

Научная статья

УДК 621.396.96

URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=181882>

## **ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ПЕЛЕНГАЦИИ НАЗЕМНЫХ РАДИОЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ НАВИГАЦИОННЫМИ КОСМИЧЕСКИМИ АППАРАТАМИ**

**Андрей Олегович Славянский<sup>1</sup>✉, Валерий Александрович Безкаравайный<sup>2</sup>,  
Александр Евгеньевич Латышев<sup>3</sup>, Павел Николаевич Миронов<sup>4</sup>,  
Нелина Мария Викторовна<sup>5</sup>, Владислав Романович Скрынский<sup>6</sup>**

<sup>1,2,3,4,5,6</sup>МИРЭА - Российский технологический университет, Москва, Россия

<sup>1</sup>[andrey.slavyanskiy@gmail.com](mailto:andrey.slavyanskiy@gmail.com)✉

<sup>2</sup>[uglanoff.kn@yandex.ru](mailto:uglanoff.kn@yandex.ru)

<sup>3</sup>[a.e.latishev@yandex.ru](mailto:a.e.latishev@yandex.ru)

<sup>4</sup>[p.n.mironov85@mail.ru](mailto:p.n.mironov85@mail.ru)

<sup>5</sup>[maria.nelina@yandex.ru](mailto:maria.nelina@yandex.ru)

*Аннотация.* В работе исследуются двухкоординатные фазовые пеленгаторы с плоскими антенными решётками, состоящими из набора элементов, образующих множество различных фазометрических баз. Рассмотрены основные алгоритмы оценки одной угловой координаты в плоскости, а также оценки двух угловых координат в трёхмерном пространстве. Представлен сравнительный анализ точностных характеристик оценок угловых координат источника излучения, полученных методом «суммирования косинусоид», методом максимального

правдоподобия и некоторыми комбинированными способами, которые предлагаются для решения проблемы неоднозначности.


**Ключевые слова:** фазовый пеленгатор, антенная система, алгоритм оценки, разность фаз

**Финансирование:** работа выполнена за счет Государственного задания № FSFZ-2024-0011

**Для цитирования:** Славянский А.О., Латышев А.Е., Безкаравайный В.А., Миронов П.Н., Нелина М.В., Скрынский В.Р. Исследование методов пеленгации наземных радиоэлектронных систем управления навигационными космическими аппаратами // Труды МАИ. 2024. № 137. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=181882>

Original article

## **INVESTIGATION OF THE METHODS OF DIRECTION FINDING OF GROUND-BASED ELECTRONIC CONTROL SYSTEMS FOR NAVIGATION SPACECRAFT**

**Andrey O. Slavyansky<sup>1</sup>, Valery A. Bezkaravainy<sup>2</sup>, Alexander E. Latyshev<sup>3</sup>, Pavel N. Mironov<sup>4</sup>, Mariya V. Nelina<sup>5</sup>, Vladislav R. Skrynskiy<sup>6</sup>**

<sup>1,2,3,4,5,6</sup> MIREA - Russian Technological University,  
Moscow, Russia

<sup>1</sup>[andrey.slavyanskiy@gmail.com](mailto:andrey.slavyanskiy@gmail.com)

<sup>2</sup>[uglanoff.kn@yandex.ru](mailto:uglanoff.kn@yandex.ru)

<sup>3</sup>[a.e.latishev@yandex.ru](mailto:a.e.latishev@yandex.ru)

<sup>4</sup>[p.n.mironov85@mail.ru](mailto:p.n.mironov85@mail.ru)

<sup>5</sup>[maria.nelina@yandex.ru](mailto:maria.nelina@yandex.ru)

**Abstract.** In this study, we consider a spatial model for determining the position of a direction finding object by means of two-coordinate phase direction finders of a wide sector of simultaneous space survey. As a scanning device, flat antenna arrays are used in the work, providing high speed of operation, allowing the signal to be captured in time and sent for processing by the system. Antenna arrays consist of a set of elements forming many different phasometric bases, which is their direct advantage. The main algorithms for the study were chosen "summation of cosines", "refinement method" and the method of statistical optimization of the algorithm for estimating the angle of arrival of radio waves, which, combined with its simplicity, allows determining the coordinates of an object in the observation area with sufficient accuracy. The paper also considers the basic algorithms for estimating one angular coordinate in the plane, and estimating two angular coordinates in three-dimensional space. A comparative analysis of the accuracy characteristics of estimates of the angular coordinates of the radiation source obtained by the method of "summation of cosines", the maximum likelihood method and some combined methods that are proposed to solve the problem of ambiguity is presented. Among other things, the text analyzes the dependence of the bias and the RMS error of measuring the phase difference, depending on the signal-to-noise ratio.

**Keywords:** phase direction finder, antenna system, estimation algorithm, phase difference

**Funding:** the work was completed at the expense of the State task № FSFZ-2024-0011

**For citation:** Slavyansky A.O., Latyshev A.E., Bezkaravayny V.A., Mironov P.N., Nelina M.V. Skrynskij V.R. Investigation of direction finding methods for Ground-based

radioelectronic control systems for navigation spacecraft. *Trudy MAI*, 2024, no. 137. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=181882>

## Введение

В данной работе рассматривается пространственная модель, при которой радиопеленгатор расположен на космической станции, а объектами пеленгации являются наземные радиоэлектронные средства (РЭС).

Для определения направления прихода излучаемой волны к радиопеленгатору используется информация о положении фазового фронта. В однородной среде распространения радиоволн, нормаль к фазовому фронту совпадает с направлением на источник излучения. Существует несколько методов определения пространственного положения фазового фронта, особенно когда он находится на большом удалении от источника. В частности, широко известен метод амплитудного или фазового моноимпульса [1-4]. Моноимпульсные радиолокационные станции используют данный метод для обнаружения и слежения за выбранными источниками сигнала. В этом случае, применяются антенны с острой направленностью, которые обеспечивают пространственное разделение, улучшают соотношение «сигнал/шум приёмника» за счёт их направленных свойств и ограничивают измеряемый фазовый интервал в диапазоне от  $-\pi$  до  $\pi$ .

В нашем исследовании мы рассматриваем определенную пространственную модель, в которой пеленгатор предназначен для работы в широком секторе одновременного обзора [5-9]. Кроме того, для пеленгования источника излучения требуется ограниченное время, составляющее несколько десятков или сотен

микросекунд. При таких ограничениях нельзя применять сканирующие остронаправленные антенные системы, так как можно пропустить цель по времени. Для проведения исследования был выбран метод фазовой пеленгации, который основывается на измерении разности фаз сигналов, принятых слабонаправленными антеннами, расположенными на разных расстояниях друг от друга. Одним из важных преимуществ использования слабонаправленных антенн в этом методе является его высокая скорость работы. Также стоит отметить, что фазовые пеленгаторы обладают способностью обеспечить высокую точность пеленгования [10]. Иными словами, фазовые радиопеленгаторы со слабонаправленными антеннами используются там, где надо быстро и точно измерить угловые координаты объектов в широком угловом секторе.

Для достижения высокой точности пеленгования необходимо, чтобы расстояние между фазовыми центрами антенн (фазометрическая база) было значительно больше длины волны. В таком случае разность фаз сигнала может быть значительно больше, чем обычный диапазон  $[-\pi; +\pi]$ . Для устранения этой неоднозначности в фазовые пеленгационные системы включаются малогабаритные грубые измерители с меньшими базами.

В данной работе исследуются двухкоординатные фазовые пеленгаторы с плоскими антенными решётками, состоящими из набора элементов, образующих множество различных фазометрических баз. При обзоре алгоритмов фазовой пеленгации и выводе математических соотношений в основном использованы результаты монографии Денисова В.П. и Дубинина Д.В. [11-12].

## Краткий обзор алгоритмов фазовой пеленгации на основе плоских антенных решёток

Существует алгоритм фазовой пеленгации, который называется «метод уточнений» [13]. Он основан на использовании грубого измерителя с базой  $l_1 \leq \lambda/2$  ( $\lambda$  – длина волны), который обеспечивает однозначный, но не очень точный пеленг в секторе пространственных углов  $\alpha \in [-90^\circ; +90^\circ]$ . Для уточнения пеленга последовательно используются дополнительные измерители с базами  $l_i$  ( $i=2, 3, \dots, n$ ;  $l_{i+1} > l_i$ ).

Предполагая, что ошибки фазовых измерений отсутствуют, на базе  $l_1$  производится однозначный отсчет разности фаз между двумя излучателями:

$$\varphi_1 = 2\pi(l_1/\lambda)\sin\alpha,$$

где  $\alpha$  – угол, отсчитываемый от нормали к базе.

Полная разность фаз на неоднозначной базе  $l_2$

$$\Phi_2 = \varphi_2 + 2\pi k_2 = 2\pi(l_2/\lambda)\sin\alpha.$$

Здесь  $\varphi_2 \in [-\pi; +\pi]$ ,  $k_2$  – число полных периодов разности фаз  $\Phi_2$ , утраченных при измерениях.

Из выражений для  $\varphi_1$  и  $\Phi_2$  можно найти:

$$k_2 = 1/2\pi(\varphi_1 l_2 / l_1 - \varphi_2).$$

В общем случае из формулы для полной разности фаз базы  $l_i$

$$\Phi_i = \varphi_i + 2\pi k_i = 2\pi(l_i/\lambda)\sin\alpha \tag{1}$$

по предыдущей базе можно вычислить коэффициент  $k_i$  ( $i=2, 3, \dots, n$ ) последующей базы и наоборот, то есть:

$$k_i = l_i / l_{i-1} (\psi_{i-1} + k_{i-1}) - \psi_i \quad (2)$$

или 
$$k_{i-1} = l_{i-1} / l_i (\psi_i + k_i) - \psi_{i-1},$$

где  $\psi_i = \varphi_i / 2\pi$  - нормированная разность фаз.

Так как измерения реальных разностей фаз  $\varphi_i$  сопряжены с погрешностями, то правая часть уравнения (2) не является целым числом. Поэтому значение  $k_i$  определяют, округляя его до ближайшего целого. В результате проделанных измерений  $\varphi_i$  и вычислений  $k_i$  для каждой базы получаем уточнённое значение синуса угла  $\alpha$  на основании (1):

$$\sin\alpha = (\varphi_i + 2\pi k_i) \lambda / (2\pi l_i) = (\psi_i + k_i) / n_i, \quad (3)$$

где  $n_i = l_i / \lambda$  – нормированная база.

Другой широко применяемый метод фазовой пеленгации известен под названием «суммирование косинусоид» [14]. Данный метод является эвристическим и его суть состоит в следующем.

Для каждой базы  $l_i$  на основании измеренной разности фаз  $\varphi_i$  строится функция:

$$C_i(v) = \cos(\Phi_i - \varphi_i) = \cos(2\pi n_i v - \varphi_i), \quad (4)$$

где  $\Phi_i$  определяется выражением (1),  $v = \sin\alpha$  – аргумент функции, изменяющийся в пределах  $[-1; +1]$ , а  $n_i$  является пространственной частотой.

Очевидно, что функции  $C_i(v)$  имеют максимумы, равные +1, при тех значениях  $v$ , для которых  $(2\pi n_i v - \varphi_i) = \pm j 2\pi$  ( $j=0, 1, 2, \dots$ ). Эти значения  $v$  можно вычислить с помощью очевидной формулы:

$$v_j = (\psi_i \pm j) / n_i, \quad (5)$$

при условии, что  $|(\psi_i \pm j) / n_i| \leq 1$ .

Для всех баз максимумы функций  $C_i(v)$  совпадут только при единственном значении  $v=v^*$ , которое соответствует истинному углу прихода волны  $\alpha=\alpha_0$ . При этом (5) переходит в (3) и, соответственно, для каждой базы  $\pm j = k_i$ .

Таким образом, при использовании метода «суммирования косинусов» в качестве оценки  $v^*$  принимается то значение  $v$ , при котором функция:

$$S(v) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n C_i(v) \quad (6)$$

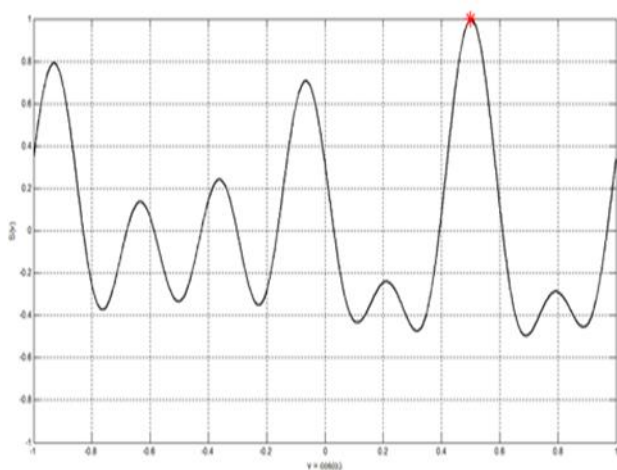
имеет максимум.

На рисунке 1 показаны функции  $S(v)$ , построенные для пеленгатора, имеющего различное количество баз (Таблица 1).

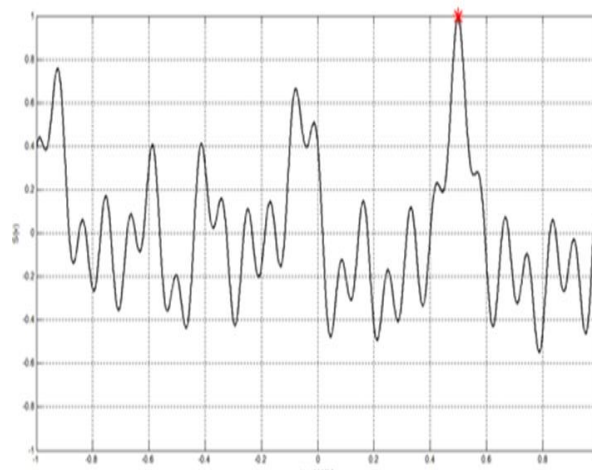
Таблица 1 – Базы с нормированными размерами

i	1	2	3	4	5	6	7	8
$n_i$	1,5	2	3,5	5,5	12	16,5	26	54,5

При этом истинный угол прихода волны  $\alpha_0 = 30^\circ$ . Также в канале измерения фаз имитировался независимый равномерный шум с СКО=5°.

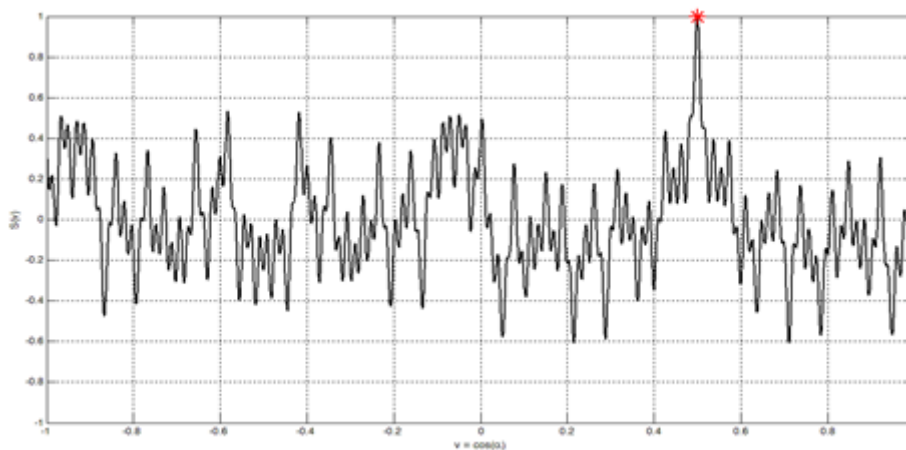


а)



б)





в)

Рисунок 1 – Функции  $S(v)$ , построенные для пеленгатора, имеющего различное количество баз: а) – 8 баз, б) – 5 баз, в) – 3 базы.

Достоинством метода совместной обработки совокупности разностей фаз путём «суммирования косинусов» является его простота. При этом не нужно решать проблему неоднозначности, а значит – необязательно иметь первую базу, у которой  $l_1 \leq \lambda/2$ . Кроме того, в отличие от «метода уточнений» в методе «суммирования косинусов» при формировании оценки  $v$  сразу используется вся информация, полученная на всех базах антенной системы, что повышает точность измерений при наличии шумов за счёт усреднения влияния ошибок  $\varphi_i$  на каждой из баз.

Третий метод создания многобазовых фазовых пеленгаторов основан на статистической оптимизации алгоритма оценки угла прихода радиоволн  $\alpha$  [15]. Для того, чтобы модель наблюдения была линейной, вначале оценивают направляющий косинус угла  $\alpha$ , который обозначим, как  $v = \cos \alpha$ , а уже затем вычисляют собственно угол  $\alpha$ . В данной системе обозначений угол  $\alpha$  на источник излучения отсчитывается от оси координат, на которой расположены элементы антенной решётки (в отличие от выражений (1) – (6), где  $\alpha$  отсчитывается от нормали к базе) [16-20].

Теоретической основой оптимизации обработки служит синтез алгоритма оценки по методу максимального правдоподобия.

Решим задачу синтеза вначале на плоскости для оценки одной угловой координаты, например, азимута  $\alpha$ . Предположим, что элементы антенной решётки, образующие базы  $l_i$ , расположены вдоль оси  $x$  прямоугольной декартовой системы координат. Разность фаз сигналов, наведённых удалённым источником в антеннах базы  $l_i$ , выражается (аналогично (1)) формулой:

$$\Phi_i = \varphi_i + 2\pi k_i = 2\pi(l_i/\lambda)\cos\alpha = 2\pi n_i v, \quad (7)$$

где  $\Phi_i$  – полная разность фаз;

$\varphi_i$  – измеренная разность фаз в радианах;

$k_i$  – целое число периодов разности фаз;

$n_i = l_i/\lambda$  – нормированная база;

$v = \cos\alpha$  – направляющий косинус ( $\alpha$  – угол между осью  $x$  и направлением на источник излучения).

Если полную разность фаз нормировать к  $2\pi$ , то выражение (7) примет более компактный вид:

$$\Phi_i/2\pi = \Psi_i = \psi_i + k_i = n_i v. \quad (8)$$

Допустим, что ошибки измерений разностей фаз подчиняются нормальному закону, что справедливо при больших отношениях сигнал/шум на входе фазометра. Предположим также, что эти ошибки независимы (некоррелированы), а их средние значения равны нулю. Тогда можно записать совместную плотность распределения вероятностей результатов измерений ( $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_i, \dots, \psi_n$ ) в следующем виде:

$$\begin{aligned} W_n(\psi/v) &= (2\pi)^{-n/2} (\sigma_\psi)^{-n} \prod_{i=1}^n \exp\left(-(\psi_i + k_i - n_i v)^2 / (2\sigma_\psi^2)\right) = \\ &= (2\pi)^{-n/2} (\sigma_\psi)^{-n} \exp\left(-\sum_{i=1}^n (\psi_i + k_i - n_i v)^2 / (2\sigma_\psi^2)\right), \end{aligned} \quad (9)$$

где  $\sigma_\psi$  – среднеквадратическая величина ошибки измерений нормированной разности фаз  $\psi_i$ .

Рассматривая совместную плотность распределения  $W_n(\psi/v)$ , как функцию правдоподобия направляющего косинуса  $v$ , можно записать уравнение правдоподобия, используя не саму функцию  $W_n(\psi/v)$ , а её натуральный логарифм:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dv} \ln(W_n(\psi/v)) &= 1/(2\sigma_\psi^2) \sum_{i=1}^n 2(\psi_i + k_i - n_i v)n_i = \\ &= 1/\sigma_\psi^2 \sum_{i=1}^n ((\psi_i + k_i)n_i - n_i^2 v) = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Решение этого уравнения имеет вид:

$$v^* = \sum_{i=1}^n (\psi_i + k_i)n_i / \sum_{i=1}^n n_i^2, \quad (11)$$

где  $v^*$  – оценка направляющего косинуса  $v$ , полученная по методу максимального правдоподобия.

Для того, чтобы по результатам измерений разностей фаз  $\phi_i$  и  $\psi_i$  вычислить оценку  $v^*$ , необходимо знать коэффициенты неоднозначности  $k_i$ . Для этого можно воспользоваться соотношениями (2), если грубый измеритель имеет базу  $l_1 \leq \lambda/2$ . В противном случае надо привлекать дополнительную информацию.

### **Некоторые сведения из теории двухкоординатных фазовых пеленгаторов с плоскими антенными решётками**

В предыдущем разделе были рассмотрены основные алгоритмы оценки одной угловой координаты в плоскости. Перейдём к задаче оценки двух угловых координат в трёхмерном пространстве. Допустим, что у нас есть антенная система двухкоординатного фазового пеленгатора, которая используется для определения положения источника излучения в трёхмерном пространстве. Эта система состоит

из элементов, размещенных на плоскости вдоль осей  $x$  и  $y$  прямоугольной декартовой системы координат (Рисунок 2). В целом, эта антенная система имеет форму креста и представляет собой плоскую антенную решетку.

На рисунке 2 источник излучения находится в точке  $C(x_c, y_c, z_c)$ .  $R$  – расстояние между центром системы координат в плоскости антенной системы и источником излучения;  $\alpha$  – азимут, а  $\beta$  – угол места источника излучения;  $\cos\alpha_x$  и  $\cos\alpha_y$  – направляющие косинусы относительно осей  $x$  и  $y$  системы координат.

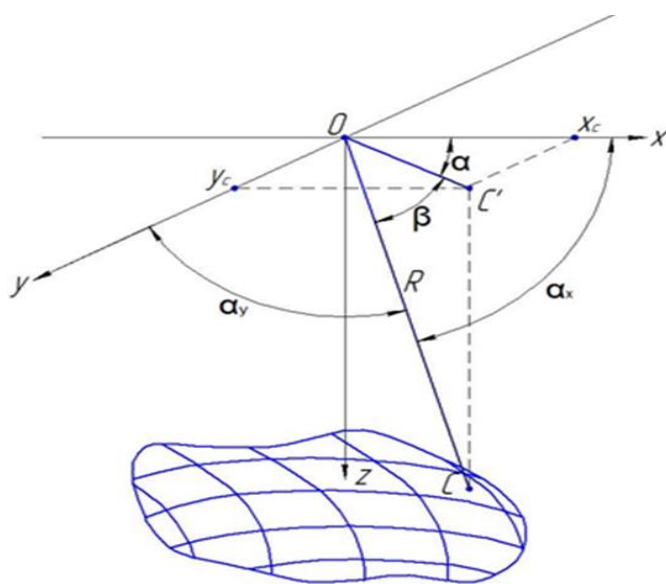


Рисунок 2 – Антенная система двухкоординатного фазового пеленгатора для определения положения источника излучения

Очевидно, что проекцию радиус-вектора  $\vec{R}$  на координатные оси  $x$  и  $y$  можно выразить двумя способами (через углы или направляющие косинусы) следующим образом:

$$\begin{aligned} x_c &= R \cos\beta \cos\alpha \quad \text{или} \quad x_c = R \cos\alpha_x ; \\ y_c &= R \cos\beta \sin\alpha \quad \text{или} \quad y_c = R \cos\alpha_y . \end{aligned} \quad (12)$$

Отсюда  $\cos\alpha_x = \cos\beta \cos\alpha,$

$$\cos\alpha_y = \cos\beta\sin\alpha . \quad (13)$$

По аналогии с предыдущим разделом введём обозначения:  $v = \cos\alpha_x$ ,  $u = \cos\alpha_y$ .

С учётом этих обозначений из (13) получаем соотношения, связывающие направляющие косинусы с азимутом и углом места:

$$\begin{aligned} \alpha &= \operatorname{arctg}(u/v), \\ \beta &= \operatorname{arctg} \sqrt{(1-v^2-u^2)/(v^2+u^2)}. \end{aligned} \quad (14)$$

Для элементов антенной решётки, расположенных вдоль оси  $x$ , введём обозначения:

$l_{xi}$  – длина  $i$ -й базы (( $i=1,2,3, \dots, n$ ;  $l_{i+1} > l_i$ );

$n_{xi} = l_{xi}/\lambda$  – нормированная длина  $i$ -й базы;

$k_{xi}$  – коэффициент неоднозначности для  $i$ -й базы;

$\varphi_{xi}$  – измеренная в радианах разность фаз для  $i$ -й базы;

$\psi_{xi} = \varphi_{xi}/2\pi$  – нормированная измеренная разность фаз для  $i$ -й базы.

Аналогично для элементов антенной решётки, расположенных вдоль оси  $y$ , введём обозначения (для простоты будем считать, что количество баз  $n$  одинаково по осям  $x$  и  $y$ ):

$l_{yi}$  – длина  $i$ -й базы (( $i=1,2,3, \dots, n$ ;  $l_{i+1} > l_i$ );

$n_{yi} = l_{yi}/\lambda$  – нормированная длина  $i$ -й базы;

$k_{yi}$  – коэффициент неоднозначности для  $i$ -й базы;

$\varphi_{yi}$  – измеренная в радианах разность фаз для  $i$ -й базы;

$\psi_{yi} = \varphi_{yi}/2\pi$  – нормированная измеренная разность фаз для  $i$ -й базы.

Разности фаз сигналов, наведённых удалённым источником в антеннах, образующих базы  $l_{xi}$  и  $l_{yi}$ , выражаются (аналогично (7)) формулами

$$\begin{aligned}\Phi_{xi} &= \varphi_{xi} + 2\pi k_{xi} = 2\pi(l_{xi}/\lambda)\cos\alpha_x = 2\pi n_{xi}v, \\ \Phi_{yi} &= \varphi_{yi} + 2\pi k_{yi} = 2\pi(l_{yi}/\lambda)\cos\alpha_y = 2\pi n_{yi}u.\end{aligned}\quad (15)$$

Из соотношений (15) следует, что направляющий косинус  $v$  определяется только измерениями на базах антенной решётки, расположенных вдоль оси  $x$ , а направляющий косинус  $u$  определяется только измерениями на базах, расположенных вдоль оси  $y$ . Это свойство плоской крестообразной антенной решётки при выбранной системе координат.

На этом основании остаются справедливыми формулы, полученные в предыдущем разделе для метода «суммирования косинусоид» и для оценки по методу максимального правдоподобия (см. (4), (6) и (11)) с соответствующей заменой переменных.

Так для метода «суммирования косинусоид» в качестве оценок направляющих косинусов принимаются те значения  $v$  и  $u$ , для которых имеют место максимумы функций

$$\begin{aligned}S_x(v) &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n C_{xi}(v), \\ S_y(u) &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n C_{yi}(u),\end{aligned}\quad (16)$$

где  $C_{xi}(v) = \cos(\Phi_{xi} - \varphi_{xi}) = \cos(2\pi n_{xi}v - \varphi_{xi})$ ,

$$C_{yi}(u) = \cos(\Phi_{yi} - \varphi_{yi}) = \cos(2\pi n_{yi}u - \varphi_{yi}).\quad (17)$$

Для метода максимального правдоподобия оценки  $v^*$  и  $u^*$  вычисляются по формулам

$$v^* = \sum_{i=1}^n (\psi_{xi} + k_{xi})n_{xi} / \sum_{i=1}^n n_{xi}^2,$$

$$u^* = \sum_{i=1}^n (\psi_{yi} + k_{yi})n_{yi} / \sum_{i=1}^n n_{yi}^2. \quad (18)$$

## Сравнительный анализ точностных характеристик алгоритмов пеленгации

Данный раздел посвящён анализу точностных характеристик оценок угловых координат источника излучения, полученных методом «суммирования косинусоид», методом максимального правдоподобия и некоторыми комбинированными способами, которые предлагаются для решения проблемы неоднозначности. Анализ различных алгоритмов выполнен методом математического моделирования в равных условиях.

Оценки  $v$  и  $u$  характеризуются следующими параметрами:

- математическое ожидание (среднее значение)

$$m_1[v^*] = N^{-1} \sum_{j=1}^N v_j^*,$$

где  $N$  – объём выборки, по которой производится усреднение;

- смещённость оценки

$$\Delta v^* = m_1[v^*] - v_0,$$

где  $v_0$  – истинное значение параметра;

- дисперсия оценки

$$m_1[(v^* - m_1[v^*])^2] = N^{-1} \sum_{j=1}^N (v_j^* - m_1[v^*])^2$$

или среднеквадратическая ошибка оценки

$$\sigma_v = (N^{-1} \sum_{j=1}^N (v_j^* - m_1[v^*])^2)^{1/2}.$$

Как уже отмечалось в разделе 1, в методе «суммирования косинусоид» не существует проблемы неоднозначности, а значит – обязательно иметь первую базу, у которой  $l_1 \leq \lambda/2$ . Кроме того, при формировании оценки  $v$  или  $u$  сразу используется вся информация, полученная на всех базах антенной системы, что повышает точность измерений при наличии шумов за счёт усреднения влияния ошибок измерений  $\varphi_i$  на каждой из баз.

При использовании алгоритма максимального правдоподобия невозможно без первой базы  $l_1 \leq \lambda/2$ , для которой  $k_1=0$  вычислить коэффициенты неоднозначности для всех остальных баз, используя формулы (2).

Поскольку при гауссовой статистике критерий максимального правдоподобия равносителен критерию минимальной среднеквадратической ошибки, то представляет интерес оценить насколько метод «суммирования косинусоид» проигрывает оценке, полученной по критерию минимальной среднеквадратической ошибки в идеальном случае, когда все коэффициенты неоднозначности  $k_i$  известны точно, а источником ошибок являются лишь шумы измерений разностей фаз  $\varphi_i$ . Таким образом, подставляя в выражения (18) заранее вычисленные коэффициенты  $k_{xi}$  и  $k_{yi}$ , можно получить потенциально достижимые границы точности измерений для различных отношений «сигнал/шум».

При моделировании предполагалось, что из синусоидального колебания на фоне аддитивного внутриприёмного шума в каждом из двух каналов базы  $l_i$  берутся выборки, которые следуют с периодом  $T_0$ , равным периоду синусоидального колебания. Выборки берутся попарно со сдвигом по фазе на  $\pi/2$  (что равносильно



сдвигу по времени на  $T_0/4$ ). Первую из парных выборок будем называть косинусной составляющей принимаемого сигнала  $A_c(i,j)$ , а вторую – синусной составляющей  $A_s(i,j)$ . Здесь  $i$  – номер базы, а  $j$  – дискретное время (номера выборок, по которым производится усреднение). По каждой паре выборок вычисляется фаза принимаемого колебания в двух каналах базы  $I_i$  относительно фазы опорной последовательности, с помощью которой синхронизирована работа аналого-цифровых преобразователей (АЦП),

$$\varphi_1(i,j) = \arctg(A_{s1}(i,j)/ A_{c1}(i,j)) \text{ и } \varphi_2(i,j) = \arctg(A_{s2}(i,j)/ A_{c2}(i,j)),$$

а затем вычисляется измеренная разность фаз для базы  $I_i$

$$\varphi_i(j) = \varphi_2(i,j) - \varphi_1(i,j).$$

Далее производится статистический анализ характеристик пеленгации для различных отношений «сигнал/шум»  $h^2 = A_m^2/(2\sigma_{ш}^2)$  в линейном тракте приёмных устройств каналов (здесь  $A_m$  – амплитуда сигнала;  $\sigma_{ш}^2$  – мощность шума в линейном тракте приёмных каналов).

На рисунке 3 и рисунке 4 показана зависимость смещённости и среднеквадратической ошибки измеренной разности фаз  $\varphi_i$  от отношения «сигнал/шум»  $h^2$ .

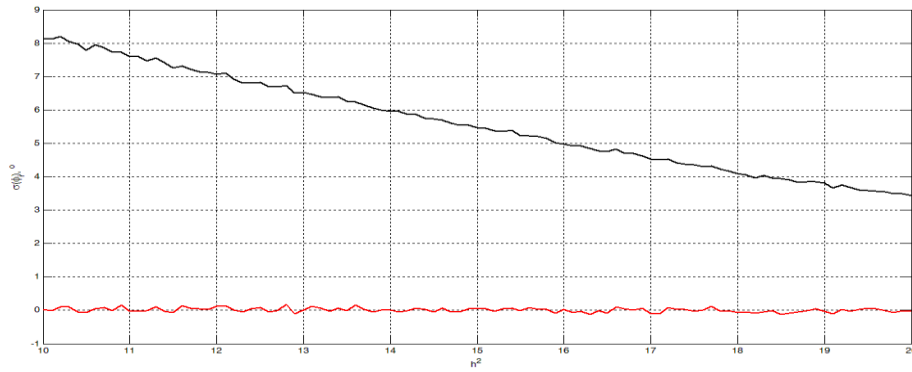


Рисунок 3 – Зависимость среднеквадратической ошибки измеренного значения абсолютной фазы (черная линия) и разности фаз (красная линия) от отношения «сигнал/шум»

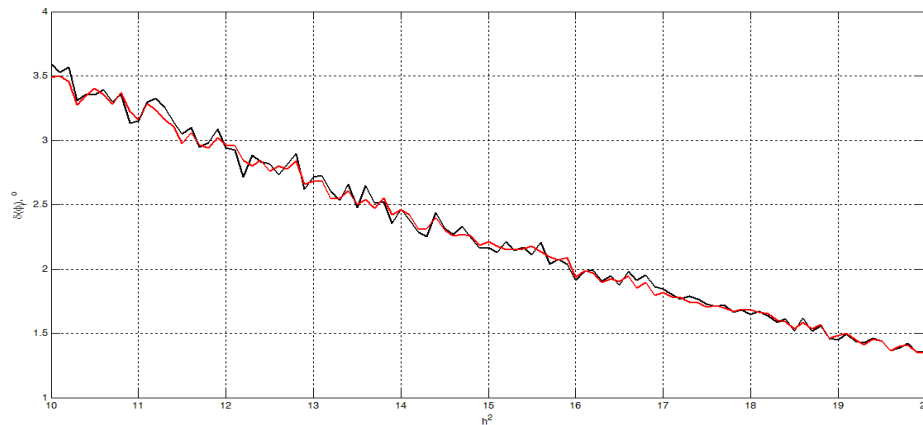
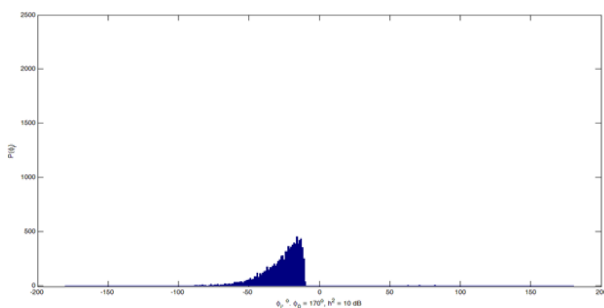
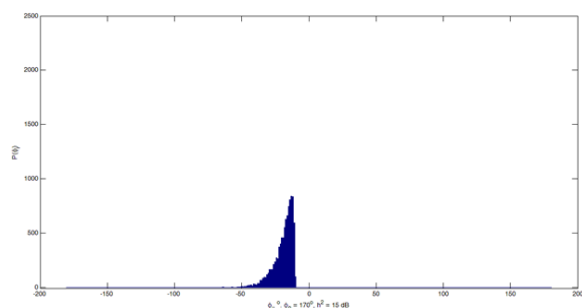


Рисунок 4 – Зависимость смещенности измеренного значения абсолютной фазы (черная линия) и разности фаз (красная линия) от отношения «сигнал/шум»

На рисунке 5 приведены гистограммы распределения измеренной разности фаз  $\varphi_i$  для нескольких отношений «сигнал/шум»  $h^2$  и различных истинных разностей фаз  $\varphi_0$ .



а)



б)

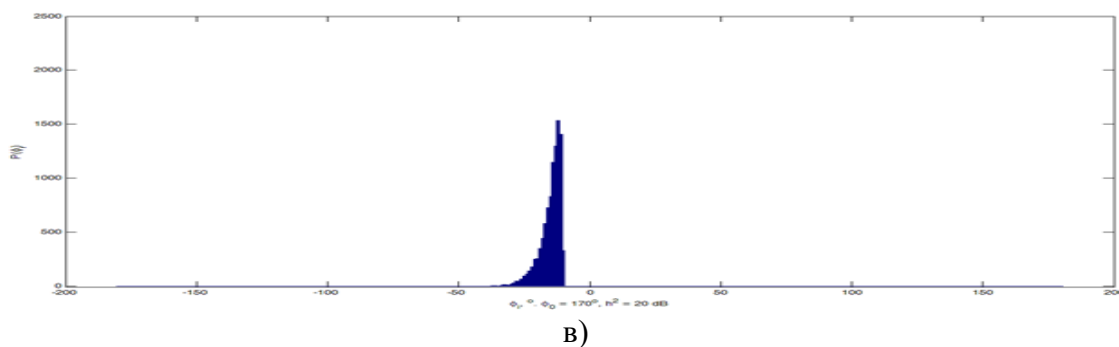


Рисунок 5 – Гистограммы распределения измеренной разности фаз  $\varphi_i = 170^\circ$  для соотношений «сигнал/шум»: а) – 10 дБ, б) – 15 дБ, в) – 20 дБ.

Рисунок 6 и рисунок 7 характеризуют качество измерений направляющих косинусов двумя методами: методом «суммирования косинусоид» (черная линия) и методом минимума среднеквадратической ошибки (синяя линия) при точно известных коэффициентах неоднозначности  $k_i$ . При анализе использовались формулы (16) – (18) с последующим усреднением для нахождения статистических характеристик оценок. При моделировании объём усредняемых выборок  $N=1000$ . Исследовались фазовые пеленгаторы с набором баз, приведённым в таблице 1. СКО некоррелированного шума в канале измерения разностей фаз –  $20^\circ$ .

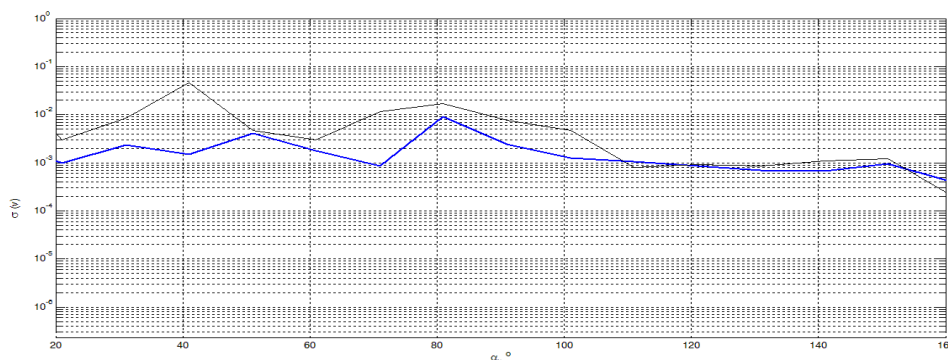


Рисунок 6 – Зависимость среднеквадратической ошибки значения направляющего косинуса

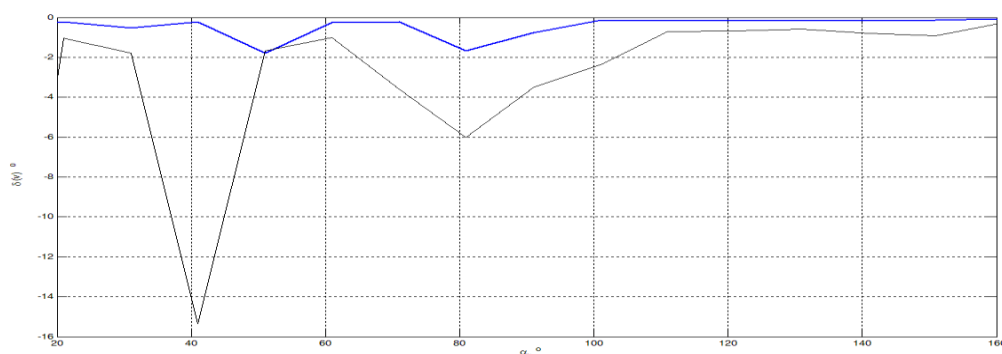


Рисунок 7 – Зависимость смещенности значения направляющего косинуса

### Заключение

В данной работе были изучены фазовые пеленгаторы с плоскими антенными решётками. Также были рассмотрены основные алгоритмы для оценки одной угловой координаты в плоскости и двух угловых координат в трёхмерном пространстве. Приведены результаты сравнительного анализа точностных характеристик оценок угловых координат источника излучения. Произведен статистический анализ характеристик пеленгации для отношений «сигнал/шум». Показана зависимость смещённости и среднеквадратической ошибки измеренной разности фаз от отношения «сигнал/шум», и приведены гистограммы распределения измеренной разности фаз для отношений «сигнал/шум» и различных истинных разностей фаз.

### Список источников

1. Клишин А.В., Клестова М.В., Царик Д.В. Исследование моноимпульсного амплитудно-фазового метода пеленгования источников радиоизлучения // Успехи современной радиоэлектроники. 2017. № 10. С. 43-48.

2. Daniel Guerin, Shane Jackson, Jonathan Kelly. Passive Direction Finding, Worcester Polytechnic Institute, 2012, 94 p.
3. Сучков А.В. Моноимпульсная волноводно-щелевая антенная решетка с частотным сканированием // Труды МАИ. 2016. № 86. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=66408>
4. Чистяков В.А. Моноимпульсный радиопеленгатор с использованием цифровой антенной решетки // Труды МАИ. 2020. № 115. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=119921>. DOI: [10.34759/trd-2020-115-07](https://doi.org/10.34759/trd-2020-115-07)
5. Ключко В.К. Способ наблюдения за воздушными объектами и поверхностью на базе бортовой РЛС // Патент RU 2292060 С1, 20.01.2007.
6. Чистяков В.А. Система мониторинга угловых координат источников радиоизлучения для космических аппаратов спутниковой связи // Труды МАИ. 2019. № 109. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=111394>. DOI: [10.34759/trd-2019-109-15](https://doi.org/10.34759/trd-2019-109-15)
7. Кондратьева С.Г. Многофункциональная бортовая антенная решетка интегрированного радиоэлектронного комплекса // Труды МАИ. 2012. № 52. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=29560>
8. Зинин Е.Д., Мельников Г.А., Милосердов А.С. Перспектива использования фазированных антенных решеток в бортовых антеннах глобальной спутниковой сотовой связи // Труды МАИ. 2014. № 73. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=48566>

9. Азаров А.В., Караваев М.Н., Рожков С.С. и др. Синтез малогабаритного фазового пеленгатора авиационного базирования // Труды МАИ. 2022. № 123. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=165549>. DOI: [10.34759/trd-2022-123-12](https://doi.org/10.34759/trd-2022-123-12)
10. Орешкин В.И., Мелёшин Ю.М., Цветков В.К. Повышение точности пеленга сигнала в цифровой антенной решётке // Труды МАИ. 2021. № 120. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=161424>. DOI: [10.34759/trd-2021-120-10](https://doi.org/10.34759/trd-2021-120-10)
11. Денисов В.П., Дубинин Д.В. Фазовые радиопеленгаторы. – Томск: Изд-во ТУСУР, 2002. - 252 с.
12. Денисов В.П., Дубинин Д.В., Ерофеев Д.В. Вопросы разрешающей способности фазовых радиопеленгаторов с антенными системами в виде линейных решеток // Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. 2017. № 4. С. 11-16.
13. Порубов Г.Г. Алгоритм устранения неоднозначности и вычисления пеленгов многобазовых фазовых пеленгаторах // Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. 2018. Т. 21. № 1. С. 22-27.
14. Губаренко М.А. Реализация метода суммирования косинусоид // Вестник науки и образования. 2015. № 10. С. 32-34.
15. Широков И.Б. Способ определения угла прихода радиоволн // Патент RU 2584968 С1, 20.05.2016.
16. Кульба В.В., Микрин Е.А., Павлов Б.В., Платонов В.Н. Теоретические основы проектирования информационно - управляющих систем космических аппаратов - М.: Наука, 2006. - 579 с.

17. Демин А.В., Денисов А.В., Летуновский А.В. Оптико-цифровые системы космического назначения // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2010. № 3. С. 51-59.
18. Фатеев В.Ф. Малые космические аппараты информационного обеспечения. - М.: Радиотехника, 2010. – 320 с.
19. Желтов С.Ю., Веремеенко К.К., Ким Н.В. Современные информационные технологии в задачах навигации и наведения беспилотных манёвренных летательных аппаратов. - М.: Физматлит, 2009. – 556 с.
20. Клетте Р. Компьютерное зрение. Теория и алгоритмы. – М.: ДМК Пресс, 2019. – 506 с.

## References

1. Klishin A.V., Klestova M.V., Tsarik D.V. *Uspekhi sovremennoi radioelektroniki*, 2017, no. 10, pp. 43-48.
2. Daniel Guerin, Shane Jackson, Jonathan Kelly. *Passive Direction Finding*, Worcester Polytechnic Institute, 2012, 94 p.
3. Suchkov A.V. *Trudy MAI*, 2016, no. 86. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=66408>
4. Chistyakov V.A. *Trudy MAI*, 2020, no. 115. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=119921>. DOI: [10.34759/trd-2020-115-07](https://doi.org/10.34759/trd-2020-115-07)
5. Klochko V.K. *Patent RU 2292060 C1*, 20.01.2007.

6. Chistyakov V.A. *Trudy MAI*, 2019, no. 109. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=111394>. DOI: [10.34759/trd-2019-109-15](https://doi.org/10.34759/trd-2019-109-15)
7. Kondrat'eva S.G. *Trudy MAI*, 2012 no. 52. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=29560>
8. Zinin E.D., Mel'nikov G.A., Miloserdov A.S. *Trudy MAI*, 2014, no. 73. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=48566>
9. Azarov A.V., Karavaev M.N., Rozhkov S.S. et al. *Trudy MAI*, 2022, no. 123. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=165549>. DOI: [10.34759/trd-2022-123-12](https://doi.org/10.34759/trd-2022-123-12)
10. Oreshkin V.I., Meleshin Yu.M., Tsvetkov V.K. *Trudy MAI*, 2021, no. 120. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=161424>. DOI: [10.34759/trd-2021-120-10](https://doi.org/10.34759/trd-2021-120-10)
11. Denisov V.P., Dubinin D.V. *Fazovye radiopelengatory* (Phase direction finders), Tomsk, Izd-vo TUSUR, 2002, 252 p.
12. Denisov V.P., Dubinin D.V., Erofeev D.V. *Doklady Tomskogo gosudarstvennogo universiteta sistem upravleniya i radioelektroniki*, 2017, no. 4, pp. 11-16.
13. Porubov G.G. *Doklady Tomskogo gosudarstvennogo universiteta sistem upravleniya i radioelektroniki*, 2018, vol. 21, no. 1, pp. 22-27.
14. Gubarenko M.A. *Vestnik nauki i obrazovaniya*, 2015, no. 10, pp. 32-34.
15. Shirokov I.B. *Patent RU 2584968 C1*, 20.05.2016.
16. Kul'ba V.V., Mikrin E.A., Pavlov B.V., Platonov V.N. *Teoreticheskie osnovy proektirovaniya informatsionno - upravlyayushchikh sistem kosmicheskikh apparatov* (Theoretical foundations of designing information and control systems of spacecraft), Moscow, Nauka, 2006, 579 p.



17. Demin A.V., Denisov A.V., Letunovskii A.V. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Priborostroenie*, 2010, no. 3, pp. 51-59.
18. Fateev V.F. *Malye kosmicheskie apparaty informatsionnogo obespecheniya* (Small space vehicles for information support), Moscow, Radiotekhnika, 2010, 320 p.
19. Zheltov S.Yu., Veremeenko K.K., Kim N.V. *Sovremennye informatsionnye tekhnologii v zadachakh navigatsii i navedeniya bespilotnykh manevrennykh letatel'nykh apparatov* (Modern information technologies in the tasks of navigation and guidance of unmanned maneuverable aircraft), Moscow, Fizmatlit, 2009, 556 p.
20. Klette R. *Komp'yuternoe zrenie. Teoriya i algoritmy* (Computer vision. Theory and algorithms), Moscow, DMK Press, 2019, 506 p.

Статья поступила в редакцию 31.05.2024

Одобрена после рецензирования 06.06.2024

Принята к публикации 28.08.2024

The article was submitted on 31.05.2024; approved after reviewing on 06.06.2024; accepted for publication on 28.08.2024