

АЭРОДИНАМИКА И ПРОЦЕССЫ ТЕПЛООБМЕНА ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

УДК 533.6.04

МОДЕЛЬ НЕСТАЦИОНАРНЫХ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОДОЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

Трифорова Т.И., Шелюхин Ю.Ф., Шуховцов Д.В.

*Центральный аэрогидродинамический институт им. профессора Н.Е. Жуковского,
ЦАГИ, ул. Жуковского, 1, Жуковский, Московская область, 140180, Россия
e-mail: flight15@tsagi.ru*

На основе анализа введены понятия характерных углов атаки, которые использованы при разработке модели нестационарных аэродинамических характеристик, основанной на знании этих углов, статических характеристик $c_{yст}(\alpha)$, $m_{zст}(\alpha)$ и зависимости угла атаки от времени $\alpha(t)$.

Ключевые слова: нестационарные характеристики, коэффициент подъемной силы, коэффициент продольного момента, угол атаки.

В работах [1, 2] исследовался гистерезис в аэродинамических характеристиках коэффициентов нормальной силы $c_y(\alpha)$ и момента тангажа $m_z(a)$ самолета на больших углах атаки, полученных из результатов трубных испытаний. Идентификация аэродинамических характеристик $c_y(a, M)$, $m_z(a, M)$, проведенная по результатам летных испытаний магистрального и регионального самолетов, подтвердила наличие гистерезиса в зависимостях $c_y(a)$ и $m_z(a)$ при различных числах Маха [3]. В последнее время актуальной является задача разработки обоснованной математической модели, позволяющей моделировать неоднозначность аэродинамических характеристик при произвольных движениях самолета, в том числе в реальном масштабе времени. Ранее многими исследователями (В.К. Святодух, А.А. Погодаев, М.Г. Гоман и др.) предлагались

различные подходы к описанию нестационарных аэродинамических характеристик [4–6]. Например, использование уравнения первого порядка (апериодического звена) для описания нелинейных нестационарных аэродинамических характеристик $c_y(\alpha)$ и $m_z(a)$ было предложено В.К. Святодухом и А.А. Погодаевым в [4, 5]. С помощью введения специальной переменной χ , «характеризующей структуру обтекания», поведение которой описывается апериодическим звеном [4], или непосредственно пропуская статические характеристики $c_{yст}$ и $m_{zст}$ через апериодическое звено с постоянной времени T и дополнительной составляющей $g_c(\alpha)$, авторы описывали поведение аэродинамических характеристик c_y и m_z при изменении угла атаки. К сожалению, авторы не ограничили использование апе-

риодического звена каким-либо четко обоснованным диапазоном углов атаки и приняли $T = \text{const}$.

Использование дополнительной переменной x , характеризующей положение точки отрыва потока по хорде крыла, было предпринято в работе [7] для описания динамики маневренного самолета на больших и сверхбольших углах атаки.

Интересный подход к описанию нестационарных аэродинамических характеристик предложен в [8], где предлагается представить, например, коэффициент подъемной силы c_y из двух частей: линейной c_{y1} и нелинейной c_{y2} . Для нелинейной составляющей предлагается записать уравнение первого порядка, учитывающее время запаздывания развития отрыва потока на крыле через постоянную времени τ_1 , а также учесть динамику движения центра давления на крыле $\chi_{кр}$ и запаздывание скоса потока от крыла на оперение ϵ с помощью дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными времени τ_2 и τ_3 .

К сожалению, никаких четких рекомендаций по выбору постоянных времени τ_1 , τ_2 и τ_3 авторы не приводят.

В работе [3] приведена инженерная модель нестационарных продольных аэродинамических характеристик пассажирского самолета на больших углах атаки, основанная на идентификации аэродинамических характеристик по результатам летных испытаний магистральных самолетов в диапазоне чисел Маха $M = [0,3 \div 0,8]$.

В настоящей работе предлагается развитие подхода к описанию продольных нестационарных аэродинамических коэффициентов подъемной силы $c_{ym}(\alpha, \dot{\alpha})$ и продольного момента $m_{zm}(\alpha, \dot{\alpha})$, предложенного в [4, 5], на основе данных, полученных из продувок модели регионального самолета в трубе Т103 ЦАГИ при скорости $V = 25$ м/с, и результатов летных испытаний [3]. Испытания модели самолета проводились на установке ОВП-102Б, обеспечивающей гармонические колебания модели, выполненной в масштабе 1:25, с амплитудой 5° с частотами 0,2, 0,5, 1 и 2 Гц при различных установочных углах атаки $\alpha_{уст}$ в диапазоне $10\text{--}19^\circ$.

Для примера на рис. 1—4 приведены экспериментальные характеристики $c_y(\alpha, \dot{\alpha})$ и $m_z(\alpha, \dot{\alpha})$, полученные при многократных колебаниях модели с частотой 1 Гц при $\alpha_{уст} = 8^\circ, 10^\circ, 13^\circ$ и 17° , осредненные по множеству реализаций зависимости

$c_{yD}(\alpha, \dot{\alpha})$ и $m_{zD}(\alpha, \dot{\alpha})$, и статические характеристики $c_{yст}(\alpha)$ и $m_{zст}(\alpha)$.

Будем в дальнейшем называть осредненные по множеству реализаций зависимости $c_{yD}(\alpha, \dot{\alpha})$ и $m_{zD}(\alpha, \dot{\alpha})$ *регулярными составляющими* экспериментально полученных зависимостей. Отличия же отдельных реализаций $c_y(\alpha, \dot{\alpha})$ и $m_z(\alpha, \dot{\alpha})$ от регулярной будем называть *случайными составляющими*. Таким образом, зависимости коэффициентов подъемной силы и продольного момента в процессе изменения угла атаки можно представить в виде двух слагаемых:

$$\begin{aligned} c_y(\alpha, \dot{\alpha}) &= c_{yD}(\alpha, \dot{\alpha}) + \Delta c_{yсл}; \\ m_z(\alpha, \dot{\alpha}) &= m_{zD}(\alpha, \dot{\alpha}) + \Delta m_{zсл}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\Delta c_{yсл}$, $\Delta m_{zсл}$ — случайные составляющие.

Анализ представленных на рис. 1—4 зависимостей $c_{yD}(\alpha, \dot{\alpha})$ и $m_{zD}(\alpha, \dot{\alpha})$ позволяет четко выделить несколько характерных участков (областей) углов атаки, где они являются функциями не только угла атаки α , но и скорости изменения угла атаки $\dot{\alpha}$.

Неоднозначность зависимостей $c_{yD}(\alpha, \dot{\alpha})$ и $m_{zD}(\alpha, \dot{\alpha})$ имеет место в ограниченном диапазоне углов атаки α , а именно $\alpha_0 \leq \alpha \leq \alpha_2$. В этом диапазоне углов атаки происходит существенное изменение характера зависимостей c_y и m_z от угла атаки, что связано с изменением характера обтекания модели.

При увеличении угла атаки до некоторого значения $\alpha_1 \sim 11,8^\circ$ сохраняется характер обтекания модели, аналогичный имевшему место при снятии статических характеристик $c_{yст}$ и $m_{zст}$.

При увеличении угла атаки сверх α_1 происходит постепенное разрушение безотрывного обтекания крыла, которое заканчивается полным разрушением при α_2 . Затем, при уменьшении угла атаки, начиная с некоторого $\alpha_3 \sim 15^\circ$, происходит постепенное восстановление безотрывного обтекания. Полное восстановление обтекания заканчивается при $\alpha_0 \approx 10^\circ$.

Таким образом, из анализа экспериментально полученных нестационарных характеристик

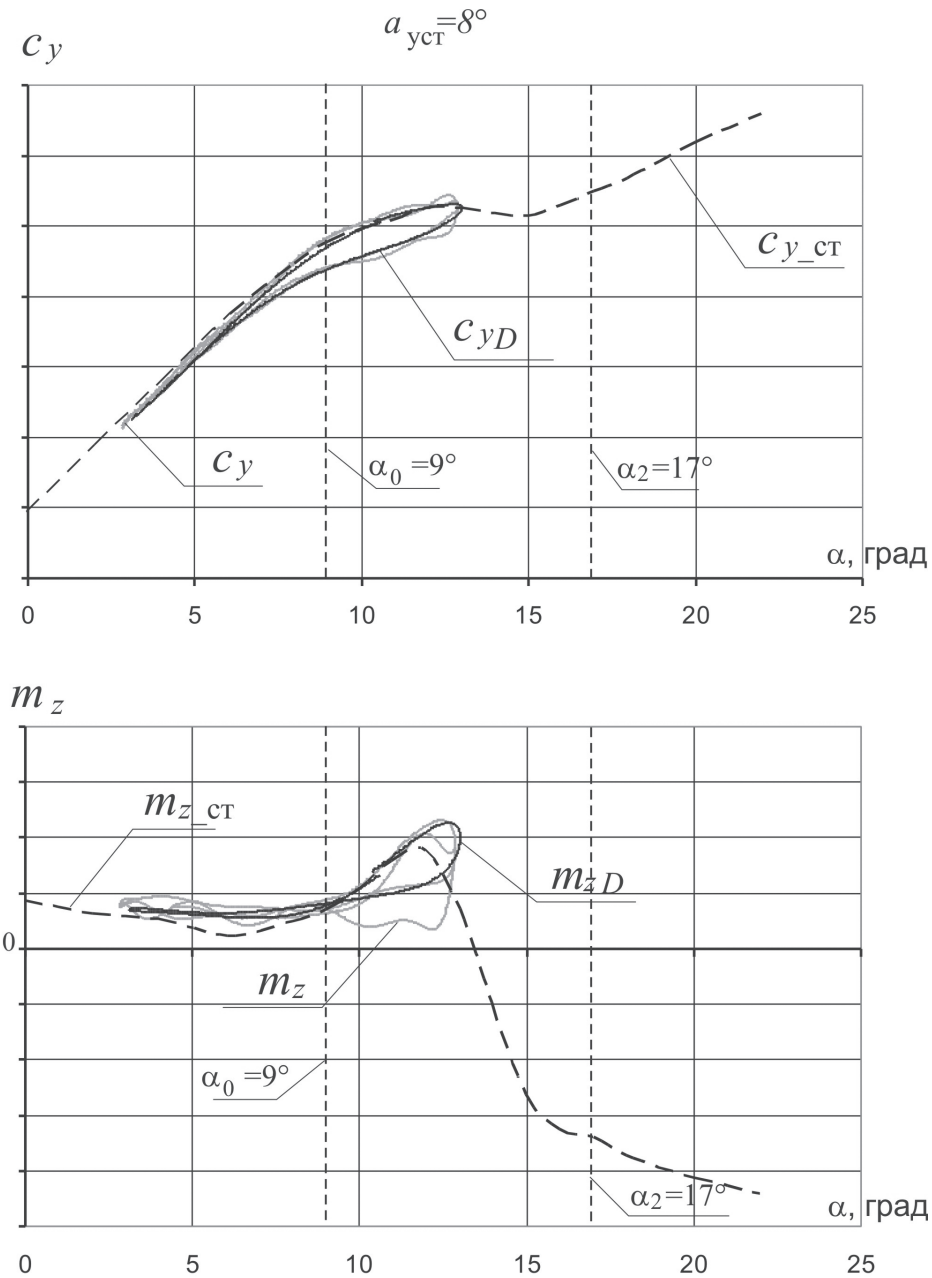


Рис. 1. Экспериментальные характеристики $c_y(\alpha, \dot{\alpha})$, $m_z(\alpha, \dot{\alpha})$ при установочном угле атаки $\alpha_{уст} = 8^\circ$

$c_{yD}(\alpha, \dot{\alpha})$ и $m_{zD}(\alpha, \dot{\alpha})$ при гармоническом изменении угла атаки, приведенных на рис. 1—4, можно отметить следующее:

1. Область малых углов атаки $\alpha < \alpha_0$ безотрывного обтекания модели, где регулярные составляющие $c_{yD}(\alpha, \dot{\alpha})$ и $m_{zD}(\alpha, \dot{\alpha})$ практически совпадают со статическими зависимостями $c_{yст}(\alpha)$ и $m_{zст}(\alpha)$, и не зависят от величины и знака $\dot{\alpha}$.

2. Область больших углов атаки $\alpha > \alpha_2$ полностью отрывного обтекания модели, где регулярные составляющие $c_{yD}(\alpha, \dot{\alpha})$ и $m_{zD}(\alpha, \dot{\alpha})$ также практически совпадают со статическими зависимостями

$c_{yст}(\alpha)$ и $m_{zст}(\alpha)$, и также не зависят от $\dot{\alpha}$. Следует подчеркнуть, что углы атаки α_0 и α_2 практически не зависят от частоты колебаний модели (рис. 5—7).

Это свидетельствует о том, что полное разрушение безотрывного обтекания происходит на угле атаки, близком к α_2 , вне зависимости от величины $\dot{\alpha} > 0$. С другой стороны, угол атаки полного восстановления безотрывного обтекания α_0 также практически не зависит от величины $\dot{\alpha}$.

В области углов атаки $[\alpha_0, \alpha_2]$ поведение регулярных составляющих $c_{yD}(\alpha, \dot{\alpha})$ и $m_{zD}(\alpha, \dot{\alpha})$ зависит как от угла атаки α , так и от знака и величины производной $\dot{\alpha}$.

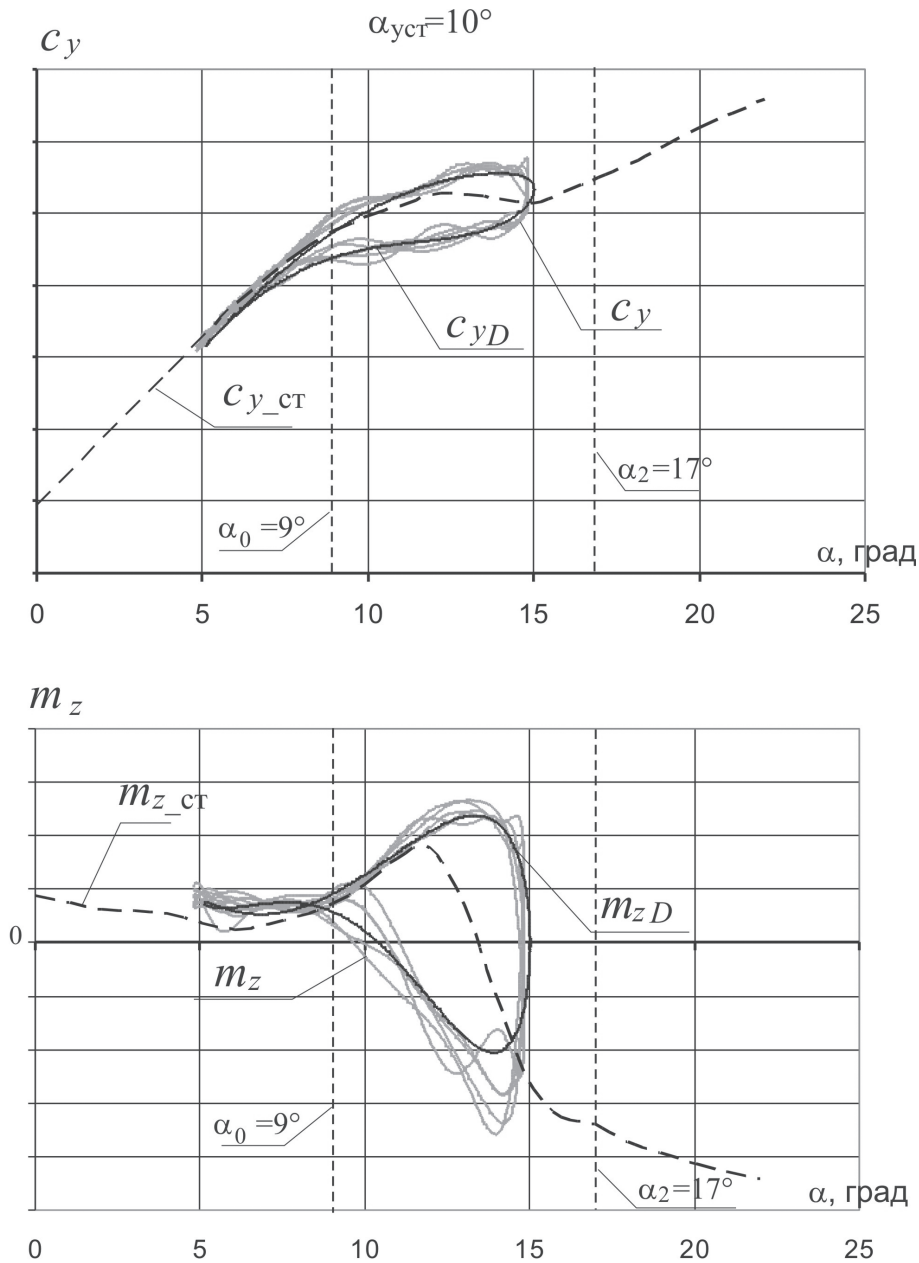


Рис. 2. Экспериментальные характеристики $c_y(\alpha, \dot{\alpha})$, $m_z(\alpha, \dot{\alpha})$ при установочном угле атаки $\alpha_{уст} = 10^\circ$

3. При углах атаки $\alpha_0 < \alpha < \alpha_1$ при $\dot{\alpha} > 0$ регулярные составляющие c_{yD} и m_{zD} практически совпадают со статическими характеристиками $c_{yст}(\alpha)$ и $m_{zст}(\alpha)$, что свидетельствует о сохранении характера обтекания, имевшего место при статическом характере испытаний.

4. На углах атаки $\alpha > \alpha_1$ и $\dot{\alpha} > 0$ регулярные составляющие стремятся сохранить тенденцию изменения характеристик c_{yD} и m_{zD} , имевшую место на предшествующем участке при $\alpha < \alpha_1$. Это свидетельствует о том, что структура обтекания модели, имевшая место при $\alpha \leq \alpha_1$, сохраняется на некотором протяжении $\Delta\alpha_1$, величина которого зависит

от производной $\dot{\alpha}$. В первом приближении протяженность этого участка $\Delta\alpha_1$ может быть принята пропорциональной $\dot{\alpha}$, т.е.

$$\Delta\alpha_1 = K_\alpha \dot{\alpha}.$$

Поведение регулярных составляющих c_{yD} и m_{zD} на этом участке можно описать выражением

$$\begin{aligned} c_{yD}(\alpha, \dot{\alpha}) &= c_{yст}(\alpha_1) + \frac{dc_{yст}}{d\alpha}(\alpha - \alpha_1); \\ m_{zD}(\alpha, \dot{\alpha}) &= m_{zст}(\alpha_1) + \frac{dm_{zст}}{d\alpha}(\alpha - \alpha_1), \end{aligned} \tag{2}$$

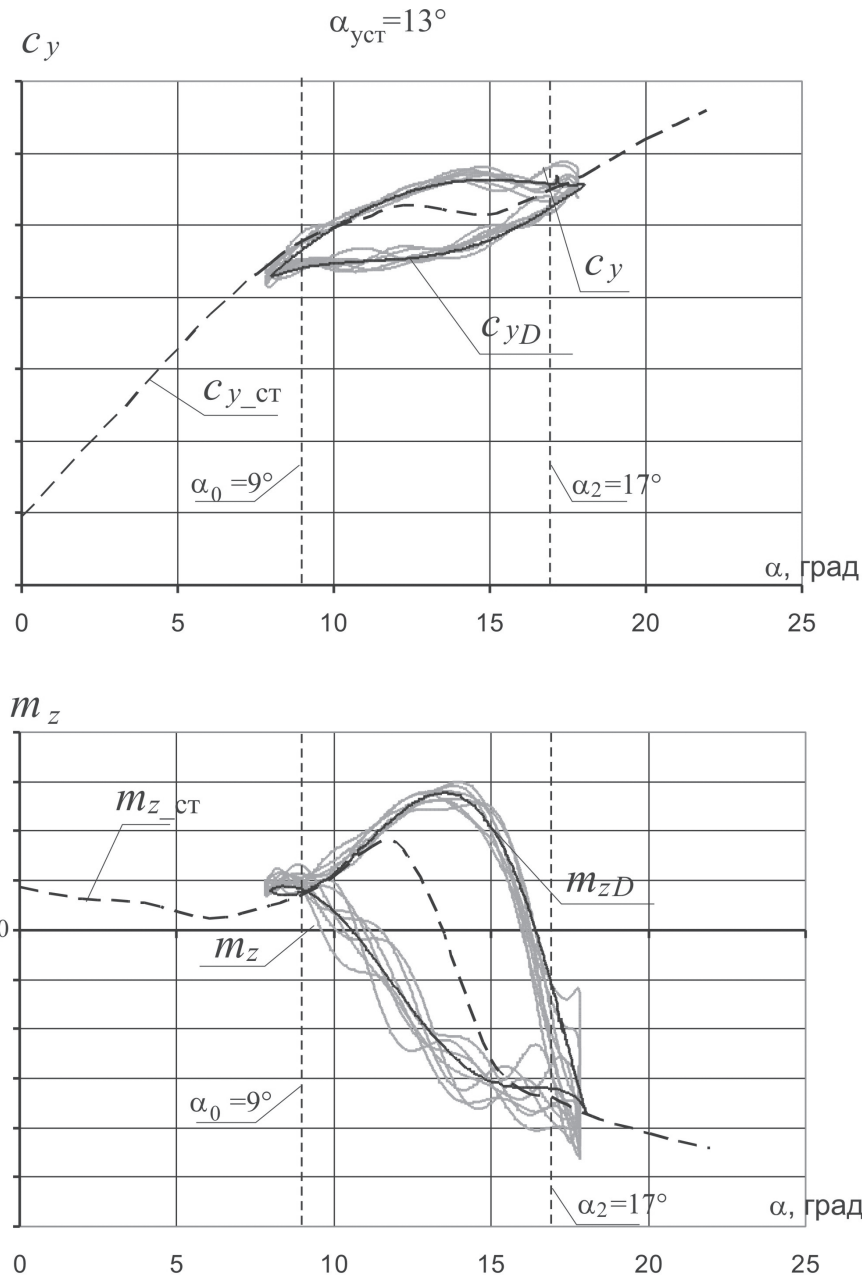


Рис. 3. Экспериментальные характеристики $c_y(\alpha, \dot{\alpha})$, $m_z(\alpha, \dot{\alpha})$ при установочном угле атаки $\alpha_{уст} = 13^\circ$

где

$$\frac{dc_{y\text{ст}}}{d\alpha} = \frac{c_{y\text{ст}}(\alpha_1) - c_{y\text{ст}}(\alpha_1 - \Delta\alpha)}{\Delta\alpha};$$

$$\frac{dm_{z\text{ст}}}{d\alpha} = \frac{m_{z\text{ст}}(\alpha_1) - m_{z\text{ст}}(\alpha_1 - \Delta\alpha)}{\Delta\alpha}, \Delta\alpha = 2 \div 3^\circ. \quad (3)$$

5. На углах атаки $\alpha_2 > \alpha > \alpha_1 + \Delta\alpha_1$ и $\dot{\alpha} > 0$ начинается интенсивное разрушение безотрывного обтекания. При этом имеет место значительное расхождение регулярных составляющих $c_{yD}(\alpha, \dot{\alpha})$ и $m_{zD}(\alpha, \dot{\alpha})$ с их статическими значениями. Это отличие существенно зависит от производной $\dot{\alpha}$: чем

больше $\dot{\alpha}$, тем больше отличие. Эту разницу легко проследить по кривым, представленным на рис. 5—7 для различных частот колебаний модели. Чем больше частота колебаний f , тем больше отличие регулярных характеристик c_{yD} и m_{zD} от их статических зависимостей. Полное разрушение обтекания модели заканчивается на угле атаки α_2 вне зависимости от величины производной $\dot{\alpha} > 0$.

Отметим еще одну особенность поведения регулярных составляющих c_{yD} и m_{zD} в области $\alpha_1 + \Delta\alpha_1 < \alpha < \alpha_2$. При уменьшении скорости изменения угла атаки $\dot{\alpha} > 0$ регулярные составляющие c_{yD} и m_{zD} стремятся к своим статическим значениям и при некотором пороговом значении $\dot{\alpha}$, т.е.

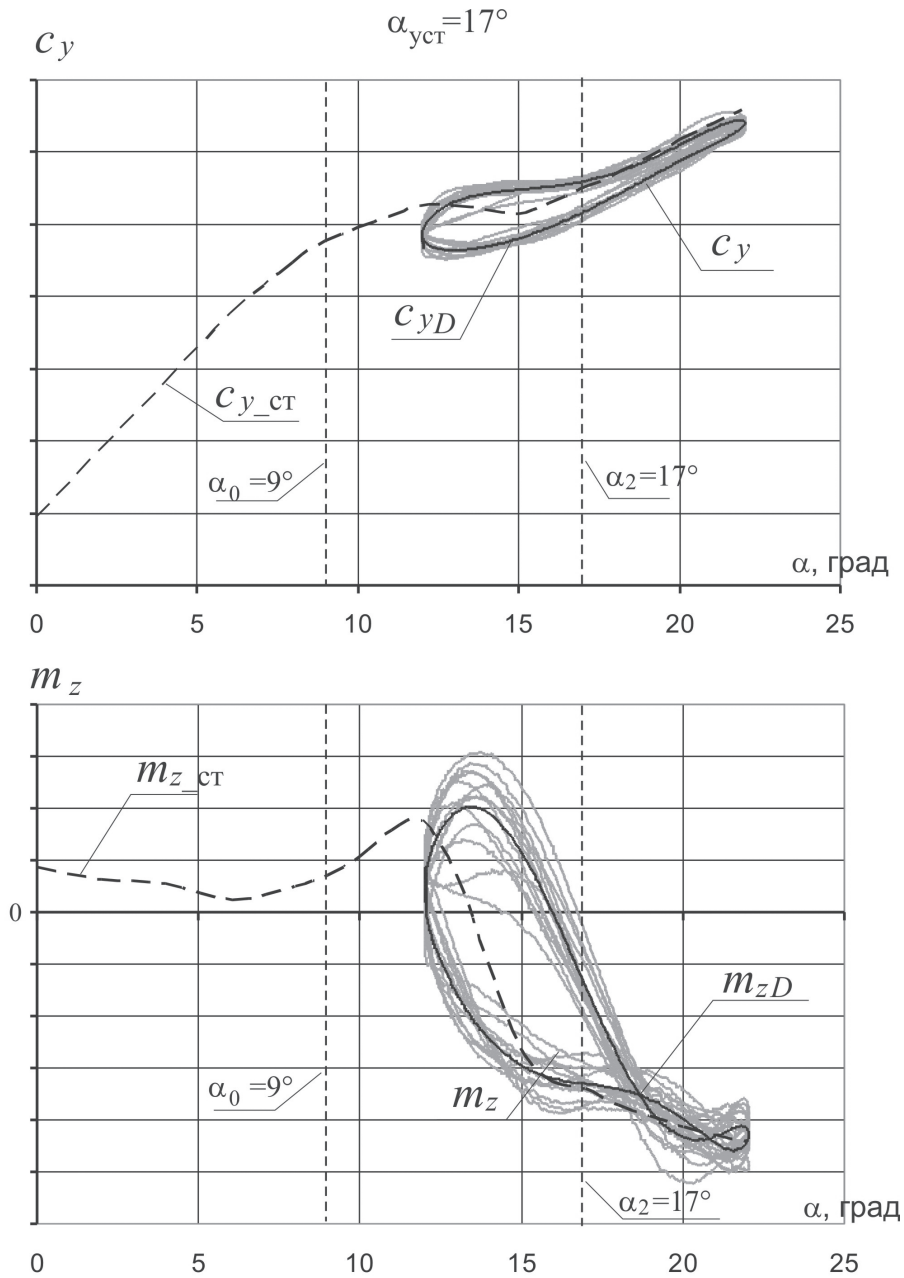


Рис. 4. Экспериментальные характеристики $c_y(\alpha, \dot{\alpha})$, $m_z(\alpha, \dot{\alpha})$ при установочном угле атаки $\alpha_{уст} = 17^\circ$

при $\dot{\alpha} < \dot{\alpha}_{орп}$, практически совпадают со своими статическими значениями. Эту особенность поведения регулярных составляющих c_{yD} и m_{zD} необходимо учитывать в математической модели. Запишем это условие в виде

$$\begin{aligned} c_{yD}(\alpha, \dot{\alpha} < \dot{\alpha}_{орп}) &= c_{y ст}(\alpha), \\ m_{zD}(\alpha, \dot{\alpha} < \dot{\alpha}_{орп}) &= m_{z ст}(\alpha) \end{aligned} \quad (4)$$

при $\alpha_1 + \Delta\alpha_1 < \alpha < \alpha_2$.

6. Поведение регулярных составляющих $c_{yD}(\alpha, \dot{\alpha})$ и $m_{zD}(\alpha, \dot{\alpha})$ в диапазоне углов атаки $\alpha_3 < \alpha < \alpha_2$ и $\dot{\alpha} < 0$ определяется стремлением со-

хранить отрывное обтекание при $\alpha < \alpha_2$. Протяженность этого участка $\Delta\alpha_2 = \alpha_2 - \alpha_3$ определяется скоростью уменьшения угла атаки, т.е. $\Delta\alpha_2 = K_\alpha |\dot{\alpha}|$. Однако более подробный анализ поведения регулярных составляющих позволяет рассмотреть вариант постоянства этого участка, т.е. $\Delta\alpha_2 = \text{const}$. Поэтому величину $\Delta\alpha_2$ можно определить как $K_\alpha |\dot{\alpha}|$, а можно и принять константой. Другими словами, диапазон сохранения отрывного обтекания при $\dot{\alpha} < 0$ ограничен углами $\alpha_3 < \alpha < \alpha_2$.

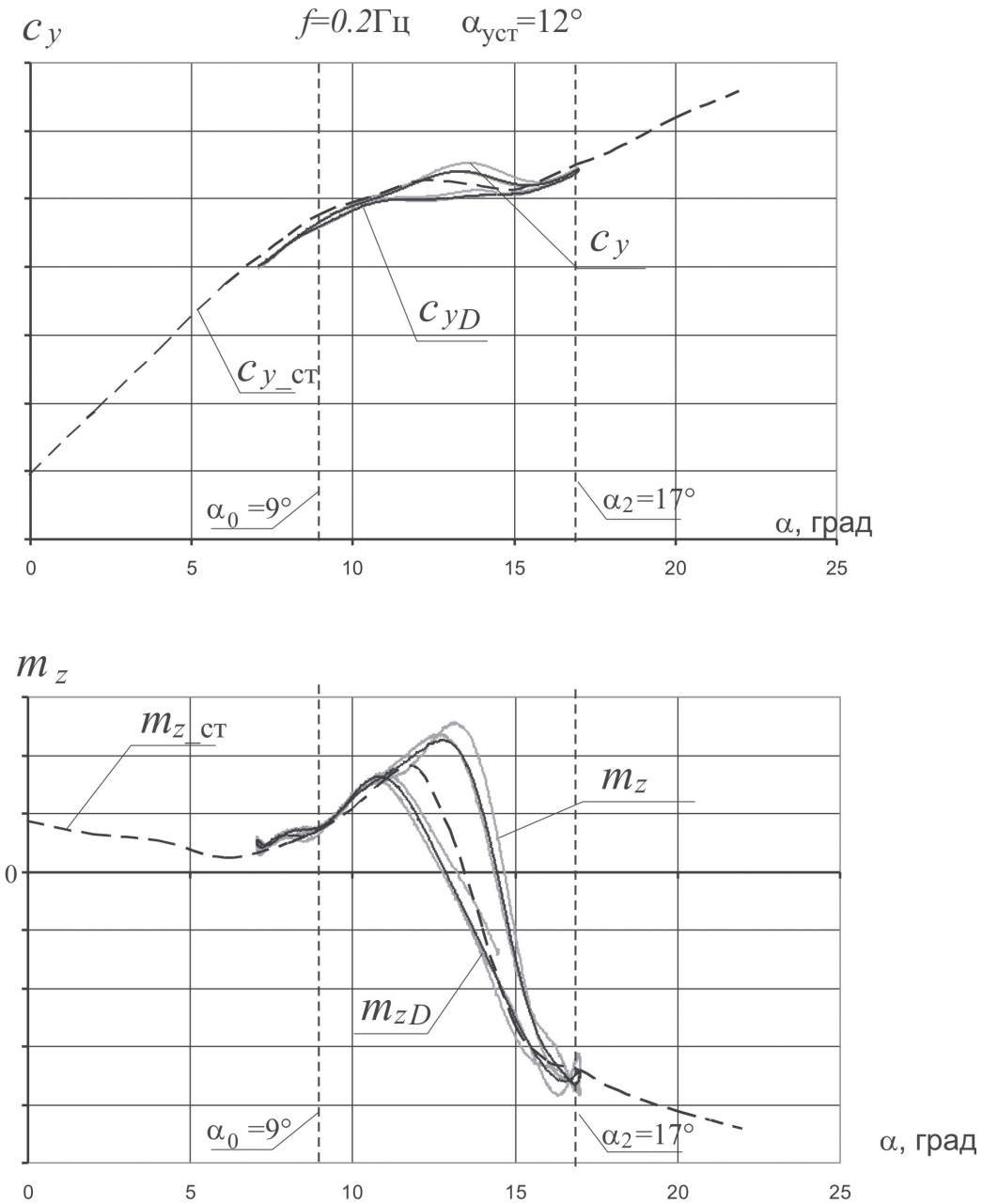


Рис. 5. Регулярные составляющие динамических коэффициентов $c_{yD}(\alpha, \dot{\alpha})$, $m_{zD}(\alpha, \dot{\alpha})$ при частоте колебаний $f=0,2 \text{ Гц}$

7. В диапазоне углов $\alpha_0 < \alpha < \alpha_3$ и $\dot{\alpha} < 0$ поведение регулярных составляющих c_{yD} и m_{zD} определяется темпом процесса восстановления безотрывного обтекания или, что более правильно, достижения некоторого устойчивого типа обтекания. Этот устойчивый тип обтекания определяется статическими характеристиками $c_{yст}(\alpha)$ и $m_{zст}(\alpha)$ при $\dot{\alpha} \approx 0$ и безотрывным обтеканием при $\alpha < \alpha_0$ и $\dot{\alpha} \neq 0$. В свою очередь, отличие регулярных составляющих c_{yD} и m_{zD} от их статических значений зависит от скорости изменения угла атаки $\dot{\alpha}$: чем больше $\dot{\alpha}$, тем больше эти отличия. Как уже отме-

чалось, процесс восстановления или достижения некоторого устойчивого типа обтекания заканчивается либо при достижении $\alpha = \alpha_0$, либо при остановке движения модели, т.е. при обнулении производной $\dot{\alpha} \approx 0$.

Разобрав поведение регулярных составляющих c_{yD} и m_{zD} и определив особенности их поведения, проведем разработку математической модели нестационарных характеристик:

- коэффициента подъемной силы c_{ym} ;
- коэффициента продольного момента m_{zm} .

Выражение для c_{ym} и m_{zm} представим в виде, аналогичном (1):

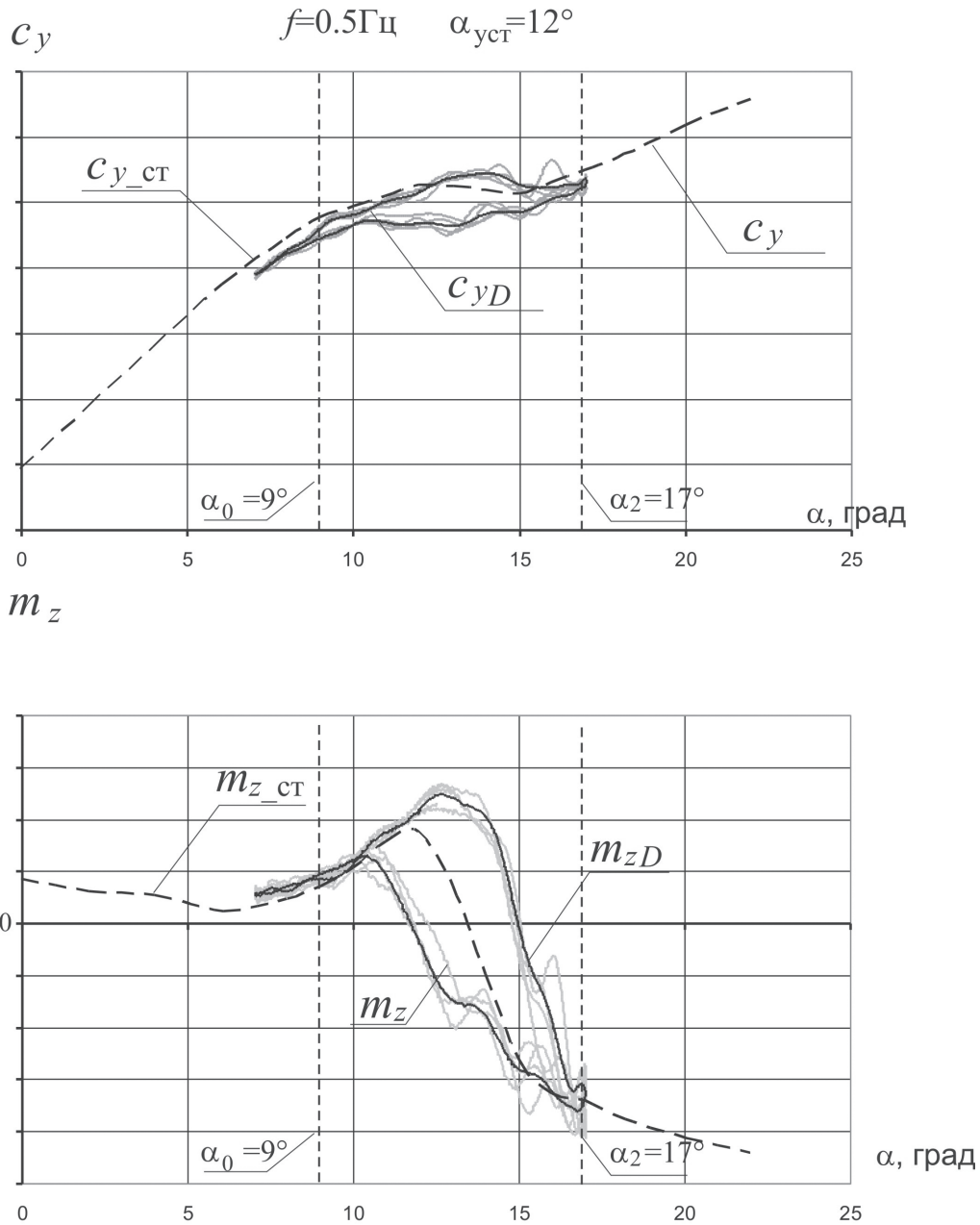


Рис. 6. Регулярные составляющие динамических коэффициентов $c_{yD}(\alpha, \dot{\alpha})$, $m_{zD}(\alpha, \dot{\alpha})$ при $f=0,5 \text{ Гц}$

$$\begin{aligned} c_{ym}(\alpha, \dot{\alpha}) &= c_{yr}(\alpha, \dot{\alpha}) + \Delta c_{yсл}(\alpha); \\ m_{zm}(\alpha, \dot{\alpha}) &= m_{zr}(\alpha, \dot{\alpha}) + \Delta m_{zсл}(\alpha), \end{aligned} \quad (5)$$

где c_{yr} и m_{zr} — расчетные регулярные составляющие модели;

$\Delta c_{yсл}$, $\Delta m_{zсл}$ — расчетные случайные составляющие модели.

При описании регулярных составляющих c_{yr} и m_{zr} будем основываться только на знании статических зависимостей $c_{yст}(\alpha)$ и $m_{zст}(\alpha)$, параметров движения $\alpha(t)$ и $\dot{\alpha}(t)$ и определенных из экспериментов в АДТ значения углов α_0 , α_1 , α_2 и α_3 . Для

этого воспользуемся дифференциальными уравнениями аperiodического звена (первого порядка)

$$\begin{aligned} \dot{m}_{zr} &= \frac{1}{T} (m_{zвх} - m_{zr}); \\ \dot{c}_{yr} &= \frac{1}{T} (c_{yвх} - c_{yr}), \end{aligned} \quad (6)$$

где $m_{zвх}$ и $c_{yвх}$ — входные переменные аperiodического звена с постоянной времени T .

Остановимся вначале на математической модели моментной характеристики m_{zr} .

На первом участке $\alpha < \alpha_0$ и $\dot{\alpha} > 0$ или $\dot{\alpha} < 0$ регулярная составляющая m_{zr} практически совпадает со статической характеристикой $m_{zст}(\alpha)$.

$$f=2\text{Гц} \quad \alpha_{уст}=12^\circ$$

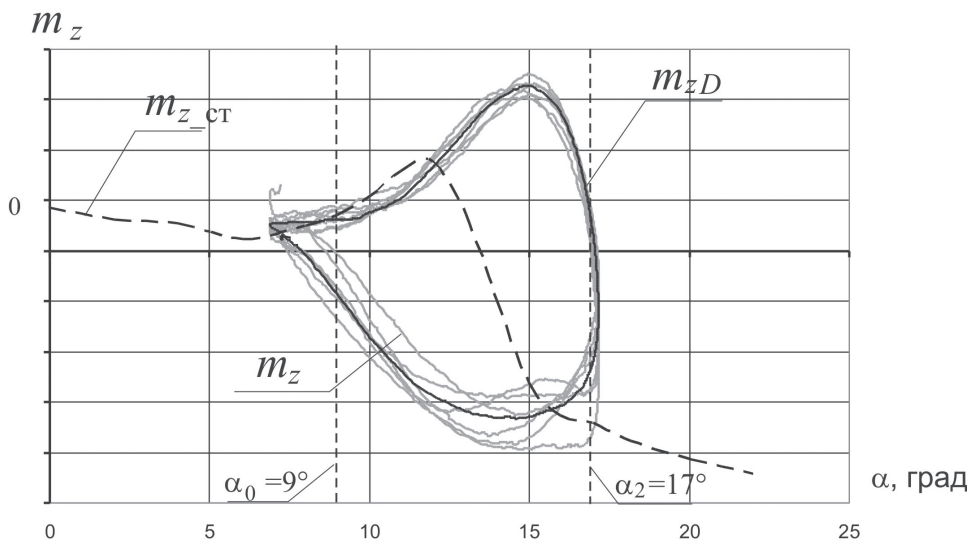
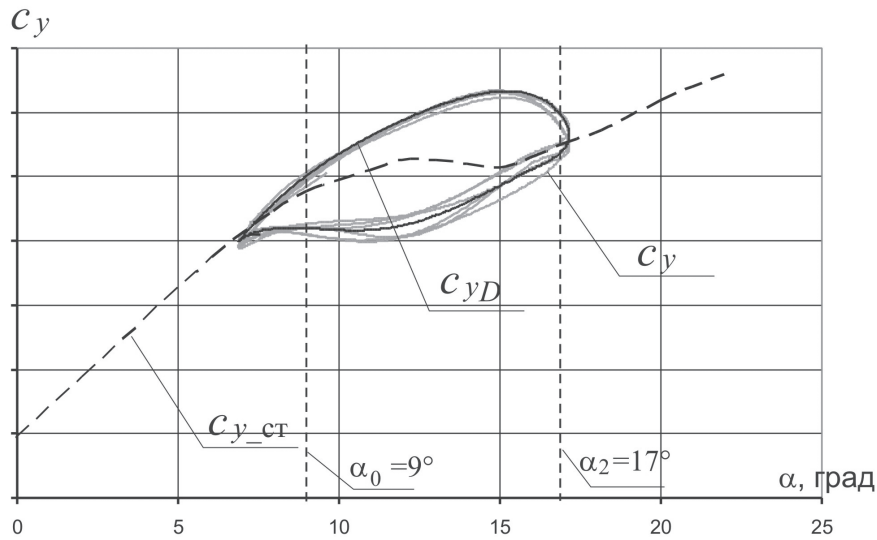


Рис. 7. Регулярные составляющие динамических коэффициентов $c_{yD}(\alpha, \dot{\alpha})$, $m_{zD}(\alpha, \dot{\alpha})$ при $f = 2$ Гц

Следящие свойства апериодического звена принято характеризовать постоянной времени T , а полосу пропускания $\omega_d = \frac{1}{T}$. Поэтому в первом приближении можно принять $T = 0,05$ с и $\omega_d = 20$ рад/с. Это значительно выше собственной частоты короткопериодического движения самолета. Следовательно, если принять за входную величину $m_{z\text{вх}}(\alpha) = m_{z\text{ст}}(\alpha)$, выходная переменная $m_{zm}(\alpha)$ будет практически отслеживать входную $m_{z\text{ст}}(\alpha)$.

Аналогично при $\alpha > \alpha_2$ и $\dot{\alpha} > 0$ или $\dot{\alpha} < 0$ имеет место также $m_{z\text{вх}}(\alpha) = m_{z\text{ст}}(\alpha)$ и $T = 0,05$ с. Ма-

лая постоянная времени T свидетельствует, что уже через 0,15 с моментные характеристики m_{zm} и $m_{z\text{ст}}$ будут практически совпадать.

На участке $\alpha_0 < \alpha < \alpha_1$ и $\dot{\alpha} > 0$ m_{zm} практически совпадает с $m_{z\text{ст}}$ и, следовательно, $m_{z\text{вх}}(\alpha) = m_{z\text{ст}}(\alpha)$ и $T = 0,05$ с.

На участке $\alpha_1 < \alpha < \alpha_1 + \Delta\alpha_1$, где величина $\Delta\alpha_1$ пропорциональна скорости изменения угла атаки $\dot{\alpha}$, входная величина $m_{z\text{вх}}$ определяется выражениями, аналогичными (2) и (3), а именно

$$m_{z\text{вх}}(\alpha) = m_{z\text{ст}}(\alpha_1) + \frac{dm_{z\text{ст}}}{d\alpha}(\alpha - \alpha_1). \quad (7)$$

В первом приближении величину производной можно определить как

$$\frac{dm_{z\text{ ст}}}{d\alpha} = \frac{m_{z\text{ ст}}(\alpha_1) - m_{z\text{ ст}}(\alpha_1 - \Delta\alpha)}{\Delta\alpha}, \quad (8)$$

где $\Delta\alpha = 2 \div 3^\circ$.

Поскольку на этом участке величина $m_{z\text{ м}}$ практически отслеживает прогнозируемое значение моментной характеристики $m_{z\text{ вх}}(\alpha)$, определяемое выражением (7), постоянную T по аналогии с предыдущим можно принять равной 0,05 с.

На участке $\alpha_1 + \Delta\alpha_1 < \alpha < \alpha_2$ имеет место процесс разрушения обтекания. На этом участке в математической модели необходимо отразить тенденцию затягивания разрушения текущего состояния обтекания на углах атаки $\alpha > \alpha_1 + \Delta\alpha_1$ и факт полного разрушения безотрывного обтекания при достижении $\alpha = \alpha_2$. Одновременно необходимо учитывать условие (4), определяющее величины c_{yD} и m_{zD} их статическими значениями при условии $|\dot{\alpha}| < \dot{\alpha}_{\text{огр}}$, из которого следует, что и значения модели $c_{yр}$ и $m_{zр}$ также должны принимать значения $c_{y\text{ ст}}$ и $m_{z\text{ ст}}$. Поэтому на этом участке следует принять $m_{z\text{ вх}}(\alpha) = m_{z\text{ ст}}(\alpha)$, а постоянную T формировать, учитывая вышеописанные факторы, следующим образом. Тенденция затягивания разрушения предыдущего состояния обтекания может быть учтена через постоянную T . Как известно, с увеличением постоянной времени T апериодического звена увеличивается запаздывание выходного параметра, в данном случае $m_{z\text{ м}}$, по сравнению с входным значением $m_{z\text{ ст}}$. Поэтому на этом участке следует принять постоянную времени T пропорциональной скорости изменения угла атаки $\dot{\alpha}$:

$$T = K_{\text{п}} |\dot{\alpha}|, \quad (9)$$

где $K_{\text{п}}$ — коэффициент пропорциональности, выбором которого можно достигнуть необходимого запаздывания.

В качестве производной $\dot{\alpha}$ для модели следует принять величину $\dot{\alpha}_{\text{н}}$, т.е. скорость изменения угла атаки, пересчитанную на натуру по критерию Струхаля, для той же скорости V .

Поскольку модель выполнена в масштабе 1:25,

т.е. $\frac{L}{L_{\text{м}}} = 25$, величину $\dot{\alpha}_{\text{н}}$ можно определить как

$$\dot{\alpha}_{\text{н}} = \frac{\dot{\alpha}}{25}.$$

Для учета фактора полного разрушения безотрывного обтекания при $\alpha \geq \alpha_2$ введем корректирующий коэффициент вида

$$K_1 = \frac{(\alpha_2 - \alpha)(\alpha - \alpha_1)}{(\alpha_{\text{ср}} - \alpha_1)(\alpha_2 - \alpha_{\text{ср}})}, \quad (10)$$

где $\alpha_{\text{ср}} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$.

Постоянная времени теперь будет определяться как

$$T = K_{\text{п}} \dot{\alpha}_{\text{н}} K_1 \quad (11)$$

или с учетом ограничений на постоянную времени T

$$T = \begin{cases} K_{\text{п}} \dot{\alpha}_{\text{н огр}} & \text{при } |K_{\text{п}} \dot{\alpha}_{\text{н}} K_1| < \dot{\alpha}_{\text{н огр}}; \\ K_{\text{п}} \dot{\alpha}_{\text{н}} K_1 & \text{при } |K_{\text{п}} \dot{\alpha}_{\text{н}} K_1| > \dot{\alpha}_{\text{н огр}}; \end{cases} \quad (12)$$

где $\dot{\alpha}_{\text{н огр}} = 0,05 \text{ }^\circ/\text{с}$.

Выражение (12) для постоянной времени T позволяет учитывать три фактора:

1) факт затягивания темпа разрушения обтекания при больших $\dot{\alpha}$ (т.е. большая постоянная времени $T \sim \dot{\alpha}$);

2) переход в промежуточное состояние обтекания, определяемое статической характеристикой, при малой величине $\dot{\alpha}$ (малая T за счет $\dot{\alpha}_{\text{н}}$);

3) факт полного разрушения обтекания при $\alpha \geq \alpha_2$. В этом случае T будет малой величиной при $\alpha = \alpha_2$ за счет коэффициента K_1 , а $m_{zр}$ будет принимать значение статической характеристики.

На участке $\alpha_3 < \alpha < \alpha_2$ и $\dot{\alpha} < 0$ постоянная времени T и входная величина $m_{z\text{ вх}}$ определяются таким же образом, как и на участке $\alpha_1 < \alpha < \alpha_1 + \Delta\alpha_1$.

При $\alpha_3 = \alpha_2 + \Delta\alpha_2$, где $\Delta\alpha_2 = K_{\alpha} |\dot{\alpha}|$, величина $m_{z\text{ вх}}(\alpha)$ будет определяться выражением

$$m_{z\text{ вх}}(\alpha) = m_{z\text{ ст}}(\alpha_2) + \frac{dm_{z\text{ ст}}}{d\alpha}(\alpha - \alpha_2), \quad (13)$$

где

$$\frac{dm_{z\text{ ст}}}{d\alpha} = \frac{m_{z\text{ ст}}(\alpha_2 + \Delta\alpha) - m_{z\text{ ст}}(\alpha_2)}{\Delta\alpha}. \quad (14)$$

Постоянную времени T на этом участке следует принять равной 0,05 с.

В некоторых случаях, например в рассматриваемом (зависимость $m_{z_{ст}}(\alpha)$ близка к линейной), можно принять $\alpha_3 = \text{const}$, $m_{z_{вх}}(\alpha) = m_{z_{ст}}(\alpha)$, а постоянную времени $T = 0,05$ с.

На участке $\alpha_0 < \alpha < \alpha_3$ и $\dot{\alpha} < 0$ происходит восстановление безотрывного обтекания. При достижении угла атаки $\alpha = \alpha_0$ восстановление полностью заканчивается. Если в диапазоне этих углов атаки $\alpha_0 < \alpha < \alpha_3$ происходит обнуление производной $\dot{\alpha} \approx 0$, т.е. модель останавливается, коэффициент момента тангажа $m_{z_r}(\alpha, \dot{\alpha} \approx 0)$ приобретает значение $m_{z_{ст}}(\alpha)$. Этот эффект был рассмотрен при анализе поведения характеристики $m_{z_r}(\alpha)$ в диапазоне углов атаки $\alpha_1 + \Delta\alpha_1 < \alpha < \alpha_2$ и $\dot{\alpha} > 0$, где имело место разрушение безотрывного обтекания. Поэтому постоянная времени T здесь также будет определяться выражением, аналогичным (11):

$$T = K_{\Pi} |\dot{\alpha}_H| K_2, \tag{15}$$

где K_2 определяется по выражению, аналогичному (10):

$$K_2 = \frac{(\alpha_3 - \alpha)(\alpha - \alpha_0)}{(\alpha_{ср} - \alpha_0)(\alpha_3 - \alpha_{ср})}, \tag{16}$$

где $\alpha_{ср} = \frac{\alpha_3 + \alpha_0}{2}$.

Ограничение (12) на постоянную времени T в данном случае будет иметь вид

$$T = \begin{cases} K_{\Pi} \dot{\alpha}_{H \text{огр}} & \text{при } |K_{\Pi} \dot{\alpha}_H K_2| < \dot{\alpha}_{H \text{огр}}; \\ K_{\Pi} \dot{\alpha}_H K_2 & \text{при } |K_{\Pi} \dot{\alpha}_H K_2| > \dot{\alpha}_{H \text{огр}}. \end{cases} \tag{17}$$

Таким образом, для формирования регулярных составляющих m_{z_r} и c_{y_r} используются уравнения первого порядка (6), в которых входные величины $m_{z_{вх}}$, $c_{y_{вх}}$ и постоянная времени T (апериодического звена) определяются нижеследующими алгоритмами.

1. При углах атаки в пределах

а) $\alpha < \alpha_0$ и любых $\dot{\alpha}$

или

б) $\alpha > \alpha_2$ и любых $\dot{\alpha}$

или

с) $\alpha_0 < \alpha < \alpha_1$ и $\dot{\alpha} > 0$

$$m_{z_{вх}}(\alpha) = m_{z_{ст}}(\alpha) \text{ и } c_{y_{вх}}(\alpha) = c_{y_{ст}}(\alpha),$$

а постоянная времени

$$T = K_{\Pi} \dot{\alpha}_{H \text{огр}},$$

где $K_{\Pi} = 1 \text{ с}^2/\text{град}$, $\dot{\alpha}_{H \text{огр}} = 0,05^\circ/\text{с}$.

2. При $\alpha_1 < \alpha < \alpha_1 + \Delta\alpha_1$ и $\dot{\alpha} > 0$ входная величина $m_{z_{вх}}$ определяется выражениями (7) и (8) и входная величина $c_{y_{вх}}$ определяется аналогичными выражениями, а именно

$$c_{y_{вх}}(\alpha) = c_{y_{ст}}(\alpha) + \frac{dc_{y_{ст}}}{d\alpha}(\alpha - \alpha_1), \tag{18}$$

где

$$\frac{dc_{y_{ст}}}{d\alpha} = \frac{c_{y_{ст}}(\alpha_1) - c_{y_{ст}}(\alpha_1 + \Delta\alpha)}{\Delta\alpha}, \Delta\alpha = 2 \div 3^\circ. \tag{19}$$

Постоянная времени $T = K_{\Pi} \dot{\alpha}_{H \text{огр}}$, где $\dot{\alpha}_{H \text{огр}} = 0,05^\circ/\text{с}$.

3. При $\alpha_1 + \Delta\alpha_1 < \alpha < \alpha_2$ входные величины $m_{z_{вх}}(\alpha) = m_{z_{ст}}(\alpha)$ и $c_{y_{вх}}(\alpha) = c_{y_{ст}}(\alpha)$, а постоянная времени T определяется выражением (12).

4. При $\alpha_3 < \alpha < \alpha_2$ и $\dot{\alpha} < 0$, где $\alpha_3 = \alpha_2 + \Delta\alpha_2$, и $\Delta\alpha_2$ определяется так же, как в п. 2. Входная величина $m_{z_{вх}}(\alpha)$ определяется выражениями (13) и (14), входная величина $c_{y_{вх}}(\alpha)$ — аналогичными выражениями:

$$c_{y_{вх}}(\alpha) = c_{y_{ст}}(\alpha) + \frac{dc_{y_{ст}}}{d\alpha}(\alpha - \alpha_2), \tag{20}$$

где

$$\frac{dc_{y_{ст}}}{d\alpha} = \frac{c_{y_{ст}}(\alpha_2) - c_{y_{ст}}(\alpha_2 - \Delta\alpha)}{\Delta\alpha}. \tag{21}$$

5. При $\alpha_0 < \alpha < \alpha_3$ и $\dot{\alpha} < 0$ входные величины $m_{z_{вх}}(\alpha) = m_{z_{ст}}(\alpha)$ и $c_{y_{вх}}(\alpha) = c_{y_{ст}}(\alpha)$.

Постоянная времени T при этом определяется выражениями (16) и (17).

Для выбранных значений $\alpha_0 = 9^\circ$, $\alpha_1 = 11,8^\circ$, $\alpha_2 = 17^\circ$ и $\alpha_3 = 15^\circ$ с использованием вышеописанной модели были рассчитаны регулярные составляющие нестационарных аэродинамических характеристик $c_{y_r}(\alpha, \dot{\alpha})$ и $m_{z_r}(\alpha, \dot{\alpha})$ для гармонических колебаний модели самолета с частотой 1 Гц и установочными углами атаки $\alpha_{уст} = 10$ и 14° . Рассчитанные и экспериментальные зависимости c_{y_r} и m_{z_r} и c_{y_D} и m_{z_D} приведены на рис. 8 и 9.

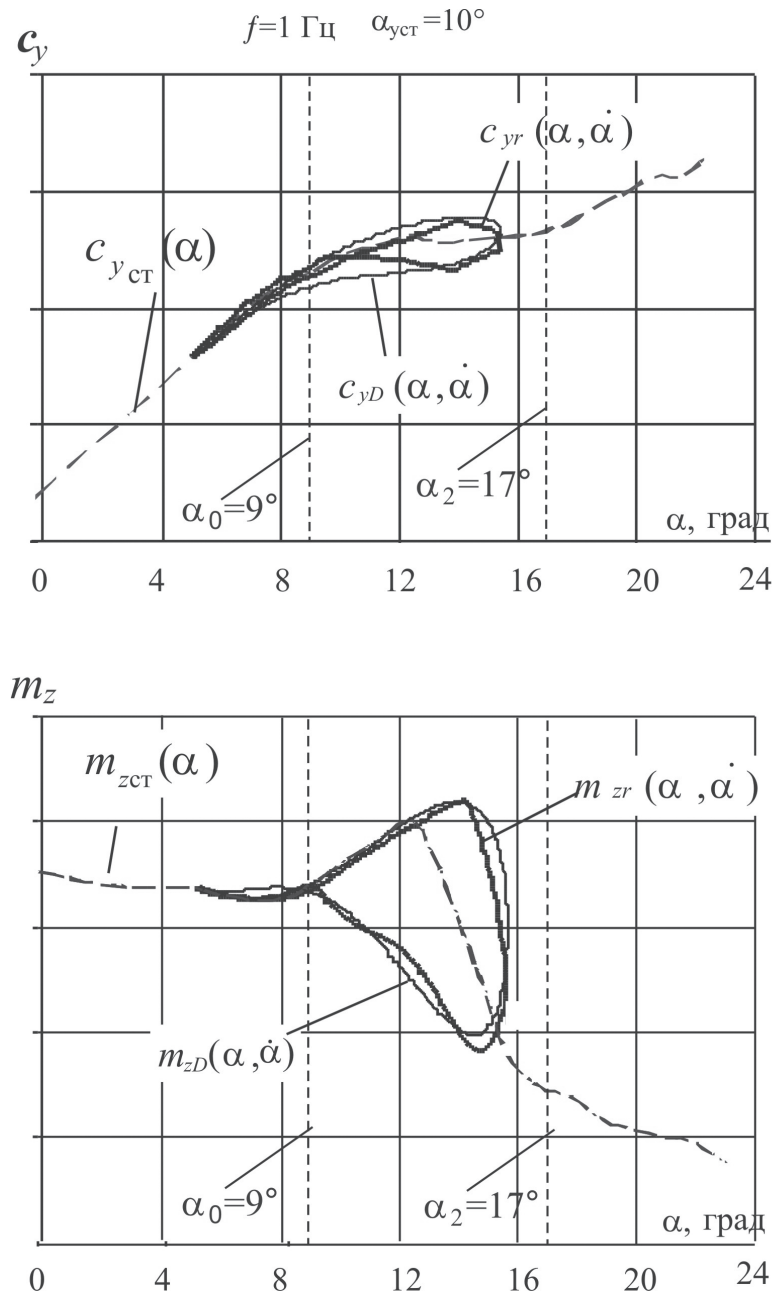


Рис. 8. Сравнение результатов математического моделирования c_{yr} и m_{zr} с экспериментальными регулярными составляющими c_{yD} , m_{zD} при угле $\alpha_{уст} = 10^\circ$

Для расчета $c_{yr}(\alpha)$ и $m_{zr}(\alpha)$ были использованы статические характеристики $c_{y_{ст}}(\alpha)$ и $m_{z_{ст}}(\alpha)$, полученные в процессе продувок модели в АДТ Т-103 и приведенные на этих рисунках.

Как видно из сравнения рассчитанных зависимостей $c_{yr}(\alpha)$ и $m_{zr}(\alpha)$ с осредненными экспериментальными зависимостями $c_{yD}(\alpha)$ и $m_{zD}(\alpha)$, разработанная модель с достаточной точностью воспроизводит экспериментальные трубные данные.

Данные, характеризующие диапазон разброса коэффициента $m_z(\alpha, \dot{\alpha})$, имевший место в отдельных реализациях, от их осредненного значения $m_{zD}(\alpha, \dot{\alpha})$, представлены на рис. 10. Кривые приве-

дены для частоты колебаний модели $f = 1$ Гц. На этом же рисунке приведена разница между экспериментальной зависимостью $m_{zD}(\alpha)$ и расчетной зависимостью $m_{zr}(\alpha)$, т.е.

$$\Delta m_z(\alpha) = m_{zD}(\alpha) - m_{zr}(\alpha). \quad (22)$$

Видно, что разница между рассчитанной по модели регулярной зависимостью $m_{zr}(\alpha)$ и экспериментальной (осредненной) зависимостью $m_{zD}(\alpha)$ меньше, чем имевшая место в ходе эксперимента. Другими словами, расчетная характеристика m_{zr} отличается от регулярной экспериментальной не более чем отдельная реализация $m_z(\alpha, \dot{\alpha})$ от регуляр-

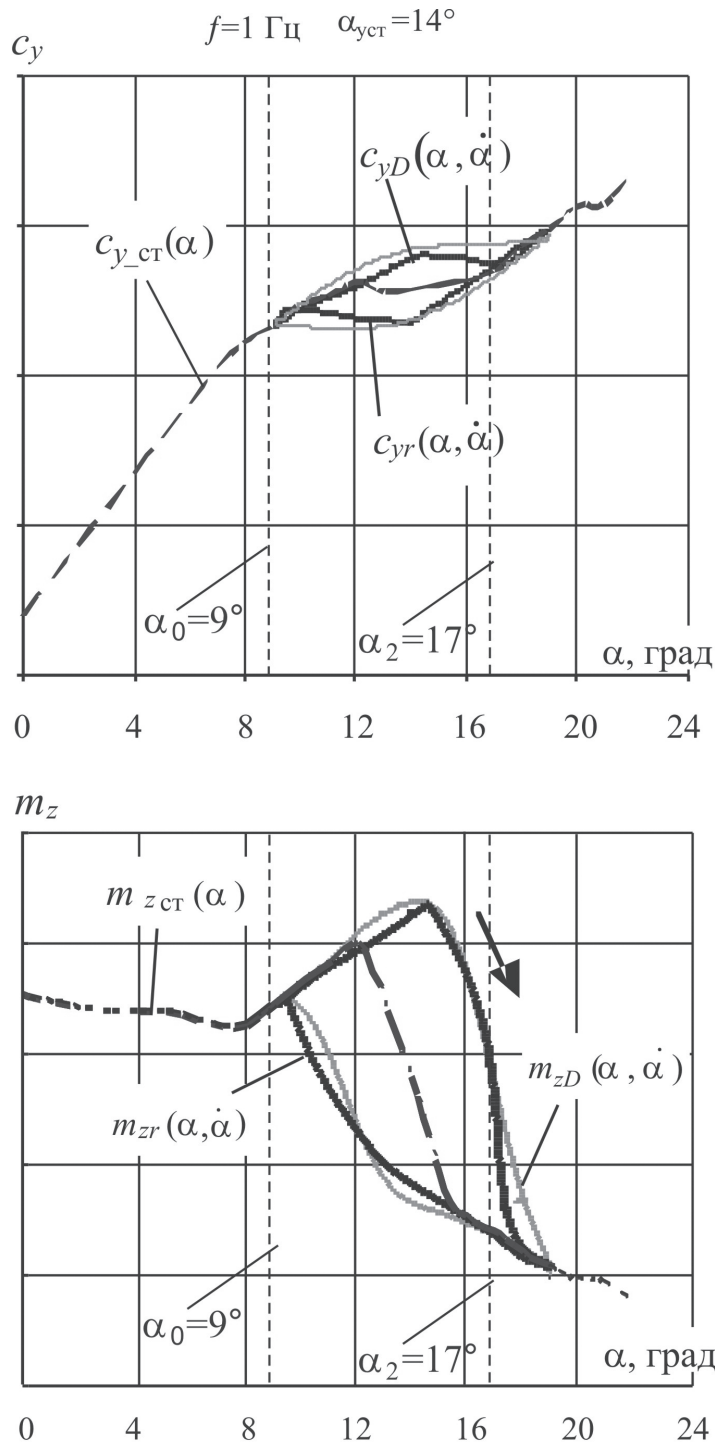


Рис. 9. Сравнение результатов математического моделирования c_{yr} и m_{zr} с экспериментальными регулярными составляющими c_{yD} , m_{zD} при угле $\alpha_{уст} = 14^\circ$

ной m_{zD} , и, следовательно, можно считать, что разработанная модель адекватно воспроизводит поведение регулярной зависимости m_z и может быть использована для расчетов динамики движения самолета.

Результаты расчета нестационарных характеристик m_{zr} для других частот гармонических колебаний модели, а именно для частот $f=0,2 \text{ Гц}$, $0,5 \text{ Гц}$ и 1 Гц , показаны на рис. 11–13.

Как видно из сравнения экспериментальных и расчетных характеристик m_{zr} и m_{zD} , их различие не превышает максимальных разбросов, имевших место в отдельных реализациях m_z .

Случайная составляющая $\Delta m_{zсл}$, реализуемая в трубных экспериментах, при гармонических колебаниях модели может быть воспроизведена на основе спектра рассогласования Δm_z (22) $S_{\Delta m_z}$. Как

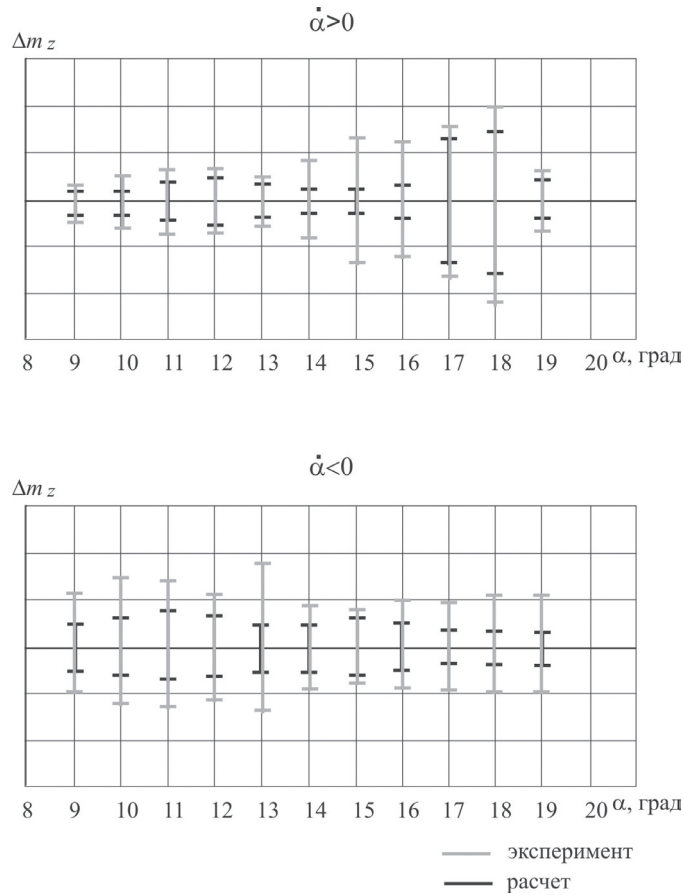


Рис. 10. Диапазон разброса нестационарной характеристики $m_z(\alpha, \dot{\alpha})$ и моделированной регулярной зависимости $m_z(\alpha)$ коэффициента момента тангажа при прямом ($\dot{\alpha} > 0$) и обратном ($\dot{\alpha} < 0$) ходе изменения текущего угла атаки $\alpha(t)$

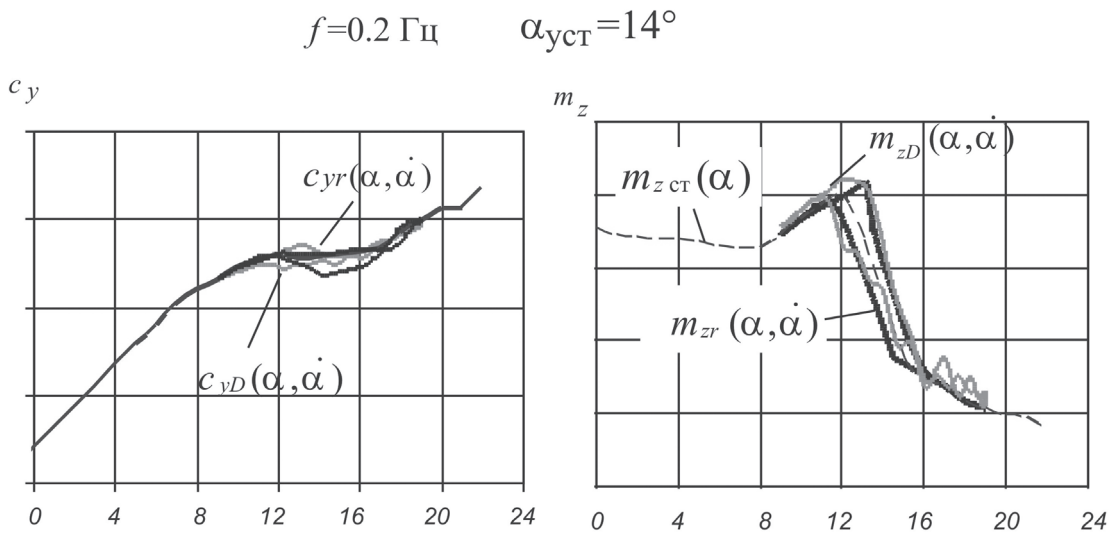


Рис. 11. Результаты математического моделирования коэффициентов c_{yr}, m_{zr} при частоте колебаний $f=0,2$ Гц

показала обработка рассогласования $\Delta m_z(\alpha)$, в спектре $S_{\Delta m_z}$ четко прослеживаются три основные гармоники: первая совпадает с частотой колебаний модели f , две другие — с кратными частотами $2f$ и $3f$.

Поэтому случайная составляющая должна содержать три гармонических составляющих и может быть рассчитана по выражению

$$\Delta m_z(t) = A_1 \sin \omega t + A_2 \sin 2\omega_1 t + A_3 \sin 3\omega t, \quad (23)$$

где $\omega = 2\pi f$ — частота колебаний модели в радианах; A_i — интенсивность гармоники с частотой ω_i .

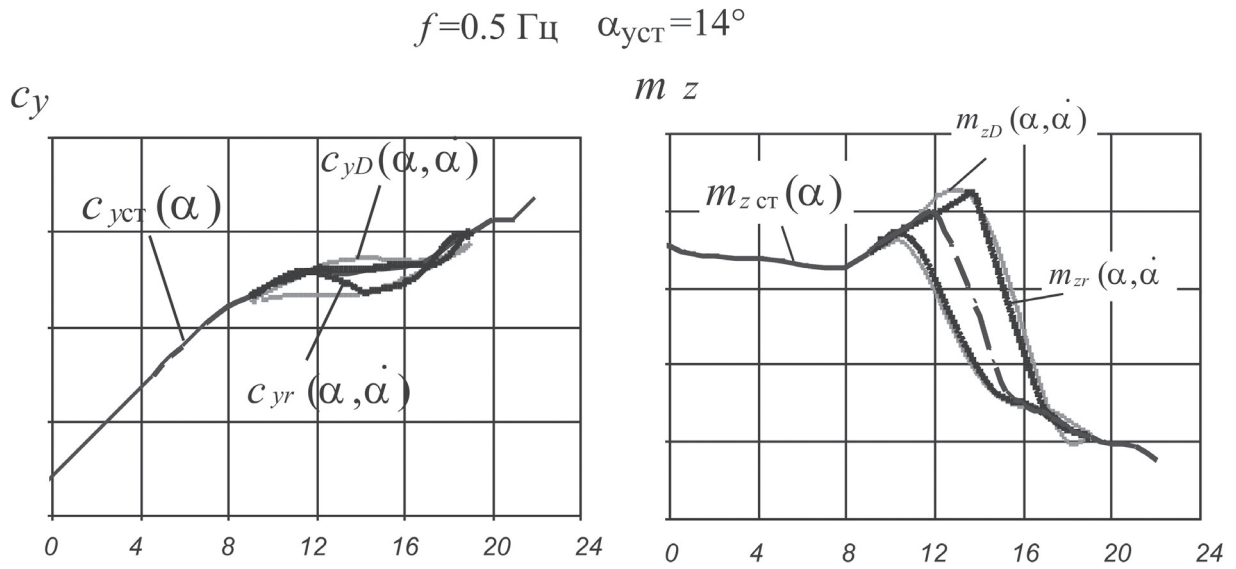


Рис. 12. Результаты математического моделирования коэффициентов c_{yr}, m_{zr} при частоте колебаний $f=0,5 \text{ Гц}$

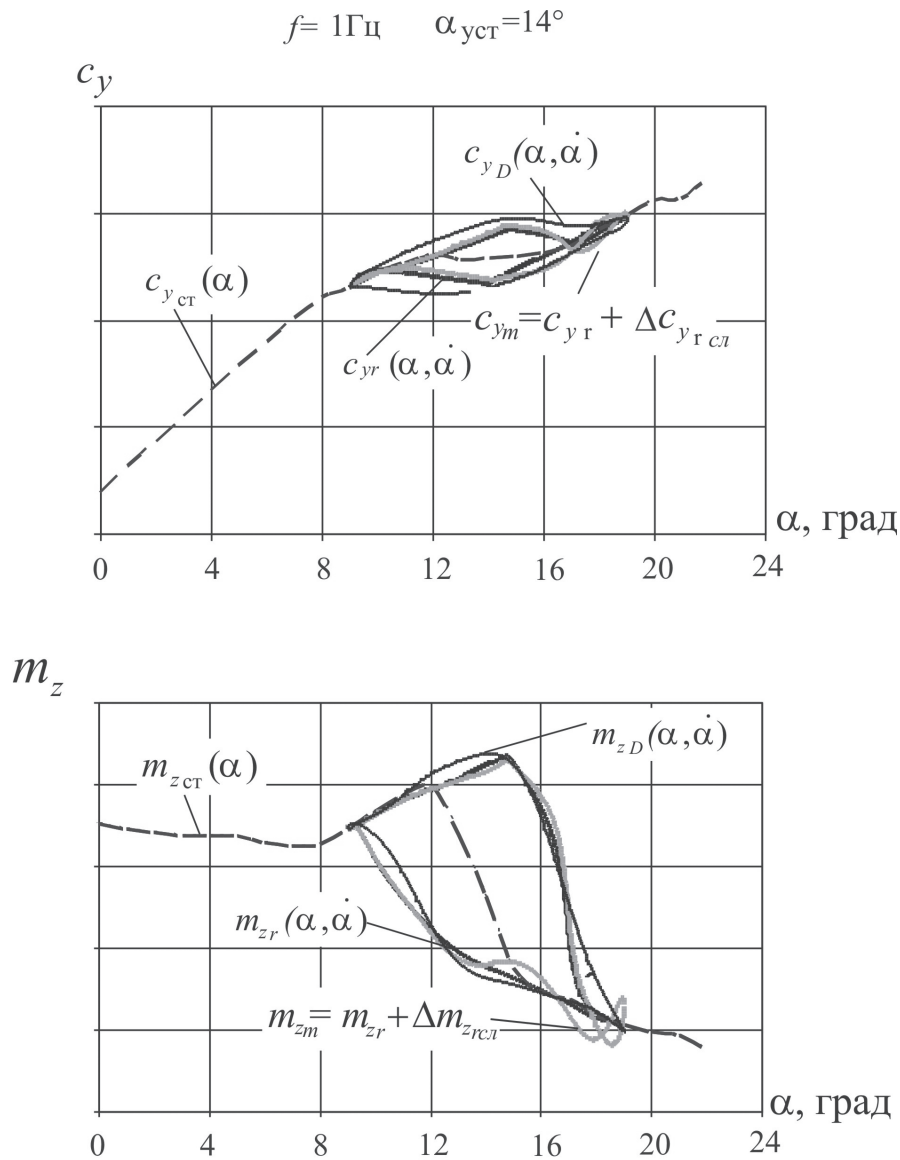


Рис. 13. Результаты математического моделирования коэффициентов c_{ym}, m_{zm} с учетом случайных составляющих $\Delta c_{ysl}, \Delta m_{zсл}$ при частоте $f=1 \text{ Гц}$

На основе описанной методики были проведены расчеты m_{zm} .

Расчетные зависимости нестационарных характеристик $c_{ym}(\alpha, \dot{\alpha})$ и $m_{zm}(\alpha, \dot{\alpha})$ с учетом регулярных и случайных составляющих даются на рис. 13.

Для подтверждения работоспособности разработанной модели нестационарных характеристик был проведен расчет нестационарных характеристик c_{ym} и m_{zm} для реального движения, имевшего место в летных испытаниях. Для сравнения были выбраны два маневра:

- резкое изменение угла атаки с 8 до 15° с возвратом на исходный угол атаки;
- торможение самолета с перегрузкой $n_{ya} \sim 1$ до достижения угла атаки $\alpha = 17^\circ$ с возвратом в исходный режим.

Для получения корректных данных сначала было проведено согласование аэродинамических

характеристик $c_{уст}(\alpha)$, полученных в АДТ и из полета. Суть коррекции состояла в смещении на $\Delta\alpha$ зависимости $c_{уст}(\alpha)$, полученной из АДТ, до совпадения ее линейного участка с линейным участком зависимости $c_{уст}(\alpha)$, полученной из полета. После этого на тот же угол $\Delta\alpha$ было произведено смещение зависимости $m_{zct}(\alpha)$ из АДТ. С использованием зависимостей $\alpha(t)$, полученных при летных испытаниях, скорректированных квазистатических характеристик $c_{уст}(\alpha)$ и $m_{zct}(\alpha)$, полученных в трубных испытаниях, был проведен расчет регулярных нестационарных характеристик $m_{zr}(\alpha)$, которые приведены на рис. 14 и 15. На этих же рисунках изображены зависимости m_z , полученные идентификацией при обработке летных данных [3], и за-

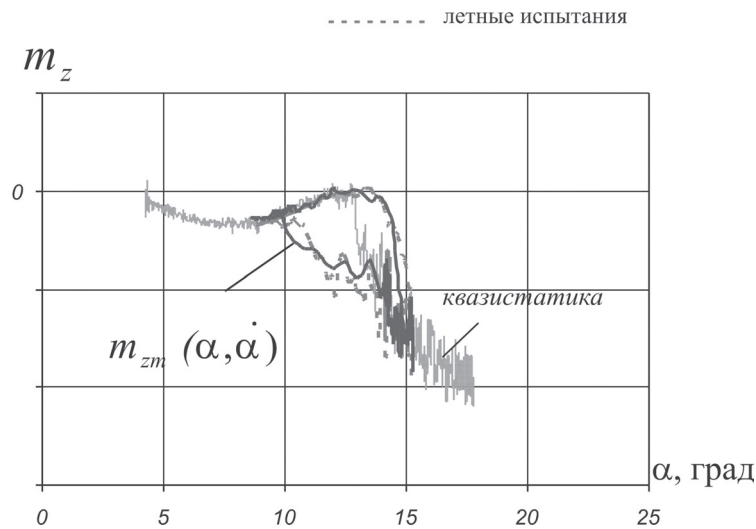


Рис. 14. Сравнение рассчитанной нестационарной характеристики $m_{zr}(\alpha)$ при резком изменении угла атаки самолета с результатами летных испытаний

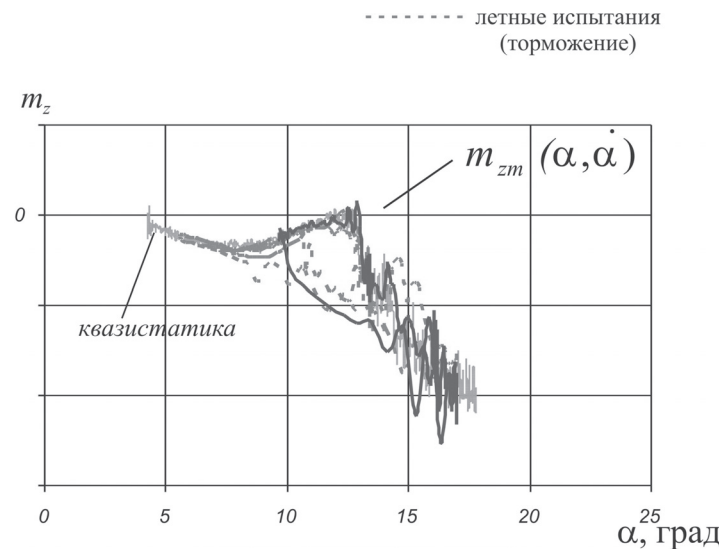


Рис. 15. Сравнение нестационарной характеристики $m_{zr}(\alpha)$ при торможении самолета с перегрузкой $n_{ya} \sim 1$ до достижения угла атаки $\alpha = 17^\circ$ с результатами летных испытаний

висимости $c_{y_m}(\alpha)$ и $m_{z_m}(\alpha)$ для полной модели нестационарных характеристик.

Как видно из рисунков, модель нестационарных характеристик воспроизводит основные особенности поведения нестационарных характеристик.

Выводы

1. Разработана математическая модель неоднозначности (нестационарности) аэродинамических коэффициентов подъемной силы $c_y(\alpha)$ и момента тангажа $m_z(\alpha)$.

2. Модель основана на использовании дифференциального уравнения первого порядка вида $\dot{x}_{\text{вых}} = \frac{1}{T}(x_{\text{вх}} - x_{\text{вых}})$, постоянная времени T которого зависит от угла атаки α и скорости его изменения.

3. Предложены методики определения постоянной времени T и формирования входных величин $c_{y_{\text{вх}}}$ и $m_{z_{\text{вх}}}$ в зависимости от угла атаки $\alpha(t)$.

4. Приемлемость разработанной модели подтверждается сравнением результатов расчета коэффициентов $c_y(\alpha, \dot{\alpha})$, $m_z(\alpha, \dot{\alpha})$ с трубными и летными испытаниями.

Библиографический список

1. Колин И.В., Марков В.Г., Трифонова Т.И., Шуховцов Д.В. Гистерезис в статических аэродинамических характеристиках крыла с несимметричным профи-

лем // Журнал технической физики. 2004. Т. 74. № 2. С. 124-127.

2. Колин И.В., Марков В.Г., Суханов В.Л., Трифонова Т.И., Шуховцов Д.В. Особенности гистерезиса нормальной силы и момента тангажа модели самолета со стреловидным крылом // Ученые записки ЦАГИ. 2008. Т. XXXIX. № 1-2. С. 120-124.
3. Кузьмин П.В., Мелешин Б.А., Шелюхин Ю.Ф., Шуховцов Д.В. Инженерная модель нестационарных продольных аэродинамических характеристик на больших углах атаки // Ученые записки ЦАГИ. 2015. Т. XLVI. №4. С. 61-70.
4. Погодаев А.А., Святодух В.К. Математическое описание нестационарных нелинейных аэродинамических характеристик для задач динамики полета // Труды ЦАГИ. 1989. Вып. 2449. С. 4-27.
5. Погодаев А.А. Анализ влияния формы представления аэродинамических характеристик на результаты математического моделирования динамики продольного движения неманевренного самолета на больших углах атаки // Труды ЦАГИ. 1989. Вып. 2449. С. 28-32.
6. Гоман М.Г. Математическое описание аэродинамических сил и моментов на неустановившихся режимах обтекания с неединственной структурой // Труды ЦАГИ. 1983. Вып. 2196. С. 14-27.
7. Захаров М.А., Леонов В.А. Вычисление параметров продольного движения самолета на больших углах атаки с определением показателей устойчивости короткопериодического движения // Труды МАИ. 2003. № 13. URL: <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=34436>
8. Виноградов Ю.А., Колинко К.А., Храбров А.Н. Экспериментальное исследование нестационарных аэродинамических характеристик самолета на больших углах атаки и некоторые подходы к их математическому моделированию в задачах динамики полета // Техника воздушного флота. 2008. Т. LXXXII. № 3-4. С. 692-693.

A MODEL OF NON-STATIONARY AERODYNAMIC LONGITUDINAL CHARACTERISTICS

Trifonova T.I., Shelyukhin Yu.F., Shukhovtsov D.V.

Central Aerohydrodynamic Institute named after N.E. Zhukovsky,
TsAGI, 1, Zhukovsky str., Zhukovsky, Moscow Region, 140180, Russia
e-mail: flight15@tsagi.ru

Abstract

Aircraft dynamics modeling at high angles of attack requires adequate reproduction of all forces and moments acting on the aircraft under these conditions. Until recently, accounting for the ambiguity (non-stationarity) of lifting force and pitch moment coefficients c_y and m_z dependencies causes difficulties

due to the lack of simple enough mathematical models of this phenomenon. The problem is aggravated by the need to calculate the aircraft dynamics in real time, which is mandatory for the bench research and crew training simulators.

The paper considers the problem of developing mathematical model of such kind based on the data

obtained by the results of the tests of the of twin-engine passenger plane of the traditional scheme model with the of OVP-102B installation, which reproduces the aircraft model angle of attack harmonic oscillations at different setting angles and frequencies.

Based on the analysis of dynamic dependencies $c_y(\alpha, \dot{\alpha})$ and $m_z(\alpha, \dot{\alpha})$ obtained as test results we proposed a rather simple model for the coefficients c_y and m_z calculation as a function of the current angle of attack $\alpha(t)$.

The model is based on the static dependencies of lifting force and pitch moment coefficients c_y and m_z conversion by the first order differential equation (aperiodic link) with time constant T depending on the angle of attack and its rate of change.

The paper presents the technique of the input parameters and time constant forming based on known $c_y(\alpha)$, $m_z(\alpha)$ and $\alpha(t)$ dependencies.

The comparison of non-stationary characteristics computed by the model with the results of wind tunnel

and flight tests confirmed the suitability of the developed model for computation and experimental research of aircraft dynamics at high angles of attack.

Keywords: non-stationary characteristics, lift coefficient, pitching-moment coefficient, angle of attack.

References

1. Kolin I.V., Markov V.G., Trifonova T.I., Shukhovtsov D.V. *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki*, 2004, vol. 74, no. 2, pp. 124-127.
2. Kolin I.V., Markov V.G., Sukhanov V.L., Trifonova T.I., Shukhovtsov D.V. *Uchenye zapiski TsAGI*, 2008, vol. XXXIX, no. 1-2, pp. 120-124.
3. Kuz'min P.V., Meleshin B.A., Shelyukhin Yu.F., Shukhovtsov D.V. *Uchenye zapiski TsAGI*, 2015, vol. XLVI, no. 4, pp. 61-70.
4. Pogodaev A.A., Svyatodukh V.K. *Trudy TsAGI*, 1989, no. 2449, pp. 4-27.
5. Pogodaev A.A. *Trudy TsAGI*, 1989, no. 2449, pp. 28-32.
6. Goman M.G. *Trudy TsAGI*, 1983, no. 2196, pp. 14-27.
7. Zakharov M.A., Leonov V.A. *Trudy MAI*, 2003, no. 13, available at: <http://www.mai.ru/science/trudy/eng/published.php?ID=34436> (accessed 21.10.2003).
8. Vinogradov Yu.A., Kolin'ko K.A., Khrabrov A.N. *Tekhnika vozdushnogo flota*, 2008, vol. LXXXII, no. 3-4, pp. 692-693.