

УДК 537.84,533.6.011, 533.92, 536.45

Магнитогидродинамический расчет термически и химически неравновесных потоков

А.М. Молчанов, Д.В. Акимов, А.А. Курашов

Московский авиационный институт (государственный технический университет),
Москва, 125993, Россия
e-mail: alexmol_2000@mail.ru

DOI: 10.34759/tpt-2020-12-3-100-109

Поступила в редакцию 14.12.2019

После доработки 10.02.2020

Принята к публикации 13.02.2020

Разработан метод расчета ионизированного высокоскоростного потока в условиях термической и химической неравновесности с учетом взаимодействия движущейся электропроводящей сплошной среды с электромагнитным полем. Математическая модель включает уравнения непрерывности, импульса, полной энергии, вращательной энергии, колебательной энергии, энергии электронов и сохранения массы химических компонентов. Электропроводность определяется с помощью кинетической теории. Разработанный метод использовался для численного моделирования физического процесса взаимодействия магнитного поля с ионизированным потоком. Результаты расчетов, выполненных предлагаемым способом, удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными и результатами расчетов других авторов.

Ключевые слова: взаимодействие электромагнитного поля с ионизированным потоком, термическая и химическая неравновесность.

Введение

Известно, что электромагнитное поле оказывает воздействие на поток ионизированного газа. Изучению этого процесса посвящено немало научных работ (например, [1, 2]). В большинстве из них, как правило, используется допущение о химическом равновесии ионизированной газовой смеси и предположение, что все энергетические моды молекул газа находятся в термическом равновесии, т.е. течение описывается единой температурой.

Однако в реальных высокоскоростных течениях газа, особенно при полетах на больших высотах, наблюдается существенная химическая и термическая неравновесность [3].

Целью данной работы является получение наиболее полной математической модели, описывающей течение ионизированной высокоскоростной газовой смеси и учитывающей взаимодействие движущейся электропроводящей сплошной среды с электромагнитным полем.

Особое внимание уделено расчету электрической проводимости такой газовой смеси на основе анализа интегралов столкновений молекул и теплового движения электронов.

1. Математическая модель

1.1. Основные уравнения, описывающие течение ионизированной газовой смеси

Основная система включает уравнения неразрывности, количества движения, полной энергии, вращательной энергии, энергии электронов, колебательных энергий, сохранения масс химических компонентов [3]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \mathbf{V}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} \mathbf{V} - \mathbf{T}) + \nabla p = \mathbf{j} \times \mathbf{B},$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho E) + \nabla \cdot [\mathbf{V} (\rho E + p) + \mathbf{q} - \mathbf{V} \cdot \mathbf{T}] = \mathbf{j} \cdot \mathbf{E},$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho E_R) + \nabla \cdot (\rho E_R \mathbf{V}) &= \rho \dot{E}_R - \nabla \cdot \mathbf{q}_R, \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho E_e) + \nabla \cdot [\mathbf{V}(\rho E_e + p_e)] &= \rho \dot{E}_e - \nabla \cdot \mathbf{q}_e, \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho E_{V,m}) + \nabla \cdot (\rho E_{V,m} \mathbf{V}) &= \rho \dot{E}_{V,m} - \nabla \cdot \mathbf{q}_{V,m}, \\ m &= 1, \dots, N_M, \end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho C_s) + \nabla \cdot (\rho C_s \mathbf{V}) = \dot{w}_s - \nabla \cdot \mathbf{g}_s, \quad s = 1, \dots, N_C - 1,$$

где ρ – плотность газовой смеси; \mathbf{V} – вектор скорости; \mathbf{T} – тензор вязких напряжений; p – давление; \mathbf{B} – вектор магнитной индукции; \mathbf{j} – плотность тока; E – полная энергия газовой смеси; \mathbf{E} – напряженность электрического поля; E_R – единая вращательная энергия на единицу массы всей газовой смеси; $E_{V,m}$ – колебательная энергия m -ой моды на единицу массы всей газовой смеси; E_e – электронная энергия на единицу массы всей газовой смеси; \mathbf{q} , \mathbf{q}_R , $\mathbf{q}_{V,m}$, \mathbf{q}_e – плотности тепловых потоков, соответственно, полной энергии, вращательной энергии, колебательных энергий и энергии электронов; $\dot{E}_R, \dot{E}_{V,m}, \dot{E}_e$ – источники в уравнениях энергий, связанные с энергетическими переходами; p_e – давление электронов; C_s – массовая доля компонента s ; \dot{w}_s – скорость образования компонента s в результате химических реакций; \mathbf{g}_s – диффузионный поток компонента s ; N_M – число колебательных мод; N_C – число химических компонентов.

Используется допущение о том, что магнитное число Рейнольдса невелико, и поэтому можно пренебречь индуцированным магнитным полем.

1.2. Уравнения состояния

Полная энергия, содержащаяся в единице объема, состоит из внутренней энергии и кинетической энергии газовой смеси. В свою очередь, внутренняя энергия включает в себя поступательную, вращательную, колебательную, электронную и химическую составляющие. Таким образом

$$\begin{aligned} \rho E &= \sum_{s \neq e}^{N_C} \rho_s c_{v,T,s} T + \sum_{s \neq e}^{N_C} \rho_s c_{v,R,s} T_R + \\ &+ \sum_m^{N_M} \rho E_{V,m} + \rho E_e + \sum_s^{N_C} \rho_s h_s^0 + \frac{1}{2} \sum_{s \neq e}^{N_C} \rho_s u_i u_i, \end{aligned}$$

где ρ_s – плотность компонента s ; $c_{v,T,s}, c_{v,R,s}$ – соответственно поступательная и вращательная теплоемкости при постоянном объеме; T – поступательная температура; T_R – вращательная температура; h_s^0 – теплота образования компонента s .

Давление газовой смеси является суммой парциальных давлений:

$$p = \sum_{s \neq e} \rho_s \frac{R}{M_s} T + p_e,$$

где M_s – молярная масса компонента s ; R – универсальная газовая постоянная.

Уравнения состояния для электронов:

$$E_e = C_e \frac{3}{2} \frac{R}{M_e} T_e, \quad p_e = \rho_e \frac{R}{M_e} T_e.$$

Здесь использовались допущения, что динамическим давлением электронов можно пренебречь и что возбужденные электронные состояния молекул пренебрежимо малы относительно энергий, содержащихся в других модах.

Для колебательной энергии использовался подход, основанный на модели гармонического осциллятора, по которой среднее число m -х колебательных квантов α_m , приходящихся на одну молекулу, определяется формулой

$$\alpha_m = r_m \frac{1}{\exp(\theta_m / T_{V,m}) - 1},$$

где θ_m – характеристическая колебательная температура m -ой колебательной моды; $T_{V,m}$ – соответствующая колебательная температура; r_m – кратность вырождения m -ой моды молекулы.

Удельная (на единицу массы компонента, к которому относится данная мода) колебательная энергия m -ой колебательной моды $e_{V,m}$ связана с α_m следующим соотношением:

$$e_{V,m} = \frac{R \theta_m}{M_{s(m)}} \alpha_m = \frac{r_m \theta_m (R / M_{s(m)})}{\exp(\theta_m / T_{V,m}) - 1},$$

где $M_{s(m)}$ – молярная масса компонента s , к которому относится m -я колебательная мода.

1.3. Переносные свойства газовой смеси

Для тензора вязких напряжений используется формула

$$\mathbf{T} = \mu \left[\nabla \mathbf{V} + (\nabla \mathbf{V})^T \right] - \frac{2}{3} \mu \delta \nabla \cdot \mathbf{V},$$

где δ – единичный тензор; μ – коэффициент динамической вязкости.

Тепловые потоки равны:

$$\mathbf{q} = -\frac{\mu}{Pr} \nabla h, \quad \mathbf{q}_R = -\frac{\mu}{Pr} \nabla E_R, \quad (1)$$

$$\mathbf{q}_{V,m} = -\frac{\mu}{Pr} \nabla E_{V,m}, \quad \mathbf{q}_e = -\frac{\mu}{Pr} \nabla h_e,$$

где h, h_e – энтальпии соответственно газовой смеси и электронов:

$$h_e = E_e + \frac{p_e}{\rho}.$$

Для диффузионных потоков использовалась обобщенная формула

$$\mathbf{g}_s = -\frac{\mu}{Sc} \nabla C_s. \quad (2)$$

При выводе формул (1), (2) использовалось допущение о подобии переносов тепла и диффузии, т.е. равенстве чисел Шмидта и Прандтля ($Sc = Pr$). Для расчета коэффициента вязкости использовалась методика, подробно описанная в [4].

1.4. Энергетические переходы

Источник в уравнении энергии электронов равен

$$\rho \dot{E}_e = Q_{T-e} - \sum_m Q_{e-V,m} + \dot{w}_e e_e,$$

где $e_e = E_e / C_e = \frac{3}{2} \frac{R}{M_e} T_e$; Q_{T-e} – поступательно-электронная скорость передачи энергии; $Q_{e-V,m}$ – электронно-колебательная скорость передачи энергии для m -ой моды; \dot{w}_e – скорость образования электронов в результате химических реакций.

Источник в уравнении m -ой колебательной энергии равен

$$\rho \dot{E}_{V,m} = Q_{T-V,m} + Q_{V-V,m} + Q_{e-V,m} - Q_{Rad-V,m} + \dot{w}_{s(m)} e_{V,m},$$

где $Q_{T-V,m}$ – поступательно-колебательная ($T-V$) скорость передачи энергии; $Q_{V-V,m}$ – колебательно-колебательная ($V-V$) скорость передачи энергии; $Q_{Rad-V,m}$ – потеря колебательной энергии вследствие спонтанной излучательной дезактивации.

Источник в уравнении вращательной энергии равен

$$\rho \dot{E}_R = Q_{T-R} + \sum_{s=1}^{N_c} \dot{w}_s e_{R,s},$$

где Q_{T-R} – поступательно-вращательная ($T-R$) скорость передачи энергии; $e_{R,s} = c_{v,R,s} T_R$. Предполагается, что обменом вращательной энергии с колебательными энергиями и энергией электронов можно пренебречь.

1.4.1. Поступательно-электронная скорость передачи энергии

Для $T-e$ скорости передачи энергии использовалась формула Ли [5]:

$$Q_{T-e} = 3R\rho_e (T - T_e) \sqrt{\frac{8RT_e}{\pi M_e}} \sum_{r \neq e} \sigma_{er} \frac{\rho_r N_A}{M_r^2},$$

где σ_{er} – сечения столкновений электронов с тяжелыми частицами; N_A – число Авогадро.

Сечения столкновений электронов с нейтральными частицами рассчитывались на основе рекомендаций Юкикадзу Итикава [6].

Для столкновений электрон-ион используется Кулоновское сечение [5]:

$$\sigma_{e,ions} = \frac{8\pi}{27} \left(\frac{\lambda_D}{T^*} \right)^2 \ln(1 + 9T^{*2}), \text{ см}^2,$$

где

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{k_{B,CGS} T_e}{4\pi n_{e,CGS} e_{CGS}^2}},$$

$$T^{*2} = \frac{\lambda_D^2}{e_{CGS}^4 / (k_{B,CGS} T_e)^2} = \frac{(k_{B,CGS} T_e)^3}{4\pi N_{e,CGS} e_{CGS}^6},$$

λ_D – дебаевская длина; $k_{B,CGS}$ – постоянная Больцмана в единицах СГС; e_{CGS} – заряд электрона в единицах СГС; $N_{e,CGS}$ – плотность числа электронов также в единицах СГС.

1.4.2. Электронно-колебательная скорость передачи энергии

Наблюдается значительный обмен между энергией электронов и колебательной энергией молекулярного азота. Связь энергии электронов с энергией колебаний других молекул ничтожно мала. Для обмена энергиями между энергией электронов и колебательной модой азота используется формула Ландау–Теллера:

$$Q_{e-V,m} = \rho_{s(m)} \frac{M_{s(m)} e_{V,m}^* (T_e) - e_{V,m}}{M_e \tau_{em}},$$

$$s(m) = N_2,$$

где для определения времени релаксации τ_{em} используется теория Ли [7]. В работе [18] предложена аппроксимационная формула для τ_{em} при $T_e \geq T_e^{\min}$:

$$p_e \tau_{em}(T_e, T_V) = p_e \tau_{em}^{\min}(T_V) + \sum_{i=1}^3 c_i(T_V) (T_e - T_e^{\min}(T_V))^i,$$

где $p_e = N_e k_B T_e$ – парциальное давление электронов; T_V – колебательная температура молекулы N_2 ; коэффициенты определяются по формулам:

$$c_1(T_V) = 2.38 \cdot 10^{-5} - 4.54 \cdot 10^{-9} T_V + 1.65 \cdot 10^{-13} T_V^2,$$

$$c_2(T_V) = 1.78 \cdot 10^{-8} + 2.11 \cdot 10^{-12} T_V - 2.23 \cdot 10^{-17} T_V^2,$$

$$c_3(T_V) = 1.17 \cdot 10^{-13}.$$

Для минимальных значений предложены следующие аппроксимирующие зависимости:

$$T_e^{\min}(T_V) = \frac{b}{T_V + a}, \quad p_e \tau_{em}^{\min}(T_V) = c + d T_V,$$

где коэффициенты равны:

$$a = 22159.90 \text{ К}, \quad b = 1.60 \cdot 10^8 \text{ К}^2,$$

$$c = 1.20 \cdot 10^{-5} \text{ Дж м}^3 \text{ с}, \quad d = 5.9 \cdot 10^{-10} \text{ Дж м}^3 \text{ с К}^{-1}.$$

1.4.3. Поступательно-вращательная скорость передачи энергии

Для T - R скорости передачи энергии использовалась формула Ландау–Теллера:

$$Q_{T-R} = \rho \frac{E_R^*(T) - E_R}{\tau_R},$$

где $E_R^*(T) = T \sum_{s \neq e}^{N_c} C_s c_{v,R,s}$ – равновесная вращательная энергия; τ_R – время вращательной релаксации, для которой используется формула [8]

$$\tau_R = 5 \frac{\bar{\lambda}}{\bar{c}},$$

где \bar{c} – средняя скорость молекул; $\bar{\lambda}$ – средняя длина свободного пробега молекул.

1.4.4. Поступательно-колебательные скорости передачи энергии

Используется модель Ландау–Теллера:

$$Q_{T-V,m} = \rho_{s(m)} \frac{e_{V,m}^*(T) - e_{V,m}}{\tau_m},$$

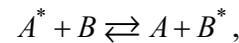
где $e_{V,m}^*(T)$ – равновесная колебательная энергия m -ой моды. Время релаксации рассчитывается по формуле

$$\tau_m = \left(\sum_r X_r / \tau_{m,r} \right)^{-1} \sum_r X_r,$$

где X_r – мольная доля компонента r . Для расчета времен $\tau_{m,r}$ используются формулы из [9–11].

1.4.5. Колебательно-колебательные скорости передачи энергии

Общий вид V - V процесса:



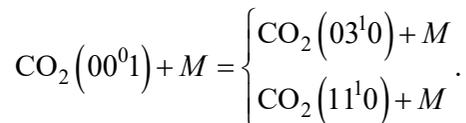
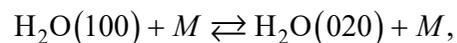
где A^* – колебательно возбужденное состояние молекулы A .

Справедливы следующие формулы [9]:

$$\frac{d\alpha_A}{dt} \Big|_{V-V} = \frac{X_B}{\tau_{AB}} \times \left[(1 + \alpha_A) \alpha_B \exp\left(\frac{\theta_B - \theta_A}{T}\right) - (1 + \alpha_B) \alpha_A \right],$$

$$\frac{d\alpha_B}{dt} \Big|_{V-V} = \frac{X_A}{\tau_{AB}} \times \left[(1 + \alpha_B) \alpha_A - (1 + \alpha_A) \alpha_B \frac{\exp(\theta_B / T)}{\exp[\theta_A / T]} \right].$$

Особый случай представляют некоторые сложные внутримолекулярные V - V процессы, например,



В этих случаях для определения скоростей образования колебательных квантов используются более сложные формулы [3].

Предполагается, что в процессе релаксации симметричная и деформационная моды колебаний молекул CO_2 находятся в равновесии между собой (Ферми-резонанс).

Общая скорость образования квантов m -ой моды $\dot{\alpha}_{V-V,m}$ складывается из всех V - V процессов, происходящих с этой модой.

Между скоростью передачи энергии и изменением числа квантов $\dot{\alpha}_{V-V,m}$ имеется следующая связь:

$$Q_{V-V,m} = \rho_{s(m)} \theta_m \frac{R}{M_{s(m)}} \dot{\alpha}_{V-V,m}.$$

Для расчета времен релаксации τ_{AB} используются формулы из [9–11].

1.5. Электромагнитное поле

Плотность тока согласно закону Ома определяется по формуле:

$$\mathbf{j} = \sigma_e (\mathbf{E} + \mathbf{V} \times \mathbf{B}),$$

где σ_e – электрическая проводимость среды. Эта форма уравнения пренебрегает током Холла для упрощения.

Электропроводность σ_e определяется с помощью кинетической теории. Используется формула Йоса [12]:

$$\sigma_e = \frac{e^2}{k_B T_e} \left(\frac{X_e}{\sum_{j \neq e} X_j \Delta_{ej}^{(1)}} \right) = \frac{e^2 N_e}{k_B T_e} \left(\frac{1}{\sum_{j \neq e} \Delta_{ej}^{(1)} N_j} \right),$$

где

$$\Delta_{ej}^{(1)} = \frac{8}{3} \left[\frac{2M_e M_j}{\pi R T_e (M_e + M_j)} \right]^{1/2} 10^{-20} \pi \Omega_{ej}^{(1,1)} (T_e).$$

Здесь $\pi \Omega_{ij}^{(1,1)}$ – диффузионный интеграл столкновений. Константа 10^{-20} конвертирует в квадратные метры квадратный Ангстрем, который является стандартной единицей для интегралов столкновений.

Значения интегралов столкновений для пар N_2 -e, O_2 -e, N-e, O-e, NO-e, C-e, CO_2 -e, CO-e, CN-e, C_2 -e берутся из работы Райта и др. [13].

1.6. Химическая кинетика

При расчете высокоэнтальпийных течений воздуха используется следующая система химических реакций

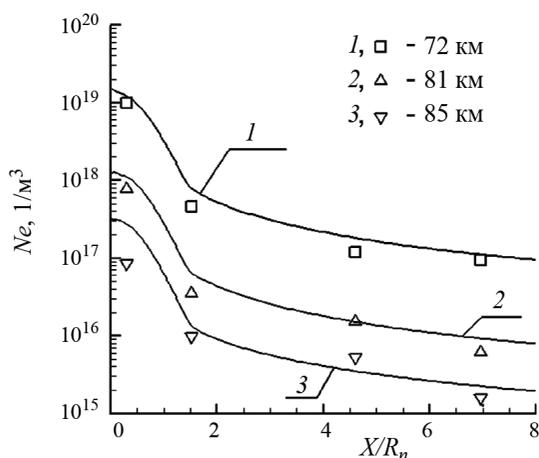
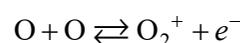
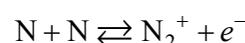
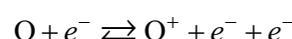
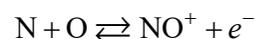
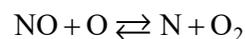
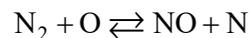
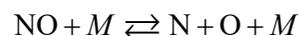
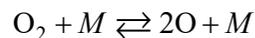
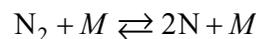


Рис. 1. Пиковые значения концентраций электронов. Линии – результаты расчета; значки – эксперимент [15]



В некоторых задачах добавлялись реакции с участием H_2O , H_2 , OH, H, CO_2 , CO, C [3], а также реакция ионизации цезия



Подробности определения скоростей реакций и скоростей образования компонентов в результате химических реакций можно найти в [3]. Для реакции ионизации цезия использовались коэффициенты скоростей из работы [14].

2. Результаты расчетов

Для проведения расчетов использовалась программа UNIVERSE-CFD, разработанная в Московском авиационном институте.

2.1. Летный эксперимент Ram-C

Важнейшим фактором, влияющим на взаимодействие движущейся электропроводящей сплошной среды с электромагнитным полем, является концентрация электронов.

В течение 1960-х гг. была проведена серия летных экспериментов [15], в ходе которых измерялась концентрация электронов с помощью микроволновых рефлектометров. Летательный аппарат представлял собой корпус со сферическим конусом (половинный угол конуса 9° , длина 1.295 м). Радиус сферического затупления был равен 0.1524 м. Расчеты проводились для высот полета 72, 81, 85 км (максимальное значение числа Кнудсена составляет ~ 0.03). Во всех случаях скорость полета была равна 7650 м/с. Температура стенки – 1000 К. Использовалось граничное условие прилипания; для высоты 85 км учитывался слой Кнудсена.

Пиковые плотности электронов в ударном слое возле тела сравниваются на рис. 1. Совпа-

дение результатов вычислений и экспериментов довольно хорошее.

На рис. 2 представлено изменение поступательной температуры T и температуры электронов T_e вдоль осевой линии сжатия для высоты 81 км.

Поступательная температура достаточно сильно «размыта», что связано с химической неравновесностью. Наблюдается заметное отставание колебательных температур и температуры электронов вследствие термической неравновесности.

На рис. 3 представлено изменение электропроводности газовой смеси вдоль осевой линии сжатия для высоты 81 км при использовании различных методик ее расчета.

2.2. Эксперимент Цимера

В 1959 г. Р.В. Цимер [16] сообщил о результатах экспериментального исследования в магнитоаэродинамике. Он поместил цилиндр с полусферической носовой частью диаметром 0.02 м, изготовленный из стекла Рухе, внутри электромагнитной ударной трубы. Ударная волна перемещалась со скоростью 21.5 Махов в стационарном воздухе при температуре 273 К и давлении 9.33 Н/м^2 мимо модели, создавая высокоскоростной поток ионизированного воздуха.

Распределение магнитного поля в свободном потоке – это распределение, создаваемое диполем, расположенным в начале координат (т.е. в центре сферы радиуса r_n носовой части). Это распределение математически выражается как

$$\mathbf{B} = B_0 \frac{r_n^3}{r^3} \cos\theta \mathbf{e}_r + B_0 \frac{r_n^3}{2r^3} \sin\theta \mathbf{e}_\theta, \quad (3)$$

где \mathbf{e}_r и \mathbf{e}_θ – единичные векторы в радиальном направлении относительно центра цилиндра и под углом θ в направлении, отмеренным от оси.

Для оценки интенсивности электромагнитного воздействия использовался параметр магнитного взаимодействия: $Q^* = \sigma_e B_0^2 r_n / (\rho_\infty u_\infty)$. Условия свободного потока для настоящего моделирования приведены в таблице (концентрации компонентов даны в мольных долях). Электропроводность бралась средней за скачком в сжатом слое.

Параметры свободного потока

Скорость, м/с	Давление, Па	Температура, К	Концентрация компонента, мол. доля					
			O	O ₂	NO	N	NO ⁺	N ₂
5690	3013	9813	0.05	0.1715	0.016	0.0422	0.00025	0.72018

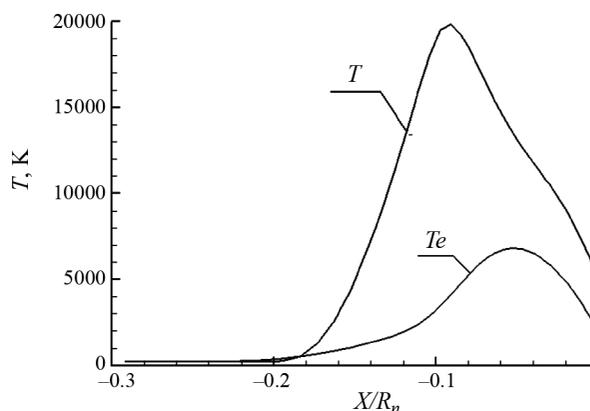


Рис. 2. Температуры вдоль осевой линии сжатия. Высота 81 км

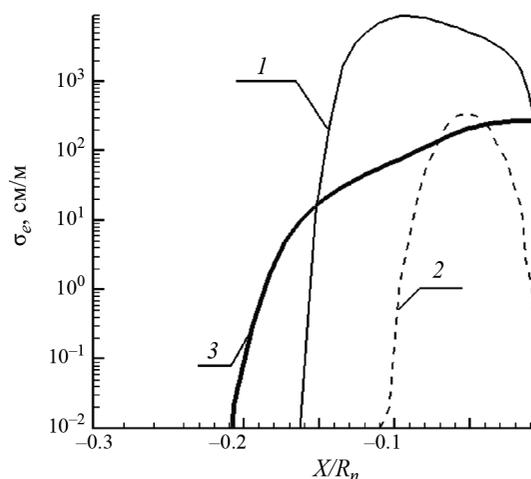


Рис. 3. Электропроводность газовой смеси вдоль осевой линии сжатия для высоты 81 км при использовании различных методик ее расчета: 1 – расчет с использованием предположения о термодинамической равновесности воздуха; в качестве определяющей используется поступательная температура; 2 – расчет с использованием предположения о термодинамической равновесности воздуха; в качестве определяющей используется температура электронов; 3 – расчет термодинамически неравновесного газа

Расстояние от передней критической тела, на котором располагается скачок, зависит от напряженности магнитного поля. На рис. 4 показаны контуры давления для потока возле модели с выключенным и включенным дипольным магнитным полем. Когда магнитное поле было включено, расстояние отклонения ударной волны от носа модели увеличилось с 0.0029 до 0.017 м, что в 5.9 раза больше.

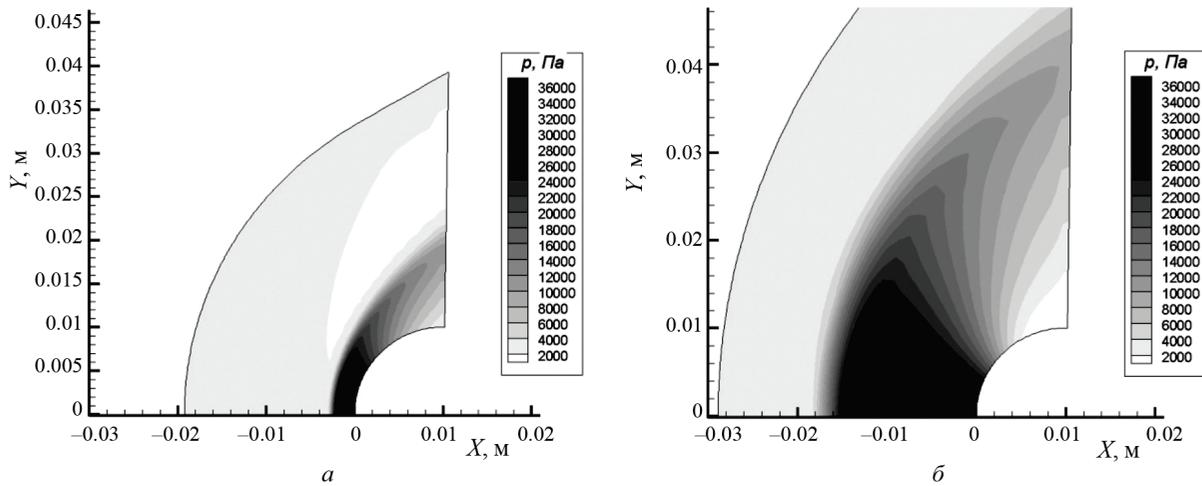


Рис. 4. Пространственное распределение давления: а – при $Q^* = 0$, б – при $Q^* = 55$

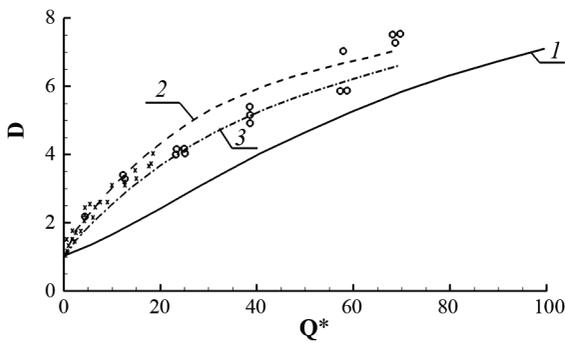


Рис. 5. Сравнение рассчитанного расстояния до скачка с экспериментом: 1 – расчет по теории Буша при термодинамическом равновесии; 2 – расчет Ли и др. [17]; 3 – расчет настоящей работы; значки – эксперимент [16]

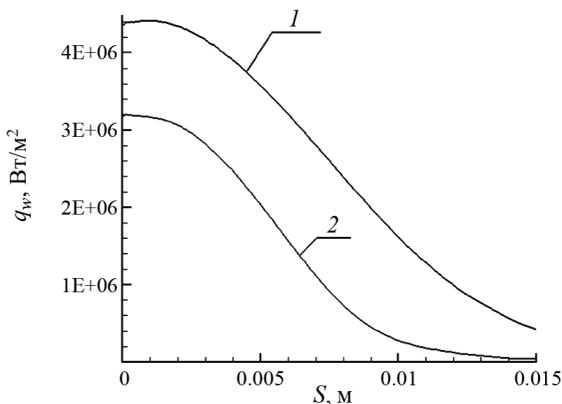


Рис. 6. Тепловой поток вдоль образующей тела: 1 – расчет при $Q^* = 0$; 2 – расчет при $Q^* = 55$

Увеличение расстояния до скачка в зависимости от параметра взаимодействия определяется количественно и сравнивается с экспериментальными данными на рис. 5. Здесь D – отношение отхода ударной волны при вклю-

ченном магнитном поле к отходу при отключенном поле.

Данные, полученные по теории Буша [1], сравниваются с результатами расчетов из [17] и расчетов настоящей работы. Очевидно, что существует удовлетворительное совпадение между расчетами и экспериментом. Расстояние до скачка увеличилась примерно в семь раз при включении магнитного поля. Поскольку магнитное поле стремится противостоять потоку через линии магнитного поля, эффект от приложенного поля заключается в замедлении потока в областях, где параметр локального взаимодействия больше.

На рис. 6 представлено распределение теплового потока вдоль образующей тела при расчете с включенным и выключенным дипольным магнитным полем. Очевидно, что приложение электромагнитного поля существенно снижает тепловой поток в стенку. Температура стенки задавалась равной 1000 К с нулевой каталитической активностью.

2.3. Конвергентный магнитно-гидродинамический ускоритель

В работе Парка и др. [19] представлен одномерный анализ работы прямооточной двигательной установки, основанный на концепции магнитно-гидродинамического (MFD) перераспределения энергии. Система включает магнитно-гидродинамический генератор, камеру сгорания и магнитно-гидродинамический ускоритель МФД. Секция ускорителя представляет собой квадратный сужающийся канал длиной 2.846 м, высотой и шириной 0.933 м на входе и 0.730 м

на выходе (рис. 7). Он расположен ниже по потоку от секции камеры сгорания. Приложенное магнитное поле поперек канала было равно 11.28 Тл, а напряженность электрического поля изменялась от -30990 В/м на входе до -31470 В/м на выходе. Давление на входе составляло $1.251 \cdot 10^6$ Н/м², температура – 3583 К, а число Маха равнялось 1.15. В расчетах работы [19] магнитное число Рейнольдса составляло $Re_m = u_0 l_0 \sigma_e \mu_e = 0.17$, где u_0 – скорость на входе в ускоритель, l_0 – длина канала, σ_e – электропроводность, μ_e – магнитная проницаемость.

На рис. 8 представлено распределение относительной скорости вдоль канала. Результаты расчета данной работы сравниваются с результатами работы [20]. Некоторое различие результатов (особенно на участке от -0.5 м до 0) объясняется, по всей видимости, тем, что в отличие от данной работы в [20] учитывается индуцированное магнитное поле.

Заключение

Представлена математическая модель магнитогазодинамики газовой смеси, включающая неравновесные химические реакции, вращательную и колебательную неравновесность, а также энергию электронов. Три тестовых примера расчетов продемонстрировали хорошее совпадение с опубликованными экспериментальными данными и вычислениями. Показано, что приложение магнитного поля может иметь большое практическое значение, в частности, для снижения теплового потока в передней критической точке и ускорения потока в ПВРД.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Bush V.B.** Magnetohydrodynamic hypersonic flow past a blunt body // *Journal of Aero/Space Sciences*. 1958. V. 25. P. 685–690. DOI: 10.2514/8.7845
2. **Poggic J., Gaitonde D.V.** Magnetic control of flow past a blunt body: numerical validation and exploration // *Physics of Fluids*. 2002. V. 14. N 5. P. 1720–1731. DOI: 10.1063/1.1465424
3. **Молчанов А.М.** Математическое моделирование гиперзвуковых гомогенных и гетерогенных неравновесных течений при наличии сложного радиационно-конвективного теплообмена. М.: МАИ, 2017. 159 с.
4. **Scalabrin L.C.** Numerical simulation of weakly ionized hypersonic flow over reentry capsules // A dissertation submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy (Aerospace Engineering) in The University of Michigan. Publication Number: AA13287624. 2007. 182 p.
5. **Lee J.H.** Basic governing equations for the flight regimes of aeroassisted orbital transfer vehicles // *Progress in Aero-*

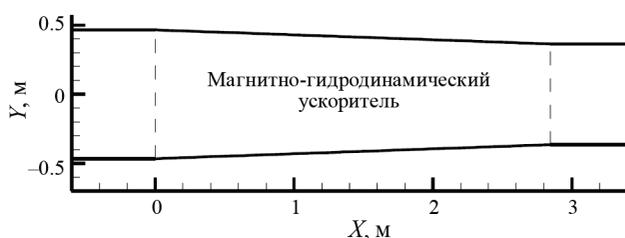


Рис. 7. Схема магнитно-гидродинамического ускорителя

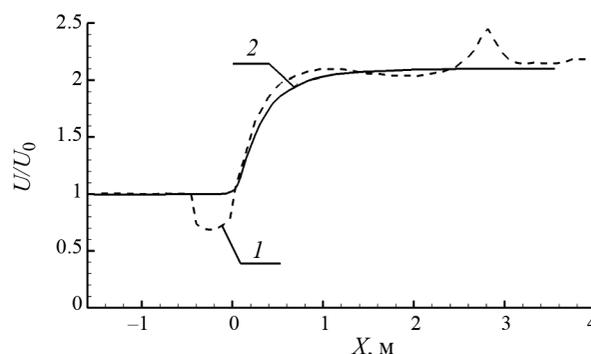


Рис. 8. Распределение относительной скорости вдоль канала ускорителя: 1 – результаты расчета из [20]; 2 – результаты расчета данной работы

6. **Yukikazu Itikawa.** Cross sections for electron collisions with nitrogen molecules // *Journal of Physical and Chemical Reference Data*. 2006. V. 35. N 1. P. 31–53. DOI: 10.1063/1.1937426
7. **Lee J.H.** Electron-impact vibrational excitation rates in the flowfield of aeroassisted orbital transfer vehicles // *Progress in Aeronautics and Astronautics: Thermophysical Aspects of Re-entry Flows*. Edited by J. N. Moss and C. D. Scott, AIAA, New York. 1986. V. 103. P. 197–224. DOI: 10.2514/5.9781600865770.0197.0224
8. **Tahir Gokcen.** Computation of thermochemical nonequilibrium flows around a simple and a double ellipse // *Supersonic Flows for Reentry Problems*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1991. P. 848–870. DOI: 10.1007/978-3-642-76527-8_55
9. **Физико-химические процессы в газовой динамике.** Справочник. Том 2: Физико-химическая кинетика и термодинамика / Под ред. Г.Г. Черного и С.А. Лосева. М.: Научно-издательский центр механики, 2002. 368 с.
10. **Blauer J.A., Nickerson G.R.** A Survey of Vibrational Relaxation Rate Data for Processes Important to CO₂-N₂-H₂O Infrared Plume Radiation // *Ultrasystems, Incorporated*, Technical rept. Report Number 0455177. 1973. 72 p.
11. **Ашратов Э.А., Дубинская Н.В.** Исследование течений в соплах при наличии колебательной релаксации // *Вычислительные методы и программирование*. 1977. Вып. 27. С. 96–115.
12. **Yos J.M.** Transport Properties of Nitrogen, Hydrogen, Oxygen, and Air to 30,000 K // *Research and Advanced Development Division Avco Corporation*. Wilmington, Massachusetts. Technical Memorandum RAD-TM-63-7. 1963. 77 p.
13. **Wright M.J., Bose D., Palmer G.E., Levin E.** Recommended collision integrals for transport property computa-

- tions. Part 1: Air species // *AIAA Journal*. 2005. V. 43. N 12. P.2558–2564. DOI: 10.2514/1.16713
14. **Park C., Mehta U.B., Bogdanoff D.W.** MHD Energy Bypass Scramjet Performance with Real Gas Effects // *NAS2-99092; RTOP 713-74-00*. Jan 16. 2000. 34 p.
 15. **Grantham W.** Flight results of 25,00 foot per second reentry experiment using microwave reflectometers to measure plasma electron density and standoff distance // *Hampton, VA: NASA TN D-6062*. 1970. P. 1–92.
 16. **Ziemer R.W.** Experimental investigation in magneto-aerodynamics // *American Rocket Society Journal*. 1959. V. 29. P. 642–647. DOI: 10.1063/1.4764105
 17. **Lee J.K., Kim T., MacCormack R.W.** Simulation of Hypersonic Flow within Electromagnetic Fields for Heat Flux Mitigation // *AIAA Paper 2015-3503*. DOI: 10.2514/6.2015-3503
 18. **Laporta V., Bruno D.** Electron-vibration energy exchange models in nitrogen-containing plasma flows // *The Journal of Chemical Physics*. 2013. V. 138. P.104319-1–104319-9.
 19. **Park C., Bogdanoff D., Mehta U.** Theoretical Performance of a Nonequilibrium MHD Bypass Scramjet // *AIAA Paper No. 2001-0792*. January 2001. 13 p. DOI: 10.2514/2.6156
 20. **MacCormack R.W.** Non-equilibrium Ionized Flow Simulations within Strong Electro-Magnetic Fields // *AIAA Paper 2010-0225*. 20 p. DOI: 10.2514/6.2010-225

Magneto-hydrodynamic computation of thermally and chemically non-equilibrium flows

A.M. Molchanov, D.V. Akimov, A.A. Kurashov

*Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, 125993, Russia
e-mail: alexmol_2000@mail.ru*

The article proposes numerical technique for ionized high-speed flow computing in conditions of thermal and chemical non-equilibrium, accounting for interaction of moving electrically conductive continuous medium with electromagnetic field. It pays special attention to electrical conductivity computing of such gas based on the analysis of molecules collisions integrals and thermal motion of electrons. Ionized high-speed flows are described by a fully coupled system of equations, which includes the equations of continuity, momentum, total energy, rotational energy, vibrational energy, electron energy, and mass conservation of chemical components. Electrical conductivity is determined through the kinetic theory. In addition to the basic transport equations, the developed mathematical model includes energy exchange mechanisms such as translational-electron energy transfer, electron-vibrational energy transfer, translational-rotational energy transfer, translational-vibrational energy transfer, vibrational-vibrational energy transfer, as well as electromagnetic field computing and chemical kinetics. The developed method was being employed for numerical simulation of interaction physics of magnetic field with ionized flow such as:

- 1) Ram-C flight experiment;
- 2) Zeimer experimental studies in magneto-electrodynamics;
- 3) Flow acceleration at the scramjet outlet.

Computational results obtained with the suggested technique agree satisfactory with the experimental data and computational results obtained by other authors. The article demonstrates the distance from the head shock wave to the forward critical point increases under the impact of the magnetic field. Since the magnetic force tends to oppose the flow across the magnetic field lines, the applied field effect consists in the flow slow-down in areas where the local interaction parameter is higher.

Keywords. The interaction of the electromagnetic field with the ionized flow, Thermal and chemical nonequilibrium.

REFERENCES

1. **Bush B.B.** Magneto-hydrodynamic hypersonic flow past a blunt body. *Journal of Aero/Space Sciences*, 1958, vol. 1. 25, pp. 685–690. DOI: 10.2514/8.7845
2. **Poggic J., Gaitonde D.V.** Magnetic control of flow past a blunt body: Numerical validation and exploration. *Physics of Fluids*, 2002, vol. 14, no. 5, pp. 1720–1731. DOI: 10.1063/1.1465424
3. **Molchanov A.M.** *Matematicheskoe modelirovanie giperzvukovykh gomogennykh i geterogennykh neravnovesnykh techenij pri nalichii slozhnogo radiatsionno-konvektivnogo teploobmena* [Mathematical modeling of hypersonic homogeneous and heterogeneous nonequilibrium flows in the presence of complex radiation-convective heat transfer]. Moscow: MAI, 2017. 159 p. In Russ.
4. **Scalabrin L.C.** *Numerical Simulation of Weakly Ionized Hypersonic Flow over Reentry Capsules*. Dissertation for the degree of Doctor of Philosophy (Aerospace Engineering), University of Michigan. Publication Number AAI3287624, 2007. 182 p.
5. **Lee J.H.** *Basic Governing Equations for the Flight Regimes of Aeroassisted Orbital Transfer Vehicles*. In *Progress in Aeronautics and Astronautics: Thermal-Design of Aeroassisted Or-*

- bital Transfer Vehicles. Edited by H. F. Nelson. AIAA, New York, 1985, vol. 96, pp. 3–53. DOI: 10.2514/6.1984-1729
6. **Itikawa Y.** Cross sections for electron collisions with nitrogen molecules. *Journal of Physical and Chemical Reference Data*, 2006, vol. 35, no. 1, pp. 31–53. DOI: 10.1063/1.1937426
 7. **Lee J.H.** *Electron-Impact Vibrational Excitation Rates in the Flowfield of Aeroassisted Orbital Transfer Vehicles*. In Progress in Aeronautics and Astronautics: Thermophysical Aspects of Re-entry Flows. Eds J.N. Moss, C.D. Scott. AIAA, New York, 1986, vol. 103, pp. 197–224. DOI: 10.2514/5.9781600865770.0197.0224
 8. **Gokcen T.** *Computation of Thermochemical Nonequilibrium Flows Around a Simple and a Double Ellipse*. In: Hypersonic Flows for Reentry Problems. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1991. pp. 848–870. DOI: 10.1007/978-3-642-76527-8_55
 9. **Losev S., Potapkin B., Macheret S., Chernyi G.** *Physical and Chemical Processes in Gas Dynamic*. Richmond, TX: AIAA, 2004. 300 p.
 10. **Blauer J.A., Nickerson G.R.** *A Survey of Vibrational Relaxation Rate Data for Processes Important to CO₂-N₂-H₂O Infra-red Plume Radiation*. Technical rept. no. 0455177, 1973. 72 p.
 11. **Ashratov E.A., Dubinskaya N.V.** Issledovanie techenij v soplakh pri nalichii kolebatel'noj relaksatsii [[Investigation of nozzle flows with vibrational relaxation]. *Vychislitel'nye metody i programirovanie – Numerical Methods and Programming*, 1977, iss. 27, pp. 96–115. In Russ.
 12. **Yos J.M.** *Transport Properties of Nitrogen, Hydrogen, Oxygen, and Air to 30,000 K*. Research and Advanced Development Division Avco Corporation. Wilmington, Massachusetts. Technical Memorandum RAD TM-63-7, 1963. 77 p.
 13. **Wright M.J., Bose D., Palmer G.E., Levin E.** Recommended collision integrals for transport property computations, Part 1: Air species. *AIAA Journal*, 2005, vol. 43, no. 12, pp. 2558–2564. DOI: 10.2514/1.16713
 14. **Park C., Mehta U.B., Bogdanoff D.W.** *MHD Energy Bypass Scramjet Performance with Real Gas Effects*. NAS2-99092; RTOP 713-74-00. 2000. 34 p.
 15. **Grantham W.** *Flight Results of 25,00 Foot per Second Reentry Experiment Using Microwave Reflectometers to Measure Plasma Electron Density and Standoff Distance*. Hampton, VA: NASA TN D-6062. 1970. pp. 1–92.
 16. **Ziemer R.W.** Experimental investigation in magneto-aerodynamics. *American Rocket Society Journal*, 1959, vol. 29, pp. 642–647. DOI: 10.1063/1.4764105
 17. **Lee J.K., Kim T., MacCormack R.W.** *Simulation of Hypersonic Flow within Electromagnetic Fields for Heat Flux Mitigation*. AIAA Paper 2015-3503, 2015. DOI: 10.2514/6.2015-3503
 18. **Laporta V., Bruno D.** Electron-vibration energy exchange models in nitrogen-containing plasma flows. *The Journal of Chemical Physics*, 2013, vol. 138, pp. 104319-1-104319-9.
 19. **Park C., Bogdanoff D., Mehta U.** *Theoretical Performance of a Nonequilibrium MHD Bypass Scramjet*. AIAA Paper No. 2001-0792, 2001. 13 p. DOI: 10.2514/2.6156
 20. **MacCormack R.W.** *Non-Equilibrium Ionized Flow Simulations within Strong Electro-Magnetic Fields*. AIAA Paper 2010-0225, 2010. 20 p. DOI: 10.2514/6.2010-225