелки) в атмосферу.

По торцу стыковочного агрегата (см. рис. 1) расположен шпангоут шириной 200 мм. На корабль и стыковочный агрегат нанесено теплоизолирующее покрытие для предотвращения перегрева при прохождении плотных слоев атмосферы. На переднюю часть шпангоута теплоизоляция не наносится, т.к. этой частью шпангоута стыковочного агрегата транспортный корабль сопрягается при стыковке со станцией.

При спуске корабля в плотных слоях атмосферы на него воздействует аэродинамический тепловой поток, достигающий 70 кВт/м². Под воздействием теплового потока температурное поле шпангоута изменяется в широком диапазоне, что может приводить к значительной его деформации.

При проведении термосиловых испытаний на передний торец шпангоута симметрично установлены 12 термопар. По данным термопар идентифицировать его тепловая математическая модель шпангоута для нахождения ориентации главных осей теплопроводности относительно выбранной системы координат (см. рис. 1 сверху)

Для идентификации теплофизических характеристик разработана математическая модель, позволяющая определить компоненты тензора теплопроводности материала по данным теплофизического эксперимента.

Принимаются следующие допущения:

1. В силу симметрии конструкции распределение температурного поля по конструкции будет тоже симметрично. Принимаем граничные условия второго рода (тепловой поток на границе тел) и рассматриваем постановку задачи в цилиндрических криволинейных координатах при наличии симметричного тензора теплопроводности в декартовых координатах.

2. Так как оба боковых торца теплоизолированы, то целесообразно принять двумерную постановку задачи при нулевом перетекании тепла вдоль по радиусу шпангоута.

Запишем рассматриваемую постановку задачи в виде:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\lambda_{\theta\theta}(T) \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} \right) + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\lambda_{\theta z}(T) \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_{zz}(T) \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial z} \right) = C(T) \rho \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial \tau}; z \in [0; l_z], \theta \in [0; \pi], \tau > 0; \quad (1.0)$$

Граничные условия имеют следующий вид:

$$-\left[\lambda_{\theta z}(T) \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial z} + \frac{\lambda_{\theta\theta}(T)}{r} \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} \right] = 0, z \in [0; l_z], \theta = 0, \tau > 0; \quad (1.1)$$

$$\left[\lambda_{\theta z}(T) \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial z} + \frac{\lambda_{\theta\theta}(T)}{r} \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} \right] = 0, z \in [0; l_z], \theta = \pi, \tau > 0; \quad (1.2)$$

$$-\left[\lambda_{zz}(T) \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial z} + \lambda_{z\theta}(T) \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{r \partial \theta} \right] = 0, z = 0, \theta \in [0; \pi], \tau > 0; \quad (1.3)$$

$$\left[\lambda_{zz}(T) \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial z} + \lambda_{z\theta}(T) \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{r \partial \theta} \right] = q^{\text{эф}}(T^4) - q^{\text{к}}(T), z = l_z, \theta \in [0; \pi], \tau > 0; \quad (1.4)$$

$C(T)$ – удельная теплоемкость материала, $\frac{\text{Дж}}{\text{кгК}}$

ρ – плотность материала, $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

$\lambda_{xx}(T), \lambda_{xy}(T), \lambda_{zz}(T)$ – компоненты тензора теплопроводности,

T – температура, К

q_i – тепловой удельный поток, $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$

Компоненты тензора теплопроводности в цилиндрической системе координат связаны с декартовой следующими соотношениями при переходе к двумерной постановке задачи:

$$\lambda_{\theta\theta}(T) = \lambda_{xx} \sin^2 \theta - 2\lambda_{xy}(T) \sin(\theta) \cos(\theta); \quad (1.5)$$

$$\lambda_{\theta z}(T) = -\lambda_{xz}(T) \sin \theta; \quad (1.6)$$

$$\lambda_{zz}(T) = \lambda_{zz}(T); \quad (1.7)$$

Расчетные формулы по определению эффективного теплового потока имеют вид:

$$q^{\text{рез}}(T^4) = \sum_{i=1}^N q_M^{\text{эф}} - \varepsilon_M \sigma T(M, \tau)^4, \quad (1.8)$$

где эффективный тепловой поток определяется выражением:

$$q_M^{\text{эф}} = \sum_{j=1}^N q_j^{\text{изл}} + \frac{(1 - \varepsilon_j)}{F_j} \int_{F_j} q_j(M, \tau) \varphi_{M \rightarrow j} dF_j \quad (1.9)$$

Угловой коэффициент переизлучения или ядро интегрального уравнения (7.1) определяется выражением:

$$\varphi_{M \rightarrow j} = \frac{\cos \theta_M \cos \theta_j}{\pi l^2} \quad (1.10)$$

θ_M – угол между нормалью к рассматриваемой площадке конструкции и направлением на ИК-имитатор;

θ_j – угол между нормалью к рассматриваемой площадкой конструкции и направлением на ОИ;

N – количество ИК – имитаторов,

ε_M – интегральная степень черноты поверхности материала i – ой поверхности;

T – средняя температура i – ой поверхности;

Тепловой конвективный поток определяется следующими зависимостями:

$$q_{i,j}^k = \alpha_k(T)(T(r, \theta, \tau) - T_c), \quad (1.11)$$

где $\alpha_k(T)$ – коэффициент теплоотдачи нагреваемого объекта в окружающую среду. Вычисляется этот коэффициент из решения критериального уравнения вида:

$$\alpha_k(T) = Nu_l(T) \frac{\lambda_b(T_c)}{l_{\text{эф}}}; \quad (1.12)$$

λ_b – коэффициент теплопроводности воздуха, $\frac{\text{Вт}}{\text{мК}}$;

$l_{\text{эф}}$ – характерный размер(размер, вдоль которого движется тепловой конвективный поток, м;

T_c – температура окружающей среды, К;

$Nu_l(T)$ – критерий Нуссельта;

Для определения коэффициента теплоотдачи воспользуемся критериальными соотношениями, полученными при решении задач обтекания равновесным воздухом конструкций при схожих условиях окружающей среды. Локальное число Нуссельта при решении уравнений движения газа и закона сохранения энергии определяется выражением Ида

Для ламинарного пограничного слоя:

$$Nu_l = \frac{3}{4} \left(\frac{2Pr(T_c)}{5(1 + 2Pr(T_c))^{\frac{1}{2}} + 2Pr(T_c)} \right)^{\frac{1}{4}} (Gr_r Pr(T_c))^{\frac{1}{4}} \text{ при } Re < 2300; \quad (1.13)$$

Для переходного и турбулентного пограничного слоя:

$$Nu_l = 0.17(Gr_r Pr)^{\frac{1}{4}} \text{ при } Re > 2300; \quad (1.14)$$

Re – безразмерный критерий Рейнольдса;

Pr – безразмерное число Прандтля;

Gr_l – безразмерный критерий Гросгоффа:

$$Gr_l = \frac{U_c^2(r) \Delta r^2}{\nu(T_c)^2} \equiv \frac{g \beta \Delta r^3 (T(r, \theta, \tau) - T_c)}{\nu(T_c)^2}; \quad (1.15)$$

в котором

$$U_c = \sqrt{\beta r T ((r, \theta, \tau) - T_c)}; \quad (1.16)$$

ν – коэффициент кинематической вязкости, $\frac{m^2}{c}$;

Коэффициент температурного расширения идеального газа:

$$\beta = \frac{1}{T_c}; \quad (1.17)$$

Во второй главе рассматривается методика идентификации симметричного тензора теплопроводности по данным замеров температур.

В качестве критерия адекватности расчетной модели (1.0-1.4) реальному процессу в работе предлагается среднеквадратичный функционал невязки, характеризующий среднеквадратичное отклонение рассчитанных температур, полученных в ходе решения прямой задачи теплопроводности в точках установки термомпар от экспериментально измеренных температур:

$$S(\lambda_p) = \frac{1}{2} \int_0^{\tau_{max}} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K ([T(\lambda^{(n)}) - \tilde{T}]^2 d\tau; \quad (2.0)$$

В работе используется метод безусловной минимизации функционала $S(\lambda_p)$ с помощью метода сопряженных градиентов, как наиболее точного метода первого порядка точности, позволяющего достичь требуемой сходимости за минимальное число итераций.

Последовательный алгоритм метода сопряженных градиентов можно представить в следующем виде:

$$\vec{\lambda}^{n+1} = \vec{\lambda}^n + \Delta \vec{\lambda}^{n+1}, \quad (2.1)$$

где

$$\Delta \vec{\lambda}^{n+1} = -\beta_k p^{(n)}; \quad (2.2)$$

Направление спуска определяется из:

$$\vec{p}^n = \text{grad}S(\vec{\lambda}^n) + \beta_n \vec{p}^{n-1}; \quad (2.3)$$

$$\beta_0 = 0, p^{(0)} = \text{grad}S(\lambda^{(0)}); \quad (2.4)$$

$$\beta_n = \frac{|\text{grad}S(\lambda^{(n)})|^2}{|\text{grad}S(\lambda^{(n-1)})|^2}; \quad (2.5)$$

Критерием останова итерационного процесса является выражение:

$$|\text{grad}S(\lambda^{(0)})| = \sqrt{\sum_{p=1}^3 \left[\frac{\partial S(\lambda^{(n)})}{\partial \lambda_p} \right]^2} \leq \delta_{sum}; \quad (2.6)$$

где

δ_{sum} – погрешность входных данных, вычисленная в той же метрике, что и целевой функционал.

$$\delta_{sum} = \delta_a + \delta_f + \delta_{окр}, \quad (2.7)$$

где δ_f – погрешность входных температур, определяемая следующими выражением:

$$\delta_f = \int_0^{\tau_{max}} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \delta_L(\tau) d\tau, \quad (2.8)$$

где

δ_L – оценка изменения среднеквадратичного отклонения измеренных температур в точке с заданной координатой по времени t от истинного значения; δ_a – погрешности, обусловленные аппроксимацией исходной задачи конечноразностным аналогом и соответствующей параметризацией искомых функций, $\delta_{окр}$ – погрешности округления

Частью итерационных алгоритмов решения обратных задач является вычисление градиента функционала невязки. Реализация этой процедуры во многом определяет общую эффективность вычислительных алгоритмов и расчетных методик. Наиболее экономичный метод определения градиента базируется на использовании теории экстремальных задач для систем с распределенными параметрами. При этом вводится в рассмотрение сопряженная краевая задача, с помощью которой могут быть получены аналитические формулы для градиента. В рассматриваемой задаче неизвестные характеристики зависят от температуры – переменной состояния анализируемого процесса. В такой ситуации выражение для градиента можно получить, представив искомую зависимость в параметрическом виде:

$$\lambda_{\theta\theta}(T) \approx \sum_{m=1}^M \lambda_m^{\theta\theta} N_m(T), \lambda_{\theta z}(T) \approx \sum_{m=1}^M \lambda_m^{\theta z} N_m(T), \lambda_{zz}(T) \approx \sum_{m=1}^M \lambda_m^{zz} N_m(T), \quad (2.9)$$

где $N_m(T)$ – базисные функции, описывающие зависимость искомых теплофизических характеристик от температуры. В данной работе используются линейно-непрерывные базисные функции, имеющие следующий вид:

$$N_m^\lambda(T) = \begin{cases} 0, T < T_{m-1} \\ \frac{T - T_{m-1}}{T_m - T_{m-1}}, T_{m-1} \leq T \leq T_m, \\ \frac{T_{m+1} - T}{T_{m+1} - T_m}, T_{m-1} \leq T \leq T_m, \\ 0, T > T_m, m = \overline{1, M} \end{cases} \quad (2.10)$$

Определим количество M временных блоков, в каждом из которых одинаковое число K_m ($m = \overline{1, M}$) шагов τ по времени и на каждом из которых коэффициенты λ_m^s $s = \theta\theta, \theta z, zz$ в линейных комбинациях постоянны.

Это количество определим из верхней оценки функциональной невязки

$$6K_m \delta_f^2 \leq \delta_{sum}, \quad (2.11)$$

где 6 – число узлов с замерами температуры по времени, K_m – число временных слоев в каждом блоке,

Из (2.11) получаем количество K_m временных шагов τ в каждом m -м блоке, $m = \overline{1, M}$, для всех характеристик

$$K_m = \frac{\delta_{sum}}{6\delta_f^2}; \quad (2.12)$$

Если теперь весь временной промежуток $[0, \tau_{max}]$ разделить на число K_m временных слоев в каждом блоке, получим количество M конечных элементов в (2.11) – (2.12), а длина ΔT_m каждого конечного элемента $m = \overline{1, M}$ равна

$$\Delta T_m = \frac{T_{max} - T_{min}}{M}, m = \overline{1, M} \quad (2.13)$$

$$M = \frac{\tau_{max}}{K_m}, m = \overline{1, M} \quad (2.14)$$

Таким образом, равномерной сетке по времени ставится в соответствие более крупная (блоковая, с числом слоев K_m в каждом блоке) сетка по времени с одинаковым числом слоев по времени внутри каждого блока. Который в свою очередь, ставится в соответствие неравномерная сетка по функции T (рисунок 3), причем эта сетка может быть построена после численного

решения прямой задачи с граничными условиями второго рода или третьего родов. Когда станет известно значение максимальной температуры T_{max} , а минимальная температура ставится равной значению температуры окружающей среды в начальный момент времени.

Для граничных условий первого рода значения минимальной и максимальной температур известны, и величину ΔT_m можно определить а priori (до решения прямой задачи).

Для граничных условий второго рода необходимо сперва оценить максимальную возможную температуру, для этого целесообразно решить задачу для одного наиболее термонапряженного узла (в зависимости от величины падающей тепловой нагрузки) до времени пика теплового потока τ_{max} .

Выражение для оценки максимальной температуры конструкции может быть получено из следующего выражения:

$$T_{max} = T_{min} + \frac{2q_{sum}\tau_{max}}{C(T)\rho h_z}, \quad (2.15)$$

где

$$q_{sum} = q^{pez}(T^4) - q^k(T); \quad (2.16)$$

Для вывода компонент градиента целевого функционала составим обобщенный функционал Лагранжа:

$$\begin{aligned} L(\lambda_p) = & \frac{1}{2} \int_0^{\tau_{max}} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K [T(z_j, \theta_k, \tau) - \tilde{T}]^2 d\tau + \\ & + \frac{1}{2} \int_0^{\tau_{max}} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \frac{\Psi(z_j, \theta_k, \tau)}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\lambda_{\theta\theta}(T) \frac{\partial T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial \theta} \right) + \\ & + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\lambda_{\theta z}(T) \frac{\partial T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_{zz}(T) \frac{\partial T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial z} \right) - C(T)\rho \frac{\partial T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial \tau} \Big] d\tau \end{aligned} \quad (2.17)$$

При этом получены следующие выражения для составляющих градиента функционала невязки:

Выражение для первой компоненты тензора теплопроводности:

$$\frac{\partial \delta I}{\partial \lambda_m^{zz}} = - \int_0^{\tau_{max}} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \Psi(z_j, \theta_k, \tau) \frac{\partial}{\partial z} \left[\sum_{m=1}^M N_m(T) \frac{\partial (T(z_j, \theta_k, \tau) + \Delta T(z_j, \theta_k, \tau))}{\partial z} \right] d\tau; \quad (2.18)$$

Выражение для второй компоненты тензора теплопроводности:

$$\frac{\partial \delta I}{\partial \lambda_m^{\theta z}} = - \int_0^{\tau_{max}} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \frac{\Psi(z_j, \theta_k, \tau)}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\sum_{m=1}^M N_m(T) \frac{\partial (T(z_j, \theta_k, \tau) + \Delta T(z_j, \theta_k, \tau))}{\partial \theta} \right] d\tau; \quad (2.19)$$

Выражение для третьей компоненты тензора теплопроводности:

$$\frac{\partial \delta I}{\partial \lambda_m^{\theta\theta}} = -2 \int_0^{\tau_{max}} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \frac{\Psi(z_j, \theta_k, \tau)}{r} \frac{\partial}{\partial z} \left[\sum_{m=1}^M N_m(T) \frac{\partial (T(z_j, \theta_k, \tau) + \Delta T(z_j, \theta_k, \tau))}{\partial \theta} \right] d\tau; \quad (2.20)$$

Где $\Psi(\theta, z, \tau)$ – множитель Лагранжа, полученный при решении сопряженной задачи по поиску вариации температур и имеющий следующий вид:

$$\begin{aligned} \Psi(z_j, \theta_k, \tau) & \\ = & \frac{[T(z_j, \theta_k, \tau) - \tilde{T}]\Delta T(z_j, \theta_k, \tau)}{\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\lambda_{\theta\theta}(T) \frac{\partial \Delta T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial \theta} \right] + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial z} \left[\lambda_{z\theta}(T) \frac{\partial \Delta T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial \theta} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_{zz}(T) \frac{\partial \Delta T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial z} \right)}; \end{aligned} \quad (2.21)$$

При решении поставленной задачи методом регуляризации А.Н. Тихоновым функционал невязки примет следующий вид:

$$L(\lambda_p) = \frac{1}{2} \int_0^{\tau_{\max}} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K [T(z_j, \theta_k, \tau) - \tilde{T}]^2 d\tau + \quad (2.22)$$

$$+ \frac{1}{2} \int_0^{\tau_{\max}} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \frac{\Psi(z_j, \theta_k, \tau)}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\lambda_{\theta\theta}(T) \frac{\partial T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial \theta} \right) + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\lambda_{\theta z}(T) \frac{\partial T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial z} \right)$$

$$+ \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_{zz}(T) \frac{\partial T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial z} \right) - C(T) \rho \frac{\partial T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial \tau} +$$

$$+ \frac{1}{2} \gamma(\delta) \left\| \lambda_m^{\theta\theta^2} + \lambda_m^{z\theta^2} + \lambda_m^{\theta z^2} \right\| d\tau,$$

где норма вычисляется из стабилизирующего функционала первого порядка:

$$\|\lambda_p\|^2 = \int_0^{\tau_{\max}} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \left[|\lambda_p(S)|^2 + \left| \frac{\partial \lambda_p(S)}{\partial S} \right|^2 \right] d\tau, p = 1, \dots, 3 \quad (2.23)$$

Параметр регуляризации производится в соответствии с обобщенным функционалом невязки:

$$\theta(\gamma) = [T(\lambda^{(n)}) - \tilde{T}]^2 - (\delta + h \|\lambda\|^2)^2 - \mu_\eta^2(\tilde{T}) = 0 \quad (2.24)$$

Для отыскания корня обобщенной невязки на каждом итерационном шаге используется метод хорд для решения нелинейных алгебраических уравнений.

Таким образом, компоненты градиента целевого функционала невязки будут иметь следующие выражения, немногим отличающиеся от предыдущих:

Выражение для первой компоненты тензора теплопроводности:

$$\frac{\partial \delta L}{\partial \lambda_m^{zz}} = - \int_0^{\tau_{\max}} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K [\Psi(z_j, \theta_k, \tau) \frac{\partial}{\partial z} \left[\sum_{m=1}^M N_m(T) \frac{\partial (T(z_j, \theta_k, \tau) + \Delta T(z_j, \theta_k, \tau))}{\partial z} \right] + \Delta \gamma \lambda_m^{zz}] d\tau; \quad (2.25)$$

Выражение для второй компоненты тензора теплопроводности:

$$\frac{\partial \delta L}{\partial \lambda_m^{\theta z}} = -2 \int_0^{\tau_{\max}} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \left[\frac{\Psi(z_j, \theta_k, \tau)}{r} \frac{\partial}{\partial z} \left[\sum_{m=1}^M N_m(T) \frac{\partial (T(z_j, \theta_k, \tau) + \Delta T(z_j, \theta_k, \tau))}{\partial \theta} \right] + \Delta \gamma \lambda_m^{\theta z} \right] d\tau; \quad (2.26)$$

Выражение для третьей компоненты тензора теплопроводности:

$$\frac{\partial \delta L}{\partial \lambda_m^{\theta\theta}} = - \int_0^{\tau_{\max}} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \left[\frac{\Psi(z_j, \theta_k, \tau)}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\sum_{m=1}^M N_m(T) \frac{\partial (T(z_j, \theta_k, \tau) + \Delta T(z_j, \theta_k, \tau))}{\partial \theta} \right] + \Delta \gamma \lambda_m^{\theta\theta} \right] d\tau; \quad (2.27)$$

Где $\Psi(\theta, z, \tau)$ – множитель Лагранжа, полученный также при решении сопряженной задачи по поиску вариации температур и имеющий следующий вид:

$$\Psi(z_j, \theta_k, \tau) = \frac{[T(z_j, \theta_k, \tau) - \tilde{T}] \Delta T(z_j, \theta_k, \tau) + I_\gamma}{\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\lambda_{\theta\theta}(T) \frac{\partial \Delta T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial \theta} \right] + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial z} \left[\lambda_{z\theta}(T) \frac{\partial \Delta T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial \theta} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_{zz}(T) \frac{\partial \Delta T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial z} \right)} \quad (2.28)$$

где $I_\gamma = \Delta \gamma (\lambda_m^{zz} + \lambda_m^{\theta z} + \lambda_m^{\theta\theta})$ – стабилизирующий функционал А. Н. Тихонова

Постановка задачи для вариации этого поля температур при возмущении искомым характеристик на малую величину имеет вид:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\lambda_{\theta\theta}(T) \frac{\partial \Delta T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} + \frac{d\lambda_{\theta\theta}(T)}{dT} \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} \Delta T(\theta, z, \tau) \right] + \\ & + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial z} \left[\lambda_{z\theta}(T) \frac{\partial \Delta T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} + \frac{d\lambda_{z\theta}(T)}{dT} \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} \Delta T(\theta, z, \tau) \right] + \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_{zz}(T) \frac{\partial \Delta T(\theta, z, \tau)}{\partial z} + \frac{d\lambda_{zz}(T)}{dT} \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial z} \Delta T(\theta, z, \tau) \right) = \\ & = \frac{C(T)}{1 + \bar{\Delta}} \frac{\partial \Delta T(r, \theta, \tau)}{\partial \tau}; \end{aligned} \quad (2.29)$$

Граничные условия будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} & - \left[\frac{d\lambda_{z\theta}(T)}{dT} \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial z} \Delta T(\theta, z, \tau) + \frac{d\lambda_{\theta\theta}(T)}{dT} \frac{1}{r} \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} \Delta T(\theta, z, \tau) + \right. \\ & \left. + \lambda_{z\theta}(T) \frac{\partial \Delta T(\theta, z, \tau)}{\partial z} + \frac{\lambda_{\theta\theta}(T)}{r} \frac{\partial \Delta T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} \right] = 0, \\ & z \in [0; l_z], \theta = 0, \tau > 0; \end{aligned} \quad (2.30)$$

$$\begin{aligned} & \frac{d\lambda_{z\theta}(T)}{dT} \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial z} \Delta T(\theta, z, \tau) + \frac{d\lambda_{\theta\theta}(T)}{dT} \frac{1}{r} \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} \Delta T(\theta, z, \tau) + \\ & + \lambda_{z\theta}(T) \frac{\partial \Delta T(\theta, z, \tau)}{\partial z} + \frac{\lambda_{\theta\theta}(T)}{r} \frac{\partial \Delta T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} = 0, \\ & z \in [0; l_z], \theta = \pi, \tau > 0; \end{aligned} \quad (2.31)$$

$$\begin{aligned} & - \left[\frac{d\lambda_{zz}(T)}{dT} \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial z} \Delta T(\theta, z, \tau) + \frac{d\lambda_{z\theta}(T)}{dT} \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{r \partial \theta} \Delta T(\theta, z, \tau) + \right. \\ & \left. + \lambda_{zz}(T) \frac{\partial \Delta T(\theta, z, \tau)}{\partial z} + \lambda_{z\theta}(T) \frac{\partial \Delta T(\theta, z, \tau)}{r \partial \theta} \right] = 0, \\ & z = 0, \theta \in [0; \pi], \tau > 0; \end{aligned} \quad (2.32)$$

$$\begin{aligned} & \frac{d\lambda_{zz}(T)}{dT} \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial z} \Delta T(\theta, z, \tau) + \frac{d\lambda_{z\theta}(T)}{dT} \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{r \partial \theta} \Delta T(\theta, z, \tau) + \\ & + \lambda_{zz}(T) \frac{\partial \Delta T(\theta, z, \tau)}{\partial z} + \lambda_{z\theta}(T) \frac{\partial \Delta T(\theta, z, \tau)}{r \partial \theta} = -4\varepsilon\sigma T^3 \Delta T(\theta, z, \tau) - \alpha_\kappa(T) \Delta T(\theta, z, \tau) - \\ & - \frac{d\alpha_\kappa(T)}{dT} \Delta T(\theta, z, \tau), \\ & z = l_z, \theta \in [0; \pi], \tau > 0; \end{aligned} \quad (2.33)$$

Выражения для потоков будут иметь следующий вид:

1. Для вариации диффузного лучистого теплового потока:

$$\delta q_{\text{эф}}(\Delta T) = -4\varepsilon_m \sigma T(\theta, z, \tau)^3 \Delta T(\theta, z, \tau); \quad (2.34)$$

2. Для вариации конвективного естественного теплового потока выражение относительно возмущающей температуры при линеаризации коэффициента теплоотдачи:

$$\delta q^\kappa(\Delta T) = \alpha_\kappa(T) \Delta T(\theta, z, \tau) + \frac{d\alpha_\kappa(T)}{dT} \Delta T(\theta, z, \tau), \quad (2.35)$$

где выражение для производной конвективного коэффициента теплоотдачи от температуры имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \alpha_k(T)}{\partial T} = \frac{\lambda_b(T_c)}{l} \frac{\partial Nu_l(T)}{\partial T} = \frac{\lambda_b(T_c)}{l} \times$$

$$\times \left[\begin{array}{l} \frac{3}{16(\text{Gr}_l \text{Pr}(T_c))^{\frac{3}{4}}} \left(\frac{2\text{Pr}(T_c)}{5(1 + 2\text{Pr}(T_c)^{\frac{1}{2}} + 2\text{Pr}(T_c))} \right)^{\frac{1}{4}} \frac{\partial \text{Gr}_l(T)}{\partial T} \text{ при } \text{Re} < 2300; \\ \frac{0.0425}{(\text{Gr}_l \text{Pr}(T_c))^{\frac{3}{4}}} \frac{\partial \text{Gr}_l(T)}{\partial T} \text{ при } \text{Re} > 2300; \end{array} \right]; \quad (2.36)$$

Выражение для производной от критерия Гросгофа по компоненте тензора теплопроводности T :

$$\frac{\partial \text{Gr}_l(T)}{\partial T} = \frac{g\beta l^3}{\nu(T_c)^2}; \quad (2.37)$$

При решении задачи методом итерационной регуляризации в качестве параметра регуляризации используется номер итерации, то есть на каждой последующей итерации среднеквадратичный функционал невязки должен быть минимален. Для этого целесообразно выбрать шаг спуска при использовании рассматриваемого метода оптимизации. Запишем для этого целевой функционал невязки на следующей итерации:

$$S(\lambda_p) = \frac{1}{2} \int_0^{\tau_{\max}} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K [T(\lambda^{(n)}) + \alpha_s \Delta T(z_j, \theta_k, \tau) - \tilde{T}]^2 d\tau; \quad (2.38)$$

Дифференцируя полученное выражение по α_s получим выражение для шага спуска α_s :

$$\alpha_s = \int_0^{\tau_{\max}} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \frac{[T(\lambda^{(n)}, z_j, \theta_k, \tau) - \tilde{T}]}{\Delta T(z_j, \theta_k, \tau)} d\tau; \quad (2.39)$$

В третьей главе рассматривается модернизация численного метода для реализации параметрической идентификации математической модели теплопереноса тепловых потоков в анизотропных твердых телах, позволяющего вычислить компоненты тензора теплопроводности.

Одним из наиболее универсальных методов численного решения краевых задач в двумерной постановке для анизотропных твердых тел является метод переменных направлений, модернизированный путем создания нового шаблона для реализации постановки задачи.

Коэффициенты математической модели при решении краевых задач вычисляются путем линейной интерполяции таблично заданных функций, что существенно уменьшает время вычислений. Если исходные табличные данные задаются с большой дискретностью, предварительно осуществляется их интерполяция базисными функциями с целью построения последующей линейной интерполяции.

1) характеристики переноса вычисляются по распределению функции и на предыдущем временном слое, где они известны:

$$\tilde{\lambda}_j^n \equiv \lambda^n(T_j^k); \quad \tilde{\lambda}_i^n \equiv C^n(T_j^k); \quad (3.0)$$

2) приводится усреднение по характеристикам между двумя узлами i и $i+1$:

$$\tilde{\lambda}_{j\pm 1/2}^n = \frac{1}{2} [\tilde{\lambda}^n(T_j^{k+1}) - \tilde{\lambda}^n(T_{j\pm 1/2}^{k+1/2})]; \quad (3.1)$$

где

$$\tilde{\lambda}^n(T_p^{k+1/2}) = 2\lambda^n(T_p^k) - \lambda^n\left(T_p^{k-\frac{1}{2}}\right) + O(\tau^2), \quad p = i, i \pm 1, n = zz, z\theta, \theta\theta; \quad (3.2)$$

$$C_j^{k+1/2} = 2C(T_j^k) - C\left(T_j^{k-\frac{1}{2}}\right) + O(\tau^2); \quad (3.3)$$

3) приводится усреднение по функции и между двумя узлами i и $i+1$

$$C_j^{k+1} \frac{T_{ij}^{k+1} - T_{ij}^k}{\frac{\tau}{2}} = \Lambda_{zz} T^{k+\frac{1}{2}} + 2\Lambda_{z\theta} T^{k+\frac{1}{2}} + \Lambda_{\theta\theta} T^{k+\frac{1}{2}}; \quad (3.4)$$

$$\Lambda_{zz} T^{k+\frac{1}{2}} = \frac{1}{h_z} \left(\frac{(\tilde{\lambda}_{zz})_{i+1,j} + (\tilde{\lambda}_{zz})_{i,j}}{2} \frac{T_{i+1,j}^{k+\frac{1}{2}} - T_{i,j}^{k+\frac{1}{2}}}{h_z} - \frac{(\tilde{\lambda}_{zz})_{i,j} + (\tilde{\lambda}_{zz})_{i-1,j}}{2} \frac{T_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} - T_{i-1,j}^{k+\frac{1}{2}}}{h_z} \right) \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} \Lambda_{z\theta} \tilde{T}^{k+\frac{1}{2}} &= \frac{2}{2rh_z} \left(\frac{(\tilde{\lambda}_{z\theta})_{i+1,j+1} + (\tilde{\lambda}_{z\theta})_{i+1,j-1}}{2} \frac{\tilde{T}_{i+1,j+1}^{k+\frac{1}{2}} - \tilde{T}_{i+1,j-1}^{k+\frac{1}{2}}}{h_\theta} \right) - \\ &- \frac{2}{2rh_z} \left(\frac{(\tilde{\lambda}_{z\theta})_{i-1,j+1} + (\tilde{\lambda}_{z\theta})_{i-1,j-1}}{2} \frac{\tilde{T}_{i-1,j+1}^{k+\frac{1}{2}} - \tilde{T}_{i-1,j-1}^{k+\frac{1}{2}}}{h_\theta} \right); \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\Lambda_{\theta\theta} \tilde{T}^{k+\frac{1}{2}} = \frac{1}{r^2 h_\theta} \left(\frac{(\tilde{\lambda}_{\theta\theta})_{i,j+1} + (\tilde{\lambda}_{\theta\theta})_{i,j}}{2} \frac{\tilde{T}_{i,j+1}^{k+\frac{1}{2}} - \tilde{T}_{i,j}^{k+\frac{1}{2}}}{h_\theta} - \frac{(\tilde{\lambda}_{\theta\theta})_{i,j} + (\tilde{\lambda}_{\theta\theta})_{i,j-1}}{2} \frac{\tilde{T}_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} - \tilde{T}_{i,j-1}^{k+\frac{1}{2}}}{h_\theta} \right); \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned} \tilde{T}_{p,j+1}^{k+\frac{1}{2}} &= 2T_{p,j+1}^k - T_{p,j+1}^{k-\frac{1}{2}} + O(\tau^2), p = i-1, i, i+1; \\ \tilde{\lambda} &= 2\lambda(T^k) - \lambda\left(T^{k-\frac{1}{2}}\right); \end{aligned}$$

Аппроксимация конвективного теплового потока на предыдущем временном слое, где температура T_{ij}^k известна:

$$q_{i,j}^k = \alpha_k(T_{i,j}^k) (T_{i,j}^{k+1/2} - T_c) = \alpha_k(T_{i,j}^k) T_{i,j}^{k+1/2} - T_{i,j}^{k+1/2} T_c. \quad (3.8)$$

$$\alpha_k(T_{i,j}^k) = Nu_l(T_{i,j}^k) \frac{\lambda_B(T_c)}{l_{\text{эф}}}; \quad (3.9)$$

Для ламинарного пограничного слоя:

$$Nu_l = \frac{3}{4} \left(\frac{2Pr(T_c)}{5(1 + 2Pr(T_c)^2 + 2Pr(T_c))} \right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{\beta r^3 (T_{i+1,j}^k - T_c)}{\nu(T_c)^2} Pr \right)^{\frac{1}{4}}; Re < 2300 \quad (3.10)$$

Для турбулентного пограничного слоя получаем:

$$Nu_l = 0.17 \left(\frac{g\beta r^3 (T_{i,j}^k - T_c)}{\nu(T_c)^2} Pr \right)^{\frac{1}{4}} \text{ при } Re > 2300; \quad (3.10)$$

Для аппроксимации граничных условий со вторым порядком разложим значения составляющих векторов тепловых потоков на границах $z=0, z=l_z, \theta = 0, \theta = \pi$ в окрестности этих границ в ряды Тейлора до вторых производных включительно, получим:

$$\lambda_{zz}(T) \frac{\partial T(z, \theta, \tau)}{\partial z} \Big|_{i,j+1}^{k+1/2} = \lambda_{zz}(T) \frac{\partial T(z, \theta, \tau)}{\partial z} \Big|_{i,0} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_{zz}(T) \frac{\partial T(z, \theta, \tau)}{\partial z} \right) \frac{h_z}{2} + O(h_z^2) \quad (3.11)$$

$$\lambda_{zz}(T) \frac{\partial T(z, \theta, \tau)}{\partial z} \Big|_{i,j-1}^{k+1/2} = \lambda_{zz}(T) \frac{\partial T(z, \theta, \tau)}{\partial z} \Big|_{i,j} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_{zz}(T) \frac{\partial T(z, \theta, \tau)}{\partial z} \right) \frac{h_z}{2} + O(h_z^2), \quad (3.12)$$

Откуда с использованием дифференциального уравнения и конечно-разностной аппроксимации левых частей в последних соотношениях центральными разностями, находим:

$$\lambda_{zz}(T) \frac{\partial T(z, \theta, \tau)}{\partial z} \Big|_{i,0}^{k+1/2} = \lambda_{zz}(T) \frac{T_{i,1}^{k+1/2} - T_{i,0}^{k+1/2}}{2(\frac{h_z}{2})} + O\left(\frac{h_z^2}{4}\right) - \frac{h_z}{2} \left[C(T)\rho \frac{\partial T(z, \theta, \tau)}{\partial \tau} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_{zz}(T) \frac{\partial T(z, \theta, \tau)}{\partial z} \right) - \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\lambda_{z\theta}(T) \frac{\partial T(z, \theta, \tau)}{\partial z} \right) \right] \Big|_{0,j}^{k+1/2} + O(h_z^2); \quad (3.13)$$

$$\lambda_{zz}(T) \frac{\partial T(z, \theta, \tau)}{\partial z} \Big|_{i,j}^{k+1} = \lambda_{zz}(T) \frac{T_{i,j}^{k+1/2} - T_{i,j}^{k+1/2}}{2(\frac{h_z}{2})} + O\left(\frac{h_z^2}{4}\right) - \frac{h_z}{2} \left[C(T)\rho \frac{\partial T(z, \theta, \tau)}{\partial \tau} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_{zz}(T) \frac{\partial T(z, \theta, \tau)}{\partial z} \right) - \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\lambda_{z\theta}(T) \frac{\partial T(z, \theta, \tau)}{\partial z} \right) \right] \Big|_{0,j}^{k+1/2} + O(h_z^2) \quad (3.13)$$

Подставляя в краевые условия и аппроксимируя дифференциальные операторы, входящие в, получим для подсхемы:

$$\begin{aligned} & \frac{(\tilde{\lambda}_{zz})_{i,1} + (\tilde{\lambda}_{zz})_{i,0} T_{i,1}^{k+1/2} - T_{i,0}^{k+1/2}}{2} + \frac{(\tilde{\lambda}_{z\theta})_{i+1,0} + (\tilde{\lambda}_{z\theta})_{i-1,0} \tilde{T}_{i,1} + \tilde{T}_{i,0}}{2r_i} \frac{2(\frac{h_\theta}{2})}{2(\frac{h_z}{2})} \\ & \frac{h_z}{2} \left[\tilde{C} \frac{T_{i,0}^{k+1/2} - T_{i,0}^k}{\frac{\tau}{2}} - \frac{1}{h_\theta} \left(\frac{(\tilde{\lambda}_{\theta\theta})_{i+1,0} + (\tilde{\lambda}_{\theta\theta})_{i,0} T_{i+1,0}^{k+1/2} - T_{i,0}^{k+1/2}}{2} - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{(\tilde{\lambda}_{\theta\theta})_{i,0} + (\tilde{\lambda}_{\theta\theta})_{i-1,0} T_{i,j}^{k+1/2} - T_{i-1,0}^{k+1/2}}{h_\theta} \right) - \frac{2}{2rh_\theta} \left(\frac{(\tilde{\lambda}_{z\theta})_{i,1} + (\tilde{\lambda}_{z\theta})_{i,0} T_{i+1,1}^{k+1/2} - T_{i+1,0}^{k+1/2}}{2} - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{(\tilde{\lambda}_{z\theta})_{i-1,1} + (\tilde{\lambda}_{z\theta})_{i-1,0} T_{i+1,1}^{k+1/2} - T_{i+1,0}^{k+1/2}}{2} \right) \right] + O(h_z^2 + h_\theta^2) = \\ & = \sum_{i=1}^N q^{\text{пад}} - (\varepsilon_{i,j} \sigma T_{i,0}^{4k} + 4\varepsilon_{i,j} \sigma T_{i,j}^{3k} \times \\ & \times \left(T_{i,0}^{k+1/2} - T_{i,0}^k \right) - \alpha_{\kappa}(T_{i,j}^k) T_{i,0}^{k+1/2} - \alpha_{\kappa}(T_{i,j}^k) T_c; \quad i = 0, \dots, I, j = J; \\ & \frac{(\tilde{\lambda}_{zz})_{i,j} + (\tilde{\lambda}_{zz})_{i,j-1} T_{i,j}^{k+1/2} - T_{i,j-1}^{k+1/2}}{2} - \frac{(\tilde{\lambda}_{z\theta})_{i+1,j} + (\tilde{\lambda}_{z\theta})_{i-1,j} \tilde{T}_{i,1} + \tilde{T}_{i,0}}{2r_i} \frac{2(\frac{h_\theta}{2})}{2(\frac{h_z}{2})} \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{h_z}{2} \left[\tilde{C} \frac{T_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} - T_{i,j}^k}{\frac{\tau}{2}} - \frac{1}{h_\theta} \left(\frac{(\tilde{\lambda}_{\theta\theta})_{i+1,j} + (\tilde{\lambda}_{\theta\theta})_{i,j}}{2} \frac{T_{i+1,j}^{k+\frac{1}{2}} - T_{i,j}^{k+\frac{1}{2}}}{h_\theta} - \right. \right. \\
& - \left. \frac{(\tilde{\lambda}_{\theta\theta})_{i,j} + (\tilde{\lambda}_{\theta\theta})_{i-1,j}}{2} \frac{T_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} - T_{i-1,j}^{k+\frac{1}{2}}}{h_\theta} \right) - \frac{2}{2rh_\theta} \left(\frac{(\tilde{\lambda}_{z\theta})_{i+1,j} + (\tilde{\lambda}_{z\theta})_{i+1,j-1}}{2} \frac{T_{i+1,j}^{k+\frac{1}{2}} - T_{i+1,j-1}^{k+\frac{1}{2}}}{\frac{2h_z}{2}} - \right. \\
& \left. \left. - \frac{(\tilde{\lambda}_{z\theta})_{i-1,j} + (\tilde{\lambda}_{z\theta})_{i-1,j-1}}{2} \frac{T_{i-1,j}^{k+\frac{1}{2}} - T_{i-1,j-1}^{k+\frac{1}{2}}}{\frac{2h_z}{2}} \right) \right] + O(h_z^2 + h_\theta^2 + \tau) = 0; \tag{3.15} \\
& i = 0, \dots, I, j = J;
\end{aligned}$$

Таким образом, конечно-разностная задача сводится к системе линейных алгебраических дифференциальных уравнений (СЛАУ) с трехдиагональными матрицами (порядок аппроксимации отброшен):

$$b_1 T_1^{k+1/2} - c_1 T_2^{k+1/2} = d_1; j = 1, k = 0, 1, 2, \dots \tag{3.16}$$

$$a_j T_{j-1}^{k+1/2} + b_j T_j^{k+1/2} - c_j T_{j+1}^{k+1/2} = d_j \tag{3.17}$$

$$a_{j-1} T_{j-2}^{k+1/2} + b_{j-1} T_{j-1}^{k+1/2} = d_{j-1}, i = J - 1, k = 0, 1, 2, \dots \tag{3.18}$$

Теперь запишем вид схемы на целом временном слое:

$$C_i^{k+1} \frac{T_{i,j}^{k+1} - T_{i,j}^{k-1/2}}{\frac{\tau}{2}} = \Lambda_{zz} T^{k+1} + 2\Lambda_{z\theta} T^{k+1} + \Lambda_{\theta\theta} T^{k+1}, \tag{3.19}$$

где

$$\Lambda_{zz} T^{k+1} = \frac{1}{h_z} \left(\frac{(\tilde{\lambda}_{zz})_{i+1,j} + (\tilde{\lambda}_{zz})_{i,j}}{2} \frac{\tilde{T}_{i+1,j}^{k+1} - T_{i,j}^{k+1}}{h_z} - \frac{(\tilde{\lambda}_{zz})_{i,j} + (\tilde{\lambda}_{zz})_{i-1,j}}{2} \frac{T_{i,j}^{k+1} - T_{i-1,j}^{k+1}}{h_z} \right); \tag{3.20}$$

$$\begin{aligned}
\Lambda_{z\theta} T^{k+1} = & \frac{2}{2h_\theta} \left(\frac{(\tilde{\lambda}_{z\theta})_{i+1,j+1} + (\tilde{\lambda}_{z\theta})_{i-1,j+1}}{2} \frac{\tilde{T}_{i+1,j+1}^{k+1} - T_{i-1,j-1}^{k+1}}{2h_z} - \right. \\
& \left. - \frac{2}{2h_\theta} \left(\frac{(\tilde{\lambda}_{z\theta})_{i+1,j} + (\tilde{\lambda}_{z\theta})_{i-1,j-1}}{2} \frac{\tilde{T}_{i+1,j}^{k+1} - T_{i-1,j-1}^{k+1}}{2h_z} \right) \right) \tag{3.21}
\end{aligned}$$

$$\Lambda_{\theta\theta} T^{k+1} = \frac{1}{r^2 h_\theta} \left(\frac{(\tilde{\lambda}_{\theta\theta})_{i,j+1} + (\tilde{\lambda}_{\theta\theta})_{i,j}}{2} \frac{T_{i+1,j}^{k+1} - T_{i,j}^{k+1}}{h_\theta} - \frac{(\tilde{\lambda}_{\theta\theta})_{i,j} + (\tilde{\lambda}_{\theta\theta})_{i,j-1}}{2} \frac{T_{i,j}^{k+1} - T_{i,j-1}^{k+1}}{h_\theta} \right); \tag{3.22}$$

Теперь аналогично запишем аппроксимацию граничных условий составляющих векторов тепловых потоков на границах $z=0, z=l_z, \theta = 0, \theta = \pi$ для целого временного слоя, получим:

$$\lambda_{\theta\theta}(T) \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{r \partial \theta} \Big|_{0,j+1}^{k+1} = \lambda_{\theta\theta}(T) \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{r \partial \theta} \Big|_{0,j}^{k+1} + \frac{\partial}{r \partial \theta} \left(\lambda_{\theta\theta}(T) \frac{\partial T(z, \theta, \tau)}{\partial \theta} \right) \frac{h_\theta}{2} + O(h_\theta^2) \tag{3.23}$$

$$\lambda_{z\theta}(T) \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{r \partial \theta} \Big|_{i-1,j}^{k+1} = \lambda_{z\theta}(T) \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{r \partial \theta} \Big|_{i,j}^{k+1} + \frac{\partial}{r \partial \theta} \left(\lambda_{z\theta}(T) \frac{\partial T(z, \theta, \tau)}{\partial \theta} \right) \frac{h_\theta}{2} + O(h_\theta^2) \tag{3.24}$$

Откуда с использованием дифференциального уравнения и конечно-разностной аппроксимации левых частей в последних соотношениях центральными разностями, находим:

$$\lambda_{\theta\theta}(T) \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{r \partial \theta} \Big|_{0,j}^{k+1} = \lambda_{\theta\theta}(T) \frac{T_{1,j}^{k+1} - T_{0,j}^{k+1}}{2(\frac{h_\theta}{2})} + O\left(\frac{h_\theta^2}{4}\right) - \frac{h_\theta}{2} \left[C(T) \rho \frac{\partial T(z, \theta, \tau)}{\partial \tau} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_{zz}(T) \frac{\partial T(z, \theta, \tau)}{\partial z} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\lambda_{\theta z}(T) \frac{\partial T(z, \theta, \tau)}{\partial z} \right) \right] \Big|_{0,j}^{k+1} + O(h_\theta^2) \quad (3.25)$$

$$\lambda_{\theta\theta}(T) \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{r \partial \theta} \Big|_{l,j}^{k+1} = \lambda_{\theta\theta}(T) \frac{T_{l,j}^{k+1} - T_{l-1,j}^{k+1}}{2(\frac{h_\theta}{2})} + O\left(\frac{h_\theta^2}{4}\right) + \frac{h_\theta}{2} \left[C(T) \rho \frac{\partial T(z, \theta, \tau)}{\partial \tau} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_{zz}(T) \frac{\partial T(z, \theta, \tau)}{\partial z} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\lambda_{\theta z}(T) \frac{\partial T(z, \theta, \tau)}{\partial z} \right) \right] \Big|_{l,j}^{k+1} + O(h_\theta^2) \quad (3.26)$$

Откуда по аналогии, находим:

$$\begin{aligned} & \frac{(\tilde{\lambda}_{\theta z})_{0,j+1} - (\tilde{\lambda}_{\theta z})_{0,j-1}}{2h_z} \frac{T_{0,j+1}^{k+1} - T_{0,j}^{k+1}}{2} + \frac{(\tilde{\lambda}_{\theta\theta})_{1,j} + (\tilde{\lambda}_{\theta\theta})_{0,j}}{r} \frac{T_{1,j}^{k+1} - T_{0,j}^{k+1}}{2h_\theta} + \\ & + \frac{h_\theta}{2} \left[\tilde{C} \frac{T_{0,j}^{k+\frac{1}{2}} - T_{0,j}^k}{\frac{\tau}{2}} - \frac{1}{h_z} \left(\frac{(\tilde{\lambda}_{\theta\theta})_{0,j+1} + (\tilde{\lambda}_{\theta\theta})_{i,j}}{2} \frac{T_{0,j+1}^{k+\frac{1}{2}} - T_{0,j}^{k+\frac{1}{2}}}{h_z} - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{(\tilde{\lambda}_{\theta\theta})_{0,0} + (\tilde{\lambda}_{\theta\theta})_{0,j-1}}{2} \frac{T_{0,j}^{k+\frac{1}{2}} - T_{0,j-1}^{k+\frac{1}{2}}}{h_z} \right) - \frac{2}{2rh_\theta} \left(\frac{(\tilde{\lambda}_{z\theta})_{1,j} + (\tilde{\lambda}_{z\theta})_{0,j}}{2} \frac{T_{1,j+1}^{k+\frac{1}{2}} - T_{0,j+1}^{k+\frac{1}{2}}}{\frac{2h_z}{2}} - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{(\tilde{\lambda}_{z\theta})_{1,j-1} + (\tilde{\lambda}_{z\theta})_{0,j-1}}{2} \frac{T_{i+1,1}^{k+\frac{1}{2}} - T_{i+1,0}^{k+\frac{1}{2}}}{\frac{2h_z}{2}} \right) \right] + O(h_z^2 + h_\theta^2 + \tau) = 0; j = 0, \dots, J; i = 0; \end{aligned} \quad (3.27)$$

$$\begin{aligned} & - \frac{(\tilde{\lambda}_{\theta z})_{l,j+1} - (\tilde{\lambda}_{\theta z})_{l,j-1}}{2h_z} \frac{T_{l,j+1}^{k+1} - T_{l,j}^{k+1}}{2} - \frac{(\tilde{\lambda}_{\theta\theta})_{l,j} + (\tilde{\lambda}_{\theta\theta})_{l-1,j}}{r} \frac{T_{l,j}^{k+1} - T_{l-1,j}^{k+1}}{2h_\theta} - \\ & - \frac{h_\theta}{2} \left[\tilde{C} \frac{T_{l,j}^{k+\frac{1}{2}} - T_{l,j}^k}{\frac{\tau}{2}} - \frac{1}{h_z} \left(\frac{(\tilde{\lambda}_{\theta\theta})_{l,j+1} + (\tilde{\lambda}_{\theta\theta})_{i,j}}{2} \frac{T_{l,j+1}^{k+\frac{1}{2}} - T_{l,j}^{k+\frac{1}{2}}}{h_z} - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{(\tilde{\lambda}_{\theta\theta})_{l,j} + (\tilde{\lambda}_{\theta\theta})_{l,j-1}}{2} \frac{T_{l,j}^{k+\frac{1}{2}} - T_{l,j-1}^{k+\frac{1}{2}}}{h_z} \right) - \frac{2}{2rh_\theta} \left(\frac{(\tilde{\lambda}_{z\theta})_{l-1,j} + (\tilde{\lambda}_{z\theta})_{l-1,j}}{2} \frac{T_{l-1,j+1}^{k+\frac{1}{2}} - T_{l-1,j+1}^{k+\frac{1}{2}}}{\frac{2h_z}{2}} - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{(\tilde{\lambda}_{z\theta})_{l,j-1} + (\tilde{\lambda}_{z\theta})_{l-1,j-1}}{2} \frac{T_{l,j-1}^{k+\frac{1}{2}} - T_{l-1,j-1}^{k+\frac{1}{2}}}{\frac{2h_z}{2}} \right) \right] + O(h_z^2 + h_\theta^2 + \tau) = 0; j = 0, \dots, J; i = I \end{aligned} \quad (3.28)$$

Таким образом, также на целом временном слое получаем СЛАУ:

$$b_1 T_1^{k+1} - c_1 T_2^{k+1} = d_1; i = 1, k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.29)$$

$$a_i T_{i-1}^{k+1} + b_i T_i^{k+1} - c_i T_{i+1}^{k+1} = d_i \quad (3.30)$$

$$a_{i-1} T_{i-2}^{k+1} + b_{i-1} T_{i-1}^{k+1} = d_{j-1}, j = J - 1, k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.31)$$

СЛАУ (33.0-33.2) и (39.0-39.2) решаются методом прогонки. В прямом ходе прогонки определяются прогоночные коэффициенты, на основе которых в обратном ходе определяются значения температур в расчетных узлах.

В четвертой главе представлены результаты решения граничной обратной задачи радиационного теплопереноса для создания экспериментального стенда по моделированию аэродинамического теплового нагрева шпангоута (условия эксплуатации ОИ) лучистым тепловым диффузным потоком с помощью Ик-имитаторов.

В качестве исходных данных для решения граничной обратной задачи радиационного теплопереноса использовано распределение аэродинамических потоков, полученных моделированием прохождения спускаемого аппарата через плотные слои атмосферы (рисунок 2).

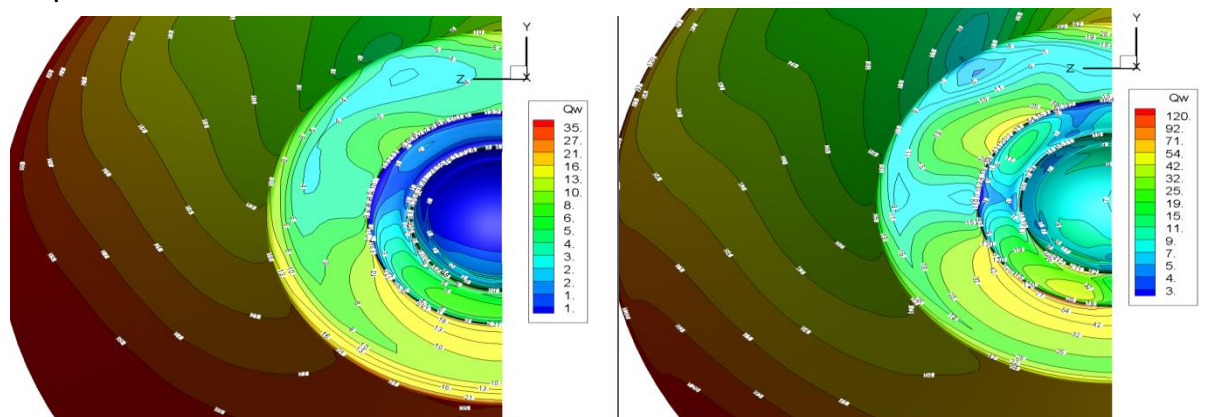


Рисунок 2. Распределения тепловых потоков по конструкции корабля.

Считаем, что конструкция стыковочного агрегата и распределение тепловых потоков имеет плоскость симметрии, поэтому на рисунке 2 показана только половина спускаемого аппарата. Основной нагреваемой зоной является титановый шпангоут. Согласно математической модели тепловые потоки на титановый шпангоут зависят от угловой координаты ω (угол, отсчитываемый от оси симметрии корабля по часовой стрелке). В диапазоне $\omega = 0 \div 90^\circ$ тепловые потоки описываются функцией:

$$q = (q_1 - q_3) \cdot \cos \omega + q_3 \quad (4.0)$$

для диапазона $\omega = 90 \div 180^\circ$

$$q = (q_2 - q_3) \cdot \cos \left(2\omega - \frac{3}{2}\pi \right) + q_3. \quad (4.1)$$

По результатам математического моделирования решаем задачу имитации аэродинамического теплового потока падающим лучистым тепловым потоком от ИК-имитаторов.

Для имитации лучистых тепловых потоков использовались 11 излучателей. Мощности излучателей, схема их размещения и распределение тепловых потоки приведены на рисунке 3. Помимо излучателей целесообразно использовать также 4 отражателя с теми же геометрическими размерами (400x150) с теплоизолированными обратной поверхностями (на рисунке 3 изображены серым цветом).

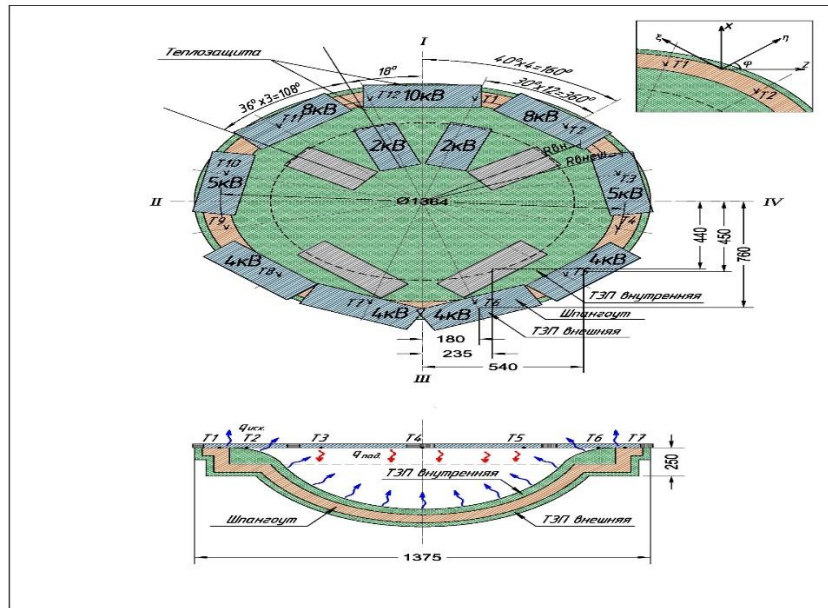


Рисунок 3-схема размещения ИК-имитаторов(слева) и распределения падающей тепловой лучистой нагрузки по элементам конструкции

На рисунке 4а, 4б, 4в приведены результаты сравнения угловых распределений тепловых потоков от имитаторов с заданными распределениями для каждой из трех зон (красным цветом показан падающий аэродинамический тепловой поток, синим-лучистый падающий тепловой поток).

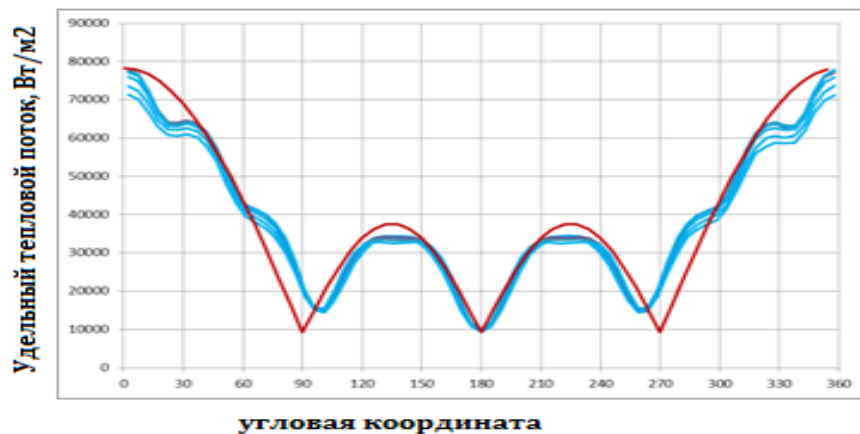


Рисунок 4а. Распределение тепловых потоков от имитаторов для шпангоута

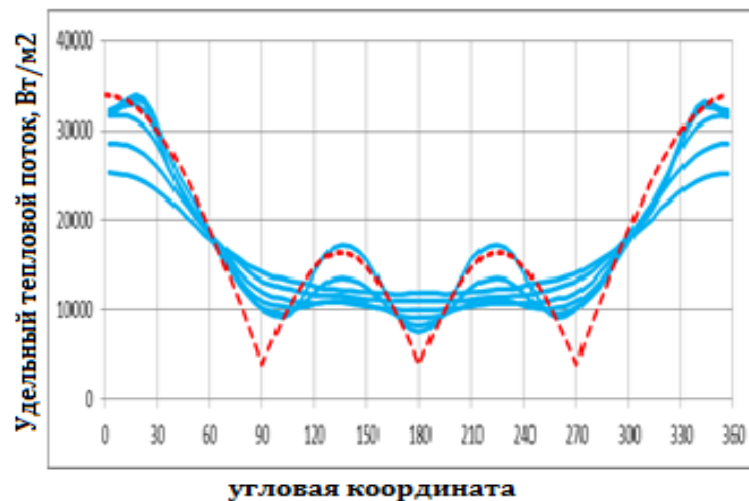


Рисунок 4б. Распределение тепловых потоков от имитаторов для кольца ТЭП

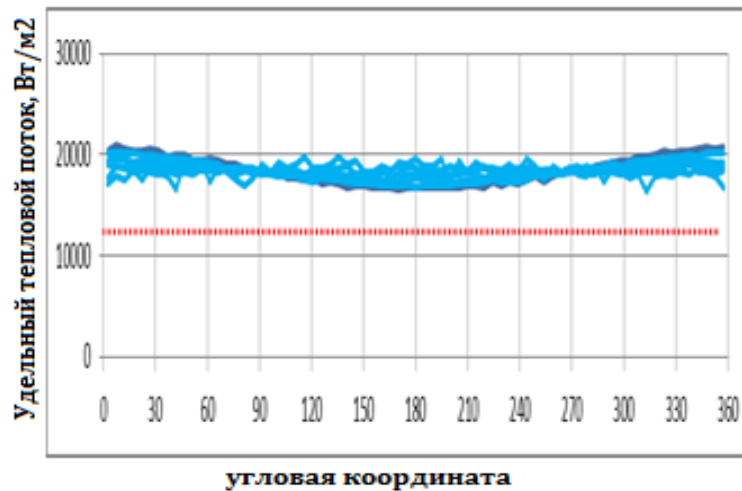


Рисунок 4в. Распределение тепловых потоков от имитаторов для сферы ТЗП.

Сравнительный анализ расчетной внешней тепловой аэродинамической нагрузки на АСА при использовании пространственно-временной модели (ПВМ) и при лучистом теплообмене с использованием кварцевых галогеновых ламп (КГЛ) показал, что: 1. в зонах повышенного нагрева шпангоута тепловая нагрузка, полученная по ПВМ выше, чем при лучистом нагреве на 12%, а в зонах минимального нагрева ниже на 45%. 2. в зонах нагрева тора ТЗП тепловая нагрузка, полученная по ПВМ выше, чем при лучистом нагреве на 9%, а в зонах минимального нагрева ниже на 50%. 3. в зонах нагрева сферы ТЗП тепловая нагрузка, при расчете по ПВМ ниже, чем при лучистом нагреве на 45%.

Вид экспериментальной установки приведен на рисунке 5. АСА стоит вертикально по отношению к ИК-имитаторам и подвержен лучисто-конвективному тепловому воздействию. Источниками излучения являются кварцево-галогенные лампы установленные на ИК-отражателях. Поскольку габариты бокса где находится установка много больше объекта испытаний, то АСА обтекается свободным тепловым потоком.

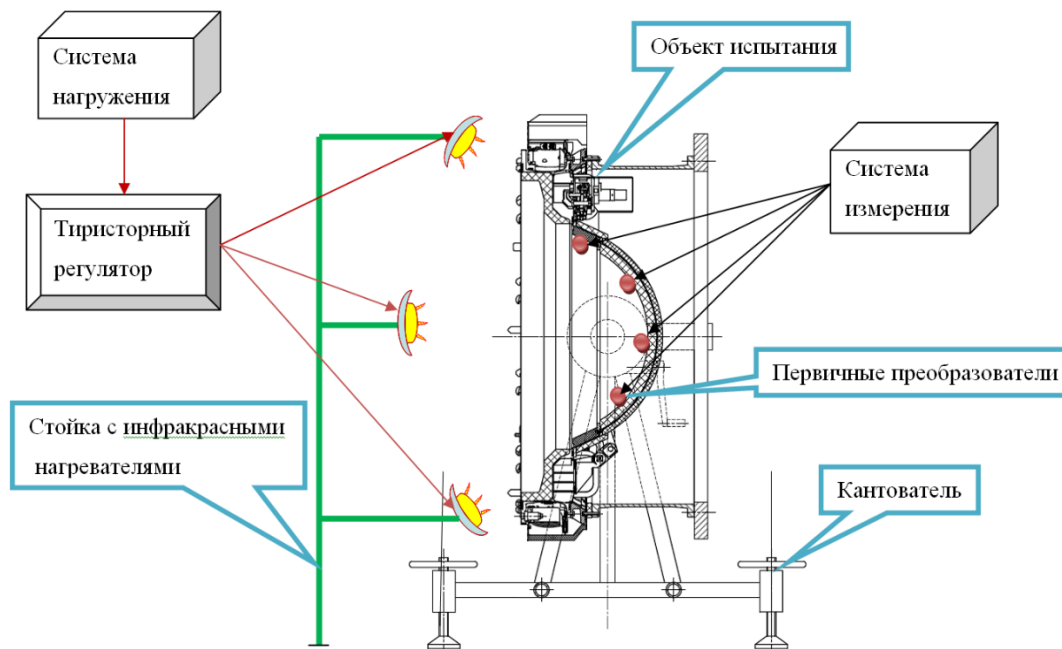


Рисунок 5 – Вид экспериментальной установки

На рисунках ба и бб приведены результаты экспериментальной тепловой обработки для условий проведения теплостатического эксперимента (ТСИ) при расчетных тепловых мощностях с Ик-имитаторов в зонах установки термопар ($T_{пi}$ – номер термопары).

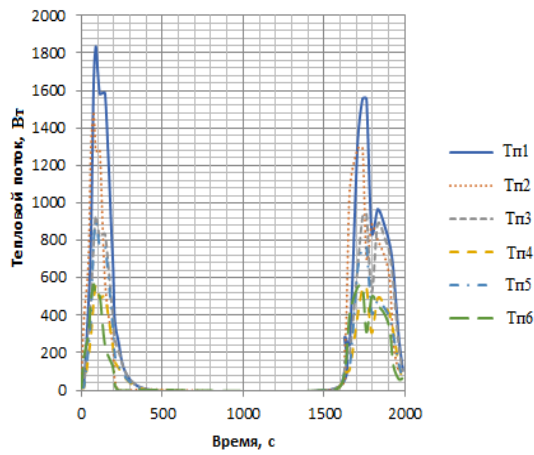


Рисунок ба-полная тепловая нагрузка на узлы, в которых располагаются датчики температур

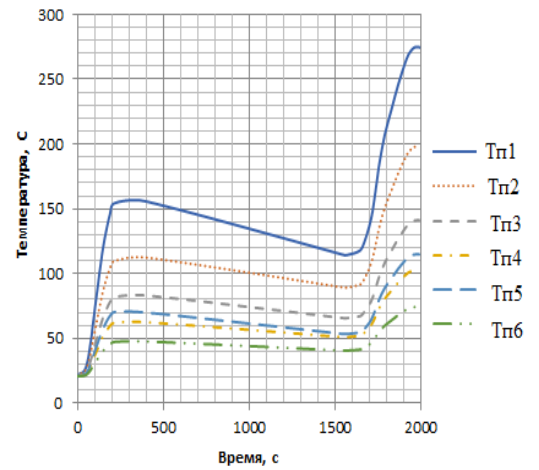


Рисунок бб-значения нестационарного температурного поля в зоне установки термомпар

В пятой главе представлены результаты моделирования температурного режима конструкции на примере элемента металлического шпангоута АСА для двух расчетных методов регуляризации средневквдратичной ошибки.

Ниже на рисунках 7а-7б представлены результаты моделирования температурного поля методом итерационной регуляризации в зависимости от номера итерации в местах установки датчиков температур(Тп_i – номер термопары).

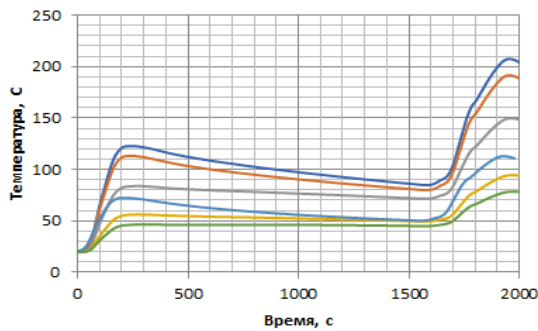


Рисунок 7а-температурное поле на 1 итерации

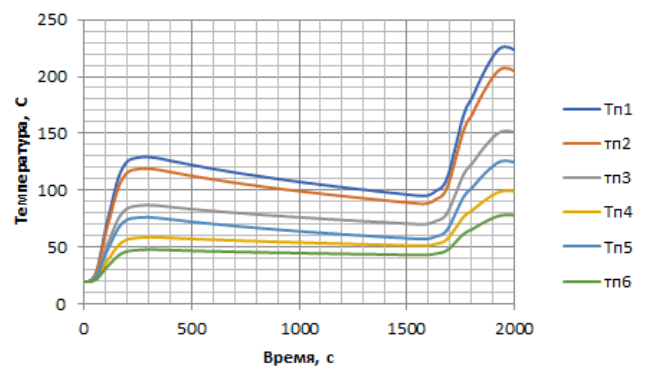


Рисунок 7б-температурное поле на 6 итерации

Далее на рисунках 8а-8бпредставлены результаты моделирования температурного поля методом регуляризации А.Н. Тихонова в зависимости от номера итерации в местах установки датчиков температур(Тп_i – номер термопары).

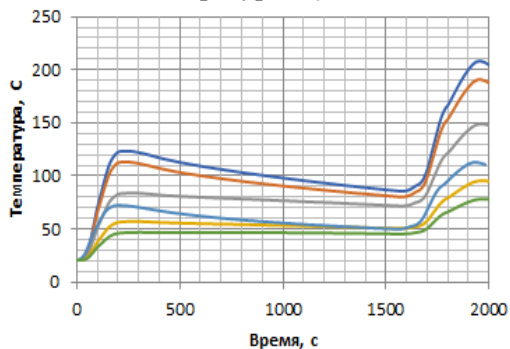


Рисунок 8а-температурное поле на 1 итерации

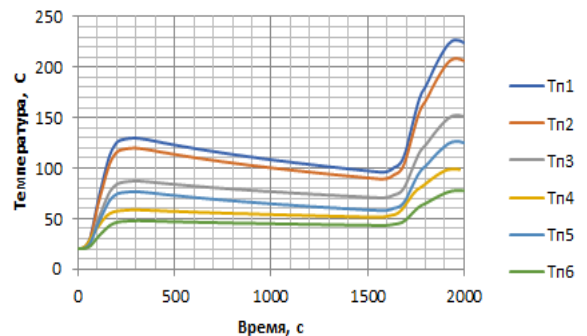


Рисунок 8б- температурное поле на 6 итерации

Для оценки динамики сходимости итерационного процесса приведены графические зависимости на рисунке 9 нерегуляризуемых невязок для двух рассматриваемых методов регуляризации в зависимости от номера итерации (синий цвет-метод итерационной регуляризации, красный цвет-метод регуляризации А.Н.Тихонова).

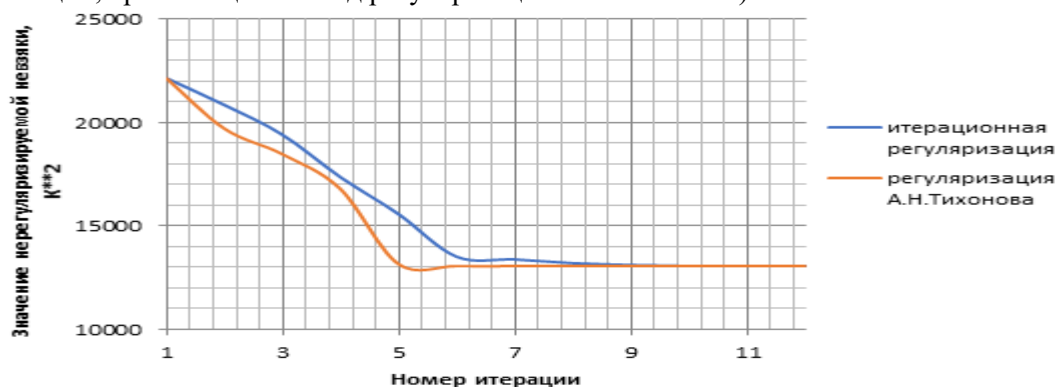


Рисунок 9. Значение нерегуляризуемого функционала невязки при решении задачи идентификации методом регуляризации А.Н. Тихонова и итерационной регуляризации

Как видно из анализа графических зависимостей, сходимость итерационного процесса при одинаковых начальных приближениях выше у метода регуляризации А.Н. Тихонова. Это объясняется тем, что среднеквадратичная ошибка регуляризуется при использовании метода А.Н. Тихонова на уже на первой итерации, а метод итерационной регуляризации работает начиная со второй.

Результаты расчетов компонент симметричного тензора теплопроводности методом итерационной регуляризации приведены на рисунке 10а, а результаты метода регуляризации А.Н. Тихонова на рисунке 10б.

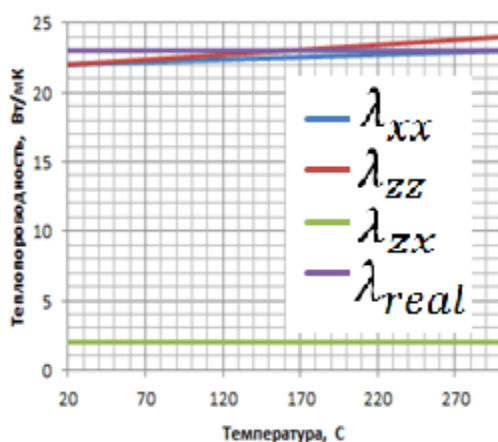


Рисунок 10а-Значения восстановленного симметричного тензора теплопроводности методом итерационной регуляризации

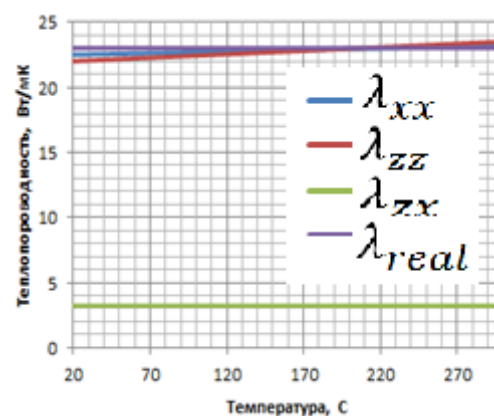


Рисунок 10б Значения восстановленного симметричного тензора теплопроводности методом регуляризации А.Н. Тихонова

Также большой интерес представляют собой данные об относительных погрешностях расчетов, вычисленных по формуле:

$$\delta_{\text{отн}} = \left| \frac{\lambda_p - \lambda_{\text{real}}}{\lambda_{\text{real}}} \right|, p = xx, zz, zx; \quad (5.0)$$

Результаты относительных погрешностей расчетов при решении коэффициентной ОЗТ методом итерационной регуляризации представлены на рисунке 11а, а регуляризацией А.Н. Тихонова на рисунке 11б.

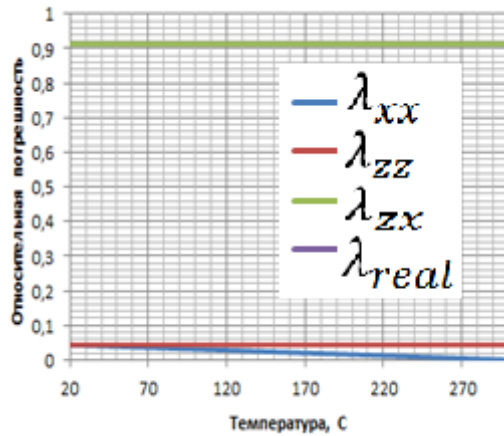


Рисунок 11а Значения относительных погрешностей восстановленных компонент тензора теплопроводности методом итерационной регуляризации

Как видно из графиков, для выбранного объекта испытаний не характерна явно выраженная анизотропия при таком уровне теплового воздействия.

Главные компоненты тензора теплопроводности и угол ориентации главных осей определяются по следующим зависимостям:

$$\varphi = \frac{1}{2} \arctg \frac{2\lambda_{xy}(T)}{\lambda_{xx}(T) - \lambda_{yy}(T)}; \quad (5.1)$$

$$\lambda_{\xi}(T) = \lambda_{xx}(T)\cos^2(\varphi) + \lambda_{yy}(T)\sin^2(\varphi) + \lambda_{xy}(T)\sin(2\varphi); \quad (5.2)$$

$$\lambda_{\eta}(T) = \lambda_{yy}(T)\cos^2(\varphi) + \lambda_{xx}(T)\sin^2(\varphi) + \lambda_{xy}(T)\sin(2\varphi); \quad (5.3)$$

Результаты расчетов главных компонент тензора теплопроводности методом итерационной регуляризации приведены на рисунке 12а, а результаты метода регуляризации А.Н. Тихонова на рисунке 12б.

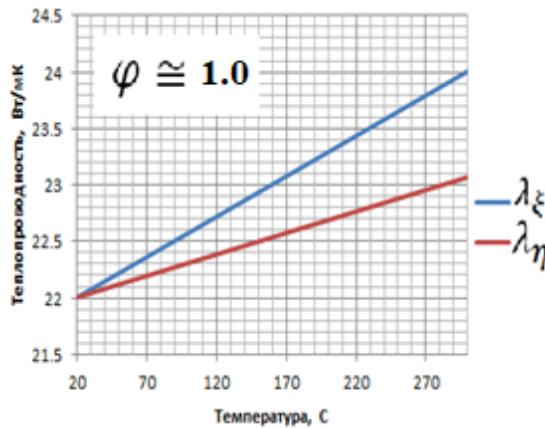


Рисунок 12а-Значения восстановленных главных осей тензора теплопроводности методом итерационной регуляризации

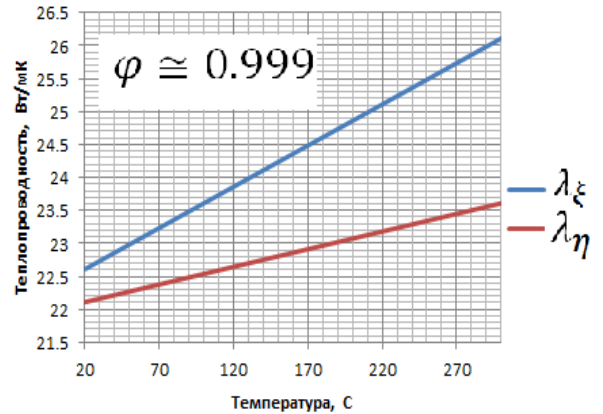


Рисунок 12б-Значения восстановленных главных осей тензора теплопроводности методом регуляризации А.Н. Тихонова

Результаты относительных погрешностей расчетов для восстановленных главных осей при решении коэффициентной ОЗТ методом итерационной регуляризации представлены на рисунке 13а, а регуляризацией А.Н. Тихонова на рисунке 13б.

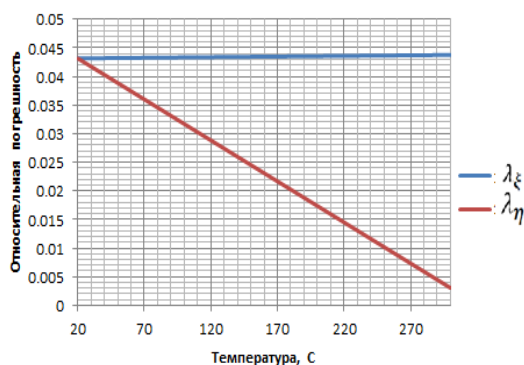


Рисунок 13а Значения относительных погрешностей восстановленных компонент тензора теплопроводности методом регуляризации

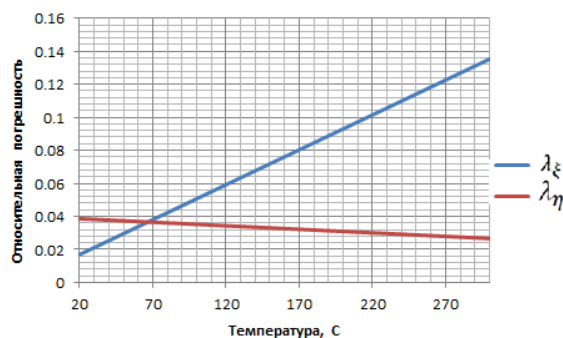


Рисунок 13б Значения относительных погрешностей восстановленных главных компонент тензора теплопроводности методом регуляризации А.Н. Тихонова

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По результатам проведенных исследований может быть сделан следующий **основной вывод:**

В данной работе составлена методика параметрической идентификации тепловой модели анизотропного шпангоута стыковочного агрегата спускаемых космических аппаратов в обеспечении его теплового режима, отличительной особенностью которой являются впервые исследуемое тепловое состояние многоразового элемента конструкции.

По поставленным задачам решены получены следующие **результаты:**

1 Разработаны алгоритм и методика по идентификации симметричного тензора теплопроводности анизотропного материала шпангоута АСА космического спускаемого аппарата, основанные на параметрической идентификации тепловой физико-математической модели распространения тепловых потоков в анизотропной среде методом итерационной регуляризации и методом регуляризации А.Н. Тихонова;

2. Модернизирован численный метод для реализации параметрической идентификации математической модели теплопереноса тепловых потоков в анизотропных твердых телах, позволяющий вычислить компоненты тензора теплопроводности. Отличительной особенностью модернизации является получение аналитических зависимостей для компонентов градиента целевого функционала невязки;

3. Проведен анализ эффективности разработанного алгоритма с помощью вычислительного эксперимента, и сделаны выводы о влиянии выбранного метода регуляризации на сходимость и точность решения обратной задачи нестационарной теплопроводности. Показано, что для исследуемого материала, относительная погрешность не превосходит 14% при решении задачи методом итерационной регуляризации и 4.5 % при решении задачи методом А.Н. Тихонова по сравнению с реальным значением теплопроводности титана;

4. Решена обратная задача радиационного теплопереноса энергии методом Монте-Карло по воспроизведению тепловой аэродинамической падающей нагрузки лучистым тепловым диффузным потоком для формирования натуральных условий проведения экспериментальной тепловой отработки АСА, результаты которой показаны на рисунках 4а-4в;

5. Выбраны проектные параметры стенда, а именно тепловые мощности, задаваемые на ИК – имитаторах и их пространственное расположение, по воспроизведению условий спуска спускаемого аппарата в атмосфере, позволяющего проводить экспериментальную тепловую отработку изделий многоразовых спускаемых аппаратов;

6. Разработанная методика может быть использована при проектировании теплограждающих конструкций спускаемых космических аппаратов, выполненных из композиционных нетерморазлагающихся материалов;

В качестве следующего этапа развития научных исследований по данной тематике могут рассматриваться обратные задачи идентификации для высокопористых терморазлагающихся композиционных теплозащитных материалов при сверхкритических уровнях температур, которые могут наблюдаться при входе КА в плотных слоев атмосферы различных планет.

Дальнейшие научно-исследовательские и опытно-конструкторские работы целесообразно проводить в следующих направлениях:

— создание методики по определению ориентации главных осей для уровней температур, при задании более совершенной физико-математической тепловой модели с учетом силового нагружения конструкции и наличия возможных фазовых переходов при достижении определенного уровня температур.

— решение задачи идентичной идентификации компонент вектора теплопроводности другими методами регуляризации, такими как метод квазирешений, метод компактных множеств и другие для последующей валидации предлагаемой методики.

СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных ВАК при Министерстве науки и высшего образования РФ

1. Борщев Н.О., Сорокин А.Е., Белявский А.Е. Разработка модели внешних тепловых воздействий на космический аппарат.- СТИН, 2019, номер 9, С. 34-37.
2. Борщев Н.О., Сорокин А.Е., Белявский А.Е. Алгоритм параметрического определения теплофизических характеристик покрытий.- СТИН, 2019, номер 9, С. 34-37.
3. Борщев Н.О., Сорокин А.Е., Белявский А.Е. Алгоритм определения тензора теплопроводности методом регуляризации Тихонова А.Н. в сферических координатах.- СТИН, 2020, номер 2, С. 25-27.